



|                  |   |
|------------------|---|
| Title            | 3. 岩石の割れ目中の温泉水の流動   |
| Author(s)        | 福富, 孝治; FUKUTOMI, Takaharu  |
| Citation         | 北海道大学地球物理学研究報告, 14, 31-48   |
| Issue Date       | 1965-09-20  |
| DOI              | <a href="https://doi.org/10.14943/gbhu.14.31">https://doi.org/10.14943/gbhu.14.31</a> |
| Doc URL          | <a href="https://hdl.handle.net/2115/13895">https://hdl.handle.net/2115/13895</a>     |
| Type             | departmental bulletin paper   |
| File Information | 14_p31-48.pdf   |



### 3. 岩石の割れ目中の温泉水の流動

福 富 孝 治

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和 40 年 4 月 受理 —

#### I. 研究の目的

被圧帯水層中を温泉水が流動する場合は、普通の地下水と同様に、DARCY の法則に従うことは、後に述べるように測定結果から明らかにされている。しかし、温泉には岩石 (特に火成岩) の割れ目から自噴しているものも多く、北海道では主要温泉地域総数の凡そ 60% は岩石の割れ目から直接わき出るか、または薄い表土の下の岩石の割れ目から表土層を通過して地表にわき出している。被圧帯水層から穿井によって温泉がわき出る場合も、温泉水の源は被圧帯水層の地下および付近の岩石の割れ目から供給された温泉水であることが多い。

ゆえに、地下における温泉水の流動を論ずるには、岩石の割れ目中の脈状の通路における温泉水の流動がどんな法則にしたがっているかを知ることが大切である。筆者の知る限りでは従来この方面の研究はほとんどなかった。

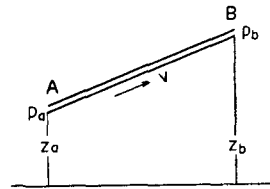
本論文はこの目標に対する研究の第一歩である。

#### II. 地下岩石の割れ目のなかの温泉水流動の基本式と問題点

地下岩石の割れ目のなかの温泉水流動の通路の一部分 AB を考え (第 1 図), この部分では到る所断面の形および面積は一樣であると仮定する。この流管中の水は A から B に向って平均流速  $v$  で流動しているとして、管の両端 A および B に BERNOLLI の方程式を適用すれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} = z_b + \frac{p_b}{\gamma} + E \quad (1)$$

となる。但し  $z_a$  および  $z_b$  は夫々任意の基準水平面から測った点 A および B の高さ、 $p_a$  および  $p_b$  は夫々 A および B における水圧、 $\gamma = \rho g$  で  $\rho$  は流水の密度、 $g$  は重力の加速度、 $E$  は水が流管中を A から B まで流れる間に摩擦のために失った水頭の損失である。この流管中の流量を  $V$ 、 $\eta$  および  $\lambda$  を流管の形・長さとは流体の物理的性質に関する常数、 $n$  を dimension なしの常数とすれば、水頭の損失  $E$  は一般に



第 1 図 岩石の割れ目中の温泉水流路の一部分の模型

Fig. 1. Schematic representation of a segment of underground passage of hot water in a fissure of rock.

$$E = \eta v^n = \lambda V^n \quad (2)$$

とおくことができる。

水の流動速度が小さくて層流をなす場合には  $n=1$ , 流速  $v$  がある限界速度  $v_0$  よりも大きく混流をなす場合には  $n$  は 1 と 2 の間のある値であること, および砂粒などからなる帯水層中の水の流動の場合も  $n=1$  であることが知られている。

したがって, 岩石の割れ目中の温泉水の流動の場合,  $n$  の値がどんな値であるかが第 1 の問題点であり,  $\eta$  または  $\lambda$  が流路の形・長さおよび水の物理的性質のどんな形の関数であるかが第 2 の問題点である。

### III. 岩石の割れ目からわき出る 1 温泉の湧出口の高さと湧出量との理論的關係

岩石の割れ目からわき出す温泉において, (2) 式の  $n$  の値がどのような値であるかを知る 1 つの手がかりとなるのは, 被圧帯水層から穿井によって地表にわき出す 1 つの温泉湧出口の高さ  $y$  と湧出量  $Q$  との定量的關係である。すなわち, 湧出口の高さを段々上げていくと, その湧出量は次第に減少し遂に湧出口をある高さ (静止水頭  $h$ ) まで上げるとわき出しが止まる。この關係が普通の被圧地下水と同様に

$$Q = K_1 (h - y) \quad (3)$$

となることは別府温泉における野満・瀬野・山下の研究<sup>1)</sup> などによって確かめられている。

(3) 式の關係は porous medium 中の水の運動に関する DARCY の法則 ( $n=1$  に該当する) を被圧帯水層に適用した THIEM によって理論的に証明されたが, この場合  $K_1$  は次の様な物理的意味を持つことが明らかにされた。

$$K_1 = \frac{2\pi km}{\log_e \left( \frac{R}{r_0} \right)} \quad (4)$$

ここに,  $k$  は透水係数,  $m$  は被圧帯水層の厚さ,  $r_0$  は穿井管の半径,  $R$  は影響圏半径,  $\pi$  は円周率である。

岩石の割れ目から直接地表にわき出している温泉においても湧出口の高さを変えて湧出量を測定することは可能であるから, (2) 式の  $n$  を 1 または任意の常数とした場合における湧出口の高さと湧出量との關係を示す式を岩石の割れ目の中の流動について予め求めておけば, 実際に割れ目からわき出す温泉についての測定結果から  $n$  の値がどんな値であるかを推定することができる理である。

この目的のために実際に岩石の割れ目から水がわき出す場合を代表すると思われる次のような模型について, 湧出口の高さと湧出量との理論的關係をまず求めることにする。

1) 野満隆治・瀬野錦蔵・山下 馨; 別府温泉の湧出量と水頭との相関, 地球物理, 2 (昭 13), 260.

地下流路の模型は第2図に示した。ABDFIは地表から地下深くまで連なっている温泉水の上昇流路の地表付近の一部であって、それにFG, DE, BCの支脈があり、各枝の上端A, C, EおよびGから温泉が夫々湧出量 $V_0, V_1, V_3$ および $V_5$ だけ地表にわき出しているものとする。流管の断面の形はどんなものでもよいが、各枝または各幹毎に形と断面積は一樣であり、すなわち、(2)式の $\lambda$ の値は各幹、各枝について第2図に示したように、BAは $\lambda_0$ 、BCは $\lambda_1$ 、DBは $\lambda_2$ 、DEは $\lambda_3$ 、FDは $\lambda_4$ 、FGは $\lambda_5$ 、IFは $\lambda_6$ とする。分岐点B, D, Fおよび流路の下端Iにおける水圧を夫々 $p_2, p_4, p_6$ および $p_x$ とし、水圧は大気圧を0として測るものとする。高さの基準面としては任意の水平面XX'を用い、A, C, B, E, D, G, FおよびIの高さを夫々 $z_0, z_1, z_2, \dots, z_6$ および $z_x$ とおく。

前章の(1), (2)式を各流路に適用すれば

$$\text{流路 BA; } H_2 = z_0 + \lambda_0 V_0^n \quad (5)$$

$$\text{流路 BC; } H_2 = z_1 + \lambda_1 V_1^n \quad (6)$$

$$\text{流路 DB; } H_4 = H_2 + \lambda_2 (V_0 + V_1)^n \quad (7)$$

$$\text{流路 DE; } H_4 = z_3 + \lambda_3 V_3^n \quad (8)$$

$$\text{流路 FD; } H_6 = H_4 + \lambda_4 (V_0 + V_1 + V_3)^n \quad (9)$$

$$\text{流路 FG; } H_6 = z_5 + \lambda_5 V_5^n \quad (10)$$

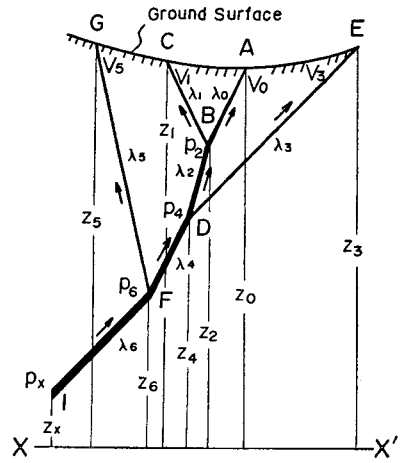
$$\text{流路 IF; } H_x = H_6 + \lambda_6 (V_0 + V_1 + V_3 + V_5)^n \quad (11)$$

$$\text{但し, } H_i = z_i + \frac{p_i}{\gamma} \quad (12)$$

が近似的に得られる。 $\gamma = \rho g$ であって、 $\rho$ は温泉水の密度、 $g$ は重力の加速度である。3つの流路DB, BA, BCの交点Bにおいて、DBの水圧を $p_{22}$ 、流速を $v_2$ 、BAの水圧を $p_{20}$ 、流速を $v_0$ 、BCの水圧を $p_{21}$ 、流速を $v_1$ とすれば、BERNOULLIの方程式により

$$\frac{p_{22}}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_{20}}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_{21}}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$$

なる関係が成立つ。この式において、 $\frac{p_{22}}{\gamma}$ 、 $\frac{p_{20}}{\gamma}$ 、 $\frac{p_{21}}{\gamma}$ は夫々数m以上の値である。後に述べるように、温泉がわき出る岩石の割れ目の厚さ $d$ は0.1~1.0 cm程度の値であるので、割れ目中の層流としての限界速度 $v_c$ の概値は(46)式から80~8 cm/secとなる。第2図流路の各枝の流速を大きく見積って、この限界速度の値を採用したとしても $\frac{v_c^2}{2g} = 3.2 \sim 0.03$  cmに過ぎず、



第2図 問題の湧出口附近の地下流路の模型

Fig. 2. Schematic representation of underground network of hot water passages in the neighborhood of a certain orifice.

$\frac{v_2^2}{2g}$ ,  $\frac{v_0^2}{2g}$ ,  $\frac{v_i^2}{2g}$  は夫々  $\frac{p_{22}}{r}$ ,  $\frac{p_{20}}{r}$ ,  $\frac{p_{21}}{r}$  に対して無視することができる。したがって、 $p_{22} \doteq p_{20} \doteq p_{21}$  であるから、これを  $p_2$  とおき、(5), (6) および (7) 式の  $H_2$  を互に等しくとった。

これは (7), (8) および (9) 式の  $H_4$  についても、(9), (10) および (11) 式の  $H_6$  についても全く同様である。

### 1. $n=1$ の場合

問題の湧出口を C とし、まず地表に近い 3 つの枝 DB, BA, BC について考える。(5), (6) および (7) 式から  $V_0$  と  $H_2$  を消去し、 $V_1=0$  に対する  $z_1$  すなわち静止水頭の高さを  $h_1$  とおき C における湧出口の高さ  $z_1$  に対する湧出量  $V_1$  を求めると

$$V_1 = \frac{h_1 - z_1}{(\lambda_{02} + \lambda_1)} = \frac{(\lambda_0 + \lambda_2)}{(\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_{01} + \lambda_2)} (h_1 - z_1) \quad (13)$$

を得る。但し、

$$\lambda_{ij} \equiv \frac{\lambda_i \lambda_j}{\lambda_i + \lambda_j} \quad (14)$$

である。

次に DE, FD の枝を加えて考える。(5)~(9) 式から  $V_0$ ,  $V_3$ ,  $H_2$ ,  $H_4$  を消去し、 $V_1=0$  に対して  $z_1=h_1$  とおいて湧出量  $V_1$  と湧出口の高さ  $z_1$  との関係を求めると

$$V_1 = \frac{(\lambda_0 + \lambda_2 + \lambda_{34})(h_1 - z_1)}{(\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_{01} + \lambda_2 + \lambda_{34})} \quad (15)$$

を得る。

更に FG, IF まで拡げて考えると

$$V_1 = \frac{\left\{ \lambda_0 + \lambda_2 + \frac{\lambda_3(\lambda_4 + \lambda_{56})}{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_{56}} \right\} (h_1 - z_1)}{(\lambda_0 + \lambda_1) \left\{ \lambda_{01} + \lambda_2 + \frac{\lambda_3(\lambda_4 + \lambda_{56})}{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_{56}} \right\}} \quad (16)$$

を得る。

故に、 $n=1$  の場合に問題の湧出口 C については、(13), (15) および (16) 式から判るように、湧出口の高さ  $y$  と湧出量  $Q$  との関係は

$$Q = K_2 (h - y) \quad (17)$$

で表わされ、 $y$  の変化に対し  $Q$  は負の直線関係で変化することが判る。但し、 $h$  はその湧出口に対する静止水頭の高さ、 $K_2$  は各流路の  $\lambda$  に関する常数である。

(17) 式の関係は他の湧出口に対しても同様に成立する。何故なれば、もし問題の湧出口が C の代わりに A の場合には (13), (15) および (16) 式中の  $V$ ,  $h$ ,  $z$  および  $\lambda$  の suffix の 1 と 0 とを入れ換えれば、 $z_0$  の高さを変化させた場合の  $V_0$  の変化が得られるが、これはよく似た関係である。また、問題の湧出口が E であつて、流路が、BA, BC, DB, DE および FD である場合の例をあげると

$$V_3 = \frac{(\lambda_{01} + \lambda_2 + \lambda_4)(h_3 - z_3)}{(\lambda_3 + \lambda_4)(\lambda_{01} + \lambda_2 + \lambda_{34})} \quad (18)$$

である。

すなわち、(17)式の関係はどの湧出口に対しても成立するが、(15)式と(18)式とを比較してみると判るように常数  $K_2$  は湧出口毎に異なる値である。

後に述べるが、定山溪においては湧出量が付近の他の泉源に比べて微小な泉源について実測を行なった。微小な湧出量を  $V_1$  とし、付近の湧出量を  $V_0$  とすれば、(5)と(6)式において  $z_1$  と  $z_0$  は同じ程度の高さとすれば、 $\lambda_0 V_0$  と  $\lambda_1 V_1$  も同じ程度の値であるから  $V_1 \ll V_0$  であることは  $\lambda_1 \gg \lambda_0$  であることを意味する。したがって  $\lambda_1$  に対し  $\lambda_0$  を無視すれば  $\lambda_{01} \simeq \lambda_0$  であるから、(13)、(15)および(16)式の  $K_2$  の値はいずれも

$$K_2 \simeq \frac{1}{\lambda_1} \quad (19)$$

となり、模型の複雑さに関係なく一定値となる。微小な湧出量を  $V_3$  とし付近の泉源の湧出量を  $V_1$  または  $V_0$  とすれば、全く同様に(18)式から

$$K_2 \simeq \frac{1}{\lambda_3} \quad (20)$$

となる。すなわち、これらの場合の  $K_2$  の値は実測を行なった湧出口に連なる末端の枝の  $\lambda$  の逆数になっている。

## 2. $n \neq 1$ の場合

$n \neq 1$  の場合には(5)~(11)式から任意の湧出口の湧出量を explicit の形で求めることは一般にはむづかしい。しかし、一般に1温泉地域には多くの泉源があり、その内の1つの泉源の湧出量は、付近にある他の多くの泉源の湧出量の和に対しては微小と考えられる場合が多い。故に、ここでは第2図の流路において IF, FD, DB, BA は主脈で流量が大きく、FG, DE および BC は支脈で流量  $V_5, V_3$  および  $V_1$  は微小であるとする。したがって、BA の流量  $V_0$  は  $V_1, V_3$  および  $V_5$  に比較して非常に大きいから

$$(V_0 + V_1)^n \simeq V_0^n, (V_0 + V_1 + V_3)^n \simeq V_0^n, (V_0 + V_1 + V_3 + V_5)^n \simeq V_0^n$$

とし、支脈の BC, DE, FG の  $\lambda$  の値  $\lambda_1, \lambda_3, \lambda_5$  は主脈の  $\lambda$  の値に比較して非常に大きいため  $\lambda_1 V_1^n, \lambda_3 V_3^n$  および  $\lambda_5 V_5^n$  は無視できない量であるとする。

このような仮定の下に(5)~(11)式を解き、湧出口 A, C, E および G の静止水頭の高さを夫々  $h_0, h_1, h_3$  および  $h_5$  とすれば

$$V_0^n \simeq \frac{h_0 - z_0}{\lambda_0 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_6} \quad (21)$$

$$V_1^n \simeq \frac{h_1 - z_1}{\lambda_1} \quad (22)$$

$$V_3^n \simeq \frac{h_3 - z_3}{\lambda_3} \quad (23)$$

$$V_s^n \approx \frac{h_s - z_s}{\lambda_s} \tag{24}$$

を得る。

すなわち、 $n \neq 1$  で問題の泉源の湧出量が微小である場合、または  $n \neq 1$  で問題の泉源の湧出量だけが他の泉源の湧出量よりも非常に多量である場合の湧出口の高さ  $y$  とその湧出量  $Q$  との関係は、 $h$  を静止水頭高、 $K_s$  をその湧出口についての常数とすれば

$$Q^n \approx K_s (h - y) \tag{25}$$

の形 ( $n$  次の拋物線) で近似的に表わすことができる。

第3図は横軸に湧出口の高さ  $y$  をとり、縦軸にそれに対応する湧出量  $Q$  をとって、 $n=1$  の場合における (17) 式の関係と  $n \neq 1$  の場合における (25) 式の関係とを模型的に示したものである。

岩石の割れ目からわき出る温泉につき  $Q$  と  $y$  との関係を実測し、第3図に相当する図をつくれば、その関係が負の直線関係であれば  $n=1$ 、曲線となれば  $n \neq 1$  であることが推定される。

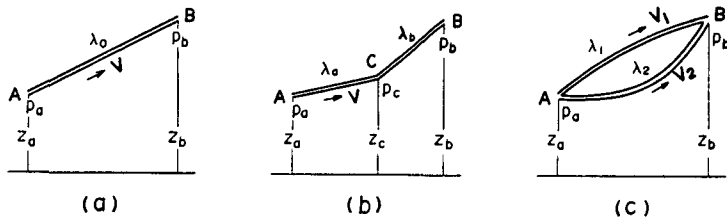
### 3. 採用した模型の一般性についての検討

実際の岩石の割れ目中の温泉水流路は複雑なものと思われるが、ここに採用した簡単な模型 (第2図) が  $n=1$  の場合に問題の湧出口付近の流路の一般的模型であるかどうかについて検討を加えてみよう。

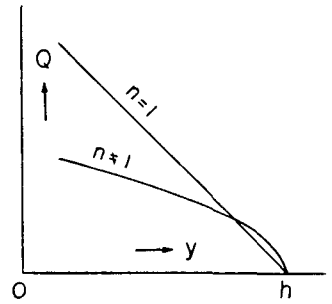
(1) 第2図の模型では割れ目の分枝または分岐点間の幹の各々については流管の断面の形および面積は等しいと仮定した。このような任意の1つの枝または幹をとり出して第4図 (a) の流路 AB とし、流れは A から B へ向っているものとする。流量を  $V$ 、摩擦項を  $\lambda_0 V$  とし、A、B における水圧を夫々  $p_a, p_b$ 、高さを夫々  $z_a, z_b$  とする。しかし、実際には第4図 (b) のように流路の途中の C 点を境として流路の状態が異なっており、 $\lambda$  の値は AC については  $\lambda_a$ 、CB については  $\lambda_b$  であったとする。C 点の水圧を  $p_c$ 、高さを  $z_c$  とおく。

模型の場合に (1) 式を適用すれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} = z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda_0 V \tag{26}$$



第4図 (Fig. 4.)



第3図  $Q$ - $y$  図による  $n=1$  または  $n \neq 1$  の判別法の説明図

Fig. 3. Schematic representation of a method of distinction between  $n=1$  and  $n \neq 1$  by  $Q$ - $y$  diagram.

実際の場合には、AC および CB に対し、C 点の直前直後の水圧は 34 頁最上段に述べたと同様の理由で近似的には等しく  $p_c$  であることに注意すれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} \simeq z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \lambda_a V \quad (27)$$

$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} \simeq z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda_b V \quad (28)$$

であるから、(27) 式と (28) 式とを辺々加えれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} \simeq z_b + \frac{p_b}{\gamma} + (\lambda_a + \lambda_b) V \quad (29)$$

となるから (29) 式と (26) 式を比較すれば

$$\lambda_0 = \lambda_a + \lambda_b \quad (30)$$

であればよい。すなわち、模型の  $\lambda_0$  の値を  $\lambda_a$  と  $\lambda_b$  の和になるようにしておけばよい。一般に、1 枝の流路が  $m$  個の異なった断面の流路  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  の接続したものであれば

$$\lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_m \quad (31)$$

のように  $\lambda_0$  の値をとっておけば少しも一般性は失なわれない。

(2) 模型では 1 本の流路 AB (第 4 図 (a)) であるが、実際は第 4 図 (c) のように A で  $\lambda_1, \lambda_2$  なる 2 枝に分岐し B で再び合流して流量  $V$  となっているとする。夫々の流量を  $V_1, V_2$  とし  $p_a, p_b$  について 34 頁最上段と同様の考慮を行なえば、2 枝の枝に対し

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} \simeq z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda_1 V_1 \quad (32)$$

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} \simeq z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda_2 V_2 \quad (33)$$

となる。(32) 式に  $\frac{1}{\lambda_1}$  を掛け、(33) 式に  $\frac{1}{\lambda_2}$  を掛けて辺々加えると

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} = z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} V \quad (34)$$

を得る。この式と模型についての (26) 式と比較すれば

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \lambda_{12} \quad (35)$$

すなわち、模型流路の  $\lambda_0$  の値を (35) 式を満足するようにとっておけばよい。一般に A で  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  の  $m$  本に分岐し B で合流している場合には

$$\lambda_0 = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \dots + \frac{1}{\lambda_m}} \quad (36)$$

であるから、 $\lambda_0$  の値を (36) 式のようにしておけば一般性は失われない。

(3) 第 2 図の模型の地表へわき出している枝のうちで、問題の湧出口を除いた任意の枝の

1つをとり出して、第5図(a)のAB'とする。B'は湧出口であつて湧出量を $V_0$ 、Aの水圧を $p_a$ 、高さを $z_a$ 、Bの高さを $z_b$ 、流路AB'の $\lambda$ の値を $\lambda_0$ とすれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} = z_b' + \lambda_0 V_0 \quad (37)$$

が成立する。しかし、実際には第5図(b)に示したように流路AC、CBおよびCDの3流路

から成立っていてDから $V_3$ だけわき出し、Bから $V_1$ だけわき出し、その和は模型と同じく $V_0$ であり、枝CB、AC、CDの $\lambda$ の値を $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ とする。Cの水圧を $p_c$ 、BおよびCの高さを夫々 $z_b$ および $z_c$ 、Dの高さを $z_d$ とすれば

$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \lambda_2 V_0 \quad (38)$$

$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} \simeq z_b + \lambda_1 V_1 \quad (39)$$

$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} \simeq z_d + \lambda_3 V_3 \quad (40)$$

$$V_1 + V_3 = V_0 \quad (41)$$

となる。(38)~(41)式から

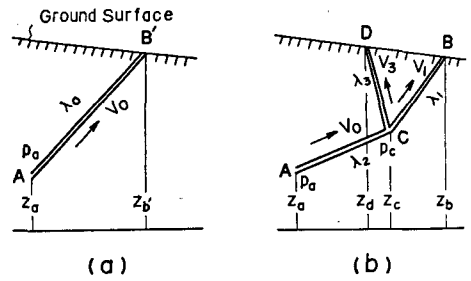
$$z_a + \frac{p_a}{\gamma} \simeq \lambda_{13} \left( \frac{z_b}{\lambda_1} + \frac{z_d}{\lambda_3} \right) + (\lambda_{13} + \lambda_2) V_0 \quad (42)$$

が得られるから、模型についての(37)式と比較すれば

$$\left. \begin{aligned} z_b' &= \lambda_{13} \left( \frac{z_b}{\lambda_1} + \frac{z_d}{\lambda_3} \right) \\ \lambda_0 &= \lambda_{13} + \lambda_2 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

となる。すなわち模型の $z_b'$ 、 $\lambda_0$ の値を(43)式のように予めとっておけばよい。更に、いくつもの枝がABの途中で分れている場合も同様に取扱うことができる。したがって、多くの枝をもつ流量の大きい1流路があつて、その中に問題の湧出口が含まれていない場合には、これを模型では1本の枝で代表させても一般性は失われない。

(4) 本章第1節に述べたように、模型を段々複雑にしてゆくと、(13)、(15)および(16)式から判るように $K_2$ の値も段々変化してゆく。しかし、(13)式の $\lambda_2$ の代りに $\left( \lambda_2 + \frac{\lambda_3 \lambda_4}{\lambda_3 + \lambda_4} \right)$ を入れると(15)式となり、 $\left\{ \lambda_2 + \frac{\lambda_3 (\lambda_4 + \lambda_{56})}{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_{56}} \right\}$ を入れると(16)式が得られる。すなわち、(13)式の $\lambda_2$ はより深い所の割れ目の状態を代表していると考えれば、問題の湧出口を含む最も簡単なDB、BA、BCの3つの枝の模型を採用しても一般性は失われない。FD、DB、BA、DE、BCの5つ

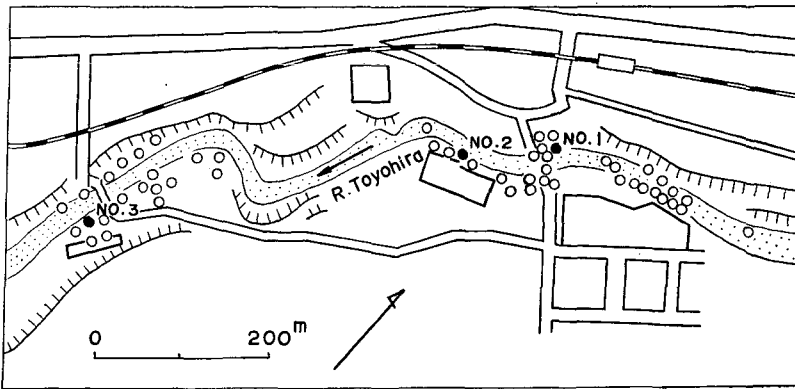


第5図 (Fig. 5.)

の枝の模型についても、 $\lambda_i$  をより深い所の割れ目の状態を代表していると考えれば一般性は失われない。

**IV. 岩石の割れ目からわき出る温泉について行なった  
湧出口の高さと湧出量との関係の測定結果**

第 II 章 (2) 式の  $n$  の値が割れ目からわき出る温泉についてどのような値であるかを知るためには、割れ目からわき出る温泉湧出口の高さ  $y$  を変化させて、それに対応する湧出量  $Q$  がどうなるかを第 3 図のように調べればよいことが第 III 章の考察から判ったので、温泉が岩石の割れ目から直接わき出していることので確かな 3 カ所の温泉地についてこの実測を行なった。



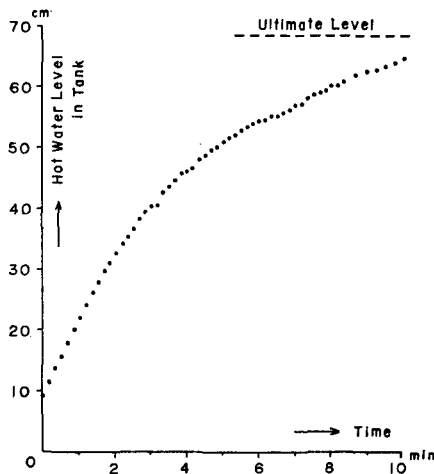
第 6 図 定山溪における温泉の分布図 (白丸), 黒丸は  $Q$ - $y$  関係を測定した泉源の位置

Fig. 6. Map showing distribution of hot springs (white circles) in Jōzankei. Black circles indicate the sites of orifice where  $Q$ - $y$  relation is observed.

**1. 定山溪温泉ときわ旅館泉源**

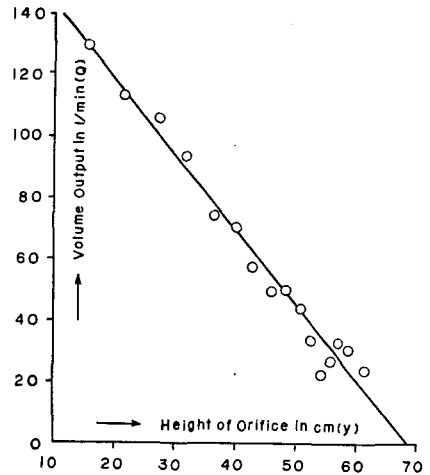
定山溪温泉には現在 52 の湧出口が認められているが (第 6 図中白丸), 豊平川岸または川底の石英斑岩の多くの細い割れ目からわき出している。ときわ旅館温泉 (第 6 図黒丸 No. 1, 温度 79.6°C) は川岸の石英斑岩の割れ目から湧出しているが、温泉をとまなう割れ目の部分は自然のままとし、四周をコンクリートの枠で囲い貯湯タンクとしており、必要により電動ポンプにて揚湯して使用している。測定は昭和 32 年 7 月 25 日北大地球物理学教室の中尾欣四郎氏の助力を得て行なったが、先ずタンク側方の栓を抜いて貯湯クンク内の温泉水位を下げ、再び栓をし、割れ目からの温泉ゆう出によって自然に水位を上昇させ、タンクの一様な断面積 ( $9.95 \times 10^3 \text{ cm}^3$ ) の範囲についてフロートを用いた簡単な読取式水位計によって、一定時間毎に (最初 10 秒, 最後は 15 秒) 水位の高さを測定した。

第 7 図は横軸に測定開始からの時間をとり、縦軸にはそれに対応する水位をとって図示したものである。次に、測定の最初から 30 sec 毎の水位を横軸にとり、その時刻の前後 30 sec す



第7図 定山溪ときわ温泉における  
水位回復曲線

Fig. 7. Recovering curve of water level at orifice No. 1 (Fig. 6) in Jōzankei hot spring.



第8図 定山溪ときわ泉源における湧出量  
Qと湧出口の高さyとの関係

Fig. 8. Relation between height of orifice  $y$  and the corresponding volume output  $Q$  at the orifice No. 1 in Jōzankei hot spring.

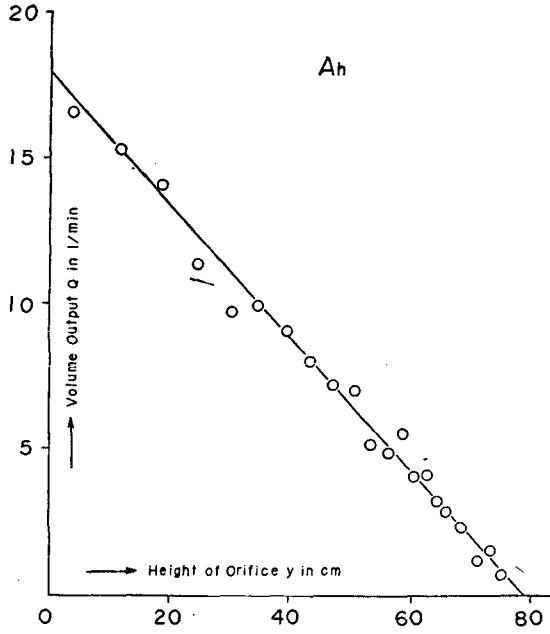
なわち1 min間の水位の平均上昇速度  $\frac{dy}{dt}$  から平均湧出量  $Q$  (上昇速度にタンクの断面積を掛けるとその水位に対する湧出量になる) を計算して、縦軸にとって図示したものが第8図である。図から判るように、湧出量  $Q$  と水位  $y$  (湧出口の高さと考えてもよい) との間には図中実線で示したように負の直線関係が認められた。この直線を延長して  $Q=0$  (または  $\frac{dy}{dt}=0$ ) に対する  $y$  の値を  $h$  とおけば、(17) 式と全く同様の関係であり、この場合、この泉源に固有な常数として  $K_2=40.5 \text{ cm}^2/\text{sec}$  が得られた。

## 2. 定山溪 Ah および Bh 泉源

昭和39年8月の定山溪温泉調査<sup>2)</sup>の際、Ah 泉源(第6図黒丸 No. 2) および Bh 泉源(黒丸 No. 3)において、石英斑岩の細い割れ目(幅1~2 m, 厚さ1~3 mm程度の割れ目)から少量の温泉がわき出している所を選んで、長さ100 cm, 内径14.8 cmの塩化ビニール製円筒を鉛直に立て、その下端を温泉が比較的多くわき出している口にかぶせて、円筒内部以外には洩水しないよう速結セメントで固め円筒内部に温泉水が上昇して水頭が停止するように設置した。まず円筒下端に付けた栓を抜いて円筒内の温泉水を全部流出させた後、再び栓をして円筒内を上昇する温泉水位の時間に対する変化を前例の場合と同様な方法で測定し、その水位  $y$  に対する上昇速度  $\frac{dy}{dt}$  に円筒の断面積を掛けて湧出量  $Q$  を計算した。第9図および第10図は泉源 Ah および Bh について第8図と同様に湧出量  $Q$  と水位  $y$  との関係を示したものであるが、これらの場合にも、常数  $K_2$  の値は Ah で  $3.78 \text{ cm}^2/\text{sec}$ , Bh で  $4.38 \text{ cm}^2/\text{sec}$  で異なった値ではあ

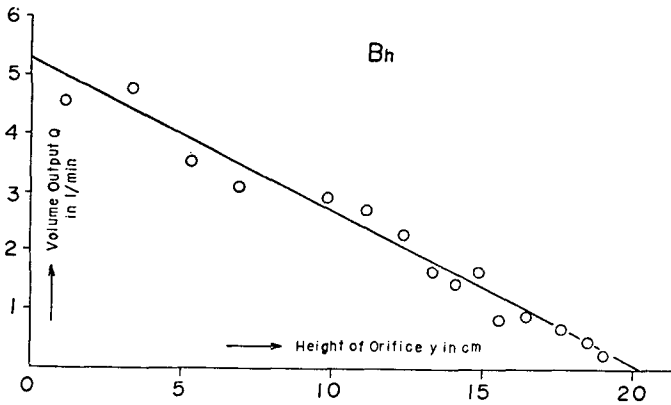
2) 福富・須川・徳永・大槻・三好・和気・愛沢; 定山溪温泉調査(昭和39年8月)報告, 札幌市商工部観光課編 定山溪温泉調査報告(昭39), 1.

るが、(17)式に示される負の直線関係が成立っていることを認めた。この測定は主に大槻栄、三好日出夫両君によって行なわれたものである。



第9図 定山溪 No. 2 泉源における湧出量  $Q$  と湧出口の高さ  $y$  との関係

Fig. 9. Relation between height of orifice  $y$  and the corresponding volume output  $Q$  at the orifice No. 2 in Jōzankei hot spring.

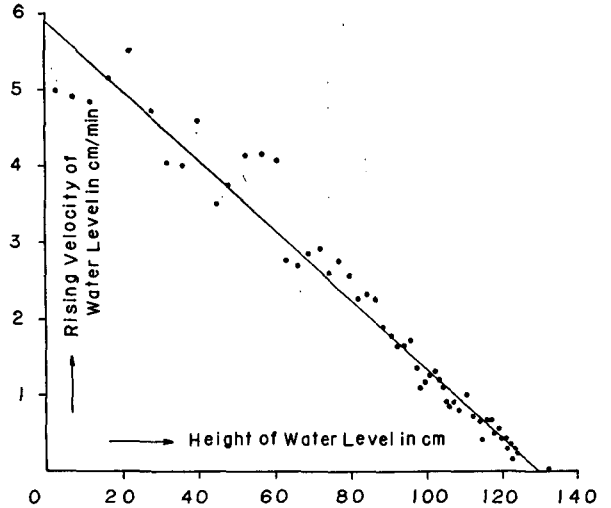


第10図 定山溪 No. 3 泉源における湧出量  $Q$  と湧出口の高さ  $y$  との関係

Fig. 10. Relation between height of orifice  $y$  and the corresponding volume output  $Q$  at the orifice No. 3 in Jōzankei hot spring.

### 3. 北海道カルルス温泉の一泉源

カルルス温泉の主な泉源は、集塊岩を、川が開析侵蝕した部分にあり、集塊岩の割れ目から湧出する。測定を行なった泉源は共同浴場の川岸側にあり、その構造の概略は温度 52°C の温泉を伴う集塊岩の割れ目の上を覆う厚さ凡そ 1.5 m の堆積層の底まで直径 1 m ぐらいの掘井戸を地表から掘り下げ、その周囲の壁は洩水をなくすためにセメントで隙間を防いだ玉石積みとなっていた。測定は昭和 35 年 8 月 6 日に行なったが、まず電動ポンプにより井戸内部の温泉水を汲出して水位を下げ、ポンプを停止後漸次上昇する水位を前に述べたと同様に簡単な水位計で 2 分毎に測定し、任意の水位に対する水位の上昇速度  $\frac{dy}{dt}$  を計算した。第 11 図は  $\frac{dy}{dt}$  と  $y$  との関係を示したものであるが、この場合にも (17) 式の関係が成立していることが認められた。

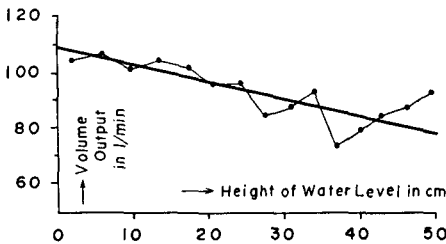


第 11 図 カルルス温泉の 1 泉源における温泉水位の上昇速度  $\frac{dy}{dt}$  と水位  $y$  との関係

Fig. 11. Relation between height of orifice  $y$  and the corresponding ascending velocity of water level  $\frac{dy}{dt}$  at an orifice in Karurusu hot spring.

### 4. 青森県馬門温泉鶴の湯

馬門温泉鶴の湯は、温度 38.1°C、温泉は面積  $55.0 \times 10^3 \text{ cm}^2$  の浴槽の底に露出している流紋



第 12 図 馬門温泉鶴の湯における湧出量  $Q$  と湧出口の高さ  $y$  との関係

Fig. 12. Relation between height of orifice  $y$  and the corresponding volume output  $Q$  at Tsuru-no-yu orifice in Makado hot spring.

岩の割れ目から湧出する。測定は昭和 25 年 7 月 23 日に行なったが、まず浴槽内の湯を汲出して水位を下げ、汲出をやめて後上昇する水位を 30 秒毎に浴槽の縁に鉛直に立てた物指で読みとった。これから任意の水位  $y$  に対する水位の上昇速度  $\frac{dy}{dt}$  と湧出量  $Q$  を計算し、第 12 図にそれらの関係を示した。浴槽があまり深くないため静止水頭に近い水位に対する測定を行なうことができなかったが、測定範囲では図に点線で示したように (17) 式の関係が近似的には成立っており、 $K_2$  の値は  $10.3 \text{ cm}^2/\text{sec}$  であることが判った。

V. 岩石の割れ目のなかの温泉水の流動を  
示す基本式の水頭損失項

第 III 章の理論式と第 IV 章の実測結果の比較から、岩石の割れ目のなかの温泉水の流動において (2) 式は  $n=1$ , すなわち水頭の損失項  $E$  は

$$E = \eta v = \lambda V \quad (44)$$

で表わされることが確かめられたので、次に  $\eta$  または  $\lambda$  がどんな常数であるかを吟味しよう。

流路のなかの水頭の損失は、流速のほかに流路の断面の形・長さおよび水の粘性に関することは推察されることである。流路の断面の形は温泉が岩石の割れ目からわき出す状況を観察することによって手がかりが得られる。定山溪温泉などはこの観察に最も適当な場所であるが、温泉が岩石の割れ目からわき出す状況は割れ目の比較的一局部にやや集中し割れ目のなかの温泉水の流路が管状をなしているのではないかと考えられる場合と、割れ目の厚さは数 mm 以下で幅は数 m 以上の細長い割れ目の部分からはほぼ一様にわき出し、割れ目のなかを sheet 状をなして流動していると考えられる 2 つの場合がある。

前者の理想の場合として直径  $d$  長さ  $l$  の直管中の層流を考えると HAGEN-POISEUILLE の法則により  $E$  は

$$E = \frac{32\nu l v_m}{g d^2} = \frac{8\pi\nu l}{g S^2} V \quad (45)$$

で表わされる。但し、 $\nu$  は水の動性粘性係数、 $g$  は重力の加速度、 $v_m$  は管内の平均流速、 $V$  は流量、 $S$  は管の断面積である。このような流れが層流であるためには、その平均流速  $v_m$  は次式で与えられる限界速度  $v_c$  より小でなければならない。

$$v_c = \frac{2000\nu}{d} \quad (46)$$

但し、2000 は直管の Critical REYNOLDS number である。したがって、流量  $V$  は次式で示される限界流量  $V_c$  より小でなければ (45) 式は成立しないことになる。

$$V_c = 500\pi\nu d \quad (47)$$

第 IV 章に述べた定山溪の 3 温泉では、No. 1 が温度  $\theta = 79.5^\circ\text{C}$ , 湧出量  $Q = 130 \ell/\text{min}$ , No. 2 が  $\theta = 74.5^\circ\text{C}$ ,  $Q = 17.6 \ell/\text{min}$ , No. 3 が  $\theta = 79.5 \sim 80^\circ\text{C}$ ,  $Q = 5.2 \ell/\text{min}$  であった。いま温度を  $80^\circ\text{C}$  とすれば  $\nu = 0.0041$  となる。観察によれば、 $d$  の値は  $0.1 \sim 1 \text{ cm}$  であったが非常に大きく見積って  $d = 10 \text{ cm}$  とすれば、(47) 式から限界流量  $V_c = 64 \text{ cc/sec} = 3.9 \ell/\text{min}$  となる。すなわち、湧出量は  $3.9 \ell/\text{min}$  より小でなければ層流とならないはずである。しかし、実測から  $n=1$  すなわち層流であることが期待された定山溪 3 泉源の湧出量がこの値よりはるかに大きい値であることは不合理である。

次に、本章の初めに述べた 2 つの場合の後者の理想の場合として、流路の断面が間隙  $d$  で

幅  $b$  なる細長い矩形断面 ( $b \gg d$ ) で層流の場合を考える。

計算に便利のため岩石中の割れ目が水平である場合を考え、したがって流動方向を水平とし  $x$  軸をこの方向にとり、これに直角な幅の方向も水平であるとする。鉛直上方に  $y$  軸をとり、第 13 図のように細い間隙の中央の水平面上に  $y$  の座標原点をとる。この流れの中に、図のように、長さ  $dx$ 、厚さ  $dy$ 、幅  $b$  なる微小な直方体を取り、その内側面の速度を  $v$  とすれば外側面の速度は  $v + \frac{\partial v}{\partial y} dy$  であるから、内側面に働く粘力は  $\mu$  を水の粘性係数とすれば  $\mu \frac{\partial v}{\partial y}$  であり、外側面に働く粘力は  $\mu \frac{\partial}{\partial y} \left( v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right)$  である。また、この直方体の左側面に働く圧力を  $p$  とすれば、右側面に働く圧力は  $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$  であるから、この直方体に働く総ての力の釣り合いから

$$bdy \left\{ p - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right\} = bdx \left\{ \mu \frac{\partial v}{\partial y} - \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right) \right\}$$

が得られる。これを整理すれば

$$\frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2 v}{dy^2} \quad (48)$$

となる。

第 1 図の流管 AB を水平と考え、流れの方向に  $x$  軸をとり、長さを  $l$  とし、その断面の形を上述した厚さ  $d$ 、幅  $b$  の矩形と考えれば (1) 式から

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{p_a - p_b}{l} = - \frac{rE}{l} \quad (49)$$

であるから、これを (48) 式に代入すれば

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = - \frac{rE}{\mu l} \quad (50)$$

となる。この微分方程式を  $y=0$ ;  $\frac{dv}{dy}=0$ ,  $y=\frac{d}{2}$ ;  $v=0$  という境界条件を満足するように解けば、

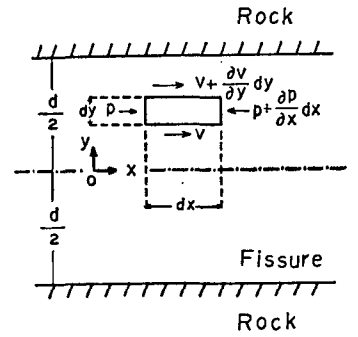
$$v = \frac{rE}{8\mu l} (d^2 - 4y^2) \quad (51)$$

が得られる。従って断面全域の平均流速を  $v_m$  とすれば

$$v_m = \frac{2}{d} \int_0^{\frac{d}{2}} v dy = \frac{rEd^2}{12\mu l} \quad (52)$$

であるから、断面積  $S = bd$  および  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  であることに留意し流量を  $V$  とすれば

$$E = \frac{12\nu l v_m}{gd^2} = \frac{12\nu l V}{gbd^3} = 12 \left( \frac{b}{d} \right) \frac{\nu l}{gS^2} V \quad (53)$$



第 13 図 岩石の割れ目中の水の流動についての説明

Fig. 13. Flow of water through a fissure in rock.

が得られる。但し  $b \gg d$  の場合である。

この流管にも直管の限界レイノルツ数がそのまま適用できるものとして限界流量の概値を求めてみると

$$V_c = \frac{2000\nu}{d} \times bd = 2000\nu b \quad (54)$$

となるから、前例の定山溪温泉の場合において  $b=1\text{ m}$  とすれば  $V_c=49\text{ l/min}$ ,  $b=5\text{ m}$  では  $V_c=246\text{ l/min}$ ,  $b=10\text{ m}$  では  $V_c=492\text{ l/min}$  の程度となる。したがって、間隙の細かい割れ目の幅が  $3\text{ m}$  以上とすれば前の 3 実例の湧出量を説明することは充分可能であり、割れ目の幅をこの程度の値とすることは現地観察の結果からも妥当と思われる。

すなわち、岩石の割れ目の中の温泉水の流路は数  $\text{m}$  またはそれ以上の幅をもつ薄い帯状の間隙であって、流動による水頭低下の項  $E$  は近似的には (53) 式で表わされ、したがって  $\lambda$  は近似的には

$$\lambda = \frac{12\nu l}{gbd^3} \quad (55)$$

で示されることになる。

次に、岩石の割れ目の中の温泉水の流路について  $\lambda$  がどの程度の値であるかを調べてみよう。前章に述べたように岩石の割れ目から温泉がわき出る場合に、或る泉源の湧出量が付近の泉源の湧出量に比較して微小であれば、その泉源の  $K_2$  の値は湧出口を末端とする地下流路の  $\lambda$  の逆数になっている。定山溪における Ah (No. 2) および Bh (No. 3) は前に述べたようにこの条件を満足している。したがって、これらの  $\lambda$  の値は夫々  $0.265\text{ sec/cm}^2$  および  $0.228\text{ sec/cm}^2$  となる。これらの泉源については温泉がわき出る割れ目の大きさを直接観察することができたが、 $d$  は  $0.1\sim 0.2\text{ cm}$  の範囲で、 $b$  は  $3\text{ m}$  程度であった。前に述べた温度  $80^\circ\text{C}$  に対する  $\nu = 0.0041$  と、これらの値を (55) 式に代入して流路の枝の長さ  $l$  の概値を推定してみると、Ah では  $16\sim 126\text{ m}$ , Bh では  $14\sim 109\text{ m}$ , を得る。すなわち、流路の枝の長さは数十  $\text{m}$  程度であったことが判る。

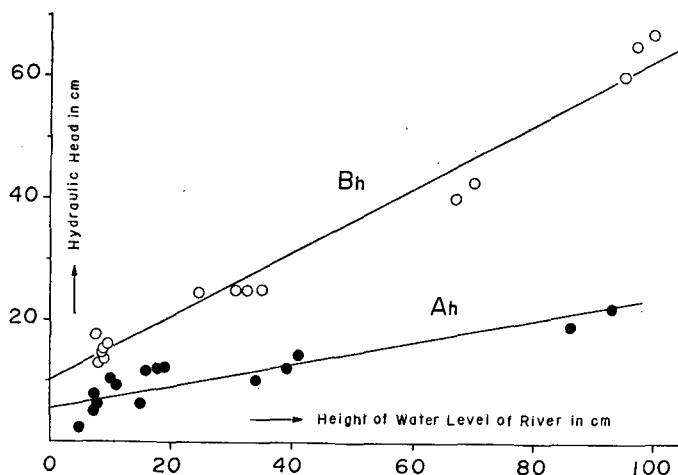
定山溪ときわ泉源、馬門温泉鶴の湯では  $\lambda$  の値は夫々概略  $0.025\text{ sec/cm}^2$  および  $0.097\text{ sec/cm}^2$  で Ah, Bh における値に比較して大きい値であった。一般に、湧出量の微小な温泉は  $\lambda$  の値が大きい傾向があるのは静止水頭の地上の高さが普通  $0$  から数  $\text{m}$  の範囲にあることが多いことによるのであろう。この理由については別報<sup>3)</sup> に述べたいと思う。

## VI. 応 用 例

上に述べた理論を応用した 1 例を以下に示そう。さきに述べた定山溪温泉の Ah および Bh 泉源では、その静止水頭が傍を流れる豊平川の水位の増減に伴って変化することが測定の

3) 福富孝治; 未発表 (北大地球物理学研究報告 15 号に公表の予定)

結果<sup>4)</sup>明らかにされている。第14図はこの関係を示したものであるが、静止水頭高は川水位の変化と正の直線関係で変化している。定山溪では川底の石英斑岩の割れ目の諸所から温泉がわき出して川水に混合していることが知られている。



第14図 定山溪温泉 No. 2 および No. 3 泉源の静止水頭と附近の豊平川水位との関係

Fig. 14. Relation between height of hydraulic head at the orifice No. 2 or No. 3 in the Jōzankei hot spring and that of water level of Toyohira river in the neighborhood of these orifices.

この静止水頭と川水位との関係を、第2図の模型を用いて理論的に説明しよう。第2図のBA, BC, DB, DE, FDの5つの流路において、CをAhあるいはBh湧出口とし、Aを川底にわき出している温泉の湧出口（湧出口の上に川水があるため実質的にはその部分の川水面が湧出口となる）、Eで付近の他の温泉を代表させるものとする。また、FDによってそれより深い部分の割れ目を代表させる。

(5)~(9)式において $n=1$ として、 $H_2, H_4, V_0, V_3$ を消去してCの湧出量 $V_1$ を求めると

$$V_1 = \frac{\lambda_0 \left( \frac{H_6}{\lambda_4} + \frac{z_3}{\lambda_3} \right) + (\lambda_2 + \lambda_{34}) z_0 - (\lambda_0 + \lambda_2 + \lambda_{34}) z_1}{(\lambda_0 + \lambda_1) (\lambda_{01} + \lambda_2 + \lambda_{34})} \quad (56)$$

となる。 $V_1=0$ に対するCの湧出口の高さ、すなわち静止水頭高を $z_1=h_1$ とおけば

$$h_1 = \frac{\lambda_0 \left( \frac{H_6}{\lambda_4} + \frac{z_3}{\lambda_3} \right) + (\lambda_2 + \lambda_{34}) z_0}{\lambda_0 + \lambda_2 + \lambda_{34}} \quad (57)$$

が得られる。 $z_0$ は川底にわき出している温泉の湧出口の高さ、すなわち川水位であるから、(57)式から川岸のAhまたはBhの静止水頭高 $h_1$ は川水位と正の直線関係で変化することが判る。

4) 前出2)

川底にわく温泉を A の代りに E とし、川水位を  $z_3$  と考えても同様な関係があることは (57) 式から明らかである。

## VII. 結 語

北海道では総数のおよそ 60% に当る温泉が岩石の割れ目から直接あるいはそれに近い状態でわき出している。層状泉として知られている温泉も地下深くでは岩石の割れ目を伝って上昇していると考えられる。故に、岩石の割れ目の中の温泉水がどんな法則に従って流動しているかを知ることは極めて大切なことであるが、筆者の知る限りでは従来この方面の研究は全く行なわれていなかった。

帯水層から穿井によってわき出る温泉については湧出量と湧出口の高さとの間には負の直線関係があることが認められていたが、筆者は岩石の割れ目から直接わき出る温泉についても同様の関係があることを数カ所の温泉の実測結果から確かめた。そして岩石の割れ目の中の温泉水の流動は近似的に流路の各部分について

$$\left. \begin{aligned} z_a + \frac{p_a}{\gamma} &= z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda V \\ \text{但し} \quad \lambda &= \frac{12\nu l}{gbd^3} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

で近似的に表わし得ることを導いた。但し、 $z_a$  および  $z_b$  はその流路部分の上流の端 A および下流の端 B における高さ、 $p_a$  および  $p_b$  は夫々 A および B における水圧、 $V$  は流量、 $\gamma = \rho g$  で  $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力の加速度、 $\nu$  は温泉水の動性粘性係数、 $d$  は割れ目の平均の厚さ、 $b$  は割れ目の平均の横幅、 $l$  はその流路部分の長さである。

将来岩石の割れ目から直接わき出る温泉についての実測値を更に加えるとともに、この流動式を種々の問題に適用してゆきたい考えである。

終りに臨みこの研究に要した費用の一部は、文部省科学研究費によつたことを記し謝意を表す。

### 3. Flow of Hot Water through Fissures in Underground Rock

By Takaharu FUKUTOMI

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

Hot springs of about 60% of the total numbers of these in Hokkaido discharge from fissures in underground rock. Hot springs are occasionally obtained by artesian wells drilled through confined aquifers at shallow depth, but origin of the hot water is supposed to be that ascending through a fissure in underground rock from the deep. In this point of view, it is very important for the study of hot springs to make clear the law which

regulates the flow of hot water through fissures in underground rock. In spite of the importance of study in this field, it has hardly been carried out in the past, so far as the writer is aware of.

Existence of a negative linear relation between height of orifice of a hot spring and the corresponding volume output is known with regard to hot springs of the confined aquifer type. The writer acknowledged that the similar relation holds fairly well in the case of hot springs discharging directly from fissures in underground rock as shown in Figures 8-12. And he ascertained that flow of hot water through a segment of a fissure in an underground rock can be approximately expressed by the following equations:

$$\left. \begin{aligned} z_a + \frac{p_a}{\gamma} &= z_b + \frac{p_b}{\gamma} + \lambda V \\ \lambda &= \frac{12\nu l}{gb d^3} \end{aligned} \right\}$$

where  $z_a$  and  $z_b$  are respectively the height of the upper and the lower stream ends of the segment,  $p_a$  and  $p_b$  are respectively the water pressure of each ends,  $V$  the rate of discharge,  $\gamma = \rho g$ ,  $\rho$  the water density,  $g$  the gravity acceleration,  $\nu$  the kinematic coefficient of viscosity of water,  $d$  the mean thickness of the fissure,  $b$  the mean lateral wide of the fissure and  $l$  the length of the segment measured along the flow direction.