HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	3. 被圧層状温泉における相互影響と枯渇現象の理論的研究
Author(s)	福富, 孝治
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 15, 33-48
Issue Date	1966-03-14
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.15.33
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13905
Type	departmental bulletin paper
File Information	15_p33-48.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

3. 被圧層状温泉における相互影響と枯渇現象の理論的研究

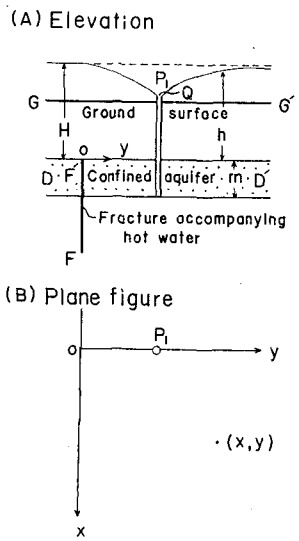
福富孝治
(北海道大学理学部地球物理学教室)
— 昭和40年10月受理 —

I. 研究の目的

地下深くから上昇する温水の通路となる岩石の割れ目が地下浅いところにある水平な被圧帯水層にまで達している場合には，その割れ目から温水が帯水層に広がって分布していることが多く，このような地域では割れ目を中心として付近に自然または boring によって温泉が得られている。このような温泉を層状温泉と呼んでおく。

北海道では主要な温泉の多くは被圧状態でわき出しているが，その総数のおよそ4割に相当する温泉は層状温泉（例　洞爺湖温泉，十勝川温泉，糠平温泉）である。一般に，泉源間の相互影響が大きく，あるいは全般的に枯渇がおこっているのは層状温泉に多いようである。

この問題は実用の見地から大切であるが，あまり研究が進んでいない。特に枯渇現象については全く理論的研究がなかったと言っても過言でないと思う。本論文においては層状温泉における泉源相互間の影響度と枯渇現象について理論的考察を試みた。



第1図　層状温泉の地下構造略図

Fig. 1. Schematic representation of underground structure in the neighborhood of a hot spring of confined aquifer type.

II. 枯渇現象のない場合，層状温泉における井戸付近の水頭低下と他井への影響

1. 1本の井戸が存在する場合

第1図(A)は立面図である。GG′を地面，DD′は地下にある水平な被圧帯水層でその厚さを m，透水係数を κ とする。FF′は地下深くから温水を導く岩石中の鉛直な割れ目で図のように帯水層にまで達しているものとし，帯水層も割れ目も図に垂直な方向には無限に広がっているものとする。最初に1つの掘抜井 P_1（半径 r_0）があって温水を Q だけ自噴している場合を考え，井戸の深さは帯水層の基底にまで達し帯水層の部分には管に無数の小孔があって水が自由に出はいりできるものとする。帯水層の上面において井戸（半径 r_0）の中心から割れ目へ垂線を引きその長さを b_1，

その垂線の足を座標の原点0とし，原点から第1図(B)(平面図)のように割れ目と帯水層との交線に沿って x 軸を，原点から井戸の中心に向う方向に y 軸をとる。帯水層に接触する割れ目の部分の温水の水頭の帯水層上面からの高さは常に H とし，井戸が無い場合には帯水層中の任意の点 (x, y) の水頭も H であるが，井戸がある場合には h^* であるとする。また，井戸のゆう出口の高さを h_0 とする。

定常状態における被圧帯水層中の任意の点 (x, y) の水頭 h についての基礎方程式は

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}=0 \tag{1}$$

であるから，(1)式を上に述べた境界条件

$$\left.\begin{aligned} &y=0\,;\ h=H \\ &x=\infty \ \text{または}\ y=\infty\,;\ h=H \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

および

$$x^2+(y-b_1)^2=r_0^2\,;\ h=h_0 \qquad (h_0 \text{はゆう出口の高さ}) \tag{3}$$

を満足するように解けばよいことになる。

この問題を解く一つの手段として，まず，割れ目がなくて帯水層が水平方向に無限に広がっている場合を考え，y 軸上の任意の1点 $(0, a)$ に無限小の半径をもつ井戸をおき，この点から任意の点 (x, y) までの距離を r とし，この井戸を中心とする水頭分布の基礎方程式を円筒座標で表わすと

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}=0 \tag{4}$$

となる。(4)式を積分すれば

$$r\frac{\partial h}{\partial r}=C_1 \qquad (C_1 \text{は常数}) \tag{5}$$

である。この井戸からも Q だけ自噴しているとすれば，少なくとも井戸のすぐ近くではDARCYの法則により

$$2\pi r m\kappa\frac{\partial h}{\partial r}=Q \tag{6}$$

なる関係が成立つ。$\kappa m \equiv T$ (T: 透水量係数)，π は円周率である。(5)式と(6)式を比較すれば積分常数 C_1 は

---

* 一般に $h=z+\frac{p}{\rho g}$ で表わされる。z は帯水層の高さ，p は水圧，ρ は水の密度，g は重力の加速度である。この場合には，水平な帯水層を考えているから z は一定であるので，帯水層上面を高さの基準面とし，$h=\frac{p}{\rho g}$ すなわち h を圧力水頭と考えている。

$$C_1=\frac{Q}{2\pi T} \tag{7}$$

となる。さらに(5)式を積分すると

$$h=\frac{Q}{2\pi T}\log r+C_2 \tag{8}$$**

を得る。C_2は積分常数である。ここで(8)式を$x-y$座標を用いて表わすと次式を得る。

$$h=\frac{Q}{2\pi T}\log\{x^2+(y-a)^2\}^{\frac{1}{2}}+C_2 \tag{9}$$

(9)式は(1)式の特解であるから

$$h=\frac{Q}{4\pi T}\log\left\{\frac{x^2+(y-a)^2}{x^2+(y+a)^2}\right\}+C_3 \tag{10}$$

も特解である。この式において$C_3=H$とおけば(10)式は境界条件(2)を満足する。境界条件(3)を満足するためには$a=(b_1^2-r_0^2)^{\frac{1}{2}}$とすればよい。

いま，割れ目上の水頭の高さあるいは井戸のない場合の帯水層中の水頭の高さHから測った任意の点(x, y)の水頭までの水頭の沈下をsで表わし，Hから井戸のゆう出口までの高さの差をs_0とすれば

$$s=H-h=\frac{Q}{4\pi T}\log\left\{\frac{x^2+(y+\sqrt{b_1^2-r_0^2})^2}{x^2+(y-\sqrt{b_1^2-r_1^2})^2}\right\} \tag{11}$$

が求める解で，割れ目からb_1の距離に中心をもつ半径r_0の井戸でQだけゆう出しているとき任意の点(x, y)における水頭の沈下sを与える式である。

また，ゆう出口の高さh_0とゆう出量Qとの関係は次式で与えられる。

$$s_0=H-h_0=\frac{Q}{4\pi T}\log\left\{\frac{b_1+\sqrt{b_1^2-r_0^2}}{b_1-\sqrt{b_1^2-r_0^2}}\right\} \tag{12}$$

一般に，$b_1\gg r_0$であるから

$$s_0=H-h_0\simeq\frac{Q}{2\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_0}\right) \tag{13}$$

としてさしつかえない。

(11)式において井戸P_1からQだけわきだしたことによる水頭低下sの等しい点の軌跡は，f^2を$\frac{b_1+\sqrt{b_1^2-r_0^2}}{b_1-\sqrt{b_1^2-r_0^2}}\geqq f^2\geqq 1$である任意の常数とすれば

$$\frac{x^2+(y+\sqrt{b_1^2-r_0^2})^2}{x^2+(y-\sqrt{b_1^2-r_0^2})^2}=f^2 \tag{14}$$

であればよい。これを変形すれば

** この論文で使用した log 記号はすべて自然対数である。

$$x^2+\{y-(b_1^2-r_0^2)^{\frac{1}{2}}(f^2+1)/(f^2-1)\}^2=\{2f(b_1^2-r_0^2)^{\frac{1}{2}}/(f^2-1)\}^2 \tag{15}$$

となって円形であることが判る。ただし，その中心の座標は

$$x=0,\quad y=(b_1^2-r_0^2)^{\frac{1}{2}}(f^2+1)/(f^2-1)\simeq b_1(f^2+1)/(f^2-1) \tag{16}$$

その半径は

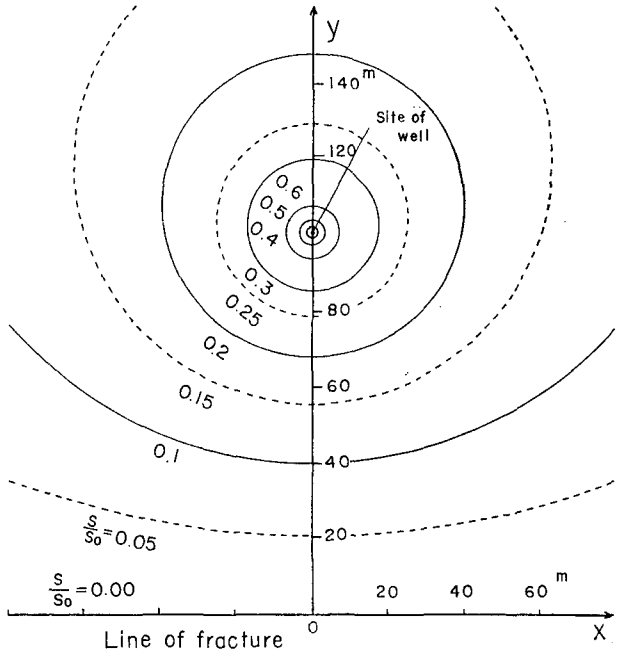
$$2f(b_1^2-r_0^2)^{\frac{1}{2}}/(f^2-1)\simeq 2b_1f/(f^2-1) \tag{17}$$

である。

(11) 式と (13) 式とから

$$f\simeq\left(\frac{2b_1}{r_0}\right)^{\frac{s}{s_0}} \tag{18}$$

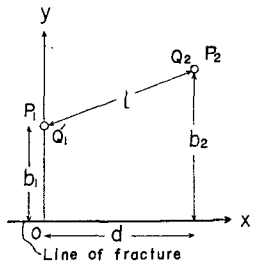
となるから，b_1, r_0 および s/s_0 が与えられれば f がきまり，(16) 式と (17) 式から s/s_0 に対応する円の中心の位置と半径が求められる。第 2 図は 1 例として $b_1=100$ m, $r_0=5.08$ cm (直径 4 吋) である場合，s/s_0 が 0.5, 0.4, 0.3, 0.25, 0.2, 0.15, 0.10, 0.05, 0.0 に対応する等沈下曲線を



第 2 図　井戸の付近における水頭の等沈下曲線
($b_1=100$ m, $r_0=5.08$ cm の場合)

Fig. 2. Curves of equal draw down of piezometric height in the neighborhood of an artesian well, in the case $b_1=100$ m and $r_0=5.08$ cm.

示したものである。



第3図
Fig. 3.

2. 2本の井戸が存在する場合

次に2本の井戸 P_1 および P_2 が存在する場合を考える。座標軸は前と同様とし，両井の中心の位置をそれぞれ $(0,\ b_1)$ および $(d,\ b_2)$，両井の半径をそれぞれ r_{01} および r_{02}，ゆう出量をそれぞれ Q_1' および Q_2，両井間の距離を l とする（第3図参照）。P_1 および P_2 によってひき起された任意の点 $(x,\ y)$ における水頭低下 s' は次式で表わされる。

$$s'=\frac{Q_1'}{4\pi T}\log\left\{\frac{x^2+(y+\sqrt{b_1^2-r_{01}^2})^2}{x^2+(y-\sqrt{b_1^2-r_{01}^2})^2}\right\}+\frac{Q_2}{4\pi T}\log\left\{\frac{(x-d)^2+(y+\sqrt{b_2^2-r_{02}^2})^2}{(x-d)^2+(y-\sqrt{b_2^2-r_{02}^2})^2}\right\} \quad (19)$$

さて，$b_1\gg r_{01}$，$b_2\gg r_{02}$ であることに留意して，P_1 井の壁 $x^2+(y-b_1)^2=r_{01}^2$ における水頭低下 s_0' を微小項を捨てて求めると

$$s_0'\simeq\frac{Q_1'}{4\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)^2+\frac{Q_2}{4\pi T}\log\left(\frac{l^2+4b_1b_2}{l^2}\right) \quad (20)$$

が得られる。

P_1 井を自噴井とすれば，そのゆう出口の高さ h_{01} は一定で，したがって P_1 井だけが存在した場合の P_1 井内の水頭低下 $s_0=H-h_{01}$ と P_1 および P_2 両井が存在するときの P_1 井内の水頭低下 $s_0'=H-h_{01}$ とは等しい。ゆえに，(13)式と(20)式とから

$$\frac{Q_1}{2\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)=\frac{Q_1'}{4\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)^2+\frac{Q_2}{4\pi T}\log\left(1+\frac{4b_1b_2}{l^2}\right) \quad (21)$$

となる。ただし，Q_1 は P_1 井だけが存在するときのゆう出量である。P_2 井が新しく生じたための P_1 井のゆう出量の減少を ΔQ_1 とすれば

$$\Delta Q_1=Q_1-Q_1'$$

であるから

$$\Delta Q_1=Q_2\frac{\log\left(1+\frac{4b_1b_2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)} \quad (22)$$

または

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_1}=\frac{Q_2}{Q_1}\cdot\frac{\log\left(1+\frac{4b_1b_2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)} \quad (23)$$

を得る。(22)式は自噴井 P_1 だけがあって Q_1 をゆう出していたが，P_2 井が新しくできて Q_2 をゆう出あるいは揚湯したため P_1 井にゆう出量の減少 ΔQ がおこったことを示しており，(23)式は同様の場合に P_1 井の以前のゆう出量 Q_1 に対して減少量 ΔQ_1 が何割であるかを示す式であ

って，(22)式の ΔQ_1 を影響量，$\Delta Q_1/Q_2$ を影響度，(23)式の $\Delta Q_1/Q_1$ を被影響度と仮に呼んでおく。

もし初めから P_1 および P_2 井が存在し，P_2 井が ΔQ_2 だけ増量した場合は，(22)，(23)式の Q_2 の代りに ΔQ_2 を入れ，ΔQ_1 を P_2 井の増量に対する P_1 井の影響量と考えればよい。(22)，(23)両式から判るように，一様な性質の帯水層であれば，影響量・影響度・被影響度には帯水層の透水係数とか厚さは関係なく，P_1 井の半径，両井の割れ目からの距離および両井間の距離が関係することは注意すべきである。例えば，従来1温泉地域では影響度が一定値となる両井間の距離はおよそ一定のように考える向きがあったが，層状温泉の場合一般にはあてはまらない。しかし，(22)式から判るように，温泉群が割れ目から充分隔っている特別の場合には，この温泉群に対しては b_1 と b_2 はほぼ等しく一定値とみなされるから井戸の半径が等しければ影響度が一定値を示す両井間の距離はほぼ一定となるのである。

(22)式において P_2 井が P_1 井に及ぼす影響度 $\Delta Q_1/Q_2$ の値が一定な P_2 井の軌跡は

$$\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)^{\frac{\Delta Q_1}{Q_2}} \equiv f_1 \tag{24}$$

とおけば

$$d^2+\{b_2-b_1(f_1^2+1)/(f_1^2-1)\}^2 = \{2f_1b_1/(f_1^2-1)\}^2 \tag{25}$$

なる円となるが，その中心の座標は $[0,\ b_1(f_1^2+1)/(f_1^2-1)]$，半径は $2f_1b_1/(f_1^2-1)$ である。これらの値は(16)，(17)式と全く同形で，ただ f の代りに f_1 となっている。(24)式と(18)式を比較すれば，(18)式の s/s_0 の代りに $\Delta Q_1/Q_2$ を入れればよいことになる。したがって，第2図の曲線は $b_1=100$ m，$r_{01}=5.08$ cm の場合に影響度 $\Delta Q_1/Q_2$ あるいは $Q_1=Q_2$ であれば P_1 井の被影響度 $\Delta Q_1/Q_1$ が 0.5，0.4，0.3，0.25，0.2，0.15，0.1，0.05，0.0 に対応する P_2 井の軌跡であると考えて差支えない。

特別な場合として，(1) $b_2=b_1$ の場合と，(2) P_2 井が P_1 井と同じく y 軸上にあり，したがって $b_2=b_1\pm l$ である2つの場合，b_1 と $\Delta Q_1/Q_2$ の種々の値に対する l の値を計算して第1表に示した。(2)の場合は同じ b_1 と $\Delta Q_1/Q_2$ の値に対し l の極大値と極小値を与える。第4図は(1)の場合を，横軸に影響度 $\Delta Q_1/Q_2$ ($Q_2=Q_1$ のときには被影響度と考えてよい) をとり縦軸に P_1，P_2 両井間の距離 l をとり，b_1 を 50 m から 2000 m の範囲で変化させたときの $\Delta Q_1/Q_2$ と l との関係を図示したものである。第5図は横軸に P_1 井から割れ目までの距離 b_1 をとり縦軸に l をとって，$\Delta Q_1/Q_2=0.1$ における $b_2=b_1-l$，$b_2=b_1$ および $b_2=b_1+l$ の場合の b_1 と l との関係を示したものである。ただし，$r_{01}=5.08$ cm とした。

3. n 個の井戸が存在する場合

n 個の井戸が存在する場合には(21)式を拡張して次式を得る。

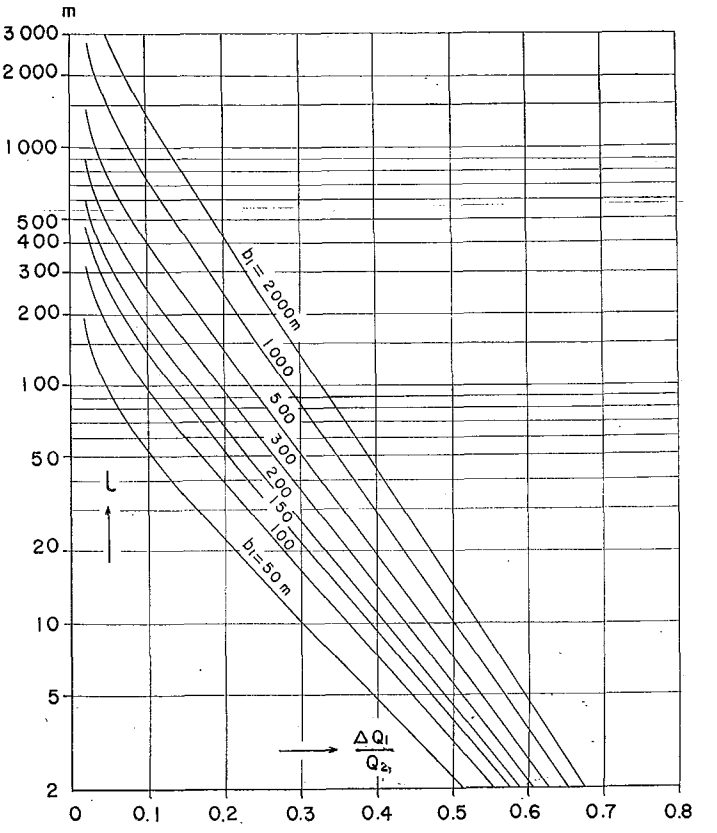
$$Q_1' = Q_1-k_{12}Q_2-k_{13}Q_3-\cdots-k_{1n}Q_n \tag{26}$$

ただし，

第1表 P_2 井が P_1 井に与える影響度 $\Delta Q_1/Q_2$ に対する両井間の距離 l (単位 m)

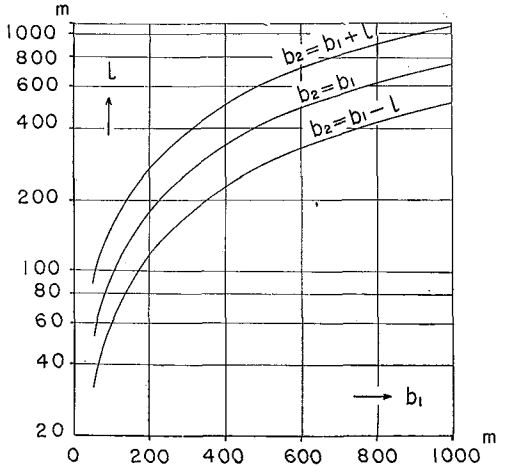
Table 1. Distance l (m) between P_1 well and P_2 well for changes of discharge interference factor $\Delta Q_1/Q_2$ and of distance b_1 of P_1 from fracture.

$\Delta Q_1/Q_2$		b_1 (m)							
		50	100	150	200	300	500	1000	2000
0.02	$b_2=b_1\mp l$	46～610	92～1112	137～1578	182～2030	272～2913	451～4566	895～8470	1775～15820
	$b_2=b_1$	168	319	465	608	889	1434	2754	5300
0.05	$b_2=b_1\mp l$	41～217	80～390	118～551	156～707	231～1003	379～1562	741～2870	1452～5280
	$b_2=b_1$	94	176	255	332	481	769	1459	2770
0.10	$b_2=b_1\mp l$	32～88	61～155	89～217	116～275	169～386	271～592	516～1063	979～1916
	$b_2=b_1$	53	97	139	179	255	400	740	1369
0.20	$b_2=b_1\mp l$	18.0～28.1	32～47	45～64	57～80	80～109	122～161	215～274	380～469
	$b_2=b_1$	22.5	39	54	67	93	140	243	422
0.30	$b_2=b_1\mp l$	9.3～11.4	15.4～18.2	21～24	25～29	34～38	49～54	80～87	131～141
	$b_2=b_1$	10.3	16.7	22	27	36	52	84	136
0.40	$b_2=b_1\mp l$	4.6～5.1	7.0～7.6	9.0～9.6	10.8～11.4	13.8～14.4	18.8～19.5	28.6～29.5	44～45
	$b_2=b_1$	4.8	7.3	9.3	11.0	14.1	19.2	29.0	44.0
0.50	$b_2=b_1\mp l$	2.2～2.3	3.1～3.2	3.9～4.0	4.5～4.6	5.5～5.6	7.1～7.2	10.0～10.1	14.2～14.3
	$b_2=b_1$	2.26	3.2	3.9	4.5	5.50	7.13	10.1	14.3
0.60	$b_2=b_1\mp l$	1.04～1.07	1.38～1.40	1.63～1.65	1.83～1.85	2.15～2.17	2.65～2.66	3.49～3.50	4.61～4.62
	$b_2=b_1$	1.06	1.39	1.64	1.84	2.16	2.65	3.5	4.61
0.70	$b_2=b_1\mp l$	0.49～0.50	0.61	0.69	0.75	0.84～0.85	0.99	1.21	1.50
	$b_2=b_1$	0.49	0.61	0.69	0.75	0.85	0.99	1.21	1.50
0.80	$b_2=b_1\mp l$	0.23	0.27	0.29	0.31	0.33	0.37	0.40	0.48
	$b_2=b_1$	0.23	0.27	0.29	0.31	0.33	0.37	0.40	0.48
0.90	$b_2=b_1\mp l$	0.11	0.12	0.12	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16
	$b_2=b_1$	0.11	0.12	0.12	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16
1.00	$b_2=b_1\mp l$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	$b_2=b_1$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05



第4図 第1の自噴井があったところに第2の井戸ができてその量が Q_2 であったとき，第1の井戸の湧出量の減少 ΔQ_1 と Q_2 との比と両井間の距離 l との関係（ただし，$b_1=b_2$，$r_{01}=5.08$ cm の場合）

Fig. 4. Relation between decrease of volume output of the first well for unit discharge of the second well $\Delta Q_1/Q_2$ and distance between both wells in the case of $b_1=b_2$, when the second well discharging Q_2 is newly drilled.



第5図 影響度が $\Delta Q_1/Q_2=0.1$ であるための両井間の距離 l と P_1 井から割れ目までの距離 b_1 の値

Fig. 5. Relation between the distance of P_1 well from the fracture b_1 and the distance of P_1 well from P_2 well l, in the case of $\Delta Q_1/Q_2=0.1$

$$k_{1n}=\log\left\{(l_{1n}^2+4b_1b_n)^{\frac{1}{2}}/l_{1n}\right\}\Big/\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right) \tag{27}$$

である。また，l_{1n} は P_1 井と P_n 井間の距離，b_n は P_n 井から割れ目までの距離，k_{1n} は P_n 井が P_1 井に直接及ぼす影響度であるが，これを影響係数と呼ぶ。Q_1 は P_1 井だけがゆう出する場合のゆう出量で，Q_1' は P_1 井のほか P_2 から P_n までの井戸がそれぞれ $Q_2\cdots Q_n$ をゆう出しているときの P_1 井のゆう出量である。

(26) 式は十勝川温泉の研究[1]において他の考えから導いた式と全く同形であるが，十勝川の場合にはこの影響係数 k_{1n}' は

$$k_{1n}'=\log(R/l_{1n})/\log(R/r_{01}) \tag{28}$$

で R はいわゆる影響圏半径で常数であったが，その物理的意味はあまり明かでなかった。十勝川温泉は層状温泉であって各泉源間の距離は温水を地下深くから導く割れ目から各泉源までの距離に比較して小さいことに留意して，(27) 式と (28) 式を比較すれば $R\simeq 2b_1$ ということになる。すなわち，温泉群から割れ目までの距離が充分大きい層状温泉の場合には (28) 式は成立するが，一般の層状温泉には (27) 式を用いるのが適当である。

初め $P_1, P_2\cdots P_{n-1}$ の $(n-1)$ 個の井戸があってそれぞれ温水をゆう出していたところに，新たに P_n 井ができて Q_n をゆう出した場合における P_1 井のゆう出量の減少 ΔQ_1 は (21) 式を拡張すれば

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+\frac{\Delta Q_2}{Q_n}k_{12}+\frac{\Delta Q_3}{Q_n}k_{13}+\cdots+\frac{\Delta Q_n}{Q_n}k_{1(n-1)}=k_{1n} \tag{29}$$

ただし，

$$k_{ij}=\log\left\{(l_{ij}^2+4b_ib_j)^{\frac{1}{2}}/l_{ij}\right\}\Big/\log\left(\frac{2b_i}{r_{0i}}\right) \tag{30}$$

で表わされる。ここに，$\Delta Q_2, \Delta Q_3, \cdots\Delta Q_{n-1}$ は $P_2, P_3, \cdots P_{n-1}$ 井のゆう出量の減少で，l_{ij} は i 井と j 井間の距離，b_i および b_j はそれぞれ P_i 井および P_j 井から割れ目までの距離，r_{0i} は P_i 井の半径である。k_{ij} を P_j 井が P_i 井に及ぼす影響係数と定義する。

$P_2, P_3, \cdots P_{n-1}$ 各井のゆう出量の減少 $\Delta Q_2, \Delta Q_3, \cdots\Delta Q_{n-1}$ についても全く同様に

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\Delta Q_1}{Q_n}k_{21}+\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\frac{\Delta Q_3}{Q_n}k_{23}+\cdots+\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}k_{2(n-1)}=k_{2n}\\
&\frac{\Delta Q_1}{Q_n}k_{31}+\frac{\Delta Q_2}{Q_n}k_{32}+\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}k_{3(n-1)}=k_{3n}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{\Delta Q_1}{Q_n}k_{(n-1)1}+\frac{\Delta Q_2}{Q_n}k_{(n-1)2}+\frac{\Delta Q_3}{Q_n}k_{(n-1)3}+\cdots+\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=k_{(n-1)n}
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

が得られる。k_{ij} は常数であるので (29) および (31) 式を連立方程式として解けば $\Delta Q_1/Q_n$,

1) 福富孝治・高橋勝；十勝川温泉における泉源相互間の影響度，北大地球物理学研究報告，**12** (昭 39), 113.

$\Delta Q_2/Q_n$, $\Delta Q_3/Q_n \cdots \Delta Q_{n-1}/Q_n$ は行列式として求められる。

しかし，実用上は k_{ij} の値は1よりかなり小さいので，k^3 以上の高次の項を捨てると近似的には

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_n} \simeq k_{1n} - k_{12}k_{2n} - k_{13}k_{3n} - \cdots - k_{1(n-1)}k_{(n-1)n} = k_{1n} - \sum_{j=2}^{n-1} k_{1j}k_{jn} \tag{32}$$

となる。一般に，P_i 井については

$$\frac{\Delta Q_i}{Q_n} \simeq k_{in} - \sum_{j} k_{ij}k_{jn} \tag{33}$$

ただし，j は $j<n$ なる正の整数で $j \neq i$ である。

すなわち，P_n 井が P_i 井に及ぼす影響度 $\Delta Q_i/Q_n$ は，(33) 式に示されるように，多くの井戸の影響係数の関数であるが直接の影響係数 k_{in} が主要項である。

4. 問題の P_1 井が自噴しない場合

P_1, $P_2 \cdots P_{n-1}$ の $(n-1)$ 個の井戸があって，それぞれ揚湯または自噴しているとしよう。ただし，P_1 井は揚湯井とする。次に P_n 井が新しくできて Q_n だけ自噴または揚湯したものとする。このために P_1, $P_2 \cdots P_{n-1}$ 各井の量が以前と比較してそれぞれ ΔQ_1, $\Delta Q_2 \cdots \Delta Q_{n-1}$ だけ減少したとすれば，P_1 井内の水頭沈下の増加 Δs_{01} は (20) 式を拡張して次式で与えられる。

$$\Delta s_{01} = \frac{\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)}{2\pi T}\left\{k_{1n}Q_n - (\Delta Q_1 + k_{12}\Delta Q_2 + \cdots + k_{1(n-1)}\Delta Q_{n-1})\right\} \tag{34}$$

いま，P_1 井を水位の観測井として揚湯をはじめからしなかったとすれば $\Delta Q_1 = 0$，また Δs_{01}, $\Delta Q_2 \cdots \Delta Q_{n-1}$, Q_n を測定したとすれば，割れ目の位置および P_1 井の半径が判っておれば (34) 式を用いて透水量係数 T を求めることができる。

III. 枯渇現象のある場合，層状温泉における井戸付近の水頭低下と他井への影響

1. 層状温泉における枯渇現象の原因

温水を地下深くから帯水層へ導く岩石中の割れ目においては流動抵抗があるため帯水層までわき出す温水の量は $K(H_0 - H)$ であることは別報[2]に述べた。ここに H_0 はこの割れ目から帯水層への温水の流出が全くないときの割れ目中の水頭の高さ，H は帯水層へ Q だけ流出しているときの割れ目中の水頭の高さ，K は比例常数であってその値は別報に述べたように，割れ目の形・大きさ・分枝および温水の動粘性係数などに関係する。

この論文で考えている割れ目は x 方向に無限に延長すると仮定しているが，現実には有限であって問題の温泉井群の存在区域の x 方向の幅に比較して充分大きければよい。

2) 福富孝治；岩石の割れ目中の温泉水の流動，北大地球物理学研究報告，**14** (昭 40), 31.

定常状態においては地下からの温水の補給量 $K(H_0-H)$ と帯水層への流出 Q は等しく

$$K(H_0-H)=Q \tag{35}$$

で表わされる。

すなわち，$Q=0$ の定常状態では $H=H_0$ であるが，帯水層中にいくつかの温泉井があって，そのゆう出量または揚湯量の合計を Q とすれば定常状態では

$$H=H_0-\frac{Q}{K} \tag{36}$$

なる水頭におちつく。Q がさらに大きくなれば H はさらに低い値におちつくことになる。H は温泉群から充分隔った帯水層中の水頭の高さに等しいから，(36) 式から判るように，新しい掘さくまたは各井の増量によって割れ目から帯水層へ供給される温水量が増加すると，割れ目および帯水層の水頭 H の低下が大きくなり，各井が自噴井であれば各井のゆう出量が少し減少し，各井が揚湯井であれば以前と同量を揚湯するためには電動 pump の馬力を少し増さねばならなくなる。一般に1個の新温泉の増加または1井の揚湯量の増加に対して水頭 H の低下はあまり目だたないが，多くの数の掘さくまたは各井の増量によって総温水量が増加すると水頭 H の低下は顕著となる。このような現象を温泉の枯渇といっている。水頭 H の低下は総温泉水量の増加に伴い必然的に起こる現象であるが，K の値が大きい場合には地下から温水の補給が大きいためゆう出する総温泉水量が非常に多量でないかぎり問題にならない。しかし，K の値が小であると H の低下が顕著となる。

K の値の大きさと温泉の水頭 H の低下とは逆関係であるので $D\equiv 1/K$ とおき，D を温泉の枯渇係数と定義する。(36) 式から

$$-\frac{dH}{dQ}=D \tag{36'}$$

となる。すなわち，枯渇係数 D は同一系統の層状温泉のゆう出量合計 Q が単位量だけ増加したときの割れ目中の水頭低下量である。D は一系統の温泉ごとに一定な値であって，$D=0$ では全く枯渇のない場合，D が大きければ枯渇の起りうる可能性の大きいことを意味する。

実際に枯渇の生じている程度を示す量は (H_0-H) であるが，これを F とおき，F を温泉の枯渇進行度と仮称する。F は (36) 式から

$$F\equiv H_0-H=DQ \tag{37}$$

となり，枯渇係数 D と総ゆう出量 Q との積で表わされる。すなわち，枯渇進行度の大きい温泉は，枯渇係数が大きいか，総ゆう出量が大きいか，両者共に大きい場合である。層状温泉に枯渇進行度の大きい温泉が多いようであるが，これは温泉のゆう出区域が広いため井戸の数が多く，したがって総ゆう出量が大きいことが原因であると思われる。

前章で取扱った枯渇のない場合は $K\to\infty$ すなわち $D=0$ の場合であるが，D が特に大きい温泉地をのぞき，温泉井数の増加が少ない期間では一般に適用可能であろう。

2. 枯渇のあるとき各井戸間の相互影響

最初 P_1, P_2, …P_{n-1} の $(n-1)$ 個の自噴井があって，それぞれ Q_1, Q_2, …, Q_{n-1} の量をゆう出しているものとする。新しく P_n 井ができて Q_n をゆう出したとする。ただし，そのときの各井のゆう出量を Q_1', Q_2', …Q_{n-1}' とする。定常状態において最初の場合の P_1 井内の水頭低下 s_{01} は (20) 式から判るように次式で与えられる。

$$s_{01}=\frac{Q_1}{2\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)+\frac{Q_2}{2\pi T}\log\left\{\frac{(l_{12}^2+4b_1b_2)^{\frac{1}{2}}}{l_{12}}\right\}+\cdots$$
$$+\frac{Q_{n-1}}{2\pi T}\log\left\{\frac{(l_{1(n-1)}^2+4b_1b_{n-1})^{\frac{1}{2}}}{l_{1(n-1)}}\right\}\tag{38}$$

P_n 井ができて定常状態に達した場合の P_1 井内の水頭低下 s_{01}' は

$$s_{01}'=\frac{Q_1'}{2\pi T}\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)+\frac{Q_2'}{2\pi T}\log\left\{\frac{(l_{12}^2+4b_1b_2)^{\frac{1}{2}}}{l_{12}}\right\}+\cdots$$
$$+\frac{Q_{n-1}'}{2\pi T}\log\left\{\frac{(l_{1(n-1)}^2+4b_1b_{n-1})^{\frac{1}{2}}}{l_{1(n-1)}}\right\}+\frac{Q_n}{2\pi T}\log\left\{\frac{(l_{1n}^2+4b_1b_n)^{\frac{1}{2}}}{l_{1n}}\right\}\tag{39}$$

となる。第 6 図において P_1 井のゆう出口の高さを h_0，前の場合の割れ目中の水頭の高さを H_1, 後の場合の割れ目中の水頭の高さを H_2, (H_1-H_2) すなわち P_n 井ができたための水頭低下を ΔH とおけば

$$s_{01}=H_1-h_0,\quad s_{01}'=H_2-h_0$$

であるから

$$s_{01}=s_{01}'+\Delta H\tag{40}$$

となる。いま

$$Q_1-Q_1'\equiv\Delta Q_1,$$
$$Q_2-Q_2'\equiv\Delta Q_2,\ \cdots,\ Q_{n-1}-Q_{n-1}'\equiv\Delta Q_{n-1}$$

とおいて，(38), (39) 両式を (40) 式に代入すれば

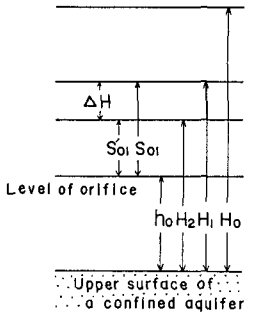
$$\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+k_{12}\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+k_{13}\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+k_{1(n-1)}\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=k_{1n}+\frac{2\pi T}{\log\left(\frac{2b_1}{r_{01}}\right)}\frac{\Delta H}{Q_n}\tag{41}$$

となる。ただし，k_{ij} は (30) 式で与えられる。

前の場合から後の場合への総ゆう出量の増加を δQ とすれば

$$\delta Q=Q_n-(\Delta Q_1+\Delta Q_2+\cdots+\Delta Q_{n-1})\tag{42}$$

である。また，(36)′ 式から



第 6 図 総湧出量の増加による割れ目内の水頭低下

Fig. 6. Draw down of piezometric height in the fracture due to increase of total volume output of springs.

$$\Delta H = D\cdot\delta Q \tag{43}$$

なる関係があるから (42) 式を (43) 式に代入して

$$\Delta H = DQ_n\left(1-\frac{\Delta Q_1}{Q_n}-\frac{\Delta Q_2}{Q_n}-\cdots-\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}\right) \tag{44}$$

を得る。

(44) 式を (41) 式に代入し，

$$\frac{2\pi TD}{\log\left(\frac{2b_i}{r_{0i}}\right)}\equiv\sigma_i \tag{45}$$

とおけば次式を得る。

$$(1+\sigma_1)\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+(k_{12}+\sigma_1)\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\cdots+(k_{1(n-1)}+\sigma_1)\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=(k_{1n}+\sigma_1) \tag{46}$$

いま，一般形として

$$\frac{k_{ij}+\sigma_i}{1+\sigma_i}\equiv\nu_{ij} \tag{47}$$

とおけば，(46) 式は

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+\nu_{12}\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\nu_{13}\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+\nu_{1(n-1)}\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=\nu_{1n} \tag{48}$$

となって (29) 式と全く同形となり，ただ (29) 式の k_{1j} の代りに ν_{1j} を入れればよい。

P_2, P_3, $\cdots P_{n-1}$ 井についても全く同様に

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{21}\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\nu_{23}\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+\nu_{2(n-1)}\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=\nu_{2n}\\
&\nu_{31}\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+\nu_{32}\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+\nu_{3(n-1)}\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=\nu_{3n}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\nu_{(n-1)1}\frac{\Delta Q_1}{Q_n}+\nu_{(n-1)2}\frac{\Delta Q_2}{Q_n}+\nu_{(n-1)3}\frac{\Delta Q_3}{Q_n}+\cdots+\frac{\Delta Q_{n-1}}{Q_n}=\nu_{(n-1)n}
\end{aligned}\right\} \tag{49}$$

となるので，(48), (49) 両式から $\Delta Q_1/Q_n$, $\Delta Q_2/Q_n$, $\cdots\Delta Q_{n-1}/Q_n$ を (32) 式と同様の形として求めることができる。ν_{ij} は 1 より小さいので，ν^3 以上の高次の項が無視できる場合には

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_n}\simeq\nu_{1n}-\nu_{12}\nu_{2n}-\nu_{13}\nu_{3n}-\cdots-\nu_{1(n-1)}\nu_{(n-1)n}=\nu_{1n}-\sum_{j=2}^{n-1}\nu_{1j}\nu_{jn} \tag{50}$$

一般に

$$\frac{\Delta Q_i}{Q_n}\simeq\nu_{in}-\sum_j\nu_{ij}\nu_{jn} \tag{51}$$

で与えられる。ただし，j は $j<n$ なる正の整数で $j\neq i$ である。はじめ $P_1, P_2, \cdots P_{n-1}$ の $(n-1)$ 個の自噴井があったが，新しく P_n 井ができて Q_n だけ自噴または揚湯したとすれば，P_1, P_2,

…P_{n-1} 井のゆう出量の減少 ΔQ_1, $\Delta Q_2 \cdots \Delta Q_{n-1}$ はそれぞれ Q_n に比例する。その比例常数は (50) 式または (51) 式で与えられる。比例常数の主な項は ν_{in} であるが，k_{in} が枯渇のないとき ($\sigma_i=0$) に P_n 井が P_i 井に及ぼす影響係数であったのに対し，ν_{in} は枯渇のあるときに P_n 井が P_i 井に及ぼす影響係数である。

たとえば，P_n 井が P_i 井に及ぼす影響度 $\Delta Q_i/Q_n$ は，(51) 式から判るように，多くの井戸の枯渇のあるときの影響係数の関数として与えられるのである。

一般に，層状温泉においては σ_i は1に比べてかなり小さく，特に温泉群が割れ目からかなり離れている場合には b_i が大きいので σ_i は小である。したがって，(47) 式から

$$\nu_{ij} \sim k_{ij} + \sigma_i \tag{52}$$

である場合が多いと思われる。k_{ij} は P_i 井と P_j 井間の距離が大きいと無視できるが，σ_i はこの距離には関係ないから，例えば P_i 井が P_j 井を含む他の井戸から充分隔っている場合の影響係数は σ_i となるわけである。この事を利用すれば σ_i を実測から求めることも可能な理である。

3. 問題の P_1 井が自噴しない場合の P_1 井内の水頭低下

P_1, P_2, …P_{n-1} の $(n-1)$ 個の井戸があって，それぞれ揚湯または自噴している場合を考える。ただし，P_1 井は揚湯井とする。次に P_n 井が新しくできて Q_n だけ自噴または揚湯したものとする。このために P_1, P_2, …P_{n-1} 各井の量が以前と比較してそれぞれ ΔQ_1, ΔQ_2, …ΔQ_{n-1} だけ減少したとすれば，P_1 井内の水頭沈下の増加 $\Delta s'_{01}$ は前章4項の水頭沈下 Δs_{01} に割れ目中の水頭低下の増加 ΔH を加えたものになる。すなわち

$$\Delta s'_{01} = \Delta s_{01} + \Delta H \tag{53}$$

である。これに (34) 式および (44) 式を代入すれば

$$\Delta s'_{01} = \frac{D}{\sigma_1}\left\{(k_{1n}+\sigma_1)Q_n - (1+\sigma_1)\Delta Q_1 - (k_{12}+\sigma_1)\Delta Q_2 - \cdots - (k_{1(n-1)}+\sigma_1)\Delta Q_{n-1}\right\} \tag{54}$$

を得る。

4. 枯渇係数 D の近似的推定法

温泉の枯渇係数 D を知ることはその温泉の開発のためおよび枯渇進行度 F を知るために大切なことであるが，割れ目中の水頭 H の変化を直接測ることはむずかしい。次に，間接的な1方法について考えてみる。

P_1 井は水頭低下を測定するため初めから揚湯をしないことにすれば (54) 式において $\Delta Q_1 = 0$。P_2, P_3, …P_{n-1} 井はいずれも自噴井とし P_n 井は自噴井あるいは揚湯井とする。(54) 式の ΔQ_2, ΔQ_3, …ΔQ_{n-1} に (51) 式の値を代入し，k, σ および ν の2乗以上の高次の項を捨てると

$$\Delta s'_{01} \simeq \frac{DQ_n}{\sigma_1}\left\{(k_{1n}+\sigma_1) - (k_{12}+\sigma_1)\nu_{2n} - (k_{13}+\sigma_1)\nu_{3n} - \cdots - (k_{1(n-1)}+\sigma_1)\nu_{(n-1)n}\right\} \tag{55}$$

いま，P_1 井が P_n 井および他井から充分隔った位置にあるとすれば $k_{1j} \simeq 0$ となるから (55) 式は

$$\Delta s'_{01} \simeq DQ_n(1 - \nu_{2n} - \nu_{3n} - \cdots - \nu_{(n-1)n}) \tag{56}$$

となる。P_1 を除いた各井はたがいにかなり近接した範囲にあるので(47)式において k_{ij} は σ_i に比較して大きいとして σ_i を k_{ij} に対して無視すれば第一近似として

$$\Delta s'_{01} \sim DQ_n(1-k_{2n}-k_{3n}-\cdots-k_{(n-1)n}) \tag{57}$$

を得る。k_{2n}, k_{3n}, $\cdots k_{(n-1)n}$ は各井の半径，井戸の間の距離，各井から割れ目までの距離が判っておれば(30)式によって計算されるので，P_n 井の量 Q_n とそれに対する P_1 井内の水頭低下の増加 $\Delta s'_{01}$ を測定すれば(57)式によって枯渇係数 D の値を近似的に求めることができる。

IV. 総括ならびに結語

被圧帯水層中に掘られた穿井から温水がゆう出しているいわゆる層状温泉についての従来の理論的研究では THIEM の定常理論を用いてなされたものが多かった。この場合には1つの井戸からある距離隔たるとその水頭に不合理を生ずる。また，地下浅いところに存在する被圧帯水層にどのようにして温水が供給されているかについても不問に付されていた。筆者は北海道の主要温泉の調査により，層状温泉の場合には地下深くからこの帯水層へ温水を供給する割れ目が存在することを認めた[3]。

この論文では地下に水平で厚さや透水係数の一様な被圧帯水層と地下深くから帯水層に温水を供給する鉛直な割れ目とが存在する第1図のような簡単な構造を想定して理論的考察を行なった。その結果を要約すれば次の様である。

まず，割れ目の帯水層に接する部分の水頭 H が常に一定である場合に対して

(1) 1つの井戸の周辺の水頭低下 s は(11)式で表わされること，またその井戸内の水頭沈下 s_0 とゆう出量 Q との関係は(13)式で示されることが判った。

(2) P_n 井が P_i 井に及ぼす影響度 $\Delta Q_i/Q_n$ は(33)式で示されるように多くの井戸の影響係数に関係する。一般に P_i, P_j 両井間の影響係数 k_{ij} は(30)式で表わされるが，影響係数は帯水層の性質には関係なく，両井間の距離，井戸の半径と井戸から割れ目までの距離によってきまることが判った。

次に，帯水層に接する割れ目の部分の水頭 H が地下深くからの補給量と帯水層へ流出する温水量によって変化する場合に対しては

(3) 温泉枯渇の原因は割れ目の中の水頭の高さ H の低下，すなわち温泉井から充分離れた帯水層中の水頭の高さの低下であるが，この水頭は地下深くからの温水補給量と地表へゆう出する総温泉水量の差によって定まり，その関係は(36)式で表わされることを指摘し，温泉の枯渇係数 D と枯渇進行度 F を定義した。

(4) 枯渇がおこっている場合，各井相互間の影響係数 ν_{ij} は(47)式および(45)式で与えら

3) 福富孝治；十勝川温泉について，北海道衛生部編北海道温泉調査報告，**1** (昭30), 21.
福富・藤木・須川；洞爺湖温泉付近の1m深地温調査，同上，**4** (昭32), 8.
福富孝治；糠平温泉調査報告，同上，**1** (昭30), 8.

れること，さらに温泉の枯渇係数の近似的推定法についても述べた。

この研究に要した費用の一部は文部省科学研究費によった。ここに記して謝意を表する。

3. Theoretical Study on Mutual Interference and Drain of Volume Outputs of Hot Springs Discharging from a Confined Aquifer.

By Takaharu FUKUTOMI
(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

Results of investigation on several hot spring localities of confined aquifer type in Hokkaido indicate always the existence of a fracture through which hot water is ascending from the deep to the aquifer. The writer studied theoretically, in this paper, on draw down of piezometric surface in the neighborhood of a discharging well of hot water, and on mutual interference and drain of volume outputs of hot springs, considering a horizontal aquifer of uniform transmissibility, intersected by a vertical fracture through which hot water is supplied from the deep.

Result of the study is summarized in the following.

For the case when piezometric height H at the top of the fracture (Fig. 1) is always constant in spite of increase of discharge from the fracture to the aquifer;

(1) Draw down of piezometric surface in the neighborhood of a well drilled in the aquifer is shown by equation (11), and the relation between draw down at the well and volume output from the well is expressed by equation (13).

(2) Mutual interference factor k_{ij} between any two wells P_i and P_j among n wells is indicated by equation (30). The factor does not depend on thickness and permeability of the aquifer, but depends on the distance between these wells, the radius of well P_i, and on the distance of these wells from the fracture line.

For the case when piezometric height H at the intersection between the fracture and the aquifer decreases with the increase of discharge from wells, in spite of the supply of hot water from the deep through the fracture, as indicated by equation (35);

(3) Drain of volume outputs of hot springs of confined aquifer type may be caused by the draw down of piezometric height H at the top of the fracture. The writer defined the drain factor D and the degree of drain proceeding F of a hot spring system respectively by equations (36)′ and (37).

(4) Mutual interference factor ν_{ij} is expressed by equations (47) and (45) in this case. A method estimating approximately the drain factor of a hot spring system is also introduced.