



Title	2. デジタル・フィルターの地震記象への応用
Author(s)	吉井, 敏尅; YOSHII, Toshikatsu
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 17, 7-13
Issue Date	1967-02-20
DOI	<a href="https://doi.org/10.14943/gbhu.17.7">https://doi.org/10.14943/gbhu.17.7</a>
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/13920">https://hdl.handle.net/2115/13920</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	17_p7-13.pdf



## 2. デジタル・フィルターの地震記象への応用

吉井敏尅

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和 41 年 10 月受理 —

### I. まえがき

応用しやすい次の3つの形のデジタル・フィルターについて考察した。いずれも位相のずれのない phase distortionless filter と呼ばれるものである。

1. 任意の周波数特性を持つもの。
2. RICKER の wavelet を利用するもの。
3. 移動平均およびその組み合わせ。

実測された海洋性レイリー波について、その群速度が極大と思われる付近の波形にこれらのフィルターを施してみたところ、結果は良好であった。

### II. 原 理

デジタル・フィルターの地震記象への応用はそう目新しいものではなく、色々な例が報告されている<sup>1),2),3)</sup>。ここでは比較的応用しやすいと思われる位相のずれのない形のデジタル・フィルターについて考察した。

今、ある周波数特性  $Y(\omega)$  を有するフィルターを考える。

$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1)$$

は、このフィルターの単位衝撃応答と呼ばれ入力に単位衝撃函数を与えた時の出力にほかならない。入力信号  $F_i(t)$  を刻々強さの変化する衝撃函数の連続と考えれば、出力信号  $F_0(t)$  はその強さに比例した振幅の衝撃応答の重ね合わせになる。この事は次の積分で表現される。

$$F_0(t) = \int F_i(t-\tau) K(\tau) d\tau \quad (2)$$

ここで積分区間は衝撃応答が実質時にゼロになるまでの時間をとることにする。(2) 式の数値積分により、今回のデジタル・フィルターの計算が行なわれた。

- 1) K. AKI; Study of Earthquake Mechanism by a Method of Phase Equalization Applied to Rayleigh and Love Waves, J. Geophys. Res., **65** (1960), 729-740.
- 2) A. CISTERNAS; Crustal Structure of the Andes from Rayleigh Wave Dispersion, Bull. Seis. Sos. Am., **51** (1961), 381-388.
- 3) T. MIKUMO and K. AKI; Determination of Local Phase Velocity by Intercomparison of Seismograms from Strain and Pendulum Instruments, J. Geophys. Res., **69** (1964), 721-731.

(2) 式の計算を行なうには  $K(t)$  が知られていなければならない。次に任意の周波数特性から  $K(t)$  を作ることを考える。(1) 式において  $Y(\omega)$  は一般には複素数であり

$$Y(\omega) = A(\omega) e^{i\phi(\omega)}$$

とすれば

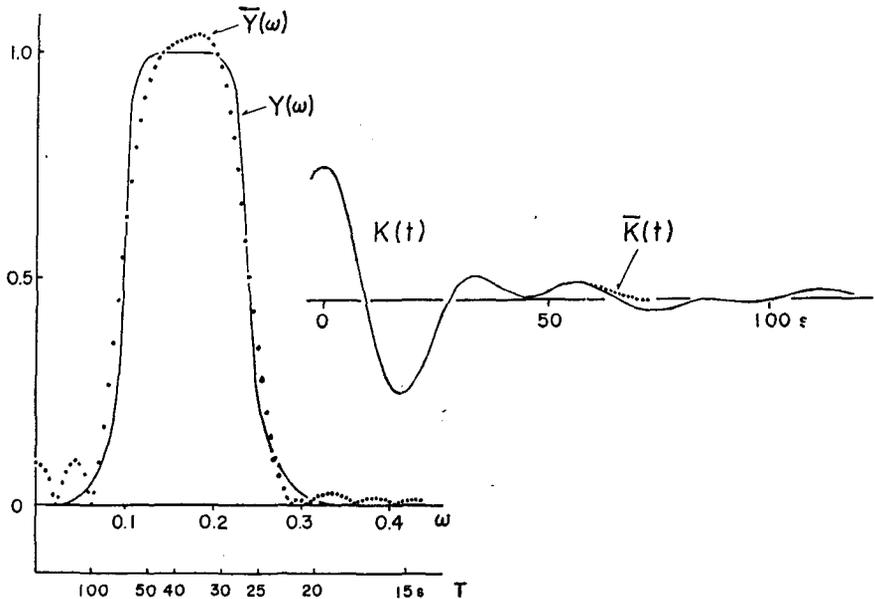
$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)) d\omega \quad (3)$$

$A(\omega)$ ,  $\phi(\omega)$  はそれぞれこのフィルターの振幅特性, 位相特性である。位相のずれのないフィルターでは  $\omega$  によらず  $\phi=0$  であるから (3) 式から次式が得られる。

$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (4)$$

このようなフィルターは phase distortionless filter<sup>4)</sup> と呼ばれ,  $t < 0$  で  $K \neq 0$  となるゆえ物理的には実現不可能なものであるが, 計算で行なうときにはこの制約を外すことができる。(4) 式に見られるとうり, この種のフィルターでは, その衝撃応答は偶函数になるのが特徴である。

しかし, これで得られた  $K(t)$  は一般に無限に続く波形となるため (2) 式の計算ができないので, 実際には  $K(t)$  を適当な時間  $\pm T$  で打ち切ったものを使う。この函数を  $\bar{K}(t)$  とすれば実際のフィルターの特性は  $\bar{K}(t)$  のフーリエ変換で表わされる。



第1図 計画された特性と実際の特性, およびそれらの衝撃応答

Fig. 1. Designed response curve, actual response curve and their impulsive responses.

4) S. N. DOMENICO; Phase-Distortionless Filtering, Geophysics, 30 (1965), 32-50.

$$\bar{Y}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T}^{+T} \bar{K}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

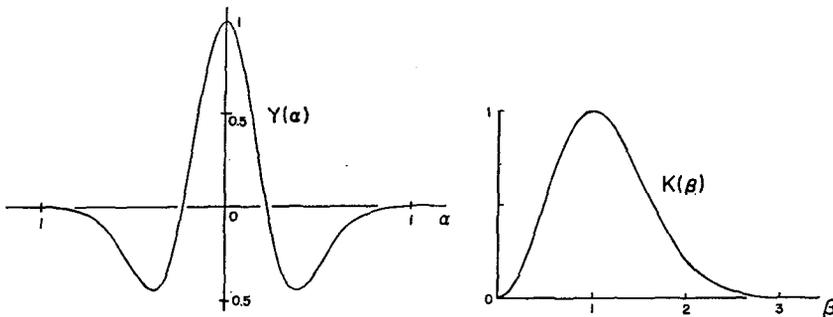
$T$  を大きく選ぶことにより  $\bar{Y}(\omega)$  はそれだけもとの  $Y(\omega)$  に近い形となるが計算上の手間は増える。第1図に、バンド・パス・フィルターに近い特性を持つデジタル・フィルターの  $Y(\omega)$ ,  $\bar{Y}(\omega)$ ,  $K(t)$ ,  $\bar{K}(t)$  を例として示した。

このような任意の特性を持つフィルターでは急なカットオフのものほど  $K(t)$  を長くとらねばならない。 $K(t)$  を短くして、より簡単に計算を行なうには、RICKER の wavelet を利用したり(以下略して R-W 法と呼ぶ)いわゆる移動平均を使えばよい。

RICKER の wavelet は弾性体内を伝わるパルス振動の研究から考えられたもので<sup>5)</sup> 次のような規格化されたフーリエ変換の対で表現される<sup>4)</sup>。

$$\begin{aligned} K(\alpha) &= \left\{ 1 - 2(\pi\alpha)^2 \right\} \exp \left\{ -(\pi\alpha)^2 \right\} \\ Y(\beta) &= \beta^2 \exp(1 - \beta^2) \end{aligned} \quad (6)$$

但し  $\alpha = f_0 t, \quad \beta = f/f_0$



第2図 RICKER の wavelet とその FOURIER 変換

Fig. 2. RICKER's wavelet and its FOURIER transform.

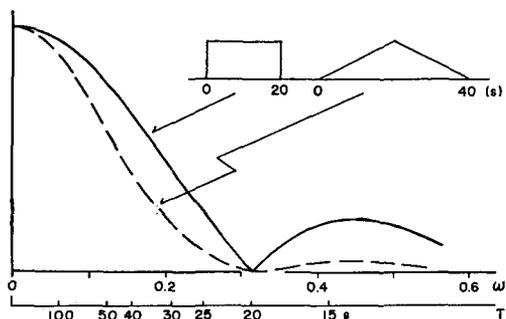
$K(\alpha)$  および  $Y(\beta)$  を第2図に示す。この  $K(\alpha)$  を使えば(2)式によってゆるやかな山を持つ特性のフィルターの計算ができるが、その時  $f_0$  は特性の中心周波数になるよう選ばばよい。

次に、移動平均は簡単なロー・パス・フィルターとして広く利用されているが、これも phase distortionless filter の例として考えることができる。幅  $T$  の移動平均は

$$\begin{aligned} K(t) &= 1, \quad -T/2 \leq t \leq T/2 \\ &= 0, \quad \text{otherwise} \end{aligned} \quad (7)$$

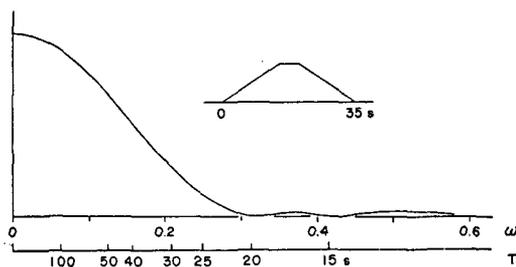
のフィルターと等価であり、その特性は  $\left| \frac{2}{\omega T} \sin \frac{\omega T}{2} \right|$  になることは良く知られている。同じ移動平均を二重に行なった場合は  $K(t)$  として幅  $2 \times T$  の2等辺3角形を与えたことと等価であって周波数特性は  $\left( \frac{2}{\omega T} \sin \frac{\omega T}{2} \right)^2$  になる。 $T=20$  s の例を第3図に示した。又長さの違

5) N. RICKER; Wavelet Contraction, Wavelet Expansion, and the Control of Seismic Resolution, Geophysics, 18 (1953), 769-792.



第3図 移動平均および二重の移動平均の特性

Fig. 3. Response curves of moving average and double moving average.

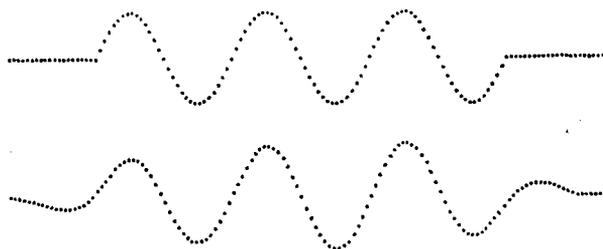


第4図 移動平均の組み合わせの特性

Fig. 4. Response curve of combined moving averages.

う2つの移動平均,  $T_1$ ,  $T_2$ の組み合わせも形の良いロー・パス・フィルタとなり, この場合は  $K(t)$ として  $(T_1+T_2)$ の幅を持つ台形を与えたことと等価である。 $T_1=15$  s,  $T_2=20$  sの例を第4図に示した。

これらのデジタル・フィルタの一般的な性質を見るために, 有限長正弦波に R-W 法のフィルタを施したものを第5図に示した。特性はそのピークの周波数が正弦波の周波数と等しいよう選んだ。立ち上りで多少波形は乱れるが位相のずれは無く,  $t < 0$ で  $K(t) \neq 0$ であることから予想されるように入力信号以前に出力信号が現われている。



第5図 有限長正弦波に対する digital filter の応答の例

Fig. 5. Response of digital filter to clenched sine wave.

### III. 応用例

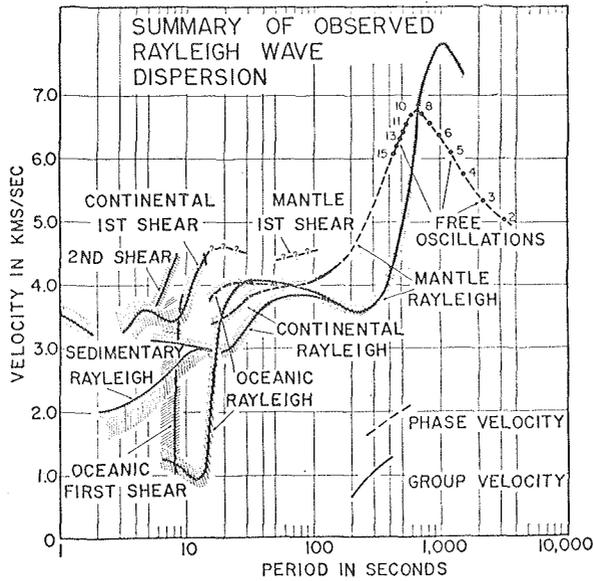
レイリー波の分散のありさまをまとめたものを第6図に示した<sup>6)</sup>。ここでも見られるように, 海洋性レイリー波は週期30~40 sに群速度極大(4.0 km/s強)の点を持つことが知られている。従って長週期地震計ではこの部分でレイリー波が急に立ち上るのが観測される。今回, デジタル・フィルタの応用例としては, やや長週期地震計<sup>7)</sup>の記録からこの AIRY phase

6) J. OLIVER; A Summary of Observed Seismic Surface Wave Dispersion, Bull. Seis. Soc. Am., 52 (1962), 81-86.

7) 吉井敏尅; やや長週期の地震観測装置の試作, 北大地球物理学研究報告, 13 (1965), 115-125.

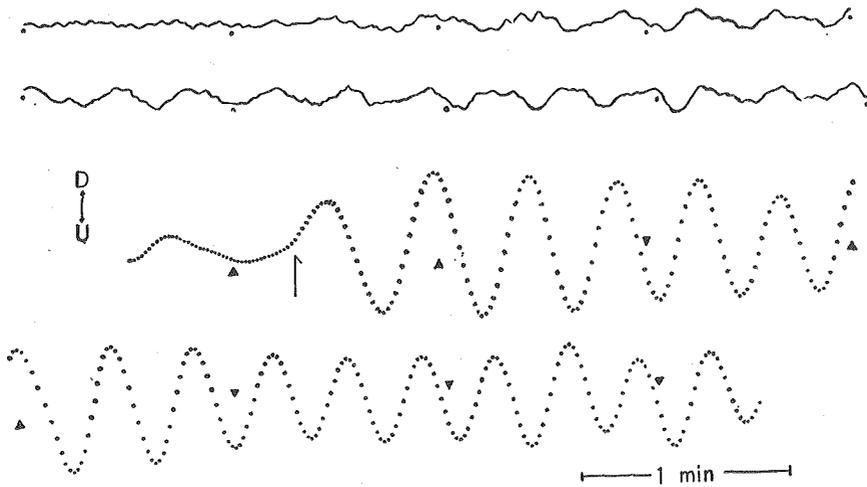
を見出すことを試みた。この例では非定常な波形に対するフィルターの応答という点でも興味がある。

第7図は1963年8月9日、南太平洋で起った地震の例で、観測地は日高の庶野、震央距離は約7630 kmである。上の図は原記録からレイリー波の部分抜き出したもので、地震計



第6図 RAYLEIGH波の分散の概要 (OLIVERによる)

Fig. 6. Summary of observed RAYLEIGH wave dispersion (after OLIVER).



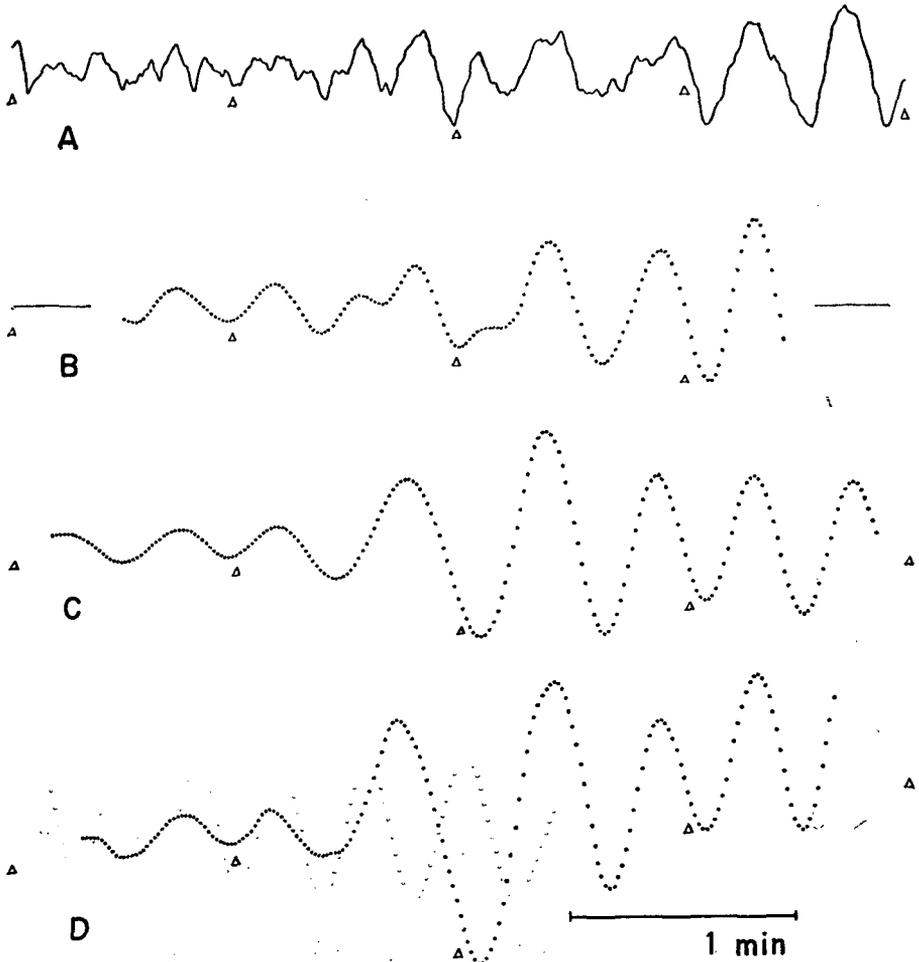
第7図 上; 原記録, 1963年8月9日の地震  
下; フィルター記録, RICKERの wavelet を利用

Fig. 7. Upper; Original record, earthquake of Aug. 9, 1963.  
Lower; Filtered record, using the RICKER's wavelet.

は固有週期約 3.5 s の上下動を用いた。この記録を 1 s 毎に読みとり、R-W 法で週期約 30 s に山を持つ特性のフィルターを施したのが下の図である。矢印での群速度は 4.05 km/s である。

第 8 図は 1963 年 9 月 18 日、サンタクルス諸島付近で起った地震の例で、観測地は札幌、震央距離は約 6420 km である。地震計は固有週期約 4 s の南北成分だが、震央の方向が南なのでレイリー波の卓越した記録が得られた。

**A** は原記録から Airy phase と思われる部分を抜き出したものである。**B** は **A** に前の地震の例と同じ特性のフィルターを R-W 法を使って施したものである。**C** は第 1 図に示したと



第 8 図 A; 原記録, 1963 年 9 月 18 日の地震  
 B; フィルター記録, RICKER の wavelet を利用  
 C; フィルター記録, 27-70 秒の band-pass filter  
 D; フィルター記録, 移動平均の組み合わせ

Fig. 8. A; Original record, earthquake of Sept. 18, 1963.  
 B; Filtered record, using the RICKER's wavelet.  
 C; Filtered record, 27-70 s band-pass filter.  
 D; Filtered record, combination of moving averages.

同じバンド・パス・フィルター (27-70 s) を施したものである。D は第 4 図に示したと同じく、15 s と 20 s の移動平均を二重に行なったものであるが、これが一番きれいな立ち上りを示した。C において長週期が十分にもかかわらず立ち上りが鋭くないのは、あまり急に短週期を切りとったためと思われる。この記録では時計のチェックが不完全だったため群速度は求めなかった。

#### IV. あとがき

以上述べてきたデジタル・フィルターの特徴は、ある程度自由にその特性を選べることにある。しかし、あまり急なカット・オフや狭いバンド幅を持つフィルターが必ずしも良好な結果をもたらさないことは第 8 図に見られるとうりである。特に非定常な波形に応用する場合には電氣的なフィルター同様、十分な注意が必要であろう。

## 2. Application of the Digital Filter to Earthquake Record

By Toshikatsu YOSHII

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

Following types of usefull digital filters are discribed in this paper.

- 1) Filter of arbitrarily designed response.
- 2) Filter using the Ricker's wavelet.
- 3) Moving average and its combination.

These digital filters are called "Phase Distortionless Filters" because of their no phase delay characteristics. Calculations were done by means of following cross-correlation method.

$$F_0(t) = \int F_0(t-\tau) K(\tau) d\tau$$

Where  $K(t)$  is the impulsive response, and its Fourier transform shows the frequency characteristics of this filter.

For examples of the application, records of the portable long period seismograph were chosen and results were good. It is shown that the Airy phase of the oceanic Rayleigh wave, period 30-40, can be detected from the record by this method.