



Title	8. 地震の規模別度数分布に関連する諸問題 (1)
Author(s)	宇津, 徳治; UTSU, Tokuji
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 17, 85-112
Issue Date	1967-02-20
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.17.85
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13926
Type	departmental bulletin paper
File Information	17_p85-112.pdf



8. 地震の規模別度数分布に関連する諸問題 (I)

宇津徳治

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和41年10月受理 —

I. ま え が き

ある限られた時間および空間内に発生した地震をマグニチュード別に分けると、マグニチュードが $M - \frac{1}{2} \Delta M$ から $M + \frac{1}{2} \Delta M$ までの地震の数 $n(M) \Delta M$ は近似的に GUTENBERG-RICHTER の式¹⁾

$$\log n(M) = a - bM \quad (a, b \text{ は定数}) \quad (1)$$

によって表わされることが知られている。この式は石本と飯田²⁾ によって以前から見だされていたある地点で観測された地震動の最大(記録)振幅が $A - \frac{1}{2} \Delta A$ から $A + \frac{1}{2} \Delta A$ までの地震の数 $n(A) \Delta A$ を表わす式

$$n(A) = KA^{-m} \quad (K, m \text{ は定数}) \quad (2)$$

とある簡単な仮定のもとで同等であり、(1)式の係数 b と(2)式の指数 m との間には

$$b = m - 1 \quad (3)$$

という関係があることが示されている³⁾。

これらの関係式が $M6$ 以上の大きな地震から、 $M0$ 以下のごく小さい地震に至るまでの広い範囲にわたって成立ち⁴⁾、さらに岩石その他の試料に力を加えたとき内部の小破壊によ

- 1) B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; Frequency of Earthquakes in California, Bull. Seism. Soc. Am., **34** (1944), 185-188.
- B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; Seismicity of the Earth and Related Phenomena, Princeton Univ. Press (1949), 2nd Ed. (1954).
- B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; Seismicity of the Earth, Geol. Soc. Am. Spec. Paper No. 34 (1941), (数式を使わず M と度数の関係を述べている).
- 2) 石本已四雄・飯田淑事; 微動計による地震観測 (一), 震研彙報, **17** (1939), 443-478.
- 3) 浅田敏・鈴木次郎・友田好文; 地震の頻度とエネルギーについて, 地震 (ii), **3** (1950), 11-15.
- Z. SUZUKI; A Statistical Study on the Occurrence of Small Earthquakes I, Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, Geophys., **5** (1953), 177-182.
- 4) たとえば T. ASADA; Observations of Near-by Microearthquakes with Ultra-Sensitive Seismometers, Jour. Phys. Earth, **5** (1957), 83-113.
- Z. SUZUKI; A Statistical Study on the Occurrence of Small Earthquakes IV. Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, Geophys., **11** (1959), 9-54.
- V. I. BUNÉ, M. V. GZOVSKY, K. K. ZAPOLSKY, V. J. KEILIS-BOROK, V. N. KRESTNIKOV, L. N. MALINOVSKIA, I. L. NERSESOV, G. J. PAVLOVA, T. G. RAUTIAN, G. I. REISNEI, Yu. V. RIZNICHENKO, and V. J. HAUTURIN; Methods for a Detailed Study of Seismicity, Academy of Science Press, USSR (1960).
- B. ISACKS and J. OLIVER; Seismic Waves with Frequencies from 1 to 100 Cycles per Second Recorded in a Deep-Mine in Northern New Jersey, Bull. Seism. Soc. Am., **54** (1964), 1941-1979.

て生ずるショックの大きさの分布にまでも同形式の関係が存在すること⁵⁾は、地震の本性の理解や地震予知への応用上にも重要な意義をもっている。

(1) または (2) 式の他にも地震または地震動の大きさの度数分布に関連した実験式が使われることがある。河角⁶⁾は地震の大きさを震央距離 100 km における震度 M_K で表わし、日本付近の地震について

$$\log n(M_K) = k - cM_K \quad (k, c \text{ は定数}) \quad (4)$$

の形の式が成立つことを述べている。マグニチュード M の代りにエネルギー E の対数 $\log E$ を用いて

$$\log n(\log E) = C - r \log E \quad (C, r \text{ は定数}) \quad (5)$$

の形で表わすこともある⁷⁾。これらの式は M と M_K または $\log E$ が直線関係にあり

$$dM_K/dM = \kappa, \quad (6)$$

および

$$d \log E/dM = \beta \quad (7)$$

とすれば、(1) 式と同等であり

$$b = \kappa c, \quad (8)$$

および

$$b = \beta r \quad (9)$$

が成立つことになる。また、ある地点で観測された震度 I の度数分布は

$$\log n(I) = h - cI \quad (h, c \text{ は定数}) \quad (10)$$

5) たとえば 神村三郎; 石本飯田の統計形式と割れ目現象, 地震 (ii), 8 (1955), 80-83.

S. D. VINOGRADOV; Experimental Study of the Distribution of the Number of Fractures in Respect to the Energy Liberated by the Destruction of Rocks, Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Ser. Geophys., (1962), 171-180.

K. MOGI; Study of Elastic Shocks Caused by the Fracture of Heterogeneous Materials and its Relation to Earthquake Phenomena, Bull. Earthq. Res. Inst., 40 (1962), 125-173.

K. MOGI; Magnitude-Frequency Relation for Elastic Shocks Accompanying Fractures of Various Materials and Some Related Problems in Earthquakes (2nd Paper), Bull. Earthq. Res. Inst., 40 (1962), 831-853.

K. MOGI; The Fracture of a Semi-Infinite Body by an Inner Stress Origin and its Relation to the Earthquake Phenomena (2nd Paper), Bull. Earthq. Res. Inst., 41 (1963), 595-614.

6) 河角広; 地震発生のエネルギー法則, 第197回震研談話会 (1943).

H. KAWASUMI; On Energy Law of Occurrence of Japanese Earthquakes, Bull. Earthq. Res. Inst., 30 (1952), 319-323.

7) たとえば YU. V. RIZNICHENKO; The Study of Seismic Conditions, Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Ser. Geophys. (1958), 1057-1074.

V. I. BUNÉ; Some Results of a Detailed Study of Seismic Conditions in the Stalinabad Region in 1955-1959, Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Ser. Geophys. (1961), 237-242.

で表わされることが知られている⁸⁾が m と c の間の関係は (3) と (8) より

$$m = 1 + \kappa c. \quad (11)$$

一方、ある地点の地震動の最大振幅 A と最大加速度 α との間に

$$\alpha \propto A^q \quad (q \text{ は定数}) \quad (12)$$

の関係があると仮定し、 α と I の関係式⁹⁾

$$\log \alpha = \text{const} + I/\varphi \quad (\varphi \text{ は定数}) \quad (13)$$

を用いれば

$$m = 1 + \varphi q c \quad (14)$$

とも表わせる¹⁰⁾。

多くの研究者がいろいろな地域の地震について求めた b , m , c , r 等の値が発表されているが¹¹⁾, B 型の火山性地震など例外的なものを除くと b の値はほとんど 0.9 ± 0.5 , m の値は 1.9 ± 0.5 の範囲内にはいつている。しかしこれらの値の精度をひとつひとつ評価することは、必ずしも容易ではない。観測データが (1), (2) 式等に適合するといっても、当然のことながらデータにはかなりのばらつきがあり、データの統計的変動を考えれば他の形の式でも適合させることができる場合もある¹²⁾。また、(1) または (2) 式自身にも若干の弱点がある。それは各地震区にはそれぞれ起り得る地震の大きさに上限があるらしいこと¹³⁾、また、 b または m の値が時間、空間によらず一定でなければ重ね合わせが成立たないこと¹⁴⁾ である。しかし (1) または (2) 式にまさる実験式は見当らないので、一般に (1) または (2) 式が成立つものとして、 b または m の値を決めているのである。

b または m の値は火山性地震等を除く普通の地震については、地域等に関係なく、元来

-
- 8) たとえば H. KAWASUMI; Energy Law of Earthquake Occurrence in the Vicinity of Tokyo, Bull. Earthq. Res. Inst., **30** (1952), 325-330.
池上良平; 日本における有感地震回数と震度との関係, 地震 (ii), **14** (1961), 94-101.
Yu. V. RIZNICHENKO; From the Activity of Earthquake Foci to Surface Tremors, Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Phys. Solid Earth Ser. (1965), No. 11, 1-12.
- 9) 河角広; 震度と震度階, 地震 (i), **15** (1943), 6-12.
- 10) 浅田敏; 地震動の卓越周期と振幅との関係, 地震 (ii), **6** (1953), 69-73.
浅田敏; 変位に基づく規模尺度と加速度に基づく尺度に就て, 地震 (ii), **7** (1954), 45-48.
- 11) b , m 等の値について記述のある論文の数は筆者の知るものだけでも 130 篇を越える。
- 12) 神村三郎; 石本飯田の統計式における最大振幅指数の推計的計算例 (I), 地震 (ii), **7** (1954), 194-195. 同上 (II), 地震 (ii), **8** (1955), 55-56.
- 13) たとえば C. TSUBOI; Isostasy and Maximum Earthquake Energy, Proc. Imp. Acad. Japan, **16** (1940), 449-454.
V. I. KEYLIS-BOROK and L. N. MALINOVSKAYA; One Regularity in the Occurrence of Strong Earthquakes, J. Geophys. Res., **69** (1964), 3019-3024.
- 14) たとえば C. TSUBOI; Magnitude-Frequency Relations for Earthquakes in and near Japan, Jour. Phys. Earth, **1** (1952), 47-54.

同じ値であるという考えがある¹⁵⁾。この考えによれば地震群によって多少違う値が求められているのは、データが少数のための統計的変動その他による誤差として解釈する。一方、 b または m の値が地域的に異なることが有意義であるとみなしている論文もある¹⁶⁾。また、ある地震の余震と前震とで、 b または m の値が異なるという研究¹⁷⁾ もある。 b または m の値の時間的空間的差異の存在は岩石などの破壊実験の結果が支持しているかのように見える。

しかしこの種の問題は、観測データから決められた b または m の値の精度について充分考慮しなければ結論を引き出せない。前述の諸研究においても精度の点が考慮されていないわけではないが、必ずしも充分とはいえないものもある。筆者はこの点について若干の研究を行なったが¹⁸⁾、本論文はその研究の続報を含み、さらにその結果等を利用して、地震の規模別度数分布に関連する諸問題について改めて考察を試みたものである。

II. b の値の系統的誤差

与えられた観測データに (1) 式をあてはめて b の値を決めるときには、確率の法則に支配されるデータの統計的変動による誤差の他に、次のような系統的誤差が生ずることがある。

2.1 データの不完全性による誤差

地震の大きさの統計をとるときには、対象とする空間、時間をはっきりと限定し、その中に発生したある一定のマグニチュード M_0 以上の地震をもれなく集めなければならない。脱落のあるデータを使うと b の値に系統的な誤差が生じる。マグニチュードの下限 M_0 は地震観測網の感度等から決定すべきであり、第三者のデータを借用するときは、そのデータが収集、処理された際の基準をよくわきまえてから M_0 を選ぶべきである。 $\log n(M)$ を M に対してプロットしてみて、一直線にのりそうな M の範囲を採用する方法は危険なことがある。

日本付近の地震の M のデータとして「日本付近の主要地震の表 (1926 年~1956 年), 気象庁刊」がしばしば用いられるが¹⁹⁾、この表は一定地域内の一定の M 以上の地震を網羅したも

15) たとえば Z. SUZUKI; 前出 4), BUNÉ *et al*; 前出 4), B. ISACKS *et al*.; 前出 4).

16) たとえば C. TSUBOI; 前出 14).

宮村撰三; 地震活動と地帯構造, 地震 (ii), 15 (1962), 23-52.

S. MIYAMURA; Magnitude-Frequency Relations and its Bearing to Geotectonics, Proc. Japan Acad., 38 (1962), 27-30.

P. WELKNER M.; Statistical Analysis of Earthquake Occurrence in Japan, 1926-1956, Bull. IISEE, 2 (1965), 1-27.

17) S. SUYEHRO, T. ASADA, and M. OHTAKE; Foreshocks and Aftershocks Accompanying a Perceptible Earthquake, Papers Met. Geophys., 15 (1964), 71-88.

S. SUYEHRO; Difference between Aftershocks and Foreshocks in the Relationship of Magnitude to Frequency of Occurrence for the Great Chilean Earthquake of 1960, Bull. Seism. Soc. Am., 56 (1966), 185-200.

18) 宇津徳治; 地震の規模別度数の統計式について (序報), 験震時報, 28 (1964), 79-88.

宇津徳治; 地震の規模別度数の統計式 $\log n = a - bM$ の係数 b を求める一方法, 北大地球物理研究報告, 13 (1965), 99-103.

のではない。この表に M が与えられている地震は深さ 60 km 以浅の小区域、稍顯著、および顯著地震である。従って内陸部に起った地震では M 5.5 以上の地震ならほとんどもなく M が与えられているが、陸地から 100 km 以上離れた沖合に起った地震の中には、もしそれが内陸部で起ったならば小区域地震になったであろう程度のマグニチュードのものでも、無感であったため (M を決めるのに足るだけの観測データは得られていても)、表には収録されていないものがある。同様に 200 km 以上沖合では稍顯著地震、300 km 以上沖合では顯著地震に相当する程度のマグニチュードを持った地震ですら、収録されていないものがある。従って同表の M のデータをそのまま使用すれば大きな地震に関するほど「日本付近」という範囲がより広くなるということになる。筆者の調査では同表は海岸から 200 km 沖までの範囲に限れば M 6.0 以上の地震はほとんどもなく収録されている。同表を用いるときは浜松のようにこのようなことを考慮するか、勝又のように自身でデータをおぎなうしなければ正しい b の値は得られないだろう。

2.2 マグニチュード決定法の相異による相対的誤差

現在、いろいろな方法で地震のマグニチュード M が決められているが、これらの M の値はお互同志、また RICHTER²⁰⁾ の最初の定義によるマグニチュード M_L とも、系統的にずれているものがあることが知られている。一つの地震について I, II という方法で決めたマグニチュードをそれぞれ M_I , M_{II} とし、 $M_I = \text{const} + \lambda M_{II}$ という関係が統計的に成立つとすれば同一地震群についての M_I , M_{II} の度数分布を表わす式の係数 b_I と b_{II} の間には

$$b_I = \lambda b_{II} \quad (15)$$

が成立つ。

日本でよく使われる坪井の式²¹⁾ によって決めたマグニチュード M は、表面波によるマグニチュード M_S 系統のものであり、USCGS で使っているマグニチュード m_C は実体波によるマグニチュード M_B 系統のものである。 M_S と M_B の間には GUTENBERG と RICHTER²²⁾ によ

19) たとえば T. USAMI, T. UTSU, and M. ICHIKAWA; Seismicity in and near Japan, 1926-1956, Geophys. Mag., 28 (1958), 273-289.

浜松 幸蔵; 日本とその付近に起った浅い地震の活動, 験震時報, 25 (1960), 97-108.

牧 正; 最小二乗法により求められた係数相互の関係について, 北大地球物理研究報告, 11 (1963), 59-66.

C. TSUBOI; Time Rate of Energy Release by Earthquakes in and near Japan —Its General Uniformity and Variability, Jour. Phys. Earth, 12 (1964), 25-36.

P. WELKNER M.; 前出 16).

勝又 護; 地震の規模別頻度の地域性について (I), 地震 (ii), 18 (1955), 219-234, 同上 (II), 地震 (ii), 19 (1966), 1-10.

20) C. F. RICHTER; An Instrumental Magnitude Scale, Bull. Seism. Soc. Am., 25 (1935), 1-32.

21) 坪井忠二; 地震動の最大振幅から地震の規模 M を定めることについて, 地震 (ii), 7 (1954), 185-193.

22) B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; Magnitude and Energy of Earthquakes, Ann. Geofis., 9 (1956), 1-15.

って

$$M_B = 2.5 + 0.63 M_S \quad (16)$$

という関係が与えられている。一方, m_C またはそれと同系統のものと M の直接の比較から

$$m_C = -2.04 + 1.32 M \quad (17)$$

という式²³⁾, および

$$m_C = 0.02 + 0.95 M \quad (18)$$

という式²⁴⁾ も得られている。これらはある限られたデータによるものではあるが(16)式とはかなり違う。

(3), (8), (9), (14) 式等によって m , τ , c 等から b を求めるときには, κ , β , q , φ 等の数値が必要であるが, これらの値は必ずしも決定的な値が得られているとは限らない。 κ と φ の値 KAWASUMI²⁵⁾ によればともに 2.0 であるから, (11), (14) 式から $q=1.0$ が得られる。しかしまた, 地震動の卓越周期がマグニチュードとともに大きくなる傾向があること²⁶⁾ を認めれば, q は 1.0 より小さい値でなければならない²⁷⁾。またこのことは, 使用した地震計の周波数特性によっても m の値が変わってくることを意味する。たとえば変位地震計, 速度地震計, 加速度地震計によるデータから決められた m をそれぞれ m_a , m_v , m_a とすれば

$$m_a = q(m_a - 1) + 1, \quad (19)$$

$$m_a = (1 + q)(m_v - 1)/2 + 1 \quad (20)$$

の関係が得られる。

β の値は現在 1.5 が広く用いられているが²⁸⁾ その他にも 1.4~2.2 の間のいくつかの値が報告されている²⁹⁾。

23) 市川政治・P. W. BASHAM; Unified Magnitude について, 地震学会春季大会講演 (1965).

24) 長宗留男・横山泰孝・須賀盛典; 旭川及び根室で観測される小地震・検知能力・マグニチュード (m) の決定, 験震時報 (印刷中).

25) H. KAWASUMI; 前出 8), 河角広; 前出 9).

26) たとえば B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration, Bull. Seism. Soc. Am., **32** (1942), 163-191, (2nd Paper), *ibid*, **46** (1956), 105-145. 浅田敏; 前出 10).

K. KASAHARA; The Nature of Seismic Origins as Inferred from Seismological and Geodetic Observations (1), Bull. Earthq. Res. Inst., **35** (1957), 473-532.

27) 浅田敏; 前出 10), 勝又護; 前出 19).

28) B. GUTENBERG; The Energy of Earthquakes, Quart. Jour. Geol. Soc. London, **112** (1956), 1-14.

29) たとえば B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; 前出 26).

D. di FILIPPO and L. MARCELLI; Magnitudo ed Energia dei Terremoti in Italia. Ann. Geofis., **3** (1950), 337-348.

M. BATH; The Energies of Seismic Body Waves and Surface Waves, Contributions in Geophysics in Honor of Beno Gutenberg, (1958), Pergamon Press, 1-16.

S. SOLOV'EV; Magnitude and Energy of Earthquakes, Travaux Sci., Publ. BCIS, **20** (1959), 39-53. 長宗留男・関 彰; 松代において遠地地震の Magnitude を決める式および Magnitude と Energy との関係, 地震 (ii), **10** (1957), 78-85.

このように b の値はマグニチュードの決定法, 使用地震計の特性, 変換公式の係数値などによって相対的に変わることがあり得る。

2.3 計算方法が不適当なための誤差

ふつう b の値は $\log n(M) \Delta M$ を M に対してプロットした点にもっともよく適合する一直線をあてはめて, その傾斜から求める。(m の値のときは $\log n(A) \Delta A$ を $\log A$ に対しプロットする。) 直線のあてはめは目見当ですませることもあるが, 多くの研究者は最小 2 乗法を用いてきた。この場合 M が大きくなると必ず $n(M) \Delta M = 0$ となる区間がでてくるが, $n(M) \Delta M = 0$ の点はプロットすることができないし, 普通の最小 2 乗法にかけることもできない (DEMING の最小 2 乗法ならば $n(M) \Delta M = 0$ の点も含ませられる)。そこでこの点の処理法として次のような方法が行なわれている。

- (i) $n(M) \Delta M = 0$ の区間は無視して, $n(M) \Delta M \geq 1$ の点だけに着目して直線をあてはめる。
- (ii) $n(M) \Delta M = 0$ の区間が現われる直前までのデータを使用し, それ以上大きい M の範囲のデータは皆捨てる。
- (iii) $n(M) \Delta M$ が 0 または小さい整数値となるような範囲はいくつかの区間をまとめてこの平均の $n(M) \Delta M$ を求め, その値をまとめた区間の M の中央値に対しプロットする³⁰⁾。

(i), (ii) の方法, とくに前者を採用すると b の値は系統的に小さく求まってしまう。これはとくにデータの数が少いとき著るしいので, b の値が地震の数に関係しているかのようにみえることがある。

最小 2 乗法はもともと各点の誤差が正規分布をしているという仮定に立っている。しかし $n(M) \Delta M$ のばらつきは POISSON 分布をしているから³¹⁾ $\log n(M) \Delta M$ は $n(M) \Delta M$ が充分大きくない限り, 正規分布とはかなりかけはなれた分布をしている。従って b の値を普通の最小 2 乗法で決めることは最良の方法ではないであろう。

III. b の値を求める種々の方法の精度の比較

b の値には前章に述べた系統的誤差の他に, データの統計的変動による誤差がある。この誤差は与えられたデータから b の値を求める方法によって異なる。筆者³²⁾ はさきにどのような方法が適当であるかをデータの総数が 50~100 程度の場合について, 主として乱数を用いた統計的実験 (いわゆる Monte Carlo 法) によって調べたが, ここではその続きとして, データの総数が 200~400 程度の場合にまで拡大し, 種々の方法についてその精度を調べ比較した。なお, 二, 三の方法については統計的実験を行なわなくても確率論的な計算から比較的容易にその精度を評価できるものもあるが (第 VI 章参照), ここではそのような場合にも統計的実験

30) Z. SUZUKI; A Statistical Study on the Occurrence of Small Earthquakes III, Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, Geophys., 10 (1958), 15-27.

31) Z. SUZUKI; 前出 30).

32) 宇津徳治; 前出 18).

の結果のほうを用いることにした。

3.1 実験データ

実験データは前報と同じく(1)式によって示される分布法則に従う母集団を設定し、この母集団から乱数を用いて無作為に標本を抽出し、50個、100個、200個、400個ごとにそれぞれ1組にまとめ、50個の組を500組、100個の組を300組、200個の組を150組、400個の組を75組作った。母集団の b の値は1.00、マグニチュードは0.1ごとに与え(すなわち $\Delta M=0.1$)、最小のマグニチュードは0.0とした。

こうして合計1025組のマグニチュード別度数分布が得られたが、そのおのおのについて以下述べるように種々の方法で b の値を求めた。求められた b の値を b_i 、母集団の b の値を b_0 とすると

$$\xi = (b_i - b_0)/b_0 = b_i/b_0 - 1 \quad (21)$$

を誤差率と考え、 b_i/b_0 の度数分布を調べた。(ここでは $b_0=1$ であるから実際は b_i の分布そのものを調べたことになるが、これを b_i/b_0 の分布と考えれば $b_0=1$ とおいたことは b_0 が1より大きく異っていない限り議論の一般性を失わしめないであろう。)

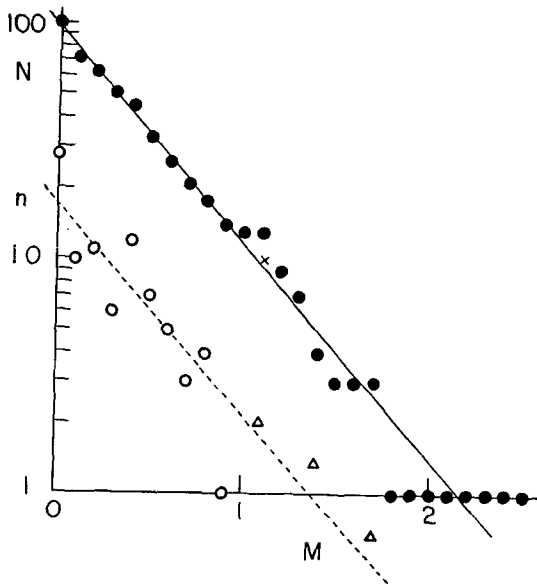
後でわかるが、 b_i/b_0 の分布は1付近を平均値とする正規分布に近い形となるが、方法によっては平均値ないし中央値が1から多少ずれ、また分布が左右対称にならないものもある。いずれにせよ平均値ないし中央値が1に近く、そのまわりの分散が小さいほど b_i の値の精度が統計的にみてよいわけであるから、種々の方法で求めた b_i について b_i/b_0 の分布を比較してみることにする。

この際データの数が s 個の場合何組のセットが必要であるかは、結論にどの程度の精度を要求するかによって決まる。いま母集団における ξ (または b_i/b_0)の標準偏差を σ_ξ とすれば、 N 組のデータセットから決めた ξ (または b_i/b_0)の平均値の標準偏差および標準偏差の標準偏差は N が充分大きいときそれぞれ σ_ξ/\sqrt{N} 、 $\sigma_\xi/\sqrt{2N}$ である。いま σ_ξ の推定値に0.02の精度(95%の信頼限界で)を要求するとすれば、 $s=50$ のとき σ_ξ の大体の値は(方法により異なるが大きめにみても)0.25程度なのでこれから、 $0.25/\sqrt{2N} \cong 0.02/2$ より、 $N \cong 312$ となる。 σ_ξ は s にほぼ反比例し減少するので $s=100, 200, 400$ のときはそれぞれ上記 N の値の1/2, 1/4, 1/8でよいことになる。ここではこのような考えから多少の余裕をみて前に述べたとおりの組数のデータセットを作った。

3.2 目見当により直線をあてはめる方法による求値

前述の1025組のマグニチュードの分布を片対数方眼紙上にプロットした。その1例は第1表、第1図のとおりである。マグニチュード別度数 $n(M)\Delta M$ の他に、累積度数すなわちマグニチュード $M - \frac{1}{2}\Delta M$ 以上の地震の度数 $N(M)$ もプロットした。 $n(M)\Delta M$ は M が大きくなると0となる区間がでてくる(第1表の例では $M=1.0, 1.5, 1.6, 1.8 \sim 2.4$, および2.6以上)。その区間では $\log n(M) = -\infty$ となるからプロットできない。そこでここでは0が最初に

現われた区間 (第1表では $M=1.0$) とその上の2区間を合せて $n(M)\Delta M$ の平均をとり (第1表では 2.00), その値を3区間の中央の M に対してプロットした。それ以上の部分も第1表に示すように3区間ずつまとめて平均したものをプロットし, 3区間とも0となるまで続けた。第1図の Δ はこのように平均した点を示している。



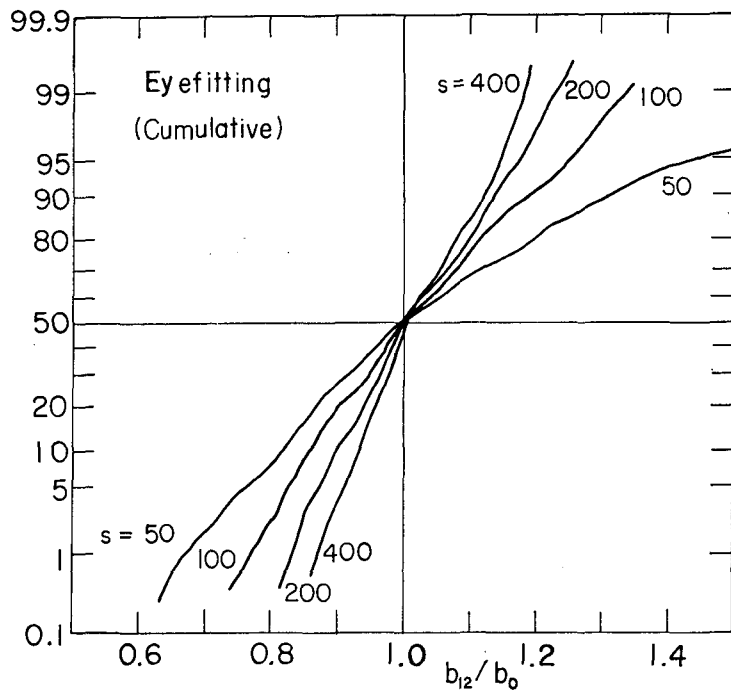
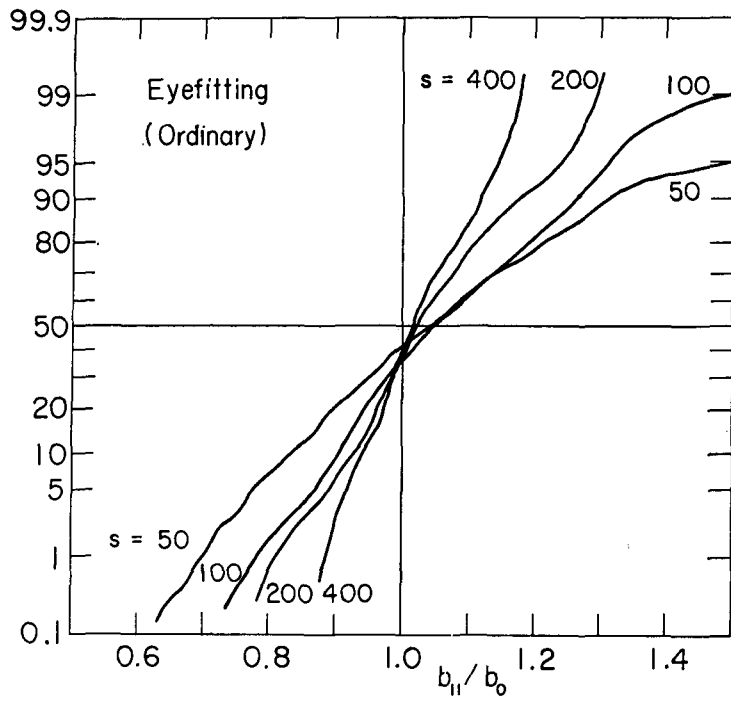
第1図 第1表のデータをプロットしたもの 黒丸は累積度数

Fig. 1. Graphical representation of the data in Table 1. Solid circles indicate cumulative frequency.

第1表 乱数から作ったマグニチュードの実験データの1例

Table 1. An example of magnitude data made from random digits.

M	$n(M)\Delta M$	$N(M)$	M	$n(M)\Delta M$	$N(M)$
0.0	28	100	1.3	3	7
0.1	10	72	1.4	1	
0.2	11	62	1.5	0	
0.3	6	51	1.6	0	3
0.4	12	45	1.7	2	
0.5	7	33	1.8	0	
0.6	5	26	1.9	0	1
0.7	3	21	2.0	0	
0.8	4	18	2.1	0	
0.9	1	14	2.2	0	1
1.0	0	13	2.3	0	
1.1	4	13	2.4	0	
1.2	2	9	2.5	1	1



第2図 b_{11}/b_0 及び b_{12}/b_0 の累積度数(%)を正規確率紙上にプロットしたもの
 Fig. 2. Cumulative frequency of b_{11}/b_0 and b_{12}/b_0 plotted on probability paper.

このようにしてプロットした度数および累積度数を表わす点になるべくよく適合するような直線を目見当で引きその傾斜から b の値を決めた。このようにして得られた b の値をそれぞれ b_{11} , b_{12} とする。第1表(第1図)のデータからは $b_{11}=0.90$, $b_{12}=0.92$ が得られた。

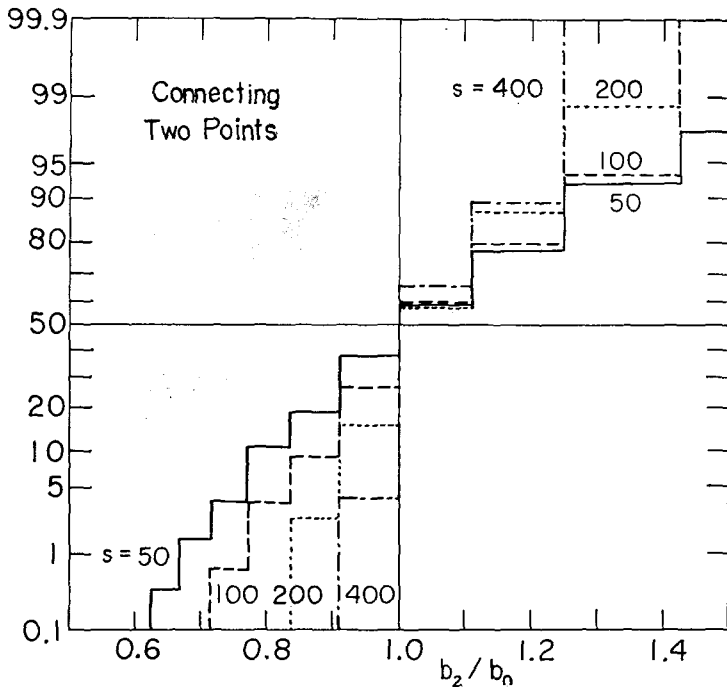
データの総数 s が 50, 100, 200, 400 の場合について, b_{11} , b_{12} のばらつきを表示するため b_{11}/b_0 および b_{12}/b_0 の累積度数分布を正規確率紙上にプロットしたものが第2図である。これを見ると s が大きいほど分布曲線の傾斜が急になりばらつきが少い(精度がよい)ことは明瞭である。同じ s について傾斜は b_{11} と b_{12} とで大差ないが, 後者の中央値は s が小さいときは1よりもやや大きくなっている。

3.3 2点を直線で結ぶ方法による求値

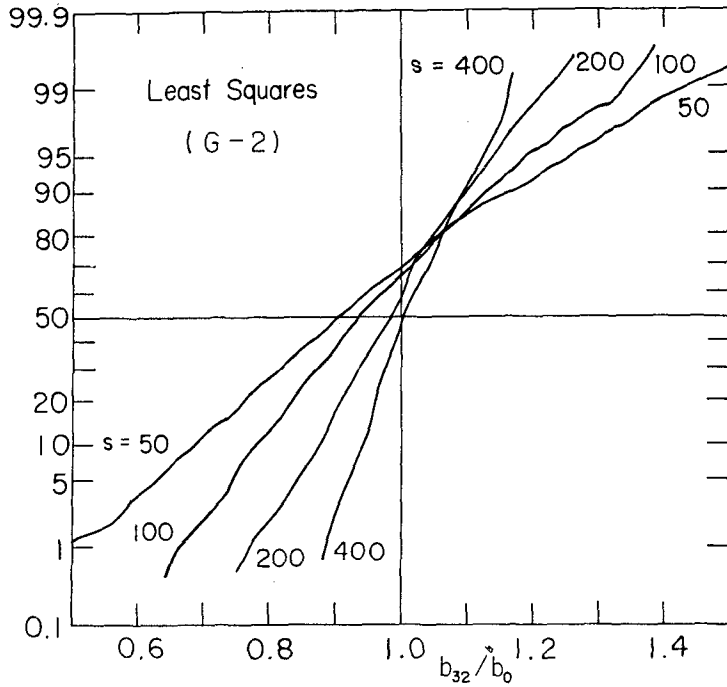
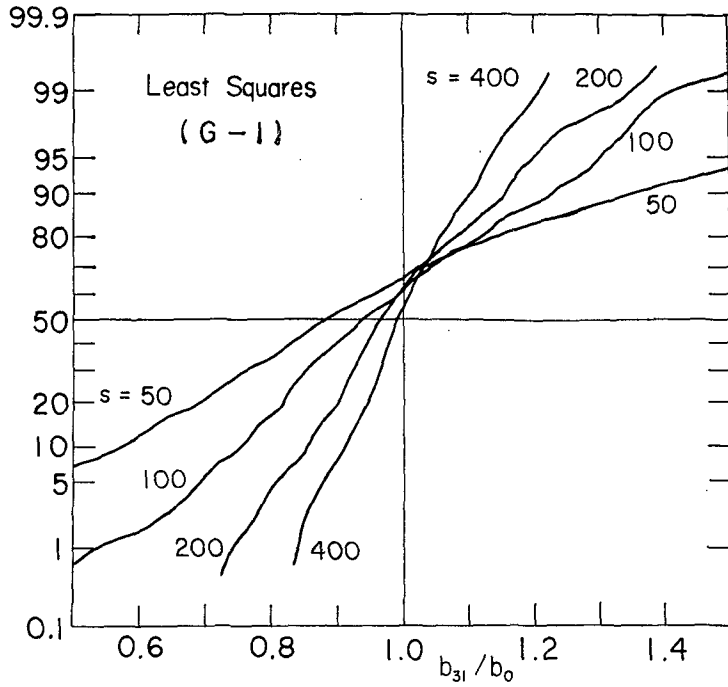
前章で述べた累積度数 $N(M)$ を片対数方眼紙上にプロットし直線をあてはめるときに, もっとも簡単に行なうのには, 最小のマグニチュード M_s (第1図では $M_s=0.0$, $s=100$) に対応する点 (M_s, s) と l 番目の大きさの地震に対応する点 (M_l, l) (図では $l=10$ の点が×印で示してある) を結べばよい。この直線の傾斜は

$$b_2 = \frac{\log(s/l)}{M_l - M_s} \tag{22}$$

で与えられる。 b_2 を b の推定値と考えるときその誤差は s と l に関係するが, だいたい $l=s/5$



第3図 b_2/b_0 の累積度数(%)を正規確率紙上にプロットしたもの
 Fig. 3. Cumulative frequency of b_2/b_0 plotted on probability paper.



第4図 b_{31}/b_0 及び b_{32}/b_0 の累積度数(%)を正規確率紙上にプロットしたもの

Fig. 4. Cumulative frequency of b_{31}/b_0 and b_{32}/b_0 plotted on probability paper.

くらのときももっとも精度がよくなることが示されている。しかし M が $4M$ ごとに与えられているときは、 b_2 は離散的な値しか得られないので、ここでは離散の度合を少なくするために $l=s/10$ を用いて b_2 を計算した。第1表のデータに対しては $M_{10}=1.1$ であるから $b_2=0.909$ となる。

第3図は b_2/b_0 の累積度数分布を示したもので第2図の場合と同様全体の傾向はやや上に凸の形をしている。

3.4 普通の最小2乗法による求値

$\log n(M)4M$ と M が直線関係になるとすれば、普通の最小2乗法 (GAUSS の方法) により b の値が求められる。従来発表された各地域の地震についての b (または m) の値はこのようにして求められたものが多い。この場合問題となることは最小2乗法の基礎である $\log n(M)4M$ のばらつきが同一の標準偏差の正規分布をしているという仮定が成立していないことと、前章で述べたよう $n(M)4M=0$ となる区間の処理法によって結果が違ってくることである。ここではこの処理法として次の2つのものを用いた。

i) $n(M)4M=0$ となる直前までの区間 (第1表の例では $M=0.0\sim 0.9$ の間) のデータだけを用いる。このようにして得られた b の値を b_{31} とする。

ii) $n(M)4M=0$ となる区間に対しては前章と同様3つの区間をまとめて平均したデータを用いる。ただし計算の都合上このまとめられた区間は二つまで (すなわち幅 $64M$) に限りそれ以上のデータは捨てる。またこのまとめられた区間がデータの総数 s が 50, 100, 200, 400 の場合それぞれ $M=1.5, 1.8, 2.1, 2.4$ にかかった場合はその区間およびそれ以上のデータを捨てる。このようにして得られた b の値を b_{32} とする。第1表のデータに対しては $b_{31}=1.16$, $b_{32}=0.84$ となった。

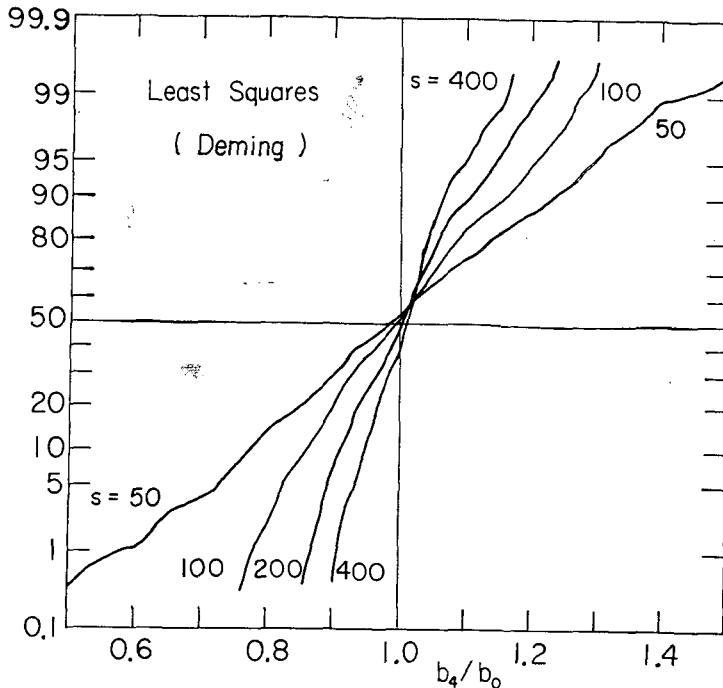
第4図は b_{31}/b_0 および b_{32}/b_0 の累積度数分布を示したもので、第2, 3図と比べてとくに顕著な差は b_{31} の図が傾斜が非常にゆるやか (とくに s が小さいとき) でこの方法による b の値の精度が悪いことを示していることと、 s が小さいとき b_{31} , b_{32} とも中央値が1よりも小さい方にならずれているということである。

3.5 DEMING の最小2乗法による求値

DEMING の最小2乗法によれば、前記の $n(M)4M=0$ となる区間も含められるから、GAUSS の最小2乗法のときのような問題は起らない。しかし M の範囲をどこまでとるかが問題となる。ここではデータの総数 s が 50, 100, 200, 400 の場合それぞれ $M=0.0$ から $M=1.5, 1.8, 2.1, 2.4$ までのデータを用いそれ以上の M に対するデータは捨てた。(このとき捨てたデータはデータ全体の3%程度である)。また DEMING の最小2乗法による場合は前もって a と b の近似値を与えておく必要がある。ここでは b の近似値として3.3節で述べた方法で決められた値 b_2 を用い、 10^a の近似値としては $A_2=b_2s \ln 10 \cdot 10^{-0.05b_2}$ を用いた。

この最小2乗法でデータに掛けるウェイトはその分散の2乗根に反比例する。 $n(M)4M$

の分布は POISSON 分布に従うはずであるからその分散の 2 乗根は近似的に $A_2 10^{-b_2 M}$ で表わされるので、この逆数をウエイトとして $n(M)\Delta M$ に掛けた。このようにして計算した b の値を b_4 とする。第 1 表のデータについては $b_4=0.94$ となる。



第 5 図 b_4/b_0 の累積度数 (%) を正規確率紙上にプロットしたもの
Fig. 5. Cumulative frequency of b_4/b_0 plotted on probability paper.

第 5 図は、 b_4/b_0 の累積度数分布を示したもので、曲線はやや上に凸の傾向を示すが、傾斜は今までに示したもの (第 2~4 図) よりも急でこの方法による決定の精度のよいことを示している。曲線は $b_4/b_0=1$ 付近で 50% の点を通り系統的なずれは少ない。

3.6 モーメント法—最尤法による求値

筆者³³⁾ が提案した方法で、マグニチュード M_s 以上の地震の総数を s とするとき

$$b = \frac{s \log e}{\sum M_i - s M_s} \quad (\log e \doteq 0.43429) \quad (23)$$

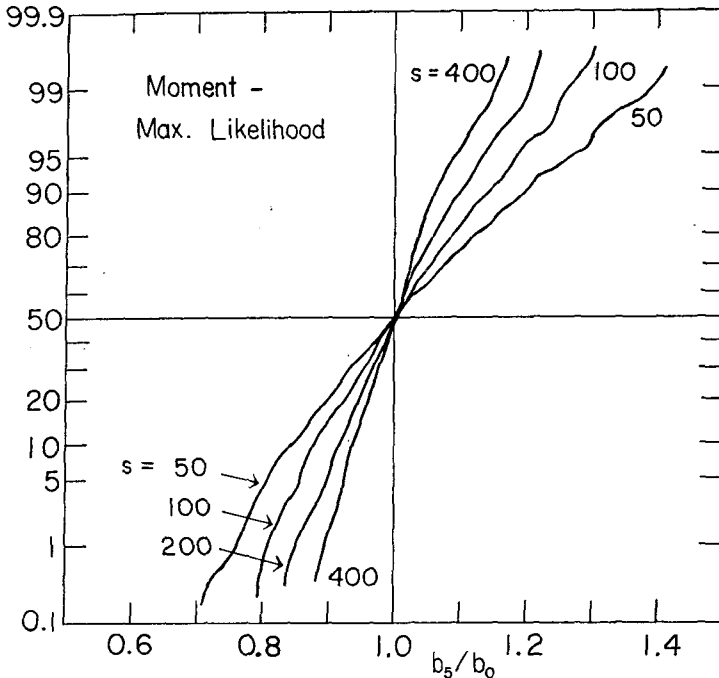
により b を計算する。ただし $\sum M_i$ は s 個の地震のマグニチュードの総和である。ここで注意すべきことはマグニチュードが ΔM 間隔で与えられているときは M_s は最小のマグニチュードから $\frac{1}{2}\Delta M$ を引いたものであるということである。この方法は後に AKI³⁴⁾ によって最尤法と同じであることが示された。この式によって求められた b の値を b_5 とする。第 1 表のデー

33) 宇津徳治; 前出 18) の 2 番目。

34) K. AKI; Maximum Likelihood Estimate of b in the Formula $\log N = a - bM$ and its Confidence Limits, Bull. Earthq. Res. Inst., 43 (1965), 237-239.

タに対しては $s=100$, $M_s = -0.05$, $\Sigma M_i = 40.5$ であるから $b_5 = 0.95$ となる。

第6図は、 b_5/b_0 の累積度数分布を示したもので、曲線は上に凸の傾向があるが、傾斜は第5図よりも更に急でありこの方法がもっとも精度が高いことを示している。曲線は $b_5/b_0 = 1$ で50%の点を通り系統的なずれも無い。

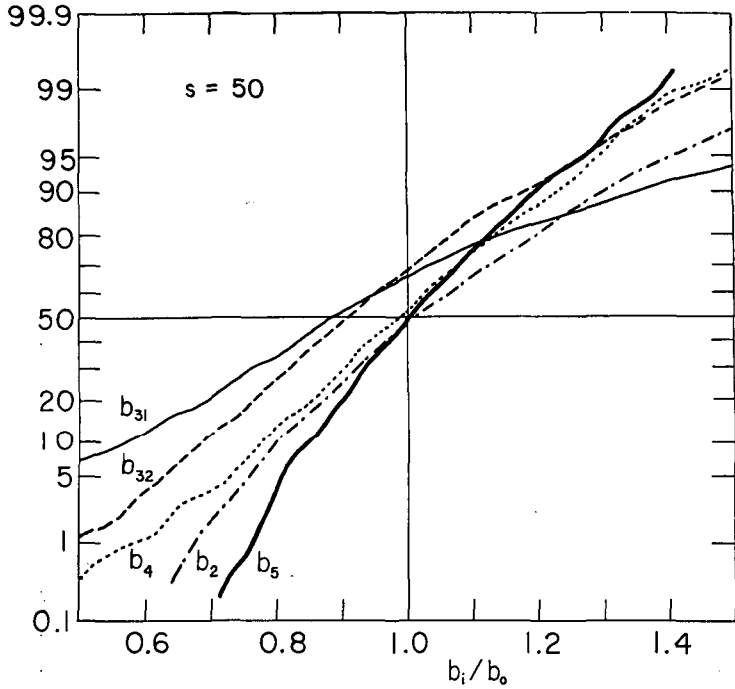


第6図 b_5/b_0 の累積度数(%)を正規確率紙上にプロットしたもの
Fig. 6. Cumulative frequency of b_5/b_0 plotted on probability paper.

3.7 精度の比較

前記5つの方法により求めた b の値の精度を比較するためデータの総数 $s=50$ の場合について累積度数分布曲線を重ねて示したのが第7図である。ただし b_2 の段階的な分布は平滑化して示し、また b_{11} , b_{12} の曲線は図の繁雑化を防ぐため省略した。この図をみると太い実線で示した(23)式による方法が良いことが明瞭にわかる。 $s=100, 200, 400$ の場合の図は省略するが同様のことがいえる。但し $s=200$ 以上では DEMING の最小2乗法の精度も(23)式による方法と同程度によい。しかし計算の簡便さを考えれば後者の方がすぐれていることは明らかである。

累積度数曲線は若干上に凸の形をしているものもあるが、近似的に直線すなわち正規分布であるとみなして、各方法で決めた b_i/b_0 の分布の標準偏差を求めてみたのが第2表である。この表中の数値の誤差は3.1節に述べたことから、標準偏差にして0.01よりやや小さいものと考えてよい。



第7図 種々の方法で求めた b_i/b_0 の累積度数分布の比較

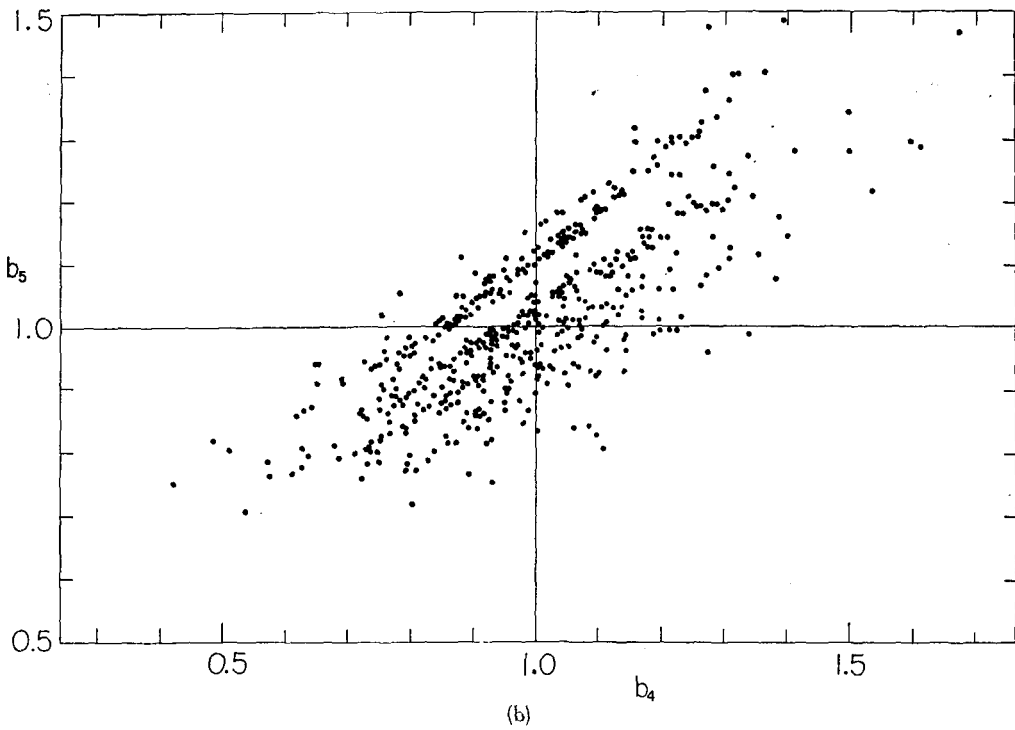
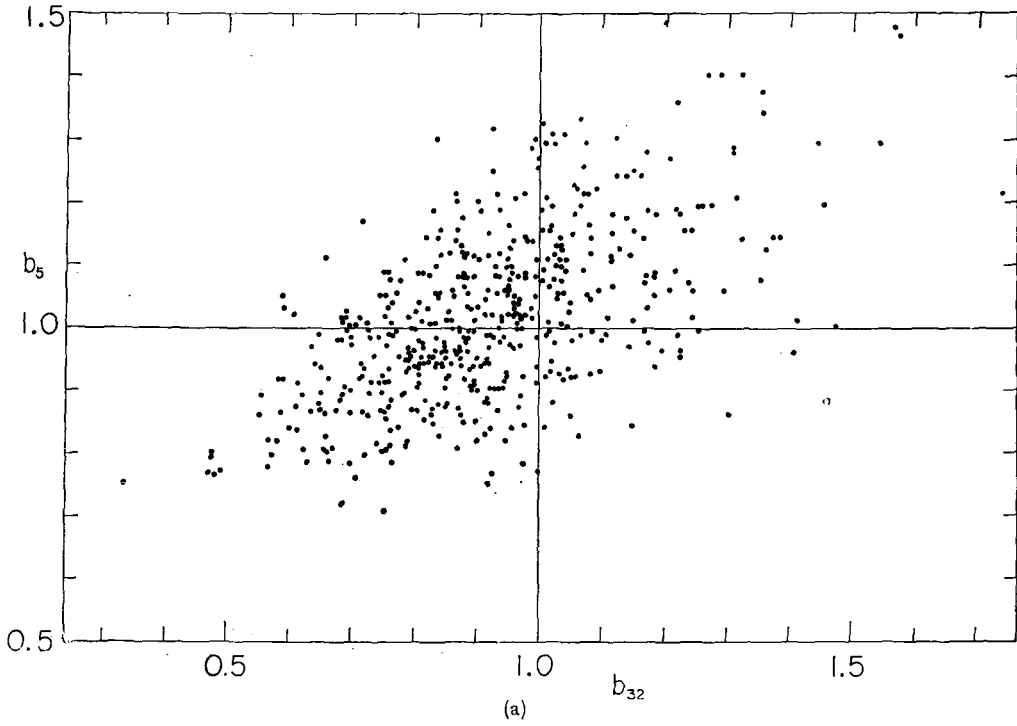
Fig. 7. Comparison of cumulative frequency distributions of b_i/b_0 obtained by various methods for $s=50$.

第2表 種々の方法により求めた b_i/b_0 の標準偏差,
地震総数 $s=50, 100, 200, 400$ の場合

Table 2. Standard deviations of b_i/b_0 determined by various methods for the total number of earthquakes $s=50, 100, 200, \text{ and } 400$.

Method \ s	50	100	200	400
Eyefitting (Ordinary)	0.190	0.152	0.095	0.066
Eyefitting (Cumulative)	0.188	0.125	0.091	0.071
Connecting two points	0.195	0.155	0.093	0.077
Least squares (GAUSS-I)	0.291	0.180	0.112	0.070
Least squares (GAUSS-II)	0.195	0.135	0.082	0.060
Least squares (DEMING)	0.177	0.112	0.072	0.044
Moment-Max. likelihood	0.134	0.098	0.068	0.043

同じデータセットに対して、種々の方法で決めた b の値の間には若干の相関が認められるが、とくにデータの総数 s が小さいときにはその相関はあまり著るしくない。第8図 a, b は b_{32} と b_5 , b_4 と b_5 の間の相関を $s=50$ の場合について示したもので、両者の相関の程度、各 b の値のばらつきの状況が一見してわかるであろう。



第8図 b_{32} と b_5 , b_4 と b_5 の相関図

Fig. 8. b_{32} and b_4 plotted against b_5 showing the correlation between the two b -values.

3.8 二つの b の値の差の有意性

いま、 s_A 個および s_B 個の地震から成る二つのグループについて b の値を決めてそれぞれ b_A , b_B が得られたとする。この二つの値に有意な差があること、すなわち b_A , b_B が異なる母集団 X , Y からの標本であることを検定するためには次のようにすればよい。 b_A/b_{x} , b_B/b_Y (b_x , b_Y は母集団の値) は正規分布に従うものとし、それぞれの標準偏差 σ_A , σ_B は標本の個数 s_A , s_B の関数として第 2 表の如く与えられているとする。このとき $b_A - b_B$ の分散は b_A の分散と b_B の分散の和であるから、仮説として $b_x = b_Y = b_0$ とおくと $b_A - b_B$ は平均 0, 標準偏差

$$\sigma = b_0 \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (24)$$

の正規分布に従う。従って

$$|b_A - b_B| \geq 2\sigma \quad (25)$$

は約 95% の確率をもって起り得ないことになるから (25) 式が満足されていれば b_A と b_B の差は 95% の信頼度をもって有意であるといえる。 b_0 の値は不明であるが、 b_A と b_B のうち大きいほうを用いれば安全であろう。(なお、厳密な方法については第 II 報参照。)

上記の判定は二つの b の値の誤差が偶発的なものだけのときに適用するもので、たとえば異った方法で決めたマグニチュードを基礎として求めたら二つの b の値の比較などのように系統的誤差が含まれているおそれがある場合などには適用できない。

IV. 日本付近の地震に対する b の値

以下の 2 章では日本および世界の各地域の地震に対して多くの研究者により求められた b の値について考察する。原論文に b の値の計算に用いたデータが記載されているもののいくつかについては、(23) 式を用いる筆者の方法で改めて b の値を求めてみた。この方法による誤差はデータの総数 s に大きく関係するので、得られた b の値には s の値を付記しておいた。

GUTENBERG と RICHTER³⁵⁾ は世界のいろいろな地域の地震について b の値を求めたが、日本から Kamchatka にかけての地域 (Region 19 と命名されている) に対しては $b = 0.80 \pm 0.08$ という値を得ている。彼等の書物に載っているデータら筆者の方法で b の値を決めてみると

$$b = 0.78 \quad (s^* = 101), \text{ Region 19}$$

が得られた。(決め方の詳細および s^* については次章参照)。

KAWASUMI³⁶⁾ は日本付近の地震に対し (4) 式の c として 0.537 を得ている。同じデータを用いて筆者の方法により決めてみると

$$c = 0.506 \quad (s = 383), \text{ 日本付近}$$

となる。 $\kappa = dM_K/dM = 2$ とすればこれは $b = 1.01$ に当る。

35) B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; 前出 1) の 2 番目.

36) H. KAWASUMI; 前出 6).

TSUBOI³⁷⁾ は日本付近を、A (東北日本の太平洋側)、B (西南日本の太平洋側)、C (全日本の日本海側) の三地域に分け、各地域での b の値としてそれぞれ 1.06, 0.72, 0.66 を得た。ここで用いられたマグニチュード³⁸⁾を M_1 と書くと、これは後に GUTENBERG-RICHTER の書物で使われているマグニチュード (M_G と書く) と系統的な差があることがわかったので改定されたが³⁹⁾, M_1 と M_G の関係はその論文の付図から推定すると $\lambda = dM_1/dM_G = 0.5 \sim 0.6$ 程度なのでもし 0.6 としても前記の b の値は M_G に対してはそれぞれ 0.64, 0.43, 0.40 というかなり小さい値になる。原論文の Table II のデータのうち M_1 6.0 以上のものを用い筆者の方法によって b の値を決めてみると次のようになる。

$$b = 0.96 \quad (s = 292), \text{ A 地域}$$

$$b = 0.94 \quad (s = 90), \text{ B 地域}$$

$$b = 0.96 \quad (s = 65), \text{ C 地域}$$

$$b = 0.96 \quad (s = 447), \text{ A+B+C 地域}$$

すなわち三地域とも 0.95 程度で地域差は認められない。なお、この値に $\lambda = 0.6$ を掛ければ 0.57 となる。

坪井⁴⁰⁾ は改定されたマグニチュードを用いて日本付近の M 6.0 以上の地震に対して $b = 0.72$ を得た。同じデータ (同論文第 1 表) を用いて筆者の方法で b を決めたところ

$$b = 0.81 \quad (s = 382), \text{ 日本付近}$$

が得られた。

TSUBOI⁴¹⁾ は更に気象庁の地震カタログ及び地震月報記載のマグニチュードを用いて M 6.0 以上の浅い地震 (60 km 以浅) について $b = 0.87$ を得たが、これも同論文 Table III (同表では M 8.2 が 1 個となっているがこれは 8.3 が 1 個の誤植であろう) のデータを用いて筆者の方法によると

$$b = 1.03 \quad (s = 433), \text{ 日本付近}$$

となる。以前の値に比べて大きくなったのは今回は小区域地震も含めたので M 6 近くでの脱落がへったためであろう。

前記気象庁の地震カタログを作製した USAMI, UTSU, ICHIKAWA⁴²⁾ は日本付近の M 6 以上の地震について $b = 1.18$ を得たが、用いたデータがあらゆる深さの地震を含み、しかも 60 km

37) C. TSUBOI; 前出 14).

38) C. TSUBOI; Determination of the Richter-Gutenberg's Instrumental Magnitudes of Earthquakes Occurring in and near Japan, Geophys. Notes, 4 (1951), No. 5, 1-10.

39) 坪井忠二; 前出 21).

40) 坪井忠二; 日本とその近くにおける地震活動のエネルギー, 地震 (ii), 9 (1957), 229-234.

41) C. TSUBOI; 前出 19).

42) T. USAMI, T. UTSU, and M. ICHIKAWA; 前出 20).

以深の分は、坪井公式によるマグニチュードでなく、GUTENBERG-RICHTER の書物にマグニチュードが与えられているものだけを数えているので問題がある。60 km より浅い地震について同論文 Table 1 を用いて筆者の方法で b を求めてみると

$$b = 1.00 \quad (s = 340), \text{ 日本付近}$$

となった。また同論文では 30 km より浅い地震と 30 km から 60 km までの地震とに分けて b の値を求め、それぞれ 0.92, 1.25 を得ている。これも筆者の方法で決め直してみると

$$b = 0.90 \quad (s = 185), \text{ 日本付近 (0~30 km)}$$

$$b = 1.15 \quad (s = 155), \text{ 日本付近 (30~60 km)}$$

となった。

浜松⁴³⁾ は日本の内陸部および海岸から 200 km 以内の海域に起った M 6.0 以上、深さ 60 km 以浅の地震について調査した。深さ 0~30 km と 40~60 km に分けると、東北日本では $b=1.05$ および 1.10, 西南日本では $b=0.83$ および 1.21, 全日本では $b=1.00$, および 1.13 となり、0~60 km の地震に対しては東北日本、西南日本、全日本についてそれぞれ $b=1.10$, 0.89, 1.07 となっている。これらの場合について同論文 Table 7 を用いて筆者の方法で計算してみると

$$b = 1.02 \quad (s = 363), \text{ 日本付近 (0~60 km)}$$

$$b = 0.93 \quad (s = 204), \text{ 日本付近 (0~30 km)}$$

$$b = 1.17 \quad (s = 159), \text{ 日本付近 (40~60 km)}$$

$$b = 1.04 \quad (s = 278), \text{ 東北日本 (0~60 km)}$$

$$b = 0.89 \quad (s = 139), \text{ 東北日本 (0~30 km)}$$

$$b = 1.16 \quad (s = 139), \text{ 東北日本 (40~60 km)}$$

$$b = 0.95 \quad (s = 84), \text{ 西南日本 (0~60 km)}$$

$$b = 0.95 \quad (s = 64), \text{ 西南日本 (0~30 km)}$$

$$b = 1.32 \quad (s = 20), \text{ 西南日本 (40~60 km)}$$

となった。3.8 節の記述を応用すると日本付近の 0~30 km の地震と 30~60 km の地震の b の値には有意の差があるといえる。

宮村⁴⁴⁾ は日本をもう少し細く深さ、地域別に分けて b の値を調べているが、得られた値は 0.57 (東北日本太平洋岸沖、地殻中の地震) から 0.92 (同地域の地殻下の地震) にわたっている。宮村はこの結果から地殻内の地震の b は 0.7±, 地殻下の地震の b は 0.9±であると述べている。この研究に使用したデータ、 M の範囲等は記載されていないが、前記諸研究と同じく気

43) 浜松音蔵; 前出 19).

44) 宮村撰三; 前出 16).

象庁の地震カタログを用いたものと思われる。各地域とも b の値が 1.0 より小さく出ているのは、II 章に述べた原因によるためかも知れない。

WELKNER⁴⁵⁾ は日本付近を 9 地域に分けて、同じ気象庁のカタログをデータとして $M 5\frac{1}{2}$ 以上の地震について最小 2 乗法および筆者の方法で b の値を計算した。得られた値は 0.39 から 1.12 まで散らばっているが、 M の下限を $5\frac{1}{2}$ としてこのように広い範囲をとり、しかも深さ 60 km 以深の地震（この種の地震には同カタログはとくに不完全）まで含めれば $M 5\frac{1}{2} \sim 6\frac{1}{2}$ 程度の地震の脱落はかなり多いから、得られた値は誤差が大きく相互の比較も無理と思われる。

牧が日本各地の地震について出した値 ($b=0.36 \sim 0.97$) 及び札幌管区気象台が北海道周辺の地震について出した値 ($b=0.72$) が小さいのも⁴⁶⁾ 同じくデータの不完全性によるものと思われる。

ICHIKAWA⁴⁷⁾ は中部地方、西日本、千葉県北部、茨城県南西部における b の値を筆者の方法で求めた。筆者が同論文の Table 3 を用いて計算した結果は $M 5.0$ 以上のデータに対して

$$b = 0.82 \quad (s = 234), \text{ 中部地方}$$

$$b = 0.81 \quad (s = 134), \text{ 西日本}$$

$$b = 1.21 \quad (s = 62), \text{ 茨城県南西部}$$

$$b = 0.84 \quad (s = 37), \text{ 千葉県北部}$$

となった。原論文の値と違うのは (23) 式の M_0 として 5.0 でなく 4.9 ($\Delta M = 0.2$ であるから) を用いたからである。上の結果から茨城県南西部では中部日本、西日本と比べて b の値が大きいといえる。

勝又⁴⁸⁾ は日本でもとくに地震の多い地域をいくつか選んで b の値を決めた。彼は気象庁の刊行するマグニチュードの不足分を自身でマグニチュードを決めることによっておぎない、 $M 4 \sim 4\frac{3}{4}$ 以上（地域より違う）について $b=0.86$ （日向灘の一部）から $b=1.01$ （日高及びその沖合の一部）にわたる値を得ている。また東北、関東の太平洋岸沖については $M 6$ 以上について $b=1.07$ を得た。そして b の値に著るしい地域的相違は見出せないとして述べている。

直接 b の値を求めたものではないが、池上⁴⁹⁾ は各地の気象台測候所における 30 年間の震度別地震回数から (8) 式の c の値を、A 地域（北海道、東北、関東の太平洋側で有感回数が多い地域）、B 地域（近畿、四国両地方および中部、中国、九州の一部で A 地域につい

45) P. WELKNER M.; 前出 19).

46) 牧 正; 前出 19).

札幌管区気象台; 1611~1960 年の北海道における地震活動, 気象庁技術報告, No. 20 (1962), 1-96.

47) M. ICHIKAWA; The Mechanism of Earthquakes Occurring in Central and Southwestern Japan, and Some Related Problems, Papers Met. Geophys., 16 (1965), 104-156.

48) 勝又 護; 前出 19).

49) 池上良平; 前出 8).

で有感回数が多い地域), C 地域 (北海道, 東北, 中部, 中国, 九州の日本海側で有感回数が少い) についてそれぞれ 0.58, 0.46, 0.39, 三地域を合せた全日本について 0.49 と求めた。同論文では各地の震度別回数の年平均を震度ごとに平均したものをを用いているが, この平均を求める際年平均が 0 である地点は無視してある。たとえば C 地区で震度 6 が観測されたのは 1 か所だけで年平均は 0.03 であるので震度 6 に対して $n=0.03/1=0.03$ を用いている。しかしこれは C 地域にある観測所の総数 27 で割った値 $0.03/27=0.001$ を用いるほうがよいのではなからうか。このように平均のとり方を改めて, 筆者の方法で各地域の c を求めてみると

$$c = 0.48, \quad \text{A 地域}$$

$$c = 0.51, \quad \text{B 地域}$$

$$c = 0.43, \quad \text{C 地域}$$

$$c = 0.47, \quad \text{A+B+C 地域}$$

となってとくに著るしい地域差は認められない。

V. 世界各地域の地震に対するの b の値

GUTENBERG と RICHTER⁵⁰⁾ は世界のいろいろな地域の地震について b の値を求めたが, データは $M 7\frac{3}{4}$ 以上の地震は 1904 年から 1945 年までの 42 年間, $M 7.0$ から 7.7 までは 1922 年から 1945 年までの 24 年間, $M 6$ から 6.9 までは 1932 年から 1935 年 6 月までの 3.5 年間のものである。(上記期間以外のデータも収録されているが完全でないので使用していない。なお南 California と New Zealand については $M 4$ 以上の地震に対しそれぞれ 1934 年 1 月から 1943 年 5 月, および 1940 年 10 月から 1944 年 1 月までのデータを使用している。この両地域に対してはマグニチュードは Wood-Anderson 地震計の記録振幅によるいわゆる M_L であるから他地域 (M_s 系統) と多少系統的に違う。) 同じデータを用いて筆者の方法で各地域に対する b の値を求めてみると次のようになる。ただし s^* は用いたデータの総数であるが, 前述のように M の範囲によって期間が異なるため計算は 1 年当りの数に直してから行なうので, s とは意味が異なる。なおここでは浅い地震の部だけを扱った。

$$b = 0.78 \quad (s^* = 54), \text{ Region 1, 2 (Aleutian, Alaska, B. C.)}$$

$$b = 0.85 \quad (s = 472), \text{ Southern California}$$

$$b = 0.92 \quad (s^* = 59), \text{ Region 5, 6 (Mexico, Central America)}$$

$$b = 0.73 \quad (s^* = 39), \text{ Region 8 (South America, } h < 100 \text{ km)}$$

$$b = 0.85 \quad (s = 236), \text{ New Zealand}$$

$$b = 0.96 \quad (s^* = 23), \text{ Region 12 (Kermadec and Tonga Is.)}$$

$$b = 0.93 \quad (s^* = 54), \text{ Region 15 (Solomon-New Britain Is.)}$$

50) B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; 前出 1) の 2 番目。

- $b = 0.78$ ($s^* = 101$), Region 19 (Japan-Kamchatka)
 $b = 0.76$ ($s^* = 32$), Region 24 (Sunda Arc)
 $b = 0.81$ ($s^* = 29$), Region 26, 28 (Pamir-Eastern Asia)
 $b = 0.72$ ($s^* = 15$), Region 30 (Asia Minor-Levant-Balkans)
 $b = 1.41$ ($s^* = 23$), Region 32 (Atlantic Ocean)
 $b = 1.30$ ($s^* = 19$), Region 33 (Indian Ocean)
 $b = 0.95$ ($s^* = 9$), Region 43 (Southeastern Pacific)
 $b = 1.28$ ($s^* = 8$), Region 45 (Indian-Antarctic Swell)

なお全世界については

$$b = 0.84 \quad (s^* = 804), \text{ 全世界 (浅い地震)}$$

となるが、Region 32, 33, 45を除いては b の値はこの全世界に対する値と大差がない。この三つの Region もデータの数が著るしく少いから三つ合わせたものについて計算してみると

$$b = 1.37 \quad (s^* = 50), \text{ Region 32, 33, 45}$$

となる。この値と全世界との差は s^* を s とみなしてよいとすれば 95% 以上の信頼度で有意である。なお Region 40 (Arctic Ocean) および Region 44 (East Pacific) に対する $b=1.6\pm 0.2$ および $b=1.8\pm 0.2$ という値が b の値の地域性を論じた宮村の論文⁵¹⁾ に用いられているが、GUTENBERG-RICHTER の書物にはこれらの地域の b の値を決めるに足るデータは見出せなかった。

BÄTH⁵²⁾ は Fennoscandia に対し 1891-1930 の有感地震の資料から $b=0.46$ という小さい値を得ている。同論文の資料から筆者の方法により計算してみると $M \geq 2.5$ の地震に対し

$$b = 0.45 \quad (s = 343), \text{ Fennoscandia}$$

を得る。BÄTH は震度、有感半径からエネルギー E を求め $\log E = 12 + 1.8 M$ から M を出しているが、40年間の有感地震 921 個のうち半数以上の 578 個が $M 2.4$ 以下となっている。GUTENBERG と RICHTER⁵³⁾ によれば California では有感地震の最小のもの M は良い地盤のところでは 2.8、比較的軟らかい地盤のところでは 2.2 であるが、これは条件のよい地震についてであって、筆者 (未発表) の調査では Pasadena の Seismological Bulletin のデータによれば $M > 4.5$ の地震は 100% 有感であるが $4.5 \geq M > 4.0$ では 75%、 $4.0 \geq M > 3.5$ では 30%、 $3.5 \geq M > 3.0$ では 8% が有感である。また、日本内陸部の地震で有感となる地震の M の平均下限は 3.0 で

51) 宮村撰三; 前出 16)。

52) M. BÄTH; Seismicity of Fennoscandia and Related Problems, Gerl. Beitr. Geophys., 63 (1953), 173-208.

53) B. GUTENBERG and C. F. RICHTER; 前出 26) の 2nd Paper.

ある⁵⁴⁾。Fennoscandiaにおける有感地震の検知能力はわからないが、人口密度等から考えても日本より格段によいとは思えないので、仮に有感地震の M の平均下限を 3.0 とし、 $M 3.0$ 以上の地震数 921, $M 5.5$ 以上の地震数 2 (M の大きい地震については器械観測によって決めた M との比較からほぼ妥当な値が求められていると思われる) とすれば $b=1.06$ となる。

SUTTON と BERG⁵⁵⁾ は Africa の Western Rift Valley の地震について $b=0.6$ を得ている。同論文のデータによって筆者の方法で決めてみると

$$b = 0.63 \quad (s = 243), \text{ Western Rift Valley}$$

が得られる。SUTTON と BERG は $b=0.6$ という値が GUTENBERG 等による平均的な値 0.9 より小さいのは観測所の観測範囲が、小さい地震に対するほど狭くなるためであろうと述べている。従って前述の値は地学的にはあまり意味がないわけである。

BÄTH と BENIOFF⁵⁶⁾ は 1954 年の Kamchatka 大地震の余震について $b=1.5$ という大きな値を得ているが、マグニチュードの計算に短周期上下動地震計の記録を使っているので得られたマグニチュードは M_B 系統に近いのではないかと思われる。(12) 式によってこれを M_S についての値に直すと $b=0.95$ となる。DUDA⁵⁷⁾ が 1957 年の Aleutian 地震の余震について得た値 $b=1.45$ も同じく M_B を基礎にしたものである。同じ余震について UTSU⁵⁸⁾ は M_S にもとづいて $b=0.70$ という値を得ている。

ソ連では (5) 式の r によって地震の大きさの分布を表現することが多いが、多くの場合 r は 0.45 程度に求められている⁵⁹⁾。これは (7) 式によって $\beta=1.5$ とすれば $b=0.68$ に相当する。SOLOV'EV⁶⁰⁾ はソ連の 7 地域について $b=0.5\sim 0.8$ から $b=0.9\sim 1.2$ までの値を出しているが、この差が有意義であるとはいえないと述べている。また Sakhalin (樺太) について $b=0.8$ を得ている⁶¹⁾。これらソ連の諸論文にはデータが表の形で載っていないので筆者の方法により計算し直すことはできなかった。

SYKES⁶²⁾ は北極地方に 1955 年 1 月から 1964 年までに起った $M \geq 4.0$ の地震 267 個を用い

-
- 54) T. UTSU; A Statistical Study on the Occurrence of Aftershocks, *Geophys. Mag.*, **30** (1961), 521-605, Appendix 6.
 55) G. H. SUTTON and E. BERG; Seismological Studies of the Western Rift Valley of Africa, *Trans. Am. Geophys. Union*, **39** (1958), 474-481.
 56) M. BÄTH and H. BENIOFF; The Aftershock Sequence of the Kamchatka Earthquake of November 4, 1952, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **48** (1958), 1-15.
 57) S. I. DUDA; Phänomenologische Untersuchung einer Nachbebenserie aus dem Gebiet der Aläuten-Inseln, *Freiberger Forschungshefte*, C 132 (1962), 1-90.
 58) T. UTSU; On the Nature of Three Alaskan Aftershock Sequences of 1957 and 1958, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52** (1962), 279-297.
 59) たとえば YU. V. RIZNICHENKO; 前出 4), V. I. BUNÉ; 前出 4), V. I. BUNÉ *et al.*; 前出 7).
 60) S. L. SOLOV'EV; Statistical Distribution of Earthquakes and Tectonic Structure of Seismic Zones, *Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR Ser. Geophys.*, (1961), 25-32.
 61) S. L. SOLOV'EV; Seismicity of Sakhalin, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **43** (1965), 95-102.
 62) L. R. SYKES; The Seismicity of the Arctic, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **55** (1965), 519-536.

て $b=0.91$ を得た。地震の多くは北大西洋を縦断し Iceland, Jan Mayen, Spitsbergen と Greenland の間をへて北極海に至る ridge に沿って起っている。これは mid ocean ridge における b の値を比較的多数のデータから決めた最初のものである。同論文のデータには M が与えられていない地震が 88 個あるがこのほとんどは $M 4\sim 4.4$ の間にあると思われるので、 $M 4.5$ 以上の地震について筆者の方法で b の値を求めてみると

$$b = 0.90 \quad (s = 101), \text{ 北極地方}$$

となる。また $M 4.0\sim 4.5$ の間の地震の数 166 (前記 88 個を加えたもの) もの M の代表として 4.2 を用いると $b=0.83$ ($s=263$) となる。いずれにせよ GUTENBERG 等のデータによる mid ocean ridge の b の値に比べて小さく全世界の平均的な値に近い。

STOVER⁶³⁾ は印度洋の地震について $b=0.91$ を得ているが地震の数はわずか 22 個である。筆者の方法で計算してみると

$$b = 1.19 \quad (s=22), \text{ Indian Ocean}$$

となった。

FURUMOTO⁶⁴⁾ は Hawaii 付近の地震について $b=0.97\pm 0.064$ を得ているが、筆者の方法で計算し直してみたところまったく同じ値

$$b = 0.97 \quad (s=967), \text{ Hawaii}$$

が得られた。

KÁRNÍK はヨーロッパを 39 の地域に分けて、震度のデータから決めたマグニチュードを用いて各地域の b の値を求めた。 b の値は 0.5 から 1.1 ぐらいの間に分布しているが、ここでは各地域について再調査するのは省略し、同論文 Table 3 にあるように、 b の値のほぼ等しい隣接区域をまとめて一つの区域としたもの (全部で 8 地域) について筆者の方法で b の値を求めてみた。その結果は次のとおりである。

$$b = 0.76 \quad (s = 125), \text{ Region 1, 2 (Iceland and Vicinity)}$$

$$b = 0.62 \quad (s = 91), \text{ Region 3, 10 (Fennoscandia-Great Britain)}$$

$$b = 0.86 \quad (s = 85), \text{ Region 5}\sim 9, 11 \text{ (White Russia to France)}$$

$$b = 0.71 \quad (s = 320), \text{ Region 13}\sim 16 \text{ (Southwest of Mediterranean)}$$

$$b = 0.82 \quad (s = 1525), \text{ Region 17}\sim 22 \text{ (East Spain to Rumania)}$$

$$b = 0.68 \quad (s = 456), \text{ Region 23, 24, 27, 29, 33, 34 (NW Iran to Bulgaria)}$$

63) C. W. STOVER; Seismicity of the Indian Ocean, J. Gophys. Res., **71** (1966), 2571-2581.

64) A. S. FURUMOTO; Seismicity of Hawaii, Part I, Frequency-Energy Distribution of Earthquakes, Bull. Seism. Soc. Am., **56** (1966), 1-12.

65) V. KÁRNÍK; Magnitude-Frequency Relation and Seismic Activity in Different Regions of the European Area, Bull. IISEE., **1** (1964), 9-32.

$$b = 0.88 \quad (s = 117), \text{ Region 28, 32 (Northeast of Black Sea)}$$

$$b = 0.90 \quad (s = 94), \text{ Region 30, 31, 35}\sim\text{39 (Turkey to Libya)}$$

これをみると KÁRNÍK も同論文で述べているように b の値と tectonic type の間に単純な関係は見出せない。

南 California の地震については ALLEN⁶⁶⁾ 等が M 3.0 以上の地震について 6 区域に分けて b の値を求めているが 1 区域 (Los Angeles Basin, $b=1.02$) を除いては $b=0.8\sim 0.9$ の間の値を得ている。

California に発生した地震の余震、群発地震等について求めた b の値は上記の値とはだいぶ異っているものもある。UDIAS⁶⁷⁾ は Salinas-Watsonville の 1963 年 8 月 31 日 ($M=4.6$) と 9 月 14 日 ($M=5.4$) の地震について M 1.0 以上の余震を洩れなく調べ b の値としてそれぞれ 0.49, 0.41 を得ている。同じデータから筆者の方法で b の値を決めてみると, $b=0.46$ ($s=35$), $b=0.47$ ($s=45$) となった。

McEVILLY⁶⁸⁾ も 1964 年 11 月 16 日の Corralitos 付近の地震の M 1.0 以上の余震について $b=0.53$ という小さい値を得ている。

RICHTER 等⁶⁹⁾ が調査した 1948 年 12 月 4 日の Desert Hot Springs 地震については余震の M の表が示されているので, M 3.0 以上の余震について筆者の方法で b の値を決めてみると, $b=1.00$ ($s=89$) となった。また同論文には 1944 年 6 月 10 日の Kitching Peak 群発地震のデータも載っているので同様に b の値を決めてみると, $b=0.68$ ($s=44$), となった。

RICHTER⁷⁰⁾ の論文に示されている China Lake 付近の地震 (1959 年 1 月 7 日~16 日) について M 0.0 以上については同様にして, $b=0.36$ ($s=81$) が得られた。

MEI⁷¹⁾ は中国に起った M 5 $\frac{1}{2}$ 以上の地震約 300 個について $b=0.57$ を得ているがデータは掲載されていない。さらに、慶松⁷²⁾ が明、清時代 (1386~1911) の M 7.0 以上の地震をまとめたものがあるが、これを用いるとやはり

-
- 66) C. R. ALLEN, P. ST. AMAD, C. F. RICHTER, and J. M. NORDQUIST; Relationship between Seismicity and Geologic Structure in the Southern California Region, Bull. Seism. Soc. Am., **55** (1965), 753-797.
- 67) A. UDIAS, S. J.; A Study of the Aftershocks and Focal Mechanism of the Salinas-Watsonville Earthquakes of August 31 and September 14, 1963, Bull. Seism. Soc. Am., **55** (1965), 58-106.
- 68) T. V. McEVILLY; The Earthquake Sequence of November 1964 near Corralitos, California, Bull. Seism. Soc. Am., **56** (1966), 755-773.
- 69) C. F. RICHTER, C. R. ALLEN, and J. M. NORDQUIST; The Desert Hot Springs Earthquakes and their Tectonic Environment, Bull. Seism. Soc. Am., **48** (1958), 315-337.
- 70) C. F. RICHTER: Earthquakes in Owens Valley, California, January-February, 1959. Bull. Seism. Soc. Am., **50** (1960) 187-196.
- 71) MEI SHI-YUN; Seismic Activity of China Territory according to Instrumental and Historical Data, Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR Ser. Geophys., (1960), 254-264.
- 72) 慶松光雄; 明・清 (1368~1644~1912) の地震史料による中国サイスミシティの研究 —特にマグニチュード 7 以上と推測される地震を中心として, 金沢大学法文学部論集, 哲史篇., **9** (1961), 186-213.

$$b = 0.53 \quad (s=87), \text{ 中国}$$

という小さい値が得られる。ただし両者ともマグニチュードは震度等から決めたものである。慶松のデータは $M 7.0 \sim 7.5$ の地震が比較的少ないので $M 7.6$ 以上の地震について b を決めてみると $b=1.00$ ($s=62$) となった。

DUDA⁷³⁾ は 1960 年の Chile の地震系列について、主として表面波の振幅から決めたマグニチュードを用いて $b=0.7$ を得ているが、これを筆者の方法で決めてみると

$$b = 0.95 \quad (s=86), \text{ 1960 年 5 月 Chile 地震の余震}$$

となった。なおこの計算には同論文 Table 1 のデータのうち 5 月 22 日 19 時 17 分の本震以後の地震のうち深さ 100 km 以深のものを除くすべてを用いた。SUYEHIRO⁷⁴⁾ は同じ地震について、前震と余震とで b の値が変わる (前震の $b 0.55 \pm 0.05$ 余震の $b 1.13 \pm 0.04$) と述べているが、筆者の計算では前震に対し $b=0.74$ ($s=31$)、余震に対し $b=1.18$ ($s=122$) となり、この差は 95% の信頼度では有意であるといえる。 (以下次号に掲載の予定)

8. Some Problems of the Frequency Distribution of Earthquakes in Respect to Magnitude (I)

By Tokuji UTSU

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

Gutenberg-Richter's empirical formula

$$\log n(M) = a - bM$$

expressing the frequency of occurrence of earthquakes as a function of magnitude is one of a few established laws in statistical seismology. The variations of the value for coefficient b in this formula with space and time have been suggested by several seismologists. More than 130 papers were published which included description of the value for b or other similar parameters such as m in Ishimoto-Iida's formula for various seismic regions and magnitude ranges. To compare these values for different regions or time intervals the accuracy of their determinations must first be taken into consideration. The accuracy depends primarily on the total number of earthquakes and the method of determination employed. The present paper includes: (1) discussions of systematic errors introduced in collecting and handling the data, (2) a comparison of the accuracy of b -values determined by various methods when the data are subjected to only random sampling fluctuations, and (3) re-determinations of the b -values for various regions in the world including the Japanese areas from the data published hitherto by many investiga-

73) S. J. DUDA; Strain Release in the Circum-Pacific Belt, Chile, 1960, J. Geophys. Res., 68 (1963), 5531-5544.

74) S. SUYEHIRO; 前出 17).

tors.

The method used in these re-determinations was proposed by the author in 1964, which is expressed by the formula

$$b = \frac{s \log e}{\sum M_i - sM_s},$$

where s is the total number of earthquakes with magnitude M_s and larger and $\sum M_i$ is the sum of magnitudes of the s earthquakes. (When the magnitude is given at intervals of ΔM , M_s should be equal to the smallest magnitude class subtracted by $1/2\Delta M$.) This method has been found to be superior to other several conventional methods (*e. g.* method of least squares) for its accuracy and simplicity. Monte Carlo method has been used to confirm this. The accuracy of this method and several other methods can be seen in the diagrams showing the cumulative frequency distributions of b_i/b_0 (b_i : calculated value for sample data sets, b_0 : value for b in population) plotted on probability paper (*cf.* Figs. 2-7). The statistical significance of the difference in b -value between two sets of data can be judged easily, because the standard deviations of b_i/b_0 are given for various values of the total number s of the data (*cf.* Table 2).

The re-examination of the magnitude-frequency relations for Japanese earthquakes does not indicate any significant regional variations in b -value between the Pacific coast side of northeastern Japan and the other areas. A significant difference between two focal depth ranges (0-30 km and 30-60 km) has been found at 95% confidence limits. Significant differences in b -value among various seismic regions in the world have not been confirmed from the data available to the author with only a few exceptions.

(to be continued)