Title	7. 地震の時間的分布に関連する諸問題（その2）：地震発生の定常性と偶然性について
Author(s)	宇津, 徳治; UTSU, Tokuji
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 22, 95-108
Issue Date	1969-08-30
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.22.95
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13965
Type	departmental bulletin paper
File Information	22_p95-108.pdf

7. 地震の時間的分布に関連する諸問題 (その 2)

── 地震発生の定常性と偶然性について ──

宇 津 徳 治
(北海道大学理学部地球物理学教室)

─ 昭和 44 年 4 月受理 ─

I. まえがき

前報[1]で述べたように，ある地震系列において地震の発生が時間的に定常かつランダムであるという仮説の検定は，時間間隔 τ の指数分布への適合性，あるいは一定期間当りの回数 n の POISSON 分布への適合性を χ^2 テストを用いて調べることによってなされてきた。しかしこの仮説の検定法はこれだけに限らず，統計学を応用すれば他にもいくつかの方法が考えられる。ここではそれらの方法を説明し，前報で例として挙げた五つの地震系列について適用した結果を報告する。

これらの諸方法はそれぞれ定常かつランダムな過程の持つ諸性質の一面をみているわけであるから，方法によって異った結論が得られることもあり得る。どの方法がどういう結果を出すかは，将来どの様な確率モデルを作ってゆくべきかの参考資料となろう。

なお明らかに定常的でない系列でも，いくつかの期間に分けて考えればそれぞれほぼ定常的であるとみなせる場合もあるし，時間軸を変換したり，傾向変動を引き去ったり，適当なフィルターを通したりしてほぼ定常的な系列に直せる場合もあり，このようなときにも以下の方法の適用が有意義となる。

II. 検定方法

1. 適合度の χ^2 テスト

1) 時間間隔 τ の指数分布への適合度 (前報参照)。

2) 一定期間 Δt ごとの地震回数 n の POISSON 分布への適合度 (前報参照)。

3) 地震回数 n の時系列 $n_i (i=1, 2, \cdots, N)$ の一様分布への適合度。

n_i の平均値を $\bar{n} (=\nu\Delta t)$ とすれば

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{N} (n_i - \bar{n})^2 / \bar{n} \tag{1}$$

は N が大きいとき自由度 $N-1$ の χ^2 分布に従うから $\chi_0^2 \geq \chi^2 (N-1;\ \alpha)$ ならば定常かつランダ

---

1) 宇津徳治；地震の時間的分布に関連する諸問題 (その 1)―地震の回数と時間間隔の分布について，北大地球物理学研究報告，**22** (1969), 73–93.

ムという仮説は有意水準 α で棄却される。なお $L=\chi_0^2/N=V(n)/\bar{n}$ は Poisson の分散指数または Lexis の比と呼ばれ N が大きいとき，その期待値は

$$E(L)=1\,, \tag{2}$$

$\sqrt{L}$ の分散は

$$V(\sqrt{L})=1/(2N) \tag{3}$$

である。実際の地震系列については多くの場合 L は1より大きくなり[2)]，とくに Δt を大きくとる程大きくなる傾向がある。

4) m 番目ごとの地震の時間間隔 $\tau_{(m)}$ の χ^2 分布への適合度。

ある地震とその m 個後の地震の時間間隔，すなわち

$$\tau_{(m)}=t_{s+m}-t_s=\sum_{j=s}^{s+m-1}\tau_j \tag{4}$$

(ただし t_s は系列の最初から数えて s 番目の地震の発震時，τ_s は s 番の地震と $s+1$ 番目の地震の時間間隔) について考える。$\tau_{(1)}$ は前報で扱った相次ぐ地震の時間間隔 τ に他ならず，定常かつランダムな地震系列についてはその分布は指数分布 $\phi(\tau)=\nu e^{-\nu}$ (ν は単位時間当りの平均回数) に従う。従って m 個の τ の和はその 2ν 倍が自由度 $2m$ の χ^2 分布に従う。それ故，適当な m について

$$2\nu\tau_{(i)m}=2\nu(t_{im}-t_{(i-1)m+1}) \qquad (i=1,2,\cdots) \tag{5}$$

の度数分布の自由度 $2m$ の χ^2 分布への適合度の χ^2 テストを行なうことにより，1)とは多少異った観点から定常かつランダムであるという仮説の検定が行なえる。

2. 自己相関係数

地震回数の系列 n_i の自己相関係数

$$r_k=\frac{\sum_{i=1}^{N-k}(n_i-\bar{n})(n_{i+k}-\bar{n})}{\sum_{i=1}^{N}(n_i-\bar{n})} \qquad (k=1,2,\cdots) \tag{6}$$

ただし

$$\bar{n}=\sum_{i=1}^{N}n_i/N \tag{7}$$

---

2) 高橋浩一郎；地震出現回数の統計的諸性質，気象集誌 (ii), **15** (1937), 7-16.
Yu. V. Riznichenko; The Study of Seismic Conditions, Bull. (IZV.) Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser. (1958), 1057-1074.
D. Vere-Jones and R. B. Davies; A Statistical Survey of Earthquakes in the Main Seismic Region of New Zealand, Part 2—Time Series Analysis, N. Z. J. Geol. Geophys., **9** (1966), 251-284.
B. L. Isacks, L. R. Sykes, and J. Oliver; Spatial and Temporal Clustering of Deep and Shallow Earthquakes in the Fiji-Tonga-Kermadec Region, Bull. Seism. Soc. Am., **57** (1967), 935-958.

は定常かつランダムな地震系列に対し，その期待値と分散はそれぞれ

$$E(r_k)=0, \tag{8}$$

$$V(r_k)\fallingdotseq 1/N \tag{9}$$

となる。ただしこれには n_i の分布の正規性が仮定され，また (9) 式は $N\gg k$ のときに成り立つ。自已相関係数は (6) 式とは多少異った定義もあるが，後にスペクトルを計算することも考えると (6) 式がよいといわれている。

以前，FÜRTH の方法で履歴効果に関連したパラメータ P, Q を求めて地震の続発性の議論が行なわれたが[3)]

$$r_1\fallingdotseq 1-P=Q \tag{10}$$

である[4)]から，これは $k=1$ についてだけ r_kを求めたことに他ならない。従って定常性の吟味をすることなしに P, Q の値などから続発性について議論しても意味がない。

上記の自已相関係数は時間間隔の系列 τ_i についても適用できよう。ただし τ_i の分布は明らかに正規分布でないから，適当に変数を変換しほぼ正規分布になるようにしてから r_k を計算する[5)] 必要がある。

高橋[6)]は N 個の地震の系列について一つの地震 (i 番目) とそれ以後の地震 (j 番目，$i<j$) との時間間隔 τ_{ij} を τ_{ij} が一定の限度以下となるすべての i,j について求め，その度数分布 $g(\tau)$ を N で割ったものを用いて地震の持続性，周期性等を論じている。これは時間の単位を短くとって単位時間当りの平均回数 ν が 1 より充分小さくした場合の回数の自已相関係数と類似した点がある。定常かつランダムな系列に対して $g(\tau)/N$ の期待値と分散は

$$E(g(\tau)/N)\fallingdotseq\nu, \tag{11}$$

$$V(g(\tau)/N)\fallingdotseq\nu/N \tag{12}$$

となる。ただし τ の上限は全期間の長さよりは充分短いとする。

3. 連の利用[7)]

3) たとえば，岸上冬彦・河角 広；統計地震学に於ける Schwankung の理論の応用，震研彙報，**4** (1928), 75-85.

4) 松沢武雄・佐藤光之助・早川正巳・福永三郎；相関論からみた Wahrscheinlichkeitsnachwirkung，地震，**10** (1938), 5-7.

5) たとえば K. AKI; Quantitative Prediction of Earthquake Occurrence as Stochastic Phenomena, J. Phys. Earth, **2** (1954), 63-69.
小河原正巳；東京における次の有感地震の確率，験時震報，**20** (1955), 81-92.

6) 高橋浩一郎；前出 2).
K. TAKAHASI; On Analysis of Random Fluctuation, Persistence, and Periodicities and Some Application to Meteorological and Geophysical Phenomena, Geophys. Mag., **11** (1937), 237-268.

7) たとえば A. HALD; Statistical Theory with Engineering Applications, 1952, John Wiley and Sons.
A. M. MOOD and F. A. GRAYBILL; Introduction to the Theory of Statistics, 2nd Ed., 1963, McGraw-Hill.

時間間隔の系列 $\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_N$ をその中間値 $\tilde{\tau}$ (必ずしも完全な中間値でなくてもよい) より大きいか小さいかによって＋と－に分け，＋－の系列の連の数 R を求める。定常かつランダムな地震系列に対しては，R は N が大きいときほぼ正規分布に従いその期待値と分散は＋の数を n_+，－の数を n_- $(N=n_++n_-)$ とすれば

$$E(R)=(2n_+n_-/N)+1\,, \tag{13}$$

$$V(R)=2n_+n_-(2n_+n_--N)/N^2(N-1) \tag{14}$$

となる。

以上のことは地震回数 n の系列についても成り立つ。

次に地震系列を前半と後半の2期に分け，両期間の地震の発震時を各期間の起点の時刻を0として表わしたものをそれぞれ $u_1, u_2, \cdots, u_{n_+}$，および $v_1, v_2, \cdots, v_{n_-}$ とする。この u, v を一緒にして大きさの順に並べ u を＋，v を－に置きかえると＋－の連ができる。両期間でそれぞれ地震の発生が定常かつランダムであればこの連の数 R の分布は前記の場合と同じで，期待値，分布については(13)，(14)が成り立つ。

時間間隔の系列についても前半を $u_1, u_2, \cdots, u_{n_+}$，後半を $v_1, v_2, \cdots, v_{n_-}$ で表わせば同様のことがいえる。地震回数の系列についても同様のことがいえそうであるが，回数の値は整数値をとるので，余程各回数の値が大きい場合でないと，同じ値が何度も表われ順位をつけて並べかえることが一義的にできない。

同じく連の理論の応用であるが，時間間隔 τ_i と τ_{i+1} $(i=1, 2, \cdots, N-1)$ を比較し $\tau_i<\tau_{i+1}$ ならば＋，$\tau_i>\tau_{i+1}$ ならば－とし，＋－の系列の連の数を R とすれば，R は N が大きいときほぼ正規分布に従いその期待値と分散はそれぞれ

$$E(R)=(2N-1)/3\,, \tag{15}$$

$$V(R)=(16N-29)/90 \tag{16}$$

となることも利用できる。さらに長さ i の連の数 R_i を用いることも考えられるがここでは省略する。

4. 直線的傾向変動の有無

地震回数の系列 n_i $(i=1, 2, \cdots, N)$ に一定の割合の増加または減小の傾向があかも知れないと疑われるときには，i に対する n_i の回帰係数 β を求めこれが0と有意に異なっていないということを検定する[8)]。

5. 平均値の一様性[9)]

定常かつランダムな地震系列については回数 n_i はその平均が5以上くらいならばほぼ正

8) たとえば D. VERE-JONES, S. TURNOVSKY, and G. A. EIBY; A Statistical Survey of Earthquakes in the Main Seismic Region of New Zealand, Part 1—Time Trends in the Pattern of Recorded Activity, N. Z. J. Geol. Geophys., **7** (1964), 722–744.

9) たとえば A. HALD; 前出 7).

規分布をするとみなせるから，系列を二つあるいはそれ以上の期間に分けて各期間での n の平均値および分散の一様性を検定できる。

たとえば簡単のため $n_i\,(i=1,2,\cdots,N)$ が m 個ずつ k 組に分けられる $(N=mk)$ 場合を考え，各組の平均値を $\overline{n_{(j)}}\,(j=1,2,\cdots,k)$，全部の平均を $\bar{n}$ とすれば

$$F_0=\frac{m(m-1)\,k\sum_{j=1}^{k}(\overline{n_{(j)}}-\bar{n})^2}{(k-1)\sum_{j=1}^{k}\left\{\sum_{i=1}^{m}(n_{i+(j-1)m}-\overline{n_{(j)}})^2\right\}} \tag{17}$$

は自由度 $(k-1,\ N-k)$ の F 分布に従うから，$F_0\geq F(k-1,\ N-k\,;\ \alpha)$ のとき k 組の平均値の一様性は有意水準 α で棄却される。

6. Pitman の方法[10)]

回数の系列 $n_i\,(i=1,2,\cdots,2m)$ を前後 m 個ずつの 2 組に分け，前の m 個の平均を $\bar{u}$，全体の $2m$ 個の平均を $\bar{z}$，その分散を μ とすれば

$$F_0=2W_0(m-1)/(1-W_0) \tag{18}$$

ただし

$$W_0=(\bar{u}-\bar{z})^2/\mu \tag{19}$$

で与えられる F_0 は自由度 $(1,2(m-1))$ の F 分布に従うから，$F_0\geq F(1,2(m-1)\,;\ \alpha)$ のとき 2 組の回数の分布に差がないという仮説は有意水準 α で棄却される。この方法には n の分布についての仮定（正規性など）ははいっていない。

III. 検定結果と考察

以上のいくつかの方法を前報でとりあげた五つの地震系列について試みた。結果は第 1 表および第 2～5 図に示すとおりである。第 1 図には各系列についての地震回数 n の時間的分布を示して参考に供した。

検定の過程を各系列について記すことは避け，前報と同様に松代における 1965 年 12 月 9～18 日の有感地震の系列についてのみ簡単に述べる。

1）前報に述べたようにこの系列について，τ の指数分布への適合，n の Poisson 分布への適合は危険率 0.1% で棄却されている。

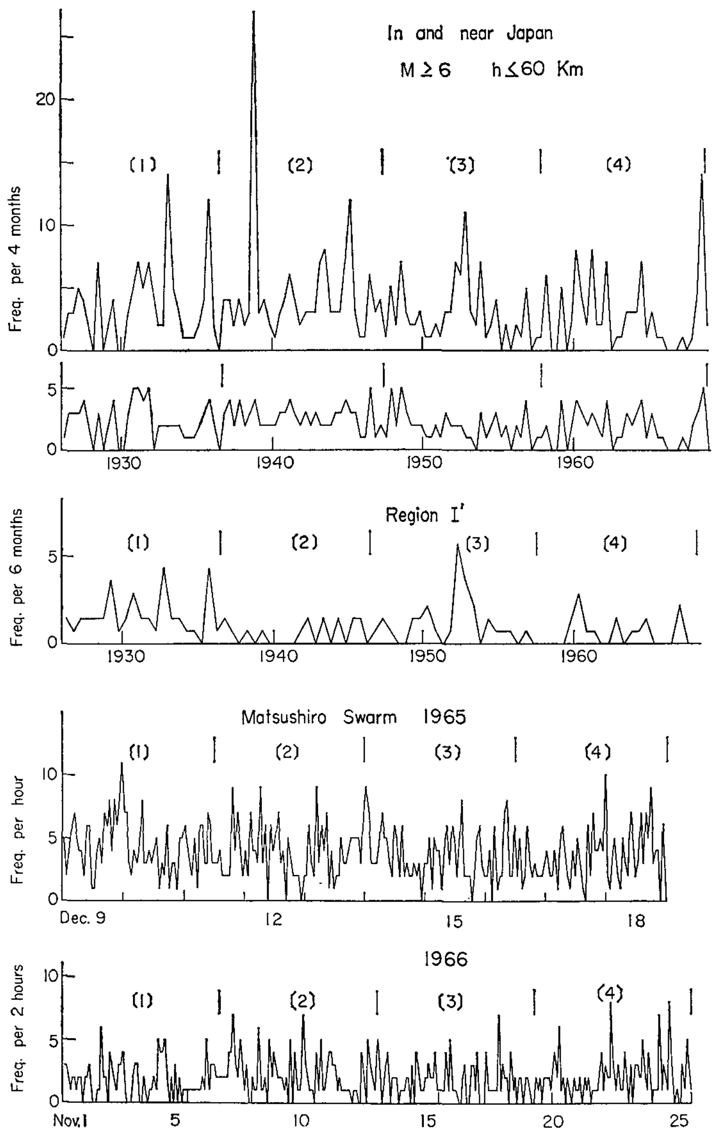
2）毎時の地震回数 n の一様分布への適合は，(1) 式の χ_0^2 が 305 となり，これは自由度 239 の χ^2 分布の $\alpha=0.01$ 点の値 292 より大きく，$\alpha=0.001$ 点の値 311 より小さい。また $L=\chi_0^2/N=1.27$ である。定常かつランダムという仮説は危険率 1% で（実は 0.5% でも）棄却される。

3）$\tau_{(m)}$ の度数分布を $m=2,3,4$ について求めそれぞれ自由度 $2m$ の χ^2 分布と比較した。

10) T. Kitagawa, S. Huruya and T. Yamada; The Probabilistic Analysis of the Time Series of Rare Events, I, Mem. Fac, Sci. Kyushu Imp. Univ. Ser. A, **2** (1941), 152-204.

第2図 (白丸) にはそのうち $m=2$ と 4 の場合を示す。黒丸は $\tau_{(m)}$ の大きい方からの累積度数である。曲線は定常かつランダムな場合の χ^2 分布で，白丸，黒丸ともこれからややずれており，χ^2 テストによれば危険率 0.1% で適合していないといえる。

4) 第1図に示した毎時の回数，n_i $(i=1,2,\cdots,240)$ について自巳相関係数 r_k を $k=1,2,\cdots,24$ について計算しこれを第3図右上に示した。図中の点線は有意水準 $\alpha=0.05$ における $r_k=0$ の仮説の棄却限界を示し，$k=2$ と 12 の場合を除き係数の値は点線の間にはいっている。



第1図 本論文で扱かう五つの系列についての地震回数の時間的変動

Fig. 1. Variations of the numbers of earthquakes with time for five earthquake sequences.

第1表 前論文および本論文で扱った五つの地震系列についてのいくつかの仮説の検定

Table 1. Thests of several hypotheses for five earthquake sequences treated in Parts 1 and 2 of this paper (cf. Figs. 1–5).

仮説		日本付近 1926–1968 $M \geq 6$ $h \leq 60$ km	同左 余震等除外	浦河周辺 1926–1967 $M \geq 5$ $h \leq 60$ km	松代有感 1965年12月	松代有感 1966年11月
n の時系列は一様分布に適合する		× 0.001	○ 0.1	× 0.001	× 0.01	× 0.001
n の自己相関係数 r_k は 0 である (k=4 以上略，第 3 図参照)	$k=1$	○ 0.1	○ 0.1	× 0.05	○ 0.1	○ 0.1
	$k=2$	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	× 0.05	○ 0.1
	$k=3$	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1
τ (変換後) の自己相関係数 r_k は 0 である (k=6 以上略，第 5 図参照)	$k=1$	× 0.001	○ 0.1	× 0.01	○ 0.1	× 0.001
	$k=2$	× 0.001	○ 0.1	× 0.01	○ 0.1	○ 0.1
	$k=3$	× 0.01	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1
	$k=4$	○ 0.1	× 0.1	○ 0.1	○ 0.1 (前) × 0.1 (後)	○ 0.1
	$k=5$	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1 (前) × 0.1 (後)	○ 0.1
n の中間値よりの大小によって作った連の数は (13) 式によるものと有意差がない。		× 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1
τ の中間値よりの大小によって作った連の数は (13) 式によるものと有意差がない。		× 0.001	○ 0.1	× 0.1	× 0.1	× 0.1
τ の増減によって作った連の数は (15) 式によるものと有意差がない。		○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	× 0.05	○ 0.1
全期間を前後に 2 等分したとき，発震時 t の混合によって作った連の数は (13) 式によるものと有意差がない。		× 0.001	○ 0.1	○ 0.1	× 0.001	× 0.05
全期間を k 個の期間に等分したとき，各期間中の回数の平均値は一様である。		× 0.1 ($k=6$)	× 0.1 ($k=6$)	× 0.05 ($k=6$)	× 0.05 ($k=20$)	○ 0.1 ($k=25$)
全期間を [1], [2], [3], [4] の 4 期間に等分したとき，二つの期間 [i] と [j] の間で n の分布に有意差がない (PITMAN のテスト)。	$i=1,\ j=2$	○ 0.1	○ 0.1	× 0.01	○ 0.1	○ 0.1
	$i=1,\ j=3$	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1	× 0.1	○ 0.1
	$i=1,\ j=4$	○ 0.1	○ 0.1	× 0.01	× 0.1	○ 0.1
	$i=2,\ j=3$	× 0.1	× 0.05	× 0.1	○ 0.1	× 0.1
	$i=2,\ j=4$	○ 0.1	× 0.05	○ 0.1	○ 0.1	○ 0.1
	$i=3,\ j=4$	○ 0.1	○ 0.1	× 0.1	○ 0.1	○ 0.1

(注) 記号は前報第 2 表と同じ。たとえば ○ 0.1 は有意水準 $\alpha=0.1$ でも仮説は棄却できないことを，× 0.01 は有意水準 $\alpha=0.01$ で仮説は棄却されることを示す。

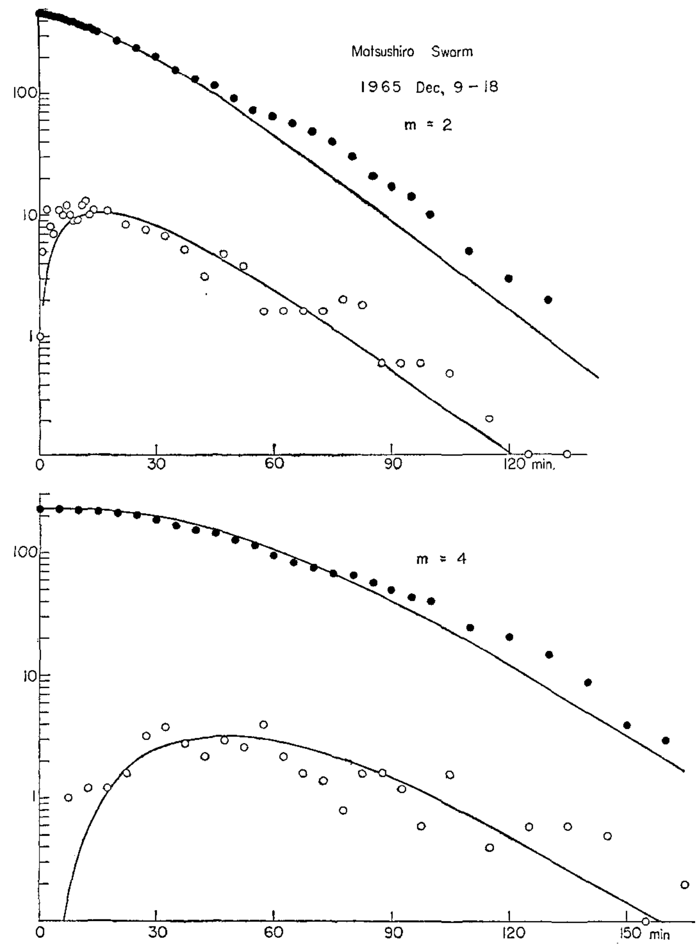
$\alpha=0.05$ であるから 24 個の値のうち 1～2 個が限界を越えるのは偶然としても容易に起り得ることであり，自己相関係数はすべて 0 であるという仮説は棄却できない。

5) 時間間隔の系列 $\tau_i\ (i=1,2,\cdots,914)$ は ν を単位時間当りの平均回数とし

$$x_i=\ln(\tau_i+0.2/\nu) \tag{20}$$

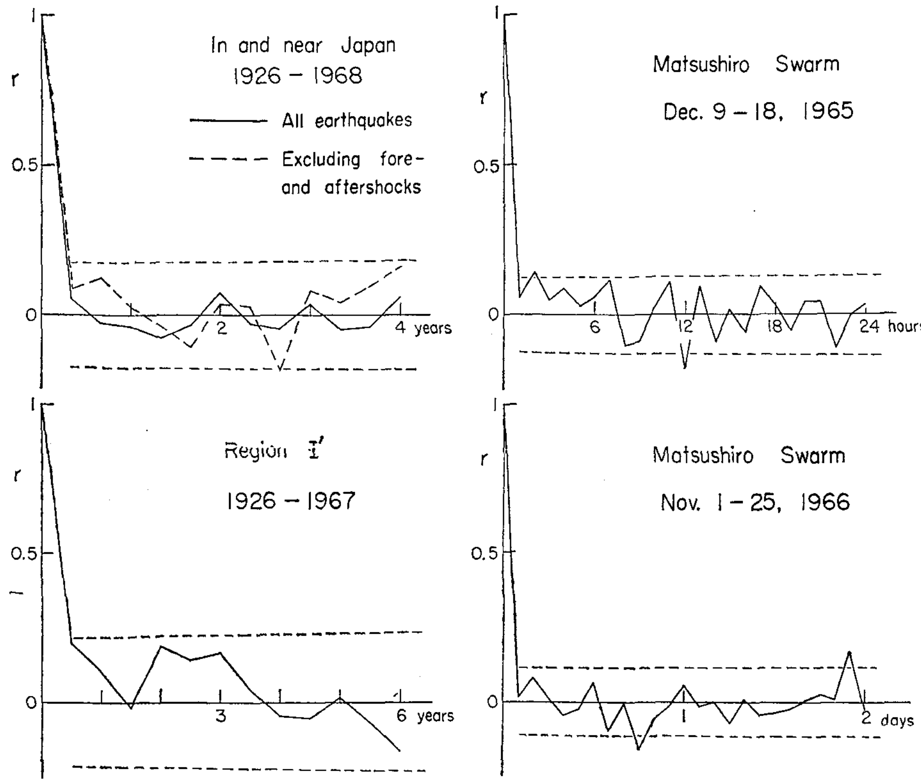
とおいた x_i がほぼ正規分布に従うのでこれを前半と後半に分けて自己相関係数 r_k を $k=1,2,\cdots,18$ について求めた。これは第 5 図 (右上) に示すとおりで，$\alpha=0.05$ としたときの $r_k=0$ の棄却限界を示す点線と比べても，r_k は 0 と有意に異るとはいえない。

6) i 番目の地震と j 番目の地震の時間間隔を $\tau_{ij}\leq 60$ 分のすべての $i,\ j$ について求めその 1 分毎の度数分布 $g(\tau)$ を示したものが第 4 図である。実線は定常かつランダムな系列に対



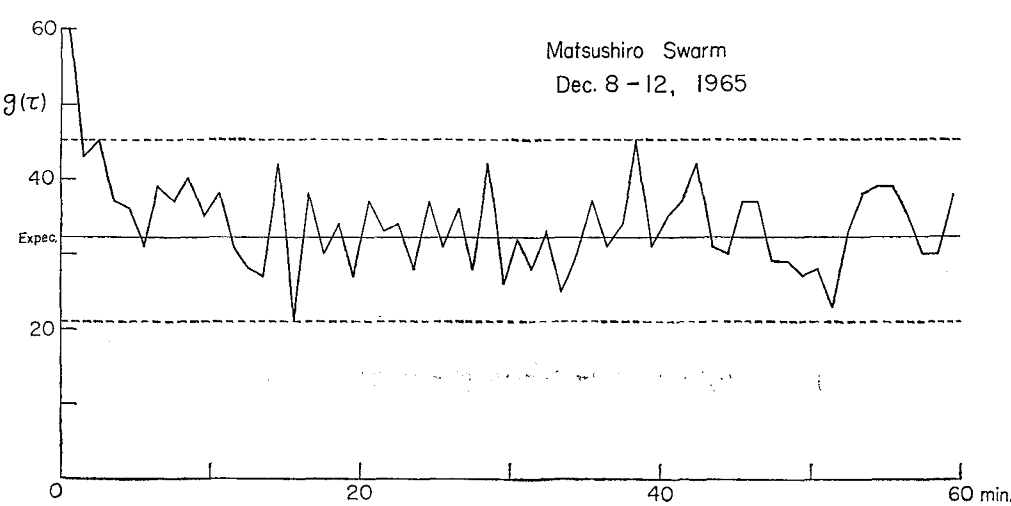
第 2 図　m 番目ごとの地震の時間間隔 $\tau_{(m)}$ の度数分布 (白丸) と累積度数分布 (黒丸)，$m=2$ と 4。松代地震初期の例。

Fig. 2. Frequency distribution of the time intervals between every mth earthquakes for an early period of the Matsushiro swarm. Solid circles represent cumulative frequencies.



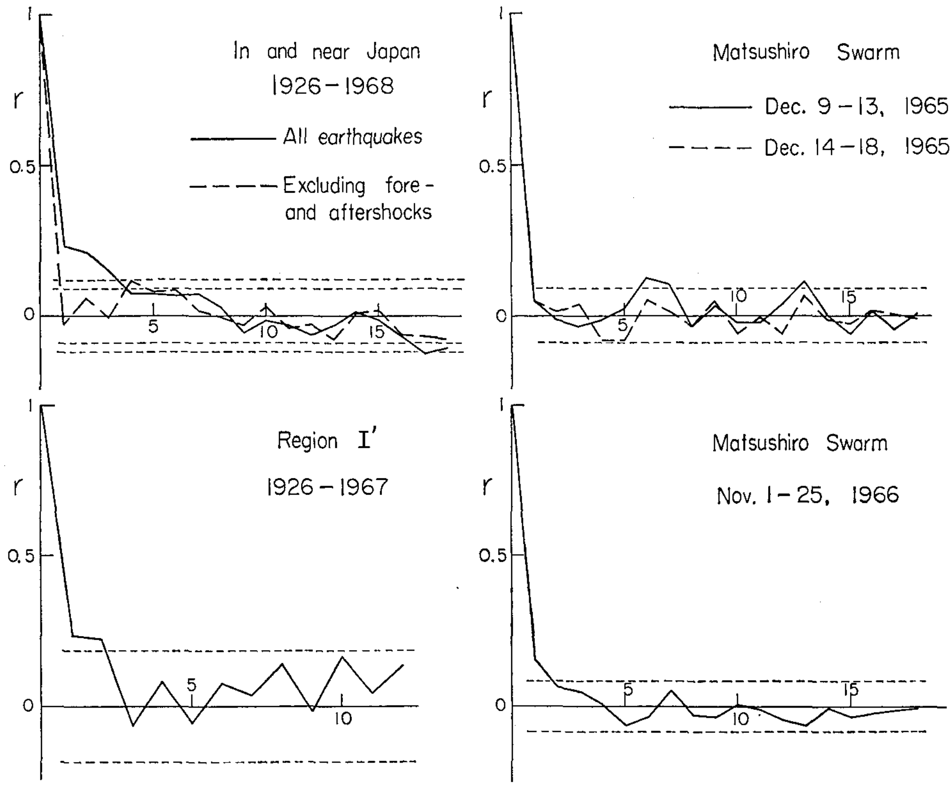
第3図 地震回数の系列 (第1図) のコレログラム。点線は $r=0$ の棄却限界 ($\alpha=5\%$)。

Fig. 3. Correlograms of the numbers of earthquakes shown in Fig. 1. Dotted lines indicate the critical regions at $\alpha=0.05$.



第4図 τ_{ij} の度数分布。松代地震初期。

Fig. 4. Frequency distribution of τ_{ij} for an early period of the Matsushiro swarm.



第5図 時間間隔 τ (変換後) の系列のコレログラム。点線は $r=0$ の棄却限界 ($\alpha=5\%$)

Fig. 5. Correlograms of the series of the time intervals (transformed) between earthquakes. Dotted lines indicate the critical regions at $\alpha=0.05$.

する期待度数 $E(g(\tau))$, 点線は $\alpha=0.05$ におけるその棄却限界を示す。τ_{ij} が数分以内では $g(\tau)$ はかなり大きくなっているが, それ以上では $E(g(\tau))$ と有意な差は認められない。

7) 毎時の回数 n を3以下と4以上に分けて作った連については, $R=116$, $n_+=n_-=120$ となるが $E(R)=121$, $\sqrt{V(R)}=7.2$ なので, R と $E(R)$ は有意水準 $\alpha=0.1$ でも有意な差があるといえない。

8) 時間間隔 τ を9分以上と10分以下の2組に分けて作った連については, $R=432$, $n_+=460$, $n_-=454$ で, $E(R)=458.0$, $\sqrt{V(R)}=15.1$ となるから $E(R)-R$ は $1.64\sqrt{V(R)}$ ($\alpha=0.1$ 点) よりは大きいが $1.96\sqrt{V(R)}$ ($\alpha=0.05$ 点) よりは小さい。従って系列が定常かつランダムであるという仮説は危険率10% では棄却できるが5% では棄却できない。

9) τ の系列の増減によって作った連については, 発震時が分位までしか報告されていないデータによったため同じ値の τ が続く場合が生じ連の数は $R=575\sim584$ の間にあることしかわからない。$N=913$ なので $E(R)=608.3$, $\sqrt{V(R)}=12.7$, 従って $E(R)-R$ は $1.96\sqrt{V(R)}$ よりは大きいが $2.57\sqrt{V(R)}$ ($\alpha=0.01$ 点) より大きいかどうかは判明しない。従って τ の系列が定常かつランダムであるという仮説は危険率5% で棄却される。

10) 全期間を2等分し両期間の起点 (9日0時0分と14日0時0分) から測った各地震の発震時を混ぜて作った連については，$R=380$, $n_+=483$, $n_-=431$ で，$E(R)=456.5$, $\sqrt{V(R)}=15.0$ となる。$E(R)-R$ は $3.29\sqrt{V(R)}$ ($\alpha=0.001$ 点) よりも大きいから，定常かつランダムという仮説は危険率0.1% で棄却される。

11) 全期間を20等分した各期間 (半日) ごとの毎時回数の平均値の一様性は，(17)式の F_0 の値が1.705 となりこれは自由度 (19, 180) の F 分布の $\alpha=0.05$ 点の値1.68 よりは大きく，$\alpha=0.01$ 点の1.93 よりは小さいから，危険率5% では棄却されるが，1% では棄却されない。

12) 全期間を4等分し (第1図の [1], [2], [3], [4] の部分)，i 番目と j 番目の部分について PITMAN の方法で一様性を検定すると，$i=1$, $j=4$ のとき (18)式の F_0 は最大で3.40, $i=3$, $j=4$ のとき最小で0.02 である。自由度 (1, 118) の F 分布の $\alpha=0.1$, 0.05 点はそれぞれ2.75, 3.92 であるから [1] 期と [4] 期とでは危険率10% では差があるといえるが5% ではいえない。

第1表，第1～5図，および前報の第2表などをみると，いろいろなことが気付かれる。そのおもなことについて次に述べる。

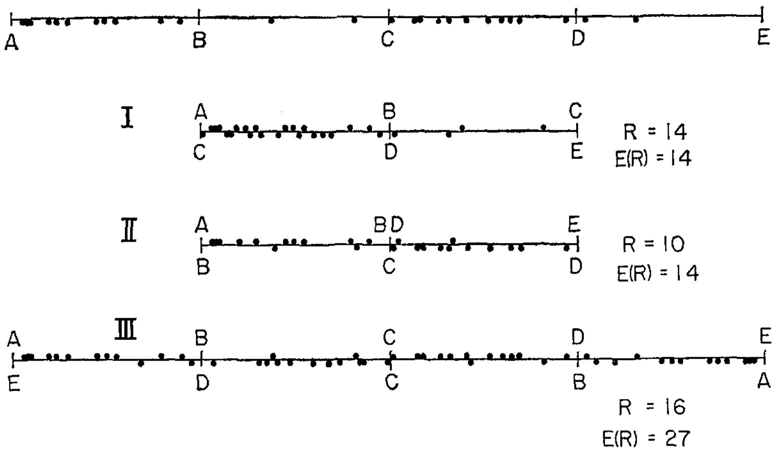
1) 調査した五つの地震系列に関する限り，時間間隔 τ の指数分布への適合性の検定，地震回数 n の POISSON 分布への適合性の検定，回数 n の系列の一様分布への適合性の検定が小さい有意水準で定常かつランダムという仮説を棄却する。すなわち鋭敏である。この三つの検定はもちろん同等ではない。たとえば τ は指数分布によく適合するが，n は POISSON 分布にまったく適合しないというような系列を作ることは容易である。従ってこの三つの検定を皆試みることは無意味ではない。しかし n の系列が一様分布に適合しないことが明らかなときは上記仮説の検定だけが目的ならば，τ や n の分布を求めるまでのこともないであろう。

2) 全期間を2等分し，両期間の起点を0として測った各地震の発震時の混合による連の数は簡単に求められるが，ここで扱った系列に対して，定常かつランダムという仮説の検定には感度がよいようである。

しかし容易にわかるように，発震時の分布がある型のときには，地震発生が著るしく定常またはランダムな場合から隔っていても，連の数 R は (13)式の $E(R)$ と大差ないこともあり得る。たとえば第6図 I の場合である。この場合も同じデータを II のように期間に分けて重ねれば連の数 R は $E(R)$ に比べて著るしく小さくなる。あるいは，期間を等分せず，III のように時間軸を逆にした同じデータを重ね合わせる (すなわち $u_1, u_2, \cdots, u_m$ と $v_1, v_2, \cdots, v_m$ ただし $v_i=T-u_{m-i+1}$ (T は期間の長さ) を混ぜる) ことも考えられる。

3) $\tau_{(m)}$ $(m=2,3,4)$ の度数分布と自由度 $2m$ の χ^2 分布との比較もここで扱った地震系列に対しては $\tau_{(1)}$ の指数分布への適合性と同様に鋭敏である。

4) τ_{ij} の度数分布の一様分布からのずれは τ の分布の指数分布からのずれと似たようなものとなる。少なくともここで扱ったような系列については $\tau_{(m)}$ や τ_{ij} を求めるような手数のかかる操作をしても特に効果があるようには思えない。



第6図 地震系列 A-B-C-D-E の発震時の混合によって作った連の数の作り方による違い。

Fig. 6. Some examples of the runs made by mixing of the origin times of earthquakes. Note the difference between the number of runs R and its expected value $E(R)$ under the assumption of stationary random process.

5) τ の中間値よりの大小によって作った連による検定は，日本付近の $M \geq 6$ の全地震のように，長期にわたって大きな傾向変動はないが，比較的短期間内での回数の変動が著るしいとき，小さい有意水準で定常かつランダムという仮説を棄却する。一方，τ での増減によって作った連による方法は上記の場合のように地震の回数の増減が著るしい系列についても定常かつランダムという仮説を棄却しない。回数の増減の間隔よりもさらに短い期間をとると地震はほぼ定常かつランダムに起っているときはこのような結果になるのであろう。

6) ここで採用した程度の長さの期間ごとの回数の自己相関係数は 0 とほとんど有意な差がないが，これは期間の長さが地震の群構造の長さに比べて長いため，隣の期間同志でも回数は独立の値をとるようになっているためであろう。これに反し，時間間隔の自己関係数は二，三の系列については k の小さい範囲で有意な正の値を有している。しかし，松代地震の初期 (1965) の例にみられるように他の方法では定常かつランダムの仮説が高度の有意水準で棄却できるのに，τ の自己相関係数は $k=1$ でもほとんど 0 である。

7) 平均値の一様性の検定は有意水準は高くはないが，たとえば余震等を除いた日本付近の $M \geq 6$ の地震のように他の方法ではほとんで定常性を棄却できないような場合でも有意な結果を出す。

IV. あとがき

地震の時間的分布の性質を表現するものとして，時間間隔 τ および一定期間当りの回数 n の度数分布について調べた論文は前報に述べたように数多いが，本報ではその他の方法につい

て述べ，五つの地震系列について適用した結果を記した。ここに述べたもの以外にも独立な方法はあり得よう。またある方法が特に鋭敏であるから他の方法は不要であるともいえない。地震発生の確率モデルを作る前に調べておくべき問題はまだ残されているので次報ではこれらについて論じたいと思っている。 (つづく)

7. Some Problems of the Distribution of Earthquakes in Time (Part 2)

By Tokuji UTSU
(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

This paper describes the various statistical methods for testing the hypothesis that the occurrence of earthquakes is represented by a stationary random process in time. These methods are based on the following items respectively.

(1) The frequency distribution of the time intervals between two earthquakes.

(2) The frequency distribution of the numbers of earthquakes occurring per interval of length Δt.

(3) The variation of the numbers of earthquakes per nuit time interval with time, or the POISSON index of dispersion for the numbers of earthquakes.

(4) The frequency distribution of the time intervals between sth and $(s+m)$th earthquakes $(m=2, 3, \cdots)$.

(5) The autocorrelation coefficients r_k $(k=1, 2, \cdots)$ for the series of the numbers of earthquakes per unit time interval.

(6) The autocorrelation coefficients r_k $(k=1, 2, \cdots)$ for the series of the transformed time intervals between earthquakes.

(7) The frequency distribution of the time intervals τ_{ij} between the ith and jth earthquakes for all combinations of i and j $(i<j)$ and $\tau_{ij} \leq \tau_c$ (a constant).

(8) The runs above and below the median of the time intervals between earthquakes.

(9) The runs above and below the median of the numbers of earthquakes per unit time interval.

(10) The runs made by mixing of the origin times of earthquanikes two adjacent perioid of time of equal length.

(11) The runs up and down for the time intervals between earthquakes.

(12) The regression coefficient for the numbers of earthquakes per unit time interval versus time.

(13) The equality of the mean numbers of earthquakes in k periods of time of equal length.

(14) The homogeneity of the distribution of the numbers of earthquakes per unit time interval between two period of time of equal length.

These methods have been applied to the five series of earthquakes treated in Part 1 of this paper. Results are shown in figures and a table. Although each method is

based on the different statistical property of the stationary random process, the methods based on the items (1), (2), (3), (4), and (10) are sensitive to the present data, i.e., they reject the hypothesis of stationary random process at very high levels in the cases of shallow earthquakes with $M \geq 6$ in and near Japan and the felt earthquakes in two periods of the Matsushiro swarm. The response of each method for a sequence of earthquakes may provide useful information in building a stochastic model of the occurrence of earthquakes. (to be continued)