



Title	溶結凝灰岩の内部摩擦の測定
Author(s)	兼間, 強; KANEMA, Tsuyoshi
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 33, 9-20
Issue Date	1975-08-20
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.33.9
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/14047
Type	departmental bulletin paper
File Information	33_p9-20.pdf



溶結凝灰岩の内部摩擦の測定

兼 問 強

北海道大学理学部地球物理学教室
(昭和49年12月14日受理)

Measurement of the Internal Friction of Welded Tuff

By Tsuyoshi KANEMA

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University
(Received Dec. 14, 1974)

The mechanism of the internal friction (Q^{-1} value) of rocks is not well understood. At room temperature and under atmospheric pressure, the main source of the internal friction of rocks may be the frictional dissipation as crack surfaces in contact slide relative to each other.

In this study, Shikotsu Welded Tuffs were used to investigate the effect of cracks or grain boundaries on the elastic and anelastic properties of rocks. Welded Tuff is a rock or rock body in which glass shards have some degree of cohesion by reason of having been hot and viscous at the time of their emplacement.

Measurements were done by the flexural resonance method. Specimens were collected at various depths of an outcrop of 25 m high. The middle part of the outcrop is strongly welded and its Q^{-1} value is low and its Young's modulus is high. It is found that the Q^{-1} value decreases and the Young's modulus increases as welding develops.

The following facts were revealed by heating experiments: The Q^{-1} value is sensitive to a small amount of water in rocks. If the specimen has been previously heated, the Q^{-1} value reduces remarkably. It may be attributed to the increase in frictional coefficient of crack surface because of the elimination of water adhered to the crack surface. After the specimen is heated at 850°C, the Young's modulus increases. This is attributed to that the glass particles in rocks are welded by sintering.

The Q^{-1} value may be a valuable quantity for investigating the structure of rocks having cracks.

I. ま え が き

岩石の内部摩擦の原因は、まだよく理解されていないが、常温、常圧のもとにおいては、岩石中の構成粒子間に存在するクラック面における摩擦による減衰の影響が大きいと考えられている。

しかし、系統的に内部摩擦に及ぼす、クラックの影響を調べた例は少ない。岩石中の構成粒子の境界は、膠結作用、再結晶作用等によって結合し、風化によって結合が弱められる。このような構成粒子の結合の度合によって、岩石の機械的性質が、どのように変化するかは興味のある問題である。

溶結凝灰岩は、高温で堆積した火砕流堆積物の中央部にみられ、火砕岩中のガラス質岩片が焼結 (sintering) して生じた岩石である。その生成時の条件によって種々の程度に溶結した試料がこれから得られる。ここでは、溶結凝灰岩を用いて、構成粒子の結合の程度によって、内部摩擦およびヤング率が、どのように変るかを調べ、それらにおよぼす水の影響ならびに、加熱による影響を調べた。

II. 試 料

試料は、札幌市常盤の支笏溶結凝灰岩の高さ約25 mの露頭で採取した (Fig. 1)。この場所は、この溶結凝灰岩を生じた火砕流の噴出地である支笏湖から約18 km 離れている。露頭の最上部は土壌、樽前火山噴出物からなり、深さとともに漸次弱溶結部から強溶結部へ移行し再び弱溶結部で終る。採集は露頭の上部から7 m~20 mの間で可能であった。Fig. 2に試料の密度分布を示す。密度の大きい強溶結部では、顕著な流理構造が認められ、顕微鏡下では引き伸ばされたガラス粒

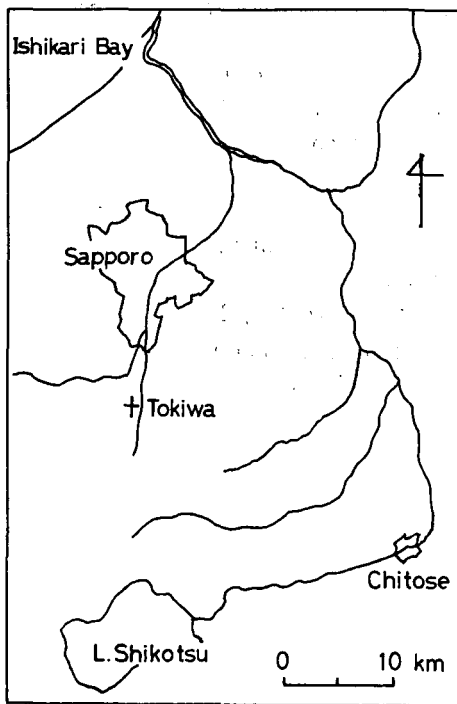


Fig. 1. Sampling site.
+Tokiwa

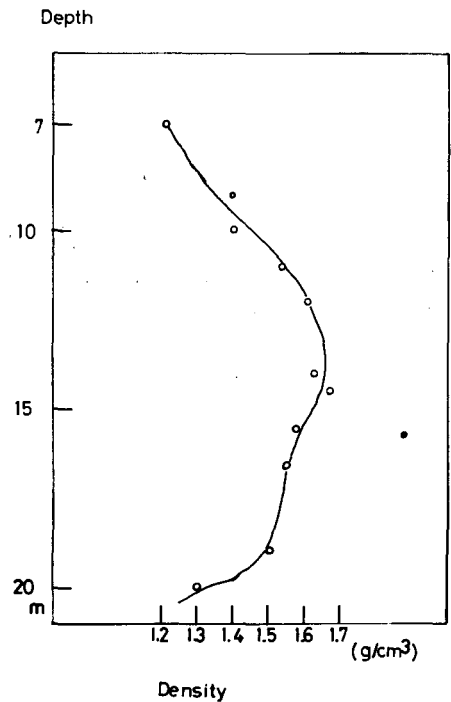


Fig. 2. Density variation of the specimens collected from various depths of the outcrop.

子が認められる。密度の小さい弱溶結部の試料では、流理構造は顕著でない。

試料は、長さ20 cm、幅3 cm、厚さ1 cm程度のもので使用した。力学的な異方性を調べるために、いくつかの試料は流理構造に垂直な方向と、流理構造に平行な方向の2つの型に切った。試料の空隙率は18%~30%であり、みかけ密度に逆比例している。試料は、平均して約5 mm程度の軽石と、さらに小さな異質岩片を含むが、大部分はガラス質の岩片より成っている。

III. 実験方法

測定は撓み振動共振法によった(例えば、山地・黒岩(1954)). 測定装置の模式図を Fig. 3 に示す。試料を撓み振動の基本モードの節の点で、細い糸によって吊り下げる。試料の一端に小さな検出コイルを取りつけ、もう一端に小さな鉄片をつける、その下の駆動コイルによって試料を振動させる。検出コイルに生じた電流を増幅し、オシロスコープで観測する。記録は電磁オシロによって得られる。試料が共振をおこすと、出力は最大となる。その共振周波数から試料のヤング率は次式で計算できる：

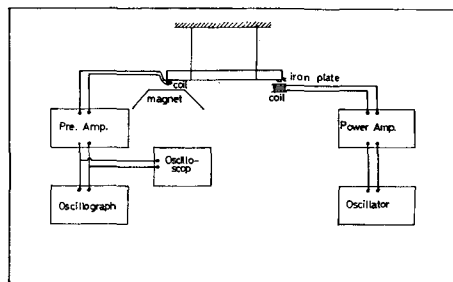


Fig. 3. Block diagram of the apparatus.

$$E = \frac{48\pi^2 \cdot l^4 \cdot \rho}{m^4 \cdot a^2} \cdot f_s^2$$

E : ヤング率, l : 試料の長さ, a : 試料の厚さ, ρ : 密度, f_s : 共振周波数, $m=4.730$ (基本振動の場合),

内部摩擦 (Q^{-1} 値) は、共振を止めた状態からの振幅の対数減衰率から得られ、次式で計算できる：

$$Q^{-1} = \frac{\ln \tau}{\pi f_s \cdot t_{\frac{1}{\tau}}}$$

$t_{\frac{1}{\tau}}$: 振幅が $\frac{1}{\tau}$ に減少する時間, f_s : 共振周波数,

測定は基本モードで行なった。基本共振周波数は各試料によって異なる。従って、得られた各試料の Q^{-1} 値、ヤング率は異なる周波数のもとにおける値である。一方 Gordon and Davis (1968) によれば、岩石は歪振幅が大きくなると Q^{-1} 値は歪振幅に依存する。以上の2点を考慮して、あらかじめ Q^{-1} 値、ヤング率の周波数依存性と歪振幅依存性を調べた。

周波数依存性：共振周波数は試料によって決まり、任意に周波数を変えることはできない。ここでは、片岡・小栗(1959)の行ったように、高次振動を利用して、周波数依存性を調べた。3つの試料についての結果を Fig. 4 に示す。この実験では各試料の共振周波数は200~800 Hzであり、この範囲では Q^{-1} 値、ヤング率 (E) 共に周波数に依存しないことがわかった。

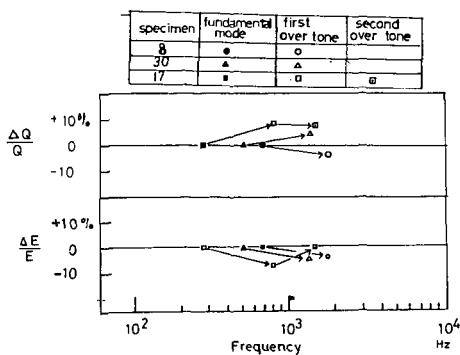


Fig. 4. Dependence of the internal friction (Q^{-1}) and the Young's modulus (E) on the frequency.

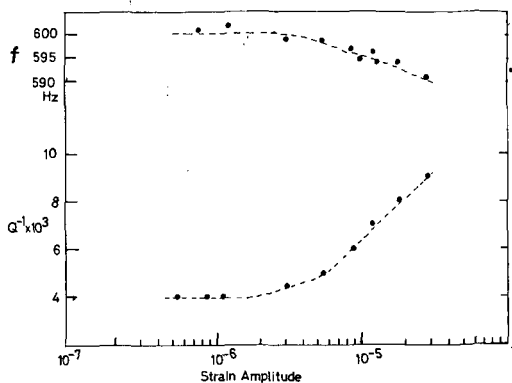


Fig. 5. Dependence of the internal friction (Q^{-1}) and the resonant frequency on the strain amplitude.

歪振幅依存性：この実験は簡単に振動の振幅が大きくなるから、常に振幅に注意しなければならない。最大歪振幅は次の式から計算できる。

$$\epsilon_{\max} = \frac{\pi^3 a \cdot d}{4l^2}$$

l ：試料の長さ、 a ：試料の厚さ、 d ：試料の端における振幅

振幅(d)は、最大振幅だけを、顕微鏡で読み取り、以下では振幅は出力電圧に比例するとして d を求めた。結果を Fig. 5 に示す。 Q^{-1} 値ならびに共振周波数は歪が小さくなると、歪振幅に依存しなくなる。測定は常にこの歪振幅に依存しない範囲でなされた。

IV. 実験結果

結果を Table 1 に示す。みかけ密度、空隙率、 Q^{-1} 値、ヤング率を各試料について測定した。Table 1 の Q^{-1} 値、ヤング率は実験室内で放置自然乾燥した試料のものである。

採取した露頭の各点について、ヤング率を示すと Fig. 6-b のようになる。露頭の間中部では大きく、上部、下部では小さい。流理構造に対して垂直に切った試料 (●印) は流理構造に平行に切った試料 (○印) よりも小さな値を示す。みかけ密度に対するヤング率は、Fig. 7-b のようになり、密度の大きいものほどヤング率は大きい。

露頭の各採取点に対する Q^{-1} 値を Fig. 6-a に、みかけ密度に対する Q^{-1} 値を Fig. 7-a に示す。 Q^{-1} 値は中間部 (強溶結部) で小さくなっている。 Q^{-1} 値が小さいことは、波動エネルギーの減衰が小さいことを意味する。 Q^{-1} 値も異方性がある。Fig. 6-a, Fig. 7-a の ●印は、流理構造に対し垂直方向に切った試料の値を示す。20 m 地点の試料は異方性が明らかでなく、これは堆積層の下部では流理構造が顕著でないことと対応する。また Q^{-1} 値は密度の大きいものほど小さい。

試料に水を飽和した時の、 Q^{-1} 値、ヤング率の自然乾燥時の値からの変化を Fig. 8-a, Fig. 8-b

Table 1. Experimental data.

⊥ : perpendicular to the flow structure.

Sample No.	Depth	Density (g/cc)	Porosity (%)	Young's modulus ($\times 10^{11}$ c. g. s)	Q^{-1}
16	7 m	1.22	34	2.23	0.011
17		1.21	34	1.52	0.013
19	9 m	1.40	27	4.06	0.0077
21	10 m	1.40	28	5.62	0.0050
22		1.41	27	5.64	0.0067
24⊥	11 m	1.52	25	5.81	0.0050
25⊥		1.51	24	5.90	0.0053
30		1.54	23	11.1	0.0042
31		1.53	23	9.71	0.0036
34⊥	12 m	1.60	24	7.33	0.0044
38		1.60	22	12.0	0.0032
39		1.59	23	12.3	0.0033
40		1.63	20	13.4	0.0037
41		1.59	18	11.4	0.0044
42		1.62	21	12.1	0.0045
43	14 m	1.62	—	12.1	0.0032
44		1.63	20	10.6	0.0037
47		1.67	19	13.5	0.0042
48	14.5 m	1.68	18	13.0	0.0032
49		1.66	21	14.4	0.0030
50		1.63	21	13.2	0.0031
52	15.5 m	1.58	22	11.7	0.0040
53		1.58	21	11.3	0.0040
55⊥	16.5 m	1.57	26	6.55	0.0053
56		1.56	21	10.7	0.0032
57		1.54	22	10.4	0.0031
58		1.55	23	10.1	0.0042
59		1.57	22	10.8	0.0039
60⊥		1.54	22	5.82	0.0056
61⊥		1.57	22	6.72	0.0050
64		1.57	21	10.8	0.0039
65		1.55	22	10.5	0.0040
66		1.56	21	10.7	0.0033
67	1.56	23	10.6	0.0037	
68	19 m	1.49	24	8.95	0.0039
69		1.51	23	9.75	0.0036
70		1.51	23	8.80	0.0042
71		1.53	22	9.04	0.0040
72		1.55	21	8.74	0.0042
74⊥	20 m	1.29	29	2.95	0.0083
75⊥		1.32	30	3.77	0.0059
76		1.32	29	4.99	0.0059
77		1.32	29	4.74	0.0063
78		1.29	31	4.70	0.0063

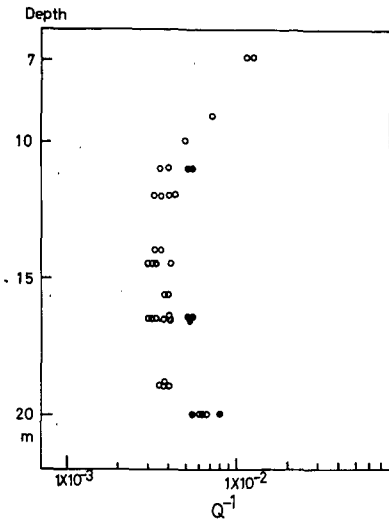


Fig. 6-a Young's modulus (E) of the specimens at various depths of the outcrop.

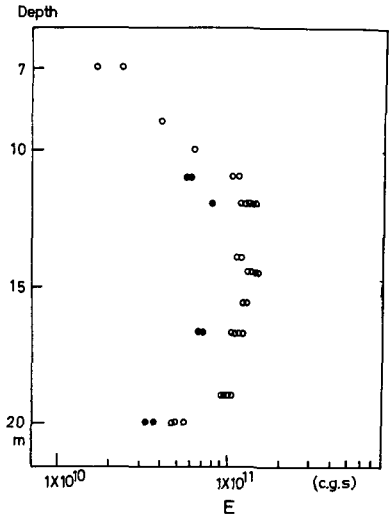


Fig. 6-b Internal friction (Q^{-1}) of the specimens at various depths of the outcrop.

○ : parallel to the flow structure
 ● : perpendicular to the flow structure.

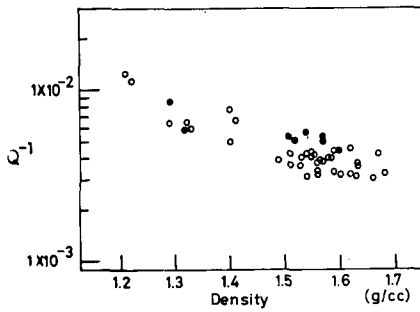


Fig. 7-a Young's modulus (E) against density

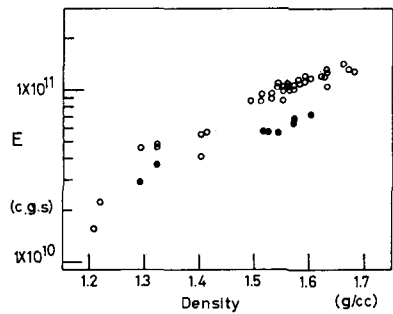


Fig. 7-b Internal friction (Q^{-1}) against density

○ : parallel to the flow structure
 ● : perpendicular to the flow structure.

に示す。Q 値、ヤング率ともに水の飽和により下る。ヤング率の減少は、水によって岩石のマトリックスが弱められるためであろう。

Q 値が下ることは、波動の減衰が大きくなることを意味するが、空隙中の水の粘性によって波動がより減衰するためだと考えられる。Fig. 10の横軸は自然乾燥時の密度である。ヤング率の減少の割合は高い密度(低い空隙率)のものほど小さい。Q 値の変化に関してはそのような傾向はみられない。

構成粒子の溶結にともなう Q^{-1} 値、ヤング率の変化を知るために加熱実験を行なった。測定はすべて16.5m地点の試料を用いた。結果を Fig. 9, Fig. 10に示す。実験は図中に示されている温度で、横軸に示されている時間だけ加熱し、電気炉の中で自然冷却した後取り出して、 Q^{-1} 値、ヤング率、質量の変化を測定した後、再び炉の中に入れて加熱する、という手順を繰り返した。従って、横軸の時間は試料が加熱を受けた積算時間である。

Fig. 9には800°C以下の加熱実験の結果を示す。この結果から、次のようなことがわかる。

1. Q^{-1} 値は加熱時間の増加とともに減少するが、100°C~150°Cの実験ではその変化は顕著でない。
2. Q^{-1} 値の変化は、試料の質量の変化 ($\frac{\Delta W}{W}$) に対応している。
3. 共振周波数は800°C以下の実験では、すべてほとんど変化しない。

Boyd (1961) は、溶結凝灰岩の加熱における、1~2%の質量の減少は、構成粒子の内部にあった水ではなく、主として粒子間に存在した水の蒸発によるものとした。この実験においても質量の変化は、主として構成粒子間の空隙中に存在した水の蒸発によるものであろう。加熱後における、 Q^{-1} 値の顕著な変化は、この脱水現象に関係している。この質量の変化は100°C, 150°Cでは小さく、それ以上では大きい。従って、300°C以上での質量の減少は、100°C~150°Cでは蒸発しにくい構成粒子表面の吸着した水の脱水によるものであろう。

この加熱後に Q^{-1} 値が下るという結果は、Kissel(1972)も報告しているが、Gordon and Davis (1968) による Quartzite の実験結果とは逆である。Quartzite は、加熱後にその Q^{-1} 値が増加する。彼等はこれを熱応力によってクラックが形成されたことによるとした。加熱前の Quartzite の Q^{-1} 値は0.001であり、溶結凝灰岩は0.003~0.004である。従って元々Quartzite は緻密で空隙も少なく、空隙中に含まれる水も少なかったと推定される。そのような岩石の場合には、加熱によ

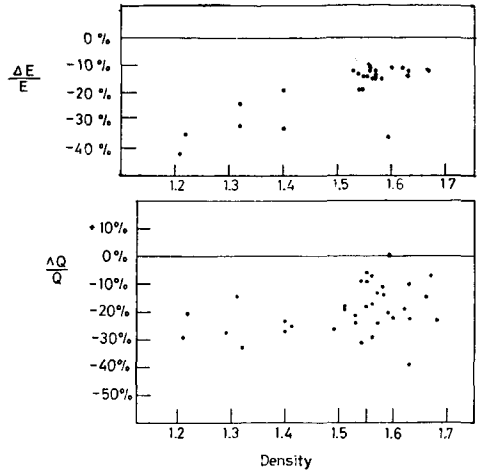


Fig. 8-a Young's modulus variation of water saturated specimens plotted against the density of the airdried specimens.

Fig. 8-b Internal friction variation of water saturated specimens plotted against the density of the airdried specimens.

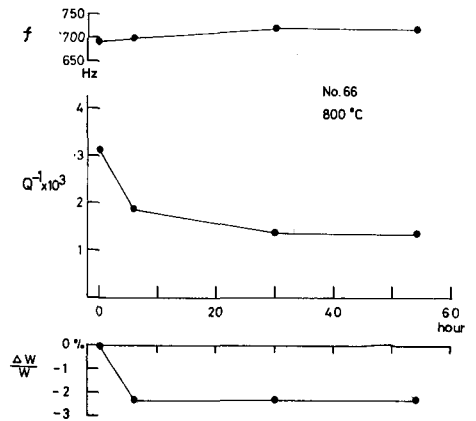
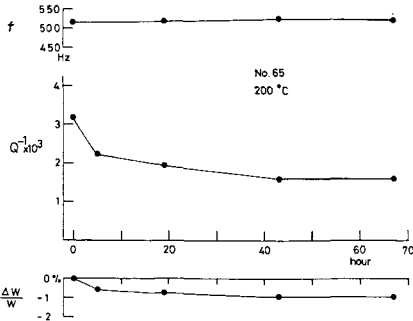
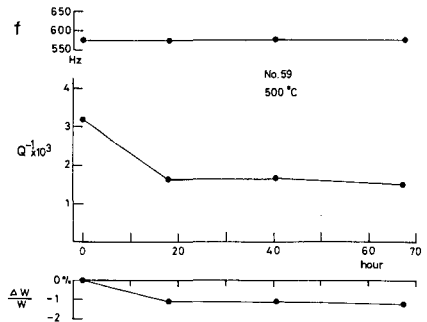
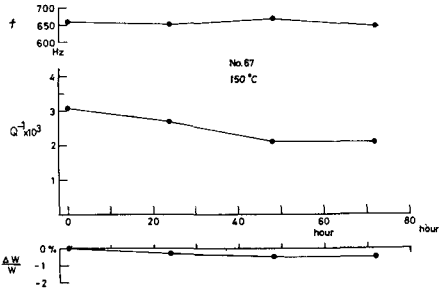
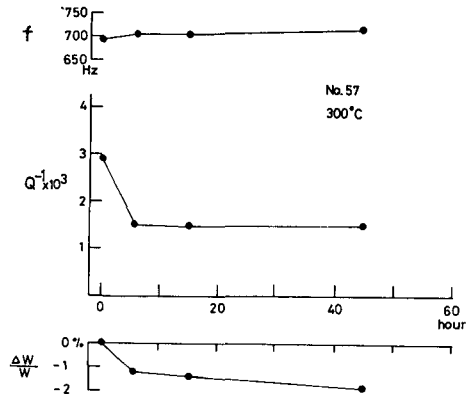
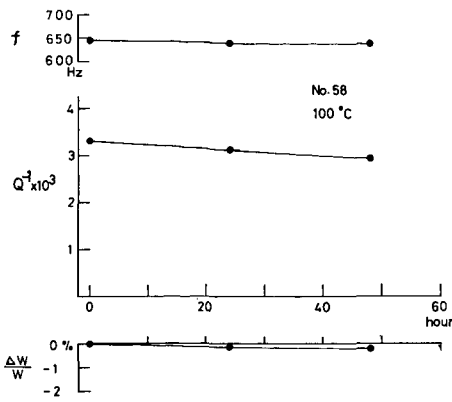


Fig. 9. Dependence of the resonant frequency (f), internal friction (Q^{-1}) and mass variation ($\frac{\Delta W}{W}$) on the time duration of heating at various temperatures. The measurements are done at room temperature after cooling.

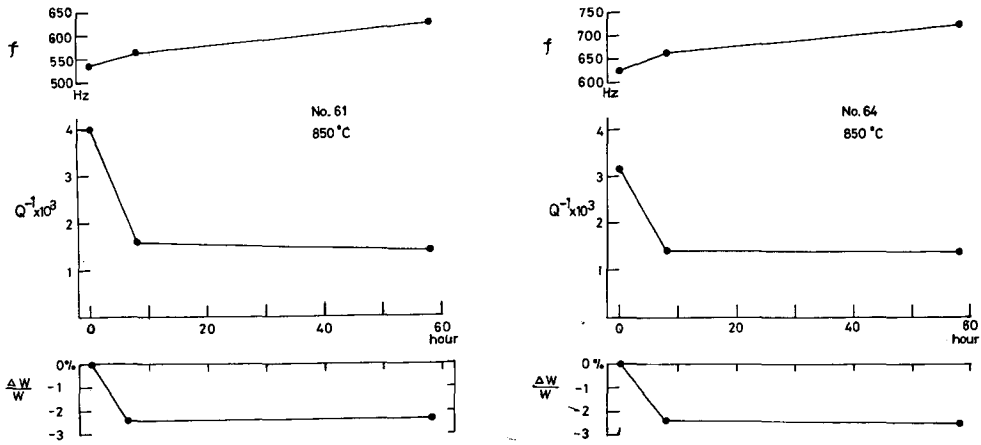


Fig. 10. Dependence of the resonant frequency (f), internal friction (Q^{-1}) and mass variation ($\frac{\Delta W}{W}$) on the time duration of heating at 850°C.

るクラックの生成の効果が顕著に現われ、 Q^{-1} 値は増加する。

800°C以下の実験では、共振周波数は変化しない。 Q^{-1} 値が顕著に減少しても、ヤング率は変化しないことになる。

850°Cの加熱実験の結果を Fig. 10 に示す。この温度では加熱時間とともに、共振周波数は増加するが(ヤング率が増加する)、 Q^{-1} 値の変化は800°Cの実験と変わらない。高橋(1970)は、同じ場所で採取した試料について、ショア硬度をもって溶結の程度を議論しているが、その加熱実験によれば、830°C付近でショア硬度が増加することを見出ししている。これらの変化は、溶結凝灰岩中のガラス粒子の焼結の開始によって、構成粒子がより強く結合しあった結果と考えられる。

V. 考 察

1. 加熱実験による Q^{-1} 値, ヤング率の変化

完全飽和した場合、質量の変化が20%程度で、 Q^{-1} 値は約40%変化する。加熱により完全乾燥した場合には質量の変化が約2%で、 Q^{-1} 値は2倍変化する。このことから、完全乾燥の Q^{-1} 値の減少には、単に水の粘性の効果がなくなった事以外の原因も寄与しているものとする。以下ではこの原因を構成粒子間のクラック面の摩擦係数の変化に関係したものと考察する。

Walsh (1966) は、岩石内部のクラックでの摩擦によって波動エネルギーが減衰されるメカニズムを提案している。今、簡単化して、 Q^{-1} 値は主として、クラックの数に依存するものとする。岩石の構成粒子間に存在する各クラックについて、クラック面の摩擦係数を μ_1 とする。外力が加わった時にクラック面には垂直応力 N 、剪断応力 τ が働く、各クラックの τ , N は、岩石内部の各クラックの幾何学的な配置によって各々異なるが、摩擦係数 μ_1 はすべてのクラックについて同じ値である。クラックが動く条件は $\tau > \mu_1 N$ である。800°C以下の加熱では、焼

結は起らず、岩石内部のクラックの配置は不変であり、垂直応力 N は加熱後も変わらないと考える。一方振動の際に働く剪断応力 τ も、加熱前の実験と変わらない。加熱によってクラック面の吸着水の蒸発により、摩擦係数が μ_1 から μ_2 に増加したとすると、各クラックの摩擦係数は $\mu_1 N$ から $\mu_2 N$ に増加し、クラックの動く条件は $\tau > \mu_2 N$ となり、加熱後には、動き得るクラックの数は減少する。この数の減少が2倍程度であれば Q^{-1} 値の変化は説明できる。

実験結果によれば、このような変化に際して、共振周波数は顕著に変化しない、従ってヤング率には影響しない。

850°Cの加熱実験では、共振周波数が加熱時間とともに増加する。この温度では、ガラス粒子が焼結を始め、構成粒子がより強く結合する、このような変化に際しては、ヤング率は増加する。この850°Cの実験では、構成粒子の結合によりクラックの数は減少し、その効果は Q^{-1} 値にも現われるはずであるが、加熱実験では、水の蒸発にともなう Q^{-1} 値の変化が大きく、850°Cの Q^{-1} 値の変化から、構成粒子の結合に伴う、 Q^{-1} 値の減少の程度だけを見積ることはできない。

2. 溶結の程度と Q^{-1} 値、ヤング率について

Fig. 2の密度分布は、溶結凝灰岩の溶結層としては、一般的な型である。短時間で堆積した高温の火砕流は、表面および底面からの冷却がすすみ、堆積層の中間部は、より長い時間高温に保たれることによって、焼結がより進んだものと言われている。その焼結の程度の指標としてよく用いられるのは空隙率であり、空隙率の小さいものほど、溶結が進んでいると考えられている。この空隙率という量は、物体が緻密になったという指標ではあり得ても、同時に構成粒子の結合が強くなっているという事にはならない。このことは別に考える必要がある。

Fig. 6-a, Fig. 6-bにおいて、 Q^{-1} 値は溶結層の中間部で小さく、ヤング率は大きい。加熱実験によれば焼結にともなう内部粒子の結合によってヤング率は増加する。Fig. 6-bにおいて、溶結層の中間部でヤング率が大きいことは、そこで溶結の程度が大きいことを意味している。顕微鏡下の観察では、溶結層の中間部では構成粒子の結合が強く、上部、下部では、ルーズである。Fig. 6-bにおいて、溶結層の中間部において、 Q^{-1} 値が小さいことは、溶結の程度が高いことにより、構成粒子がより強く結合し、 Q^{-1} 値に寄与する、クラックの数が少ないためだと考えられる。従って Fig. 7-bにおいて、密度の増加に対して、 Q^{-1} 値が減少することは、単に密度の増加が原因ではなく、密度の高い試料ほど、溶結の程度が高く、 Q^{-1} 値に寄与するクラックの数が少ないためであろう。クラックでの摩擦による波動エネルギーの減衰を、内部摩擦の原因だとした時には、単なる空隙の Q^{-1} 値におよぼす効果は小さいと考えられる。このような空隙率の影響をうけず、粒子の結合の程度に敏感な量が、溶結の指標とされるべきであろう。 Q^{-1} はそのような量として適当なものとする。

3. Q^{-1} 値、ヤング率の異方性と流理構造について

ヤング率と Q^{-1} 値は、その流理構造に垂直に切った試料と、平行に切った試料では異なる。流理構造を顕微鏡下で見ると、構成粒子が引き伸ばされている。このような流理構造の生じた原因は焼結時に、堆積層の自重でおしつぶされたとする説と、焼結時に2次的な流動によって生じた

とする2つの考え方がある。

流理構造に対して、垂直に切った試料の方が、平行に切った試料の方よりも、 Q^{-1} 値が大きく、ヤング率が小さいという実験結果は、垂直方向の結合が弱いためだと推定される。流理構造が、層の自重のみで生じたとすれば、垂直方向の溶結の程度が弱くなることは考えにくい。一方焼結時に、二次流動があったとすると、流理面に平行な剪断応力が働き、垂直方向の結合を弱めることになる。 Q^{-1} 値ヤング率の異方性は、この溶結凝灰岩の焼結時に、2次流動があった事を意味するものと考えられる。

4. Q^{-1} 値とヤング率の関係

溶結凝灰岩の Q^{-1} 値とヤング率との関係を、Fig. 13に示す。弾性的な性質を示すヤング率と非弾性的な性質を示す Q^{-1} 値の間に、図の実線で示したような関係があることは興味深い。これは、弾性波速度が速いほど、波動の減衰は小さくなることを意味している。850°Cの加熱による焼結後の変化は Fig. 13の点線で示されているが、この実線からのずれは、水の蒸発による Q^{-1} 値の変化が大きいためである。Fig. 13には比較のため、Volarovich and Gurvich (1957)による結果も示してある。実験は撓み振動の共振によるものであり、今回の実験と比較できる。溶結凝灰岩は、構成粒子の結合が系統的に強くなっているために実線のような関係がみられるが、その他の岩石については、 Q^{-1} 値のばらつきが大きい。これは、個々の岩石の構造、特に岩石内部のクラックの状態が、 Q^{-1} 値に敏感に影響するためであろう。しかし、basalt glassの値が、溶結凝灰岩の延長上にくるのは興味深い。両者は、その成因を異にし、basalt glassは融けた溶岩が、急冷して生じた、緻密なガラス質の岩石である。今、溶結凝灰岩の焼結がさらに進むと、内部粒子の結合が進むに従い、Fig. 13の実線に沿って、変化してゆき、最終的にはガラス質の緻密な塊となり、その構造・性質は、basalt glassと似たものになる。

VI. 終りに

溶結凝灰岩の Q^{-1} 値は、構成粒子の溶結が進み、岩石内部のクラックが減少するにつれて減少し、そのヤング率は増加する。加熱実験によれば、 Q^{-1} 値は構成粒子間に存在する水に敏感で、

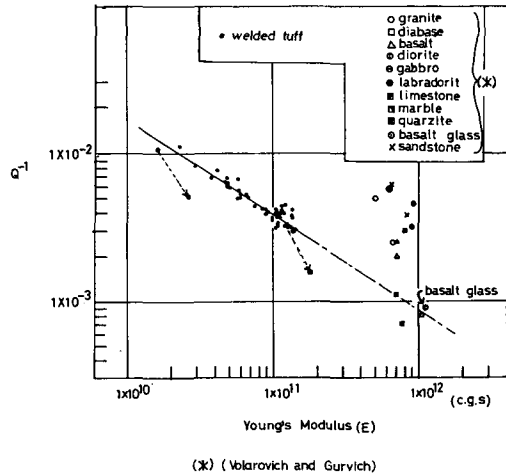


Fig. 11. The relation of the internal friction and Young's modulus of welded tuff by the author (solid dots). As welding develops, the Q^{-1} -values decrease and Young's moduli increase. The data for other rocks by Volarovich and Gurvich (1957) are included in the figure. The dotted arrows indicate the variation of Q^{-1} and E with welding at laboratory experiment. The discrepancy of the arrows from the strait line can be interpreted by the effect of water elimination.

完全乾燥すると Q^{-1} 値は顕著に減少するが、ヤング率は変化しない。焼結により内部粒子が結合した時にはヤング率も増加する。 Q^{-1} 値、ヤング率には流理構造による異方性がある。

他の岩石については、 Q^{-1} 値とヤング率との関係については、 Q^{-1} 値のばらつきが大きく、溶結凝灰岩でみたような関係はみられない。これは、個々の岩石の内部構造、特にクラックの影響が、 Q^{-1} 値に敏感に現われるためであろう。しかし、岩石の構成物が同じで、構成粒子の結合が系統的に強くなっている場合—例えば、圧密、膠結作用によって構造が変化してゆく堆積岩—には、ここでみたような関係があると考えられる。

Q^{-1} 値は、岩石の構成粒子間のクラックに存在する水、ならびに構成粒子の結合の度合に敏感な量であり、今後、たとえば、岩石の風化の程度を推定するような場合には、有力な手段となろう。

当教室の中島徹氏には実験装置の製作に当って、援助を得ました。記して感謝いたします。

文 献

- BOYD, F. R., 1961. Welded Tuffs and Flows in the Rhyolite Plateau of Yellowstone Park, Wyoming. *Bull. Geol. Soc. America*, **72**, 387-526.
- GORDON, R. B., and L. A. DAVIS, 1968. Velocity and Attenuation of Seismic Waves in Imperfectly Elastic Rock. *J. G. R.*, **73**, 3917-3935.
- 片岡明雄・小栗幹男, 1959. 常温における岩石の2~3の動力学的性質, 地震, **12**, 91~100.
- KISSELL, F. N., 1972. Effect of Temperature Variation on Internal Friction in Rocks. *J. G. R.*, **77**, 1420-1423.
- 山地健次・黒岩大助, 1954. 振動法による積雪の弾性及び粘性の研究 I. 低温科学, 物理編, **13**, 49~57.
- 高橋文明, 1970. 支笏溶結凝灰岩の硬度について, 北海道大学地球物理学研究報告, **24**, 73~80.
- VORAROVICH, M. P., and A. S. GURVICH, 1957. Investigation of Dynamic Moduli of Elasticity for Rocks in relation to Temperature. *Bull. Acad. Sci. U. S. S. R., Geophys. Ser.*, **4**, 1-9.
- WALSH, J. B., 1966. Seismic Wave Attenuation in Rocks due to Friction. *J. G. R.*, **71**, 2591-2599.