



Title	Gaussの定理による異常質量の推算 : カルデラへの適用
Author(s)	大川, 史郎; OHKAWA, Shiro
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 34, 45-54
Issue Date	1975-11-29
DOI	<a href="https://doi.org/10.14943/gbhu.34.45">https://doi.org/10.14943/gbhu.34.45</a>
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/14053">https://hdl.handle.net/2115/14053</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	34_p45-54.pdf



## Gauss の定理による異常質量の推算

— カルデラへの適用 —

大川 史郎

北海道大学理学部地球物理学教室

(昭和50年6月20日受理)

### Estimation of Anomalous Mass by Gauss' Theorem with Application to Kuttyaro Caldera

By Shiro OHKAWA

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University, Sapporo  
(Received June 20, 1975)

Total amount of anomalous masses causing gravity anomalies can be estimated by the Gauss' theorem. Theoretically, it is to be uniquely determined by integrating the residual gravity anomalies over an infinite extent on the horizontal plane without any assumption on the shape and the density of the causative mass. However, some problems arise in its practical applications. It is essentially difficult to assess the true amplitude of residual anomalies caused by the mass of interest. On account of the limitation of the surveyed area, and the ambiguity in distinguishing the residual anomalies, we are forced to integrate the anomalies over a finite extent. Therefore, the calculated mass may be somewhat different from the true one. To correct these failures, HAMMER (1945) and LAFEHR (1965) suggested a simple method in which the anomalous mass is assumed to take an appropriate shape in order to compensate the unintegrated parts. It should be noted that this method needs an assumption on the shape of the anomalous mass losing the uniqueness in marked contrast to the original Gauss' theorem.

The present discussion is exemplified by estimation of the mass deficiency at Kuttyaro Caldera where low gravity anomalies amounting to  $-46$  mgal were observed by YOKOYAMA (1958, 1963). Applying the Gauss' theorem to an averaged radial distribution of gravity anomalies, YOKOYAMA estimated the mass deficiency at  $7.8 \times 10^{10}$  tons without the above corrections. Later, LAFEHR (1965) re-estimated the deficiency at  $1.3 \times 10^{11}$  tons and  $9.0 \times 10^{10}$  tons using a point mass and a prism model respectively. From a standpoint of volcanology, neither a point mass nor a prism may be appropriate for the caldera structure. An inverted circular cone of which depth is half of its radius is more suitable for the caldera. Adopting this model, the author obtains a more precise value of  $8.6 \times 10^{10}$  tons as the deficiency. This and LAFEHR's calculations are based on the same radial gravity distribution obtained by YOKOYAMA. Strictly speaking, the gravity distribution on the caldera is not radial nor concentric, but elliptic. Then, using a model of an inverted elliptic cone, the

author gets a value of  $9.9 \times 10^{10}$  tons. This must be the most probable value of the mass deficiency at Kuttyaro Caldera.

## I. はじめに

地表で観測される重力異常分布のみからは、地下の構造を一義的に求めることはできない。しかるに、異常源の総質量は、Gauss の定理を用いることによって、理論的には一義的に求めることが可能である。Gauss の定理は、鉱石や石油などの埋蔵量を推定する際や、カルデラや隕石孔での質量欠損を求める際にしばしば用いられてきている。ところが、HAMMER(1945)や LAFEHR(1965)等は、Gauss の定理の適用にあたっての問題点を提起し、その誤差および補正方法などを議論して Gauss の定理の適用の限界を示した。この報文では、彼等によって指摘された、Gauss の定理を実際に用いる際に入る誤差や、その補正方法などについて簡単に紹介し、カルデラでの質量欠損のより正確な推算のための方法を議論する。その一例として、日本の代表的なカルデラの一つである屈斜路カルデラでの質量欠損をより正確に推算することを試みる。

## II. Gauss の定理とその適用限界

Gauss の定理は、Gauss の発散定理と Poisson の方程式より導かれる(たとえば GOETZ, 1958)。今、地表面で観測される、異常質量  $M$  による重力残差異常を  $\Delta g(x, y)$  とすれば、Gauss の定理は、異常源物体の形状や密度などとは無関係に、次のように表わせる；

$$M = \frac{1}{2\pi G} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x, y) dx dy, \quad (1)$$

ここで  $G$  は万有引力定数である。残差異常  $\Delta g_i$  と  $\Delta g_{i+1}$  のコンターで囲まれる環状帯の面積を  $\Delta S_{i, i+1}$  とし、(1)式を実用的な数値積分形で表わせば次のようになる；

$$M = \frac{1}{2\pi G} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta g_i + \Delta g_{i+1}}{2} \right) \cdot \Delta S_{i, i+1}, \quad (2)$$

ここで  $\Delta g_1 = \Delta g_{max}$ ,  $\Delta g_{n+1} = 0$  である。したがって、異常質量  $M$  を求めるためには、 $M$  による重力残差異常  $\Delta g(x, y)$  を  $x-y$  平面上にて無限遠まで積分すれば計算できるはずである。ところが、実際には測定誤差の他に次のような問題がある。地表面上で観測される重力異常は、すべての地下構造による重力異常の重畳されたものであり、今着目している異常質量のみによる重力異常だけを完全に分離することは不可能である。したがって、測定誤差がいかに小さくとも、残差異常値  $\Delta g$  の見積りには誤差が入り、さらに、異常源から遠い場所での残差異常の識別が困難であり、また重力測定の実施範囲も有限域であるということも加わり、(1)式の積分の範囲を有限とせざるを得ない。結局、Gauss の定理を実際に用いて得られる質量は、真の値とは異なるものとなる。真の値を求めるためには、積分範囲を限定したことや残差異常値の誤差に対する補正を施す必要がある。ここで積分を中止したときの残差重力異常値を  $\Delta g_e$  とし、これの最大残差異常値  $\Delta g_{max}$  に対する比；

$$\epsilon = \Delta g_e / \Delta g_{max} \quad (3)$$

を誤差の目安を示すパラメータとして考えることにする。最大残差異常値を正しく見積ることができたが、積分の範囲を残差異常値が  $\Delta g_e$  のところで打ち切った場合（これを“tailing off”と呼ぶ）、計算して求められる質量  $M_c$  は、模式的に示せば Fig. 1-(A) の斜線部分となる。また、残差異常値の見積りに誤差があり、最大残差を  $\Delta g_{max} - \Delta g_e$  と見積もってしまった場合は、Fig. 1-(B) に示すようになる。いずれの場合も、計算値  $M_c$  と真の値  $M$  との間には、 $f(\epsilon)$  を  $\epsilon$  の関数として、

$$M = f(\epsilon) \cdot M_c \quad (4)$$

なる関係がある。したがって、もし関数  $f(\epsilon)$  がわかっているならば、いずれの場合でも有限範囲での積分から求められた計算値  $M_c$  から真の値  $M$  を知ることができはずである。ところが、実際には真の残差異常値を知ることは困難で、我々が見積る残差異常値の中には常に誤差があるため、現実には計算する場合には Fig. 1-(C) のようになる。真の残差異常値がわからないということは、(3)式で定義した  $\epsilon$  そのものにも誤差があるということになり、(4)式を用いて補正計算して得られる“真の値”  $M$  もまた誤差を含むことになる。結局、我々が計算するのは真の値に最も近いであろうと思われる“最確値”にすぎない。さらに、関数  $f(\epsilon)$  は重力異常分布が変われば、すなわち異常源の形状が変われば異なるはずである。したがって、(4)式を用いて最確値  $M$  を求めるためには、観測された重力残差異常と良く一致する異常分布を与えるような異常源の形状を仮定し、その場合の  $f(\epsilon)$  を求めておく必要がある。ここで、出発点に戻れば、Gauss の定理からは、異常源物体の形や密度に関係なく一義的に真の異常質量が求まるはずであった。ところが上述した如く、真の異常質量は現実には求めることはできない。さらに最確値も、異常源の形状を仮定して補正を施さなければ計算できない。以上のことから、Gauss の定理には適用の限界があると言いうことができるであろう。

次章では、異常源の形状と誤差との関係について議論する。

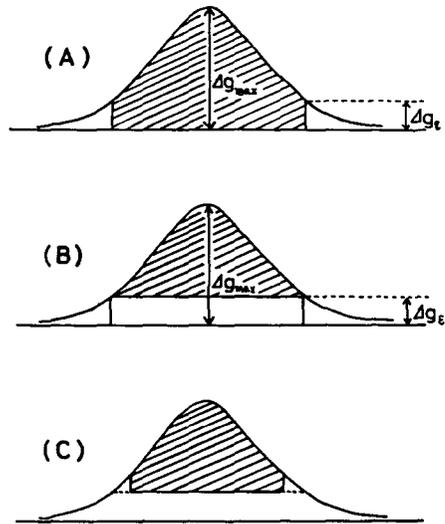


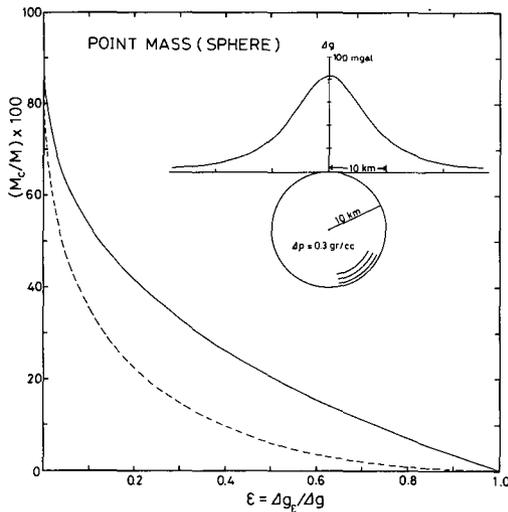
Fig. 1 Effects of limited extent of the integration; (A): Effect of “tailing off”, (B): Effect of error in estimation of residual anomaly and (C): A probable case of actual integration (including the effects of (A) and (B)). Integrated part is shown by hatched area in each case.

### III. 異常源の形状と誤差との関係

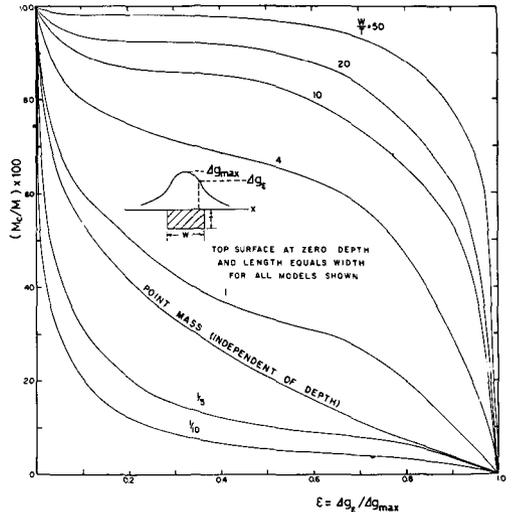
異常源の形が球形(質点)および無限長水平円筒(質線)の場合について、すでに HAMMER (1945) によって  $\epsilon$  と  $M_c/M$  との関係が求められている。Fig.2 は質点の場合を図示したものである。図中右上に、 $\Delta\rho=0.3\text{ gr/cc}$ ,  $r=10\text{ km}$  としたときの引力のプロファイルを示す。実線および点線は、それぞれ積分を途中で打ち切った場合および残差異常値の見積りに誤差があった場合を示す。たとえば、 $\epsilon=0.1$  なる時に計算される異常質量の値 ( $M_c$ ) は、それぞれの場合、真の値 ( $M$ ) のわずか54%および35%にしかならない。異常源が深い場合、質点とみなせるので、このような場合には十分注意が必要である。

LAFEHR (1965) は種々の平行六面体について  $\epsilon$  と  $M_c/M$  との関係を計算した。Fig.3 は、上面の深さが0で、縦・横の長さ ( $W$ ) が等しく、厚さが  $T$  の平行六面体についての  $\epsilon$  と  $M_c/M$  との関係を示す図である。ただしこの図には、残差異常値の見積りに誤差がある場合の関係は描かれていない。 $W/T$  の値が小さい程、すなわち深い角柱状のものほど同じ  $\epsilon$  の値に対する異常質量の計算値は小さくなる。

カルデラにおける質量異常の推算は、カルデラの構造や形成機構、噴出物の正確な見積りなど



**Fig. 2** Parameter  $\epsilon$  vs. calculated mass as percentage of actual mass for a point mass (a sphere). Solid and dotted lines denote the effects of "tailing off" and error in estimation of residual anomaly, respectively. A gravity profile caused by a sphere ( $r=10\text{ km}$ ,  $\rho=0.3\text{ gr/cc}$ ) is inset (after HAMMER, 1945).



**Fig. 3** Parameter  $\epsilon$  vs. calculated mass as percentage of actual mass for rectangular parallelepipeds with different ratios of width ( $W$ ) to thickness ( $T$ ). Only effects of "tailing off" are shown (after LAFEHR, 1965).

の解明のために重要である。多くのカルデラで低重力異常が観測され、その分布は同心円状である場合が多い。このことより、カルデラは円柱状あるいは倒立円錐状の構造をもっているものと推定される。そこで、上面の深さが0、すなわち上面が地表面と一致する円柱および倒立円錐について引力を計算し、 $\epsilon$ と $M_C/M$ との関係を算出した。引力の計算は、3次元物体を多角形の薄板の重ね合わせで近似して計算をする TALWANI and EWING (1960) の方法を用いて行った。

Fig.4 は、上面の深さ0、半径(A) 10 km、密度 $-0.3 \text{ gr/cc}$  の色々な深さ(H)の円柱による引力のプロファイルである。Fig.5 は、このプロファイルをもとに計算した、 $\epsilon$ と $M_C/M$ との関係を示したものである。実線および点線は、それぞれ、積分を途中で打ち切った場合および残差異常の見積りに誤差がある場合を示す。同様に、Fig.6 および Fig.7 は、倒立円錐の場合の引力のプロファイルおよび $\epsilon$ と $M_C/M$ の関係である。ところで、カルデラでの重力異常のコンターが、だ円形を示す場合がある。このような場合は、だ円柱もしくはだ円錐のような構造が考えられる。ここでは、一例として、上面の深さが0で、長径(A)と短径(B)との比が3:4、深さが $(A+B)/4$ であるようなだ円錐について計算した。Fig.8 は、上述した TALWANI and EWING の方法で計算して得られた、長径、短径が、それぞれ10 km および7 km で、深さが4.375 km、密度が $0.3 \text{ gr/cc}$  の倒立だ円錐の引力の水平分布を、 $1/4$ 象現だけ示したものである。また、Fig.9 は、この分布をもとに計算して求めた $\epsilon$ と $M_C/M$ との関係を示すものである。

以上5種類の構造に対する $\epsilon$ と $M_C/M$ との関係を調べてきたが、これらの関係から共通して言えることは、深い構造をもつときほど、同じ $\epsilon$ の値に対する計算値は小さく、また、積分を途中で打ち切る場合よりも、残差異常値の見積りにおける誤差の影響の方がはるかに大きいということである。したがって、

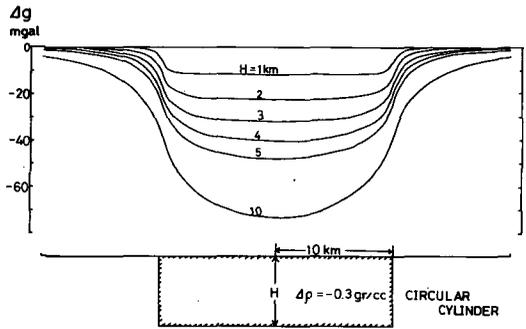


Fig. 4 Gravity profiles caused by various circular cylinders with top surface at zero depth.

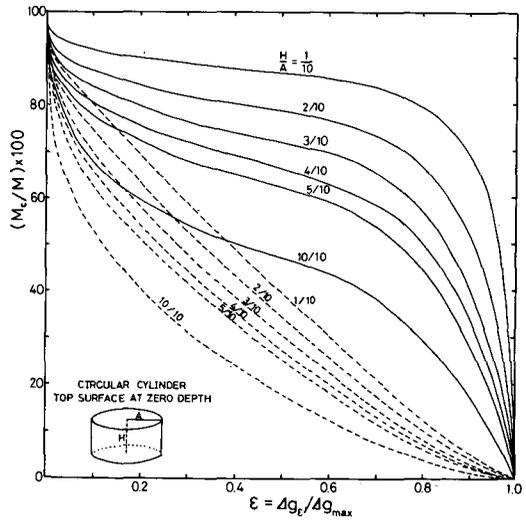
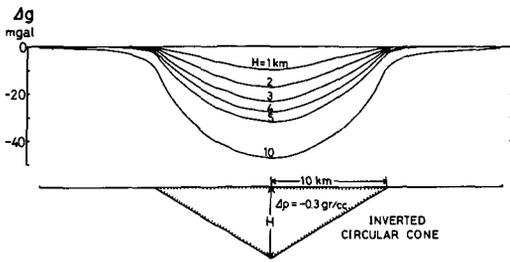
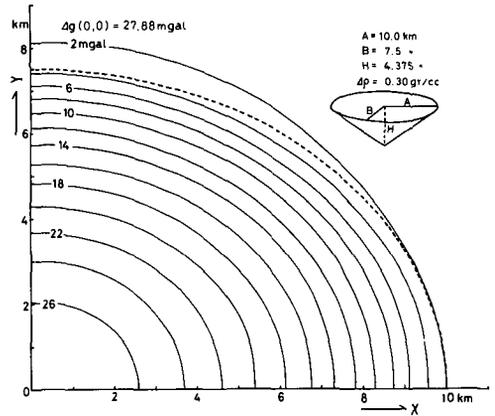


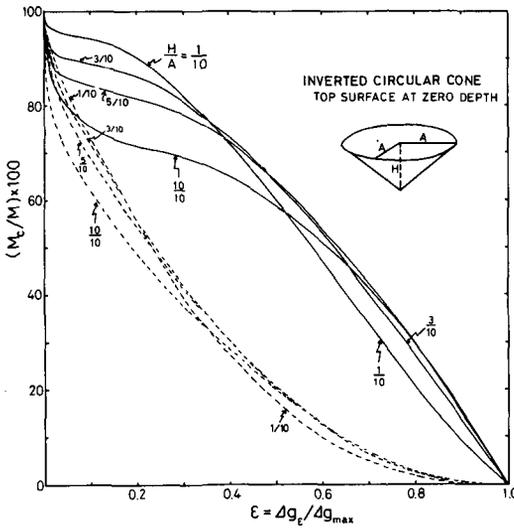
Fig. 5 Parameter  $\epsilon$  vs. calculated mass as percentage of actual mass for circular cylinders with different ratios of depth(H) to radius(A). Solid and dotted lines denote the effects of "tailing off" and error in estimation of residual anomaly, respectively.



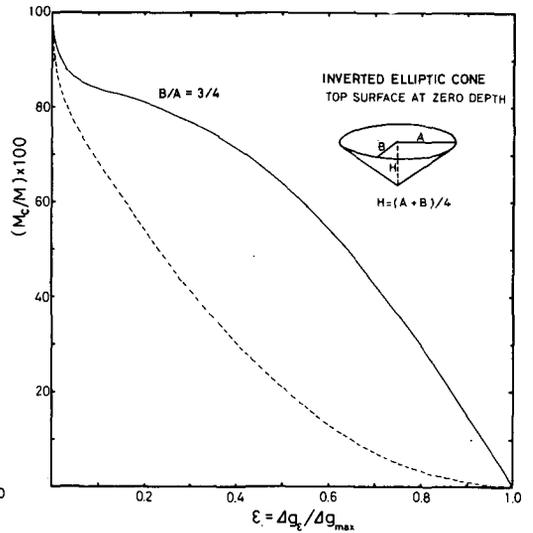
**Fig. 6** Gravity profiles caused by various inverted circular cones with top surface at zero depth.



**Fig. 8** Spatial distribution of gravity caused by an inverted elliptic cone with top surface at zero depth.



**Fig. 7** Parameter  $\epsilon$  vs. calculated mass as percentage of actual mass for inverted circular cones with different ratios of depth( $H$ ) to radius ( $A$ ). Solid and dotted lines denote the effects of "tailing off" and error in estimation of residual anomaly, respectively.



**Fig. 9** Parameter  $\epsilon$  vs. calculated mass as percentage of actual mass for an inverted elliptic cone. Solid and dotted lines denote the effects of "tailing off" and error in estimation of residual anomaly, respectively.

深い構造をもつ場合ほど注意を払う必要があり、残差異常を求める際にはできるだけ正確な値を求めるよう努力すべきである。ところが、前述した如く、真の残差異常値は不明であるが故に、(3)式で定義した  $\epsilon$  そのものにも不確かさが入っており、残差異常の見積りにおける誤差の影響に対する補正は、事実上不可能である。結局我々が補正しうるのは、積分を途中で打ち切ったことの影響についての補正だけである。こうして得られた異常質量の値は、近似値あるいは最確値にすぎないであろう。

次章では、Gauss の定理の適用の一例として、屈斜路カルデラでの質量欠損の推定について議論する。

#### IV. 屈斜路カルデラへの適用

日本には、第四紀に形成されたとみられる Krakatau 型カルデラが数多く存在する。そのほとんどのカルデラにおいて、明瞭な低重力異常——質量欠損——が観測される。ここでは、日本の代表的カルデラの1つである屈斜路カルデラを例にとって議論する。屈斜路カルデラは、北海道東部に存在する長径約26 km、短径約20 kmの、更新世末期に形成されたカルデラで、その周辺には、このカルデラから噴出された火砕物質が広域に分布している。Krakatau 型カルデラでの初めての重力測定が、凍結した屈斜路湖上およびその周辺地域で、YOKOYAMA (1958) によって実施され、その結果、カルデラ中心部では、外輪山付近に較べ相対的に約50 mgal も低い重力異常を示すことが明らかにされた。Fig. 10 は、1958年以降の測定成果も含めて得られた Bouguer 異常図である。また、Fig.11 は、重力異常が同心円状であると仮定して得られた動径方向の平均的の重力異常分布を示すものであり、 $r=10$  km での重力異常値に対して中心 ( $r=0$ ) では相対的に -46 mgal の負の異常を示す。YOKOYAMA (1958) は、Fig.

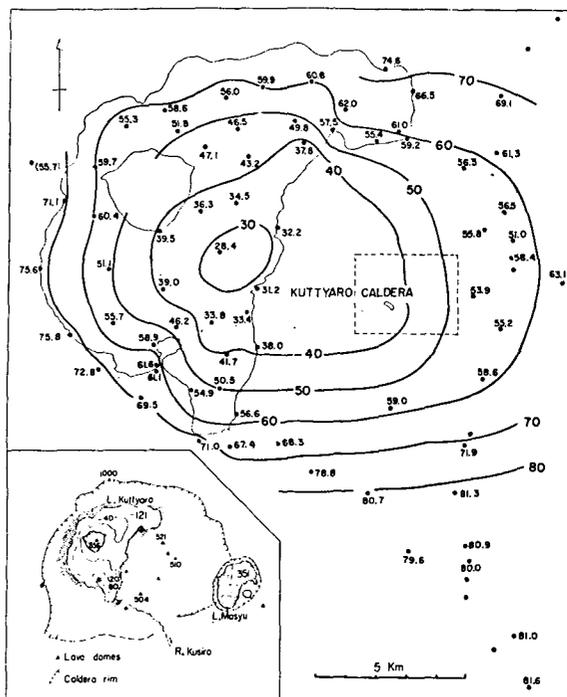


Fig. 10 Distribution of Bouguer anomalies on Kuttyaro Caldera,  $\rho = 2.67$  gr/cc, unit in mgal (after YOKOYAMA, 1963).

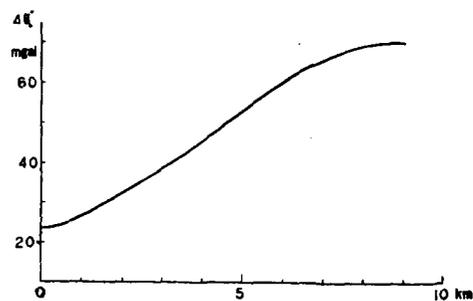


Fig. 11 Averaged radial distribution of Bouguer anomalies on Kuttyaro Caldera (after YOKOYAMA, 1958).

11の重力異常分布をもとに、Gaussの定理を用いて屈斜路カルデラでの質量欠損を計算し、 $7.8 \times 10^{10}$  tonsを得た。一方、LAFEHR (1965)は、同じ重力異常分布 (Fig. 11)を用いて  $r = 0$  から  $r = 7$  kmまで積分し、異常源を質点および上面が深さ0の平行六面体 ( $W/T = 4$ )と仮定し、それぞれの場合の $\epsilon$ と $M_C/M$ との関係曲線 (Fig. 2, Fig. 3)を用いて補正して再計算を行い、質量欠損として、 $1.3 \times 10^{11}$  tons および  $9.0 \times 10^{10}$  tonsを得た。ところで、重力異常の分布 (Fig. 10, Fig. 11)より、屈斜路カルデラの地下構造を、質点あるいは平行六面体で近似するのは適当ではないと思われる。カルデラの一次近似的構造としては、円柱あるいは倒立円錐状の構造の方がより適当である。そこで著者は、上面が深さ0の円柱および倒立円錐の場合についていくつか計算を試みた。その結果をTable 1に示す。各 $r_e$ に対する $M_C$ は、異常分布 (Fig. 11)をもとに $r_e$ まで積分して得られた計算値、 $\%M$ は、各モデルに応じて、Fig. 5およびFig. 7より読みとられた値である。仮定した異常源の形状が実際のもものと合っている程、各 $r_e$ に対する $M$ の値のばらつきは小さくなるはずである。Table 1を見ると、円柱の場合は $M$ のばらつきが大きい。ここでは、深さと半径の比が1:2の円柱についてだけ示してあるが、他の円柱モデルでも同様である。これは、円柱による重力異常分布の形 (Fig. 4)と実際の分布 (Fig. 10, Fig. 11)との差が大きいことによる。倒立円錐については、 $H/A$ が $1/10$ ,  $3/10$ ,  $1/2$ , および $1$ のものについて計算した。Table 1より、 $H/A$ の値が小さいほど $M$ のばらつきは小さいことがわかる。しかるに、試錐コアより直接得られたカルデラ堆積物と基盤岩との密度差;  $-0.3 \sim -0.4$  gr/cc (西田・横山, 1965)で、最大残差 $-46$  mgalを説明するためには、円錐の半径を10 kmとした時、カルデラ最深部は10 km ~ 6 kmの深さとしなければならない。ところで、YOKOYAMA (1971)は、桜島とKilauea両火山での火山性地殻変動の解析から、その力源の深さとし

**Table 1.** Estimation of mass deficiency at Kuttuyaro Caldera using a model of a circular cylinder and inverted circular cones.  $M_C$  are calculated by integrating  $\Delta g_e$  from  $r=0$  to  $r=r_e$  based on the radial gravity distribution (Fig. 11).

$r_e$ km	$\Delta g_e$ mgal	$M_C$ $10^{16}$ g	$\epsilon$	Circular Cylinder $H/A=1/2$		Circular Cones											
				$\%M$	$M$ $10^{16}$ g	$H/A=1/10$		$H/A=3/10$		$H/A=1/2$		$H/A=1$					
						$\%M$	$M$ $10^{16}$ g	$\%M$	$M$ $10^{16}$ g	$\%M$	$M$ $10^{16}$ g	$\%M$	$M$ $10^{16}$ g				
0	-46																
1	-43	-0.34	0.935	20	-1.7	5	-6.7	8	-4.2	9	-3.7	10	-3.4				
2	-37	-1.24	0.804	43	-2.9	20	-6.2	26	-4.8	28	-4.4	28	-4.4				
3	-32	-2.55	0.696	54	-4.7	34	-7.5	40	-6.4	42	-6.1	42	-6.1				
4	-25	-4.02	0.543	61	-6.6	55	-7.3	60	-6.7	60	-6.7	56	-7.2				
5	-17	-5.43	0.370	66	-8.2	75	-7.2	76	-7.1	74	-7.3	67	-8.1				
6	-10	-6.51	0.217	71	-9.2	89	-7.3	85	-7.7	81	-8.0	71	-9.2				
7	-4	-7.19	0.087	79	-9.1	95	-7.6	89	-8.1	84	-8.6	76	-9.5				

て、2~6 km を得ている。これは、爆発や噴火に寄与するマグマ溜りの深さと一致するものと考えられ、カルデラの底の深さも同程度の深さであろうと推定されている（横山，1974）。以上のことを考慮して、屈斜路カルデラの近似的構造を  $H/A=1/2$  の倒立円錐とみなし、Table 1 の  $H/A=1/2$  の場合を採用すれば、質量欠損は  $8.6 \times 10^{10}$  tons と求まる。

以上は、動径方向の平均的重力異常分布（Fig. 11）をもとに計算した場合であるが、実は、この分布は、カルデラ南東部分での重力測定データが不十分な段階で、重力分布が同心円状であると仮定して得られたものであり、Fig. 10 に示された重力異常図の方が、質量欠損の計算に用いるのに適切である。そこで、Fig. 10 に示される重力異常の各々のコンターまで積分して得られる  $M_c$  をもとに計算した結果を以下に示す。重力異常のコンター（Fig. 10）は、長径対短径が 4 : 3 のだ円形をしているので、ここでは、 $H/A=1/2$  の倒立円錐の他に、 $A : B : H = 4 : 3 : 1.5$  の倒立だ円錐（いずれも、上面の深さ 0）を用いて推算した。結果は Table 2 に示すように、両者のモデル差はほとんどなく、 $9.8 \times 10^{10}$  tons および  $9.9 \times 10^{10}$  tons と求まる。前章で述べた如く、残差異常値の見積りには十分注意せねばならないが、ここでも最大残差として  $-46$  mgal を、すなわち、カルデラ堆積物の外縁として、70 mgal のコンターに沿う線（Fig. 10 参照）を考えたが、周囲の地形や湖深分布などを考慮すれば、妥当なものと思われる。

以上、屈斜路カルデラでの質量欠損を、数種類のモデルを用いて計算したが、現段階では、重力異常図（Fig. 10）より倒立だ円錐を仮定して求めた、 $9.9 \times 10^{10}$  tons という値が、屈斜路カルデラでの質量欠損の最も真の値に近いものと思われる。これは、先に YOKOYAMA によって求められていた、 $7.8 \times 10^{10}$  tons に比べ、約 3 割大きい値である。今後、弾性波探査など他の地球物理学的データが増せば、さらに詳細な地下構造が解明され、より正確な質量異常の推定が可能と

**Table 2.** Estimation of mass deficiency at Kuttuyo Caldera using a model of an inverted circular cone and an inverted elliptic cone.  $M_c$  are calculated by integrating the gravity anomalies of the Bouguer contour map (Fig. 10).

$\Delta g_e$ mgal	$M_c$ $10^{16}$ g	$\epsilon$	Circular Cone $H/A = 1/2$		Elliptic Cone $A : B : H = 4 : 3 : 1.5$	
			% $M$	$M$ $10^{16}$ g	% $M$	$M$ $10^{16}$ g
- 46						
- 40	-0.40	0.870	19	-2.1	19	-2.1
- 35	-1.66	0.761	35	-4.8	35	-4.8
- 30	-3.66	0.652	48	-7.6	48	-7.6
- 25	-4.73	0.544	60	-7.9	60	-7.9
- 20	-5.74	0.435	69	-8.3	69	-8.3
- 15	-6.84	0.326	77	-8.9	76	-9.0
- 10	-7.94	0.217	81	-9.8	80	-9.9

なるであろう。

## V. おわりに

重力異常分布から異常源の質量を推算する Gauss の方法について、その適用限界や誤差の補正方法などについて議論し、適用例の一つとして、屈斜路カルデラの質量欠損を、火山学的考察を加えながら推算した。他のカルデラでも、屈斜路カルデラで観測されるような同心円状もしくは同心だ円状の低重力異常が観測されており、倒立円錐もしくは倒立だ円錐状の地下構造を持っているものと思われる。したがって、他のカルデラについても、同様な方法をそのまま適用できるであろう。さらに、カルデラとよく似た構造をもつと思われる隕石孔における質量欠損の推定にも適用できるものと考えられる。

最後に、この報告をまとめるにあたって、有益な助言および御指導をいただいた当教室の横山泉教授に深く感謝いたします。なお、計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 によった。

## 文 献

- GOETZ, J. F., 1958. A gravity investigation of a sulphide deposit. *Geophysics*, **23**, 606-623.
- HAMMER, S., 1945. Estimating ore masses in gravity prospecting. *Geophysics*, **10**, 50-62.
- LA FEHR, T. R., 1965. The estimation of the total amount of anomalous mass by Gauss's theorem. *J. Geophys. Res.*, **70**, 1911-1919.
- 西田泰典・横山泉, 1965. 屈斜路カルデラ内のボーリング・コアの物理的諸性質について. 北海道大学地球物理学研究報告, **14**, 53-58.
- TALWANI, M. and M. EWING, 1960. Rapid calculation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape. *Geophysics*, **25**, 203-225.
- YOKOYAMA, I., 1958. Gravity survey on Kuttyaro Caldera Lake. *J. phys. Earth*, **6**, 75-79.
- YOKOYAMA, I., 1963. Volcanic calderas and meteorite craters with special relation to their gravity anomalies. *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Ser. 7*, **2**, 37-47.
- YOKOYAMA, I., 1971. A model for the crustal deformations around volcanoes. *J. Phys. Earth*, **19**, 199-207.
- 横山泉, 1974. カルデラおよびその形成. 地団研専報, **18**, 41-53.