



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	噴火圧力と噴出速度との関係 : プリニー式噴火の場合
Author(s)	渡辺, 秀文; WATANABE, Hidefumi
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 42, 253-262
Issue Date	1983-10-25
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.42.253
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/14114
Type	departmental bulletin paper
File Information	42_p253-262.pdf



噴火圧力と噴出速度との関係 —— プリニー式噴火の場合 ——

渡 辺 秀 文

北海道大学理学部附属有珠火山観測所

(昭和 58 年 3 月 4 日受理)

Pressure and Ejecta Velocity Relationships in Plinian-Type Eruptions.

By Hidefumi WATANABE

Usu Volcano Observatory, Faculty of Science,

Hokkaido University

(Received March 4, 1983)

Explosion pressure existing before, or during, the explosive phase is one of the most important parameters reflecting the dynamical processes of volcanic eruptions. In plinian eruptions the explosion pressure is related to the maximum exit velocity of the gas flow. Practically, however, the exit velocity can be estimated only for finite-size particles. Relationships between the exit velocity of gas flow and that of a finite-size particle are considered based on a simple model of the plinian eruption, in which the finite-size particle is assumed to be accelerated by Stokes drag of the expanding gas flow in volcanic conduits.

From numerical calculations it is shown that the exit velocity of a spherical particle, of which diameter being larger than 1 cm, is significantly smaller than its settling velocity in the gas flow. Practical estimation of the explosion pressure can be made by knowing the density, diameter and exit velocity of finite-size particles.

I. は じ め に

噴火圧力は噴火の規模や強度を示す一指標として、また火山噴火のダイナミクスにおいても重要なパラメタのひとつである。その推定は、従来、ガス流モデル (Minakami, 1950) あるいは大砲モデル (Decker and Hadikusumo, 1961) に基づいて、噴出速度と圧力の関係からなされて来たが、それらの取り扱いに対し、噴出の原動力であるガス相の膨張を充分考慮していないという難点が指摘されている (Wilson, 1980)。しかし、実際に噴出物の初速度から噴火圧力を推定するには、ガス相の膨張を考慮するだけではなお不十分である。一般に我々が知り得るのは、ガス相の噴出速度自体ではなく直径 10 cm 程度より大きい噴出物の初速度であるから、有限の大きさの物体のガス流による加速をも考慮しなければならない。この論文では、定量的な議論の最も容易

なプリニー式噴火 (Walker, 1973) について噴火圧力と噴出速度との関係を論じる。

II. 噴火圧力と噴出速度

噴火の圧力と噴出物の速度との関係は、大別して、ガス流モデルあるいは弾丸モデルによって取り扱われて来た。ガス流モデルでは Bernoulli の式が使われる (Minakami, 1950).

$$P_0 - P_s = \frac{1}{2} \rho U_s^2 \quad (1)$$

上式で、 P_0 、 P_s はそれぞれ噴出源での圧力及び大気圧、 U_s は噴出速度、 ρ は噴出物の密度である。ここで ρ の推定が問題となる。(1) 式は元来、流体に適用されるものであるから、McBirney (1973) が指摘した様に、岩石の密度を用いるのは不適當であり、気体・液体・固体の混合物である粉体流の密度を用いなければならない。また、火道中での噴出速度を問題とする場合は、ガス相の膨張のために ρ は火道中で変化することも考慮しなければならない。

弾丸モデルでは次の式が使われる (Hayes, 1938 ; Decker and Hadikusumo, 1961).

$$P_0 = \frac{4mU_s^2}{27gAb} \quad (2)$$

上式で m 、 A は噴出物体の質量と断面積、 g は重力加速度、 b は定数である。ただし、 b は [時間]² の次元を持ち爆発の時間スケールに関係した未知量であることに注意しなければならない。Decker and Hadikusumo (1961) は、Minakami (1950) が 1938 年の浅間火山噴火に対して与えた P_0 と U_s を用いて、(2) 式の未知量を定めた。しかし、Minakami (1950) は Bernoulli の式 (1) を用いて U_s より P_0 を推定しており、Decker and Hadikusumo (1961) の得た式は Bernoulli の式の再表現にすぎない (Nairn and Self, 1978)。

以上述べた様に、Bernoulli の式 (1)、大砲の式 (2) は共に ρ 、 b という爆発のダイナミクスに関係する未知量を含んでいる。従って、噴出速度 U_s から噴火圧力 P_0 を求めるためには、火道内でのガス相の膨張に伴うダイナミクスを具体的なモデルに基づいて考慮しなければならない。

III. プリニー式噴火のモデル

火道内での粉体流のダイナミクスを論じる上で重要な、プリニー式噴火の特徴を列挙すると、

- (1) 一般にプリニー式噴火の噴出物は広範囲な粒度分布を示すが、1 cm 程度より小さい細粒が大部分を占める (Walker, 1973, 1981)。従って、噴出物とガス相との熱的接触が良く、火道中での粉体流の運動を等温過程とみなすことができる。
- (2) マグマが火道を噴出するに要する時間 (1 km の深さから平均 100 m/s で噴出する場合で 10 sec) に比べ、噴火継続時間の方がはるかに長く、噴出を定常過程とみなすことができる。鉛直方向に運動している定常流の圧力を P 、流速を U 、重力加速度を g とし、鉛直上方を正とする z 軸をとると、Bernoulli の式は一般に

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho} = \frac{1}{2} (U^2 - U_0^2) + gz \quad (3)$$

となる。ここで P_0 、 U_0 は噴出源 ($Z=0$ とする) における圧力、流速であり、 ρ は流体の密度である。ガスと細粒の混合した粉体流の密度は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{n}{\rho_g} + \frac{1-n}{\rho_m} \quad (4)$$

と表わせる。ただし、 n はマグマから分離したガスの重量比、 ρ_g 、 ρ_m はそれぞれガス及びマグマの密度である。今、ガスは細粒によって一定温度 (T) に保たれているから、

$$\rho_g = \frac{P}{RT} \quad (5)$$

ただし、 R は気体定数/ガスの分子量であり、ガスとして水蒸気を仮定すると、 $R=4.6 \times 10^7 \text{ erg/deg} \cdot \text{mol}$ 、(4) 及び (5) 式を用いて (3) 式の左辺を積分すると、

$$nRT \ln(P_0/P) + [(1-n)/\rho_m](P_0 - P) = (U^2 - U_0^2)/2 + gz \quad (6)$$

上式で $P(z)$ 、 $U(z)$ が求める未知量であり、 n 、 P_0 、 U_0 、 T は与えるべきパラメタである。

噴出源における初速 U_0 は、火道からの噴出速度 U_s よりもずっと小さいと考えられるので、以下の議論では $U_0=0$ とする ($U_0/U_s=0.5$ の場合でも、 U_s は約 10% しか増加しない)。

マグマから分離したガスの重量比 n と噴出するガスの初期圧力 P_0 とは、共に、粉碎時のマグマの発泡度と関連している。典型的なプリニー式噴火で生じる軽石中の気泡の占める体積比は 70~80% に達し、楕円体の random loose packing に近い。Sparks (1978) はこの事実に基づいてマグマ中の気泡の成長を考察し、大部分の気泡は噴火以前にその成長を停止すると結論している。以下の議論においても、マグマ中の気泡の体積比が一定値に達するとマグマは粉碎し噴火すると仮定する。従って、噴火時の気泡の体積比を x とすると、 n と P_0 との関係は次式で表わされる。

$$n = \frac{\rho_g x}{\rho_m(1-x)} = \frac{P_0}{\rho_m R T} \frac{x}{1-x} \quad (7)$$

更に、噴火圧力 P_0 は噴出源での地殻の荷重圧に等しく、火道内での圧力勾配は地殻の荷重圧の勾配に等しいと仮定する。この結果、火道中の圧力は座標 z の関数として与えられる。

$$P(z) = P_0 - (P_0 - P_s) \frac{z}{H} \quad (8)$$

ただし、 H は噴出源の深さで、地殻の密度を ρ_r とすると、

$$P_0 = \rho_r g H \quad (9)$$

である。

以上のモデル (式 (7) - (9)) によって、噴火圧力 P_0 と火道中の粉体流の流速 $U(z)$ との関

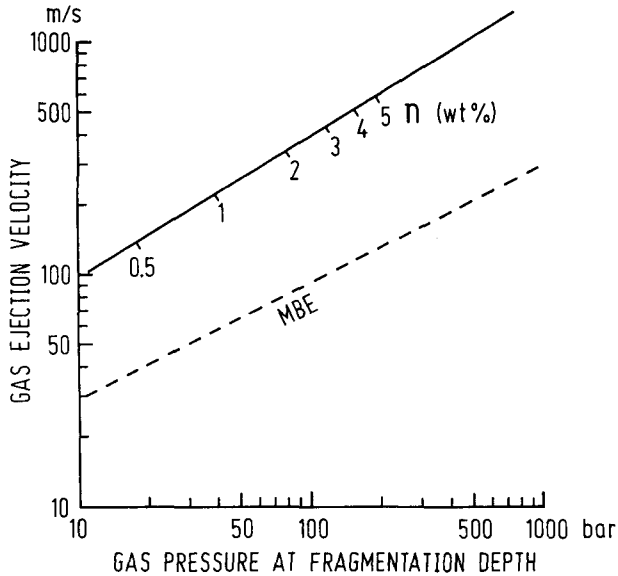


Fig. 1. Relationship between the pressure at the depth of magma fragmentation and the ejection velocity of gas after decompression of the exsolved gas to atmospheric pressure. The implied exsolved gas fraction, n , is indicated in unit of weight percent. Magma temperature is assumed as $T=1200\text{K}$, and the gas bubble volume fraction just before the disruption of magma is taken as $x=0.77$. MBE indicates the modified Bernoulli equation (1) for the case of $\rho=2.4\text{g/cm}^3$. (modified from Wilson, 1980).

係が式 (6) より求められる。

Wilson (1980) によって求められた、粉体流の噴出速度 U_s と噴火圧力 P_0 との関係を Fig. 1 に示す。

IV. 粉体流による物体の加速

前節において、火道中を膨張・加速しながら噴出する粉体流について述べたが、次に有限の大きさの固体粒子 (物体と称する) の粉体流による加速を論じる。流体中を運動する物体には流体の抗力 (Stokes drag) が働き、その運動方程式は次のように表わせる。

$$m \frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} \rho C_D A (U-W) |U-W| - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) mg \quad (10)$$

ここで、 m 、 A 、 W 、 ρ_p はそれぞれ物体の質量、断面積、速度、密度であり、 t は時間、 C_D は抗力係数である。球形物体の場合には、その直径を D とすると次のようになる。

$$\frac{dW}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho C_D}{\rho_p D} (U-W) |U-W| - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) g \quad (10')$$

上式で、 ρ 、 U は鉛直座標 z の関数として前節で与えられている (式 (4) 及び (6))。また、物体の位置座標を z とすると、 $W = \frac{dz}{dt}$ であるから、式 (10) を数値積分することにより、任意の密度 (ρ_p)・直径 (D) を持つ物体の火道中での速度 $W(z)$ を求めることができる。

抗力係数 C_D は一般に物体の形、流体中の物体のレイノルズ数

$$R_\infty = \rho D |U - W| / \mu \quad (11)$$

及びマッハ数

$$M_\infty = |U - W| / a \quad (12)$$

に依存する。上式で ρ 、 μ 、 a はそれぞれ流体の密度、粘性係数及び流体中の音速である。ただし、ここで取扱うのは粉体流の effective な値をとらなければならない。以下で R_∞ 、 M_∞ のオーダーを検討する。

粉体流の粘性係数は次式で近似できる (Zuber, 1964)。

$$\mu_e = \mu \exp [2.5\zeta / (1 - S\zeta)] \quad (13)$$

ここで μ は水蒸気の粘性、 S は $1.35 < S < 1.91$ の値をとる定数、 ζ は粉体中で細粒の占める体積比である。水蒸気の粘性は数気圧～数百気圧ではほとんど圧力によらず、 $T = 1200 \text{ K}$ で約 4×10^{-4} poise である。細粒の体積比 ζ は噴出源で最大値 $\zeta_{\max} = 1 - x$ (x は噴火時の気泡の体積比) をとり、水蒸気の膨張に伴い次式に従って減少する。

$$\zeta = \frac{\rho - \rho_g}{\rho_m - \rho_g} = \frac{(1 - n)\rho_g}{(1 - n)\rho_g + n\rho_m} \quad (14)$$

従って、粘性係数の補正項は高々ファクター 2 程度である。粉体の密度は 10^{-2} g/cm^3 のオーダーであるから、直径 1 cm の物体が粉体流とわずか 1 m/s の相対速度を持つ場合でも、 R_∞ は 10^4 のオーダーに達する。

完全気体中の音速 a は

$$a^2 = \gamma R T \quad (15)$$

で表わされる。ただし γ は気体の定圧比熱 C_p と定積比熱 C_v の比 ($\gamma = C_p / C_v$) であり、水蒸気の場合、 $\gamma \sim 1.4$ である。一方気体と細粒とが平衡状態にある粉体流では、音速は細粒の占める体積比 ζ 及び重量比 $(1 - n)$ に依存し

$$a_e^2 = \Gamma n R T / (1 - \zeta)^2 \quad (16)$$

と表わされる。(例えば、Rudinger, 1980)。ここで Γ は、 C を細粒の比熱とすると、

$$\Gamma = \frac{n C_p + (1 - n) C}{n C_v + (1 - n) C} \quad (17)$$

で表わされる。噴火に伴ってマグマから分離する水蒸気の重量比 n は 10^{-2} のオーダーであるから、 Γ はほとんど 1 に等しい。式 (15) と (16) との比較から、粉体流中の音速が気体中の音速に比べてかなり小さくなることが分る ($(a_e/a)^2 \sim n/\gamma(1-\xi)^2$)。例えば、 $T=1200\text{ K}$ の水蒸気の音速は、 $a=881\text{ m/s}$ であるが、体積比 $\xi=0.1$ 、重量比 $(1-n)=0.98$ の細粒を含む粉体中の音速は、 $a_e=117\text{ m/s}$ にしかならない。従って、火道中を噴出する物体のマッハ数は 1 を越える可能性がある。

流体中の球形物体に対する実験データ (Bailey and Hiatt, 1972) によれば、流体中の物体のレイノルズ数が $R_\infty > 2 \times 10^3$ の範囲では、抗力係数 C_D はマッハ数 M_∞ にのみ依存し、

$$C_D \approx \begin{cases} 0.4 & M_\infty < 1 \\ 1.0 & M_\infty > 1 \end{cases} \quad (18)$$

となる。

具体的な数値計算に入る前に、流れの中におかれた物体の速度に関する 2 つの物質量について述べる。第 1 は、一定速度 U の流れの中にある物体に働く力が平衡する時の「終端速度 (settling velocity)」であり、式 (10) より次の様に表わされる。

$$W^* = U - [(4g/3C_D) \cdot (\rho_P/\rho - 1) \cdot D]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

火道中で、粉体流により加速される物体の速度は必ず、 $W(z) < W^*(z)$ を満す。第 2 は、物体が正の速度に加速されうる限界の大きさで式 (19) において $W^* = 0$ とすることにより次式を得る。

$$D^* = \frac{3C_D}{4g} \frac{\rho}{\rho_P - \rho} U_s^2 \quad (20)$$

直径が $D > D_s^* = D^*(z=H)$ である物体は、噴出口において正の速度を持ち得ず、従って噴出し得ない。式 (19) 及び (20) は数値計算の結果を考察するのに役立つ。

V. 噴火圧力と粉体流及び物体の噴出速度

第 III, IV 節において述べたプリニー式噴火の噴出モデルを模式的に示すと Fig. 2 の様になる。火道中で粉体流の圧力 $P(z)$ 、密度 $\rho(z)$ 、速度 $U(z)$ 、音速 $a_e(z)$ 、更に物体に働く抗力係数 $C_D(z)$ が変化するのので、それぞれの方程式を連立させて数値計算することにより、物体の噴出速度 $W(z)$ が求められる。方程式中に含まれるパラメタに対しては Table 1 の値を用いる。

マグマから 2.7 重量%の水蒸気が分離し噴火する場合を例にとり、粉体流の速度とそれによって加速される物体の噴出速度との関係を調べる。これは、第 III 節のモデルより、地表から 450 m の深さで初期圧力 $P_0=106\text{ bar}$ の噴火が生じたことに相当し、粉体流の噴出速度は約 368 m/s となる。火道中での圧力分布と、粉体流及び球形物体 (密度 2 g/cm^3 、直径 50 cm) の速度分布とを Fig. 3 に示す。図中、圧力及び速度はその最大値 ($P_0=106\text{ bar}$ 、 $U_s=368\text{ m/s}$ 、 $W_s=221\text{ m/s}$) で、 z 座標は噴火発生源の深さ ($H=450\text{ m}$) で規格化してある。水蒸気の膨張に伴って粉体流の速度は次第に増加するが、特に火道上部での速度勾配が大きくなる。これに対して、粉体流によって加

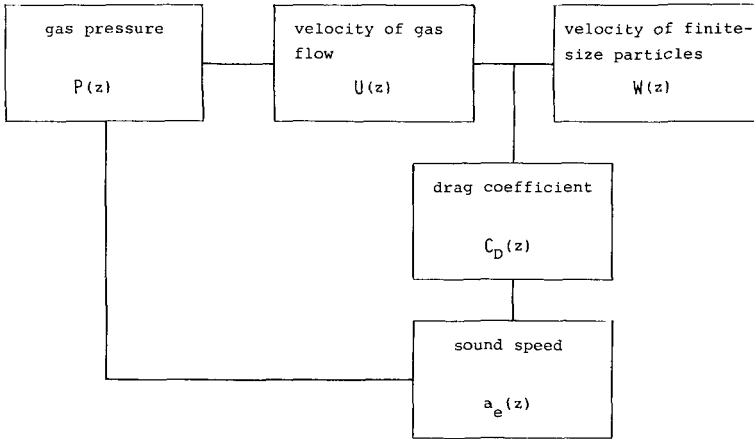


Fig. 2. Dynamical relationships between pressure and ejecta velocity in the volcanic vent.

Table 1. Values for the parameters used in this study

magma temperature	$T = 1200K$
density	$\rho_m = 2.4g/cm^3$
rock density	$\rho_r = 2.4g/cm^3$
gas bubble volume fraction just before the disruption of magma	$x = 0.77$

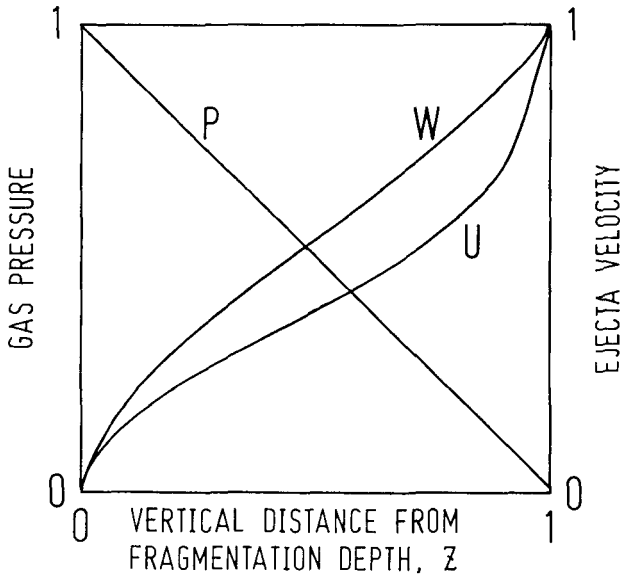


Fig. 3. Pressure, P , and ejecta velocities, U and W , as functions of the vertical distance, z , from the fragmentation depth, H , in the vent. They are normalized by their maximum values : $P_0 = 106\text{bar}$, $U_s = 368\text{m/s}$, $W_s = 221\text{m/s}$, and $H = 450\text{m}$.

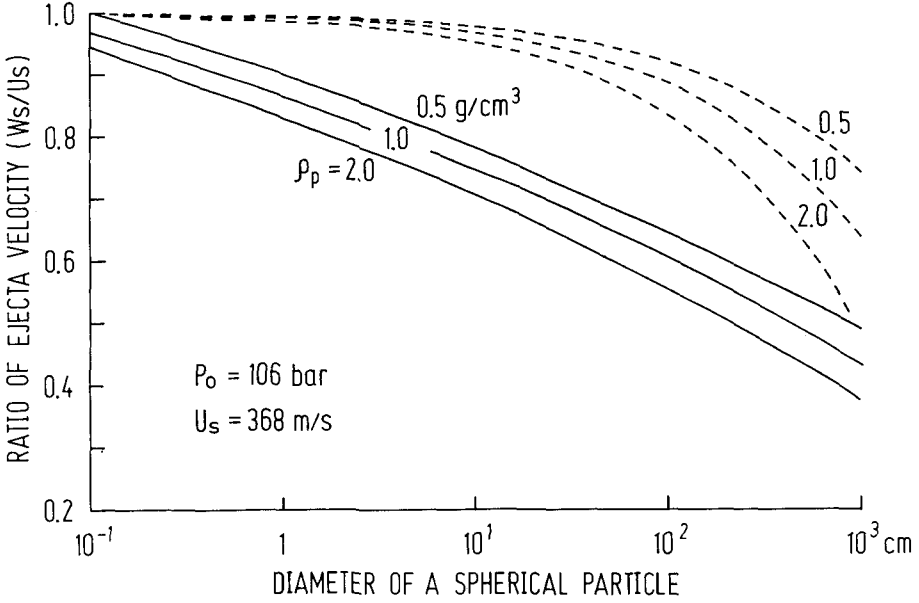


Fig. 4. Ejecta velocity ratio, W_s/U_s , as a function of the density, ρ_p , and diameter, D , of a spherical body. The pressure and the depth of explosion are the same as in Fig. 3 ; $P_o=106$ bar, $U_s=368$ m/s, $H=450$ m. Settling velocity of a spherical body at the exit of the vent is also shown by dotted lines.

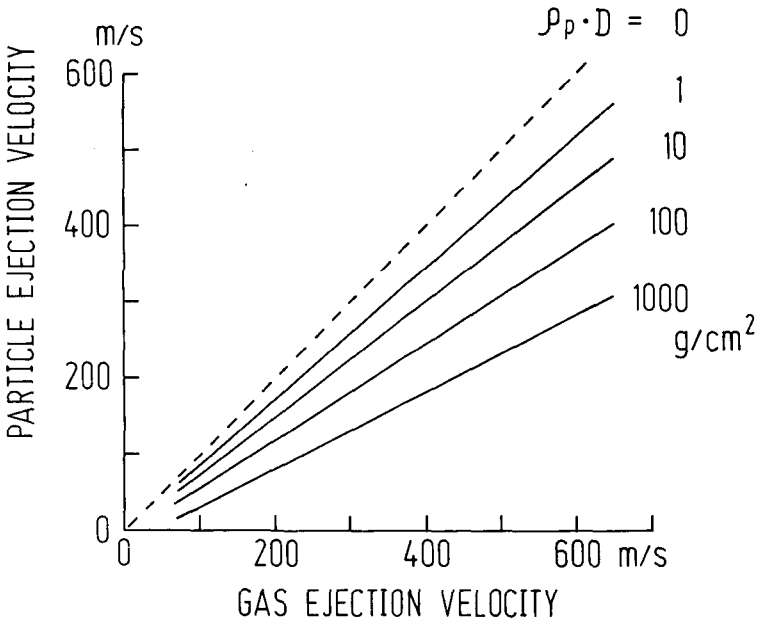


Fig. 5. Relation of ejecta velocities, W_s and U_s , as a function of the product of the density and diameter, $\rho_p \cdot D$, of a spherical body.

速される物体の速度は火道最下部を除きほぼ一定の勾配で増加する。この様な速度分布の特徴は、噴火圧力や物体の密度・直径を変えてもほとんど変化しない。

球形物体の密度・直径と噴出速度比 (W_s/U_s) との関係を Fig. 4 に示す。ただし、噴火発生の深さや圧力は Fig. 3 の場合と同一である。図には、噴出口での終端速度 W^* ($z=H$) も破線で示してある。この図から、直径 1 cm 程度より大きい物体の噴出速度は噴出口での終端速度よりも有意に小さく、物体が噴出口付近でもなお加速されていることが分る。

噴火圧力と直接関連するのは粉体流の噴出速度である (Fig. 1)。しかし、我々が直接知るの直径 10 cm 程度より大きい噴出物の初速度であり、それは Fig. 4 に示される様に粉体流の噴出速度の約 70% 以下である。従って、もし噴出物の初速度をそのまま用いて噴火圧力を求めると、実際の 1/2 以下の値を得ることになる。噴火圧力を正確に推定するためには、粉体流の噴出速度と噴出物体の速度との関係を知る必要がある。様々な密度 (ρ_p)・直径 (D) の物体についての計算結果によれば、噴出速度比 (W_s/U_s) は Fig. 5 に示す様に積 ($\rho_p \cdot D$) によってほぼ決定される。従って、噴出物の密度及び直径と噴出速度とを知ることにより、Fig. 5 から粉体流の噴出速度を知り、更に Fig. 1 より噴火圧力を知ることができる。

IV. ま と め

火山噴火の規模や強度を表わす指標のひとつである噴火圧力は、噴火のダイナミクスとも深く関連している。細粒火山灰・軽石が噴出物の大部分を占めるプリニー式噴火においては、細粒とガスとの混合した粉体流の噴出速度から噴火圧力を推定することができる。しかし、実際に我々が知るの直径 10 cm 程度より大きい物体の噴出速度であり、従って、粉体流の噴出速度と有限な大きさの物体の噴出速度との関係を知る必要がある。

本論文では、プリニー式噴火の簡単なモデルに基づき、火道中での粉体流の Stokes drag による球形物体の加速過程を調べた。その結果以下の結論を得た。

- (1) 球形物体の噴出速度 (W_s) と粉体流の噴出速度 (U_s) との比 (W_s/U_s) は、物体の密度 (ρ_p) と直径 (D) の積 ($\rho_p \cdot D$) に依存し、その増加に伴い減少する。
- (2) 直径 1 cm 程度より大きい物体の噴出速度は、粉体流中の物体の終端速度より有意に小さく、 $\rho_p \cdot D > 20 \text{ g/cm}^2$ では物体の噴出速度は粉体流の噴出速度の 70% 以下となる。

上記の結論 (2) は、直径 10 cm 程度より大きい噴出物の初速度を粉体流の噴出速度に等しいと仮定して得られる噴火圧力は、実際の値の 1/2 以下になることを意味し、重要である。噴出物体の初速度、密度及び直径を知り、本論文で得た物体と粉体流の噴出速度についての関係を用いることによって、より正確に噴火圧力を推定することができる。

文 献

- BAILEY, A. B. and J. Hiatt, 1972. Sphere drag coefficients for a broad range of Mach and Reynolds numbers. *AIAA J.*, **10**, 1436-1440.
- DECKER, R. W. and D. HADIKUSUMO, 1961. Results of the 1960 expedition to Krakatau. *J. Geophys. Res.*, **66**, 3497-3511.
- HAYES, T. J., 1938. *Elements of Ordnance*. John Wiley and Sons, New York, N. Y., 715 pp.
- MINAKAMI, T., 1950. On explosive activities of andesitic volcanoes and their forerunning phenomena. *Bull. Volcanol.*, **10**, 59-87.
- NAIRN, I. A. and S. SELF, 1978. Explosive eruptions and pyroclastic avalanches from Ngauruhoe in February 1975. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **3**, 39-60.
- RUDINGER, G., 1980. Fundamentals of gas-particle flow. In J. C. Williams and T. Allen (Eds.), *Handbook of Powder Technology*, Vol. 2, Elsevier Sci. Pub. Co., Amsterdam, 142 pp.
- SPARKS, R. S. J., 1978. The dynamics of bubble formation and growth in magmas: a review and analysis. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **3**, 1-37.
- WALKER, G. P. L., 1973. Explosive volcanic eruptions-a new classification scheme. *Geol. Rundsch.*, **62**, 431-446.
- WALKER, G. P. L., 1981. Generation and dispersal of fine ash and dust by volcanic eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **11**, 81-92.
- WILSON, L., 1980. Relationships between pressure, volatile content and ejecta velocity in three types of volcanic explosion. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **8**, 297-313.
- ZUBER, N., 1964. On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime. *Chem. Eng. Sci.*, **19**, 897-917.