



Title	岩石内部のクラックの形状分布
Author(s)	清水, 信之; SHIMIZU, Nobuyuki
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 42, 281-288
Issue Date	1983-10-25
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.42.281
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/14117
Type	departmental bulletin paper
File Information	42_p281-288.pdf



岩石内部のクラックの形状分布

清水 信之

北海道大学理学部地球物理学教室

(昭和58年3月16日受理)

Distributions of Shapes of Cracks in Rocks

By Nobuyuki SHIMIZU

Department of Geophysics, Faculty of Science,

Hokkaido University

(Received March 16, 1983)

Based on a relation between the measured compressional wave velocities(V_p) and pressures, distribution of shapes of cracks(DSC) in eight kinds of rocks were inversely estimated. The distribution is exhibited by a crack porosity normalized to the total porosity for a given aspect ratio. The following results were obtained:-(1) Variation of V_p under pressure depends only on a reduced crack porosity, (2) there is one peak in DSC for all rocks except a very fine-grained rock, (3) the aspect ratios for the peaks are between 5×10^{-5} and 10^{-3} , (4) the aspect ratios for the peaks in granite samples are smaller than those of calcareous rocks, (5) the DSC in granite samples are broader than those in calcareous rocks in aspect ratio, and (6) the results (4) and (5) may be explained qualitatively by differences of mineral composition and those of origins of rocks.

I. 序 論

岩石の物性がクラック(割れ目)により影響を受けることが良く知られている。クラックは岩石の弾性定数を低下させる(例えば, ANDERSON et al., 1974; LOCKNER et al., 1977)。それ故、岩石内部のクラックがいかなる形でどの様な割合で分布しているかを知ることは、岩石の物性をより良く理解するために重要であると考えられる。

圧力による弾性波速度の著しい増大は、岩石内部のクラックの閉鎖に依ると考えられる(CHENG and TOKSÖZ, 1979; SHIMIZU, 1983)。圧力が上昇すると、まず初めにより扁平な形状のクラックが潰れ、さほど扁平でないものはより扁平になり、より高い圧力の下で最終的には潰れてしまう。それ故、クラックの形状を仮定するなら、圧力の関数として測定された弾性波速度の値から逆に岩石内部のクラックの形状分布を理論的に求めることが可能になる。この論文では、異なる8種類の岩石のクラックの形状分布を圧力の関数として測定されたP波速度の値から求め、それらの分布を比較検討する。

II. 解析方法

ここでは ESHELBY (1957) の理論に基づいた解析を行なうため、クラックの形状を回転楕円体で近似する。回転楕円体の形状はその短軸 (b) と長軸 (a) の比 (アスペクト比, $\alpha = b/a$) によって完全に規定される。このアスペクト比は定義から明らかな様に 0 から 1 までの値を取りうる。

さて、岩石内部に N 種類のアスペクト比のクラックがあるものとし、各アスペクト比のクラックは $\phi(\alpha_n^0)$ の空隙率を占めているものとする。すなわち、岩石内部のクラックの形状分布を求めることは、各アスペクト比のクラックが岩石内部にいかなる割合で含まれているか、言い換えれば、いかなる空隙率を占めているかを知ることと等価である。 P_m なる圧力の下でのクラックを含んでいる媒質 (複合媒質) の P 波速度 (V_{pm}^*) は SHIMIZU (1983) に従うと、次の式の様に評価することができる。

$$1 - \left(\frac{V_{pm}^*}{V_p^0} \right)^2 = \sum_{n=1}^N \left[\frac{1}{3K+4G} \{ K T_K(\alpha_n^m) + \frac{4}{5} G T_C(\alpha_n^m) \} - 1 \right] h(\alpha_n^0, P_m) \phi(\alpha_n^0) \quad (1)$$

ここで、 V_p^0 , K , G はそれぞれクラックのない媒質の P 波速度、体積弾性率、剛性率である。 T_K , T_C はクラックのアスペクト比の関数 (SHIMIZU, 1983), $h(\alpha_n^0, P_m)$ は圧力 P_m の下で変形した α_n^0 のクラックの体積の変形前の体積に対する比を与える。 α_n^m は P_m の下で変形した α_n^0 のクラックのアスペクト比である。

(1) 式は見て判る通り、 $y = Ax$ なる形をしている。 V_{pm}^* が速度の測定データであると考えれば、(1) 式の中で $\phi(\alpha_n^0)$ 以外は全て既知量である。それ故、データ数 M がモデルのパラメータの数 N より大きい場合には、 $\phi(\alpha_n^0)$ を一般化逆行列を作成して、最小自乗法的に求めることができる。但し、 $\phi(\alpha_n^0)$ には $\sum_{n=1}^N \phi(\alpha_n^0) = \phi^0$ (総空隙率) なる拘束条件が課せられる。この様に測定データから一度の演算でクラックの形状分布を求める方法を直接解法と呼ぶ。

クラックの形状分布は以下に述べる様な反復解法によっても求めることができる。この解法では、(1) 式の代わりに次の様な式が用いられる。

$$\left(\frac{V_{pm}^*}{V_p^0} \right)^2 - \left(\frac{V_{pm}^{*0}}{V_p^0} \right)^2 = \sum_{n=1}^N \left[1 - \frac{1}{3K+4G} \{ K T_K(\alpha_n^m) + \frac{4}{5} G T_C(\alpha_n^m) \} \right] h(\alpha_n^0, P_m) \cdot \Delta \phi(\alpha_n^0) \quad (2)$$

ここで、 V_{pm}^{*0} はクラックの形状分布の初期モデル $\hat{\phi}(\alpha_n^0)$ に基づいて計算された複合媒質の P 波速度で、 $\Delta \phi(\alpha_n^0)$ はその初期モデルの摂動項である。この式もやはり $y = Ax$ なる形をしているので、前と同様に $\Delta \phi(\alpha_n^0)$ を最小自乗法的に求めることができる。但し、 $\Delta \phi(\alpha_n^0)$ には $\sum_{n=1}^N \Delta \phi(\alpha_n^0) = 0$ なる拘束条件が課せられる。この様にして求まる $\Delta \phi(\alpha_n^0)$ を加えて初期モデルを $\hat{\phi}(\alpha_n^0) + \Delta \phi(\alpha_n^0)$ として更新するなら、測定値と計算値の偏差は小さくなる。この更新過程を何度か繰り返すと、摂動項 $\Delta \phi(\alpha_n^0)$ は引き続き更新によって殆んど変らなくなり、解は収束する。すなわち、岩石内部のクラックの形状分布は、各アスペクト比のクラックが占める空隙率 (クラック空隙率) の分布として求まる。初期モデルとしては、直接解法により求められた $\phi(\alpha_n^0)$ が採

用された。測定値と計算値の残差平方和は後者の方法の方が前者のそれに比べて小さくなることから種々の検討により明らかになったため、以下では反復解法により得られたクラックの形状分布についてのみ議論する。

III. 解析結果

用いたP波速度データはSHIMIZU (1983)による山口大理石とユーゴドロマイトの結果、およびNUR and SIMMONS (1969)によるSolenhofen石灰石、Bedford石灰岩、Webatuckドロマイト、Westerly花崗岩、Troy花崗岩、Casco花崗岩の結果から成っている。速度の測定はパルス透過法によりなされた。速度の測定方法の詳細についてはNUR and SIMMONS (1969) およびSHIMIZU (1983) に述べられているので、ここでは省略する。これらの岩石の物理定数はTable 1に与えられている。表から判る様に、総空隙率および平均粒径は岩石毎に最大で二桁の違いがある。Fig. 1は炭酸塩鉱物から成る5つの岩石の V_p の測定値および計算値をそれぞれ滑らかな実線と破線で結んだものを示している。Fig. 2は3つの花崗岩の V_p の測定値および計算値をそれぞれ滑らかな実線と破線で結んだものを示している。両図から判る様に、これら8種類の岩石の V_p の測定値と計算値は良く一致している。しかしながら、Bedford石灰岩の測定結果の様に2 k barの圧力の下でも依然として顕著な速度の上昇傾向が見られる場合には、600 barを超える圧力範囲で測定値と計算値の十分な一致は得られない。これは、600 barから2 k barの範囲の圧力で潰れうる全てのクラックを数少ない種類のアスペクト比のクラックで代表して解析したことに起因している。

得られたクラックの形状分布から、丸い形状($\alpha = 1$)のポアを除いた総クラック空隙率がわかる。さらに、P波速度の増大量と空隙率の関係を明確にすることができる。Table 2は大気圧下から1 k barの圧力に達するまでのP波速度の増大量(%)と空隙率の関係を8種類の岩石についてまとめたものである。この表から、次の2つのことがわかる。(1) 総クラック空隙率(ϕ_{crack})は、1%以下の総空隙率(ϕ_{total})を持つ岩石では総空隙率の10~40%を占め、一方、1%以上の総空隙率を持つ岩石では、総クラック空隙率は総空隙率の1%以下しか占めていない。(2) 1 k barの圧力までのP波速度の増大量は、総空隙率や総クラック空隙率には依存せず、その圧力までに潰れたクラック空隙率に依存している。すなわち、8種類の岩石を鉱物組成がほぼ等しい3つのグループに分けるなら、各グループについて、潰れたクラック空隙率が大きい程、速度の増大量は大きくなるのがわかる。

次に、得られたクラックの形状分布を比較する。Fig. 3からFig. 10は8種類の岩石のクラックの形状分布を総空隙率に占めるクラック空隙率の割合(%)として示したものである。これらの図には、アスペクト比に関して連続的な分布が示されている。連続的な分布は(1)あるいは(2)式から得られる離散的な分布から構成された。離散的に求まった値はある範囲のアスペクト比のクラック空隙率の総計と見做すことができるから、その範囲で平均化すれば離散的に求まった値を連続

Table 1. Physical constants of rocks used in this study

rock name	K(Mb)	G(Mb)	E(Mb)	ν	ρ (g/cc)	ϕ	mean grain size (mm)
Yamaguchi marble	0.750	0.346	0.900	0.300	2.711	0.0025	2.5
Yugoslavia dolomite	1.050	0.311	0.849	0.365	2.855	0.0036	0.4
Solenhofen* limestone	0.570	0.270	0.700	0.295	2.663	0.047	0.01
Bedford* limestone	0.550	0.190	0.511	0.345	2.620	0.123	1.0
Webatuck* dolomite	0.755	0.535	1.298	0.213	2.867	0.007	0.45
Westerly* granite	0.590	0.335	0.845	0.261	2.646	0.009	0.75
Troy* granite	0.670	0.340	0.872	0.283	2.670	0.002	4.0
Casco* granite	0.655	0.375	0.945	0.260	2.626	0.007	5.0

* denotes data from NUR and SIMMONS (1969).

K; Bulk modulus, G; Shear modulus, E; Young's modulus, ν ; Poisson's ratio, ρ ; density, ϕ ; total porosity.

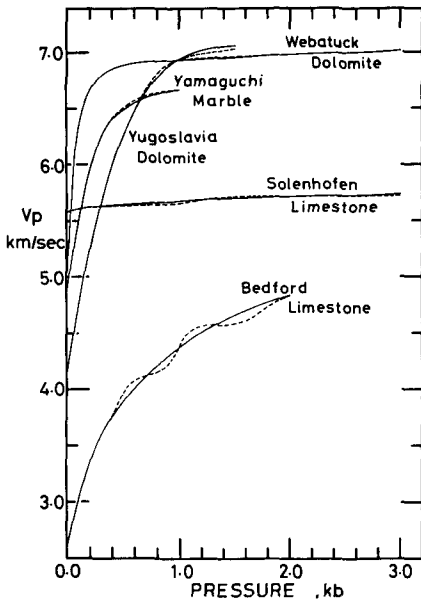


Fig. 1. Measured V_p changes (solid lines, after NUR and SIMMONS, 1969 and SHIMIZU, 1983) and calculated ones (broken lines) due to pressure for five kinds of calcareous rocks.

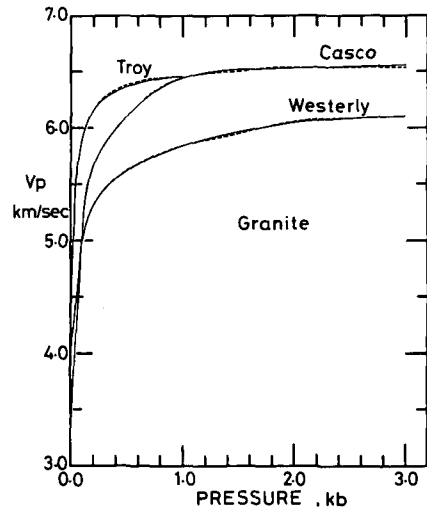


Fig. 2. Measured V_p changes (solid lines, after NUR and SIMMONS, 1969) and calculated ones (broken lines) due to pressure for three kinds of granite.

Table 2. Relationship of porosity to Vp increase

rock name	$(\frac{V_p}{V_p^0} - 1)^*$, %	ϕ_{crack}^{closed} ($\times 10^{-4}$)	ϕ_{crack} ($\times 10^{-3}$)	ϕ_{total}
Solenhofen limestone	2.0	0.2	0.1	0.047
Yamaguchi marble	36.0	2.5	0.3	0.0025
Bedford limestone	68.0	4.7	1.0	0.123
Webatuck dolomite	39.0	0.9	2.34	0.007
Yugoslavia dolomite	68.0	2.9	1.5	0.0036
Troy granite	44.0	1.25	0.5	0.002
Westerly granite	54.0	2.15	3.46	0.009
Casco granite	96.0	3.0	1.32	0.007

*This value gives the Vp increase from 1 bar to 1 kbar

ϕ_{crack}^{closed} , ϕ_{crack} and ϕ_{total} give the closed crack porosity from 1 bar to 1 kbar, the total crack porosity and the total porosity, respectively.

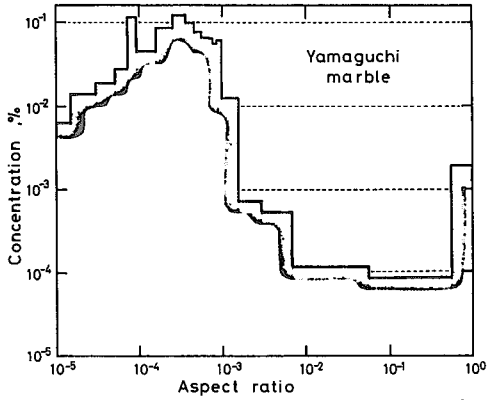


Fig. 3. Distribution of shapes of cracks for Yamaguchi marble. See the text for the details.

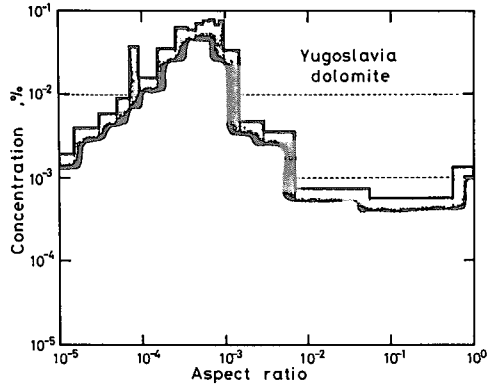


Fig. 4. Same as in Fig. 3 for Yugoslavia dolomite.

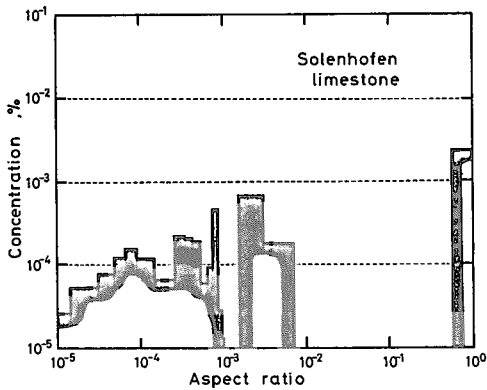


Fig. 5 Same as in Fig. 3 for Solenhofen limestone.

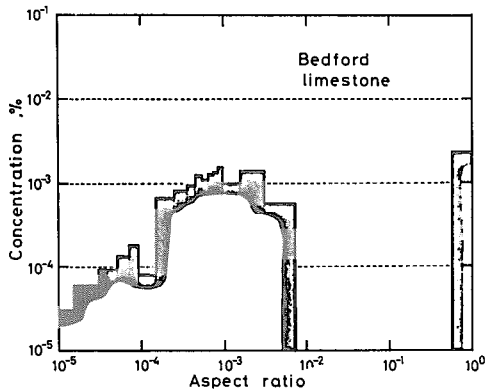


Fig. 6 Same as in Fig. 3 for Bedford limestone.

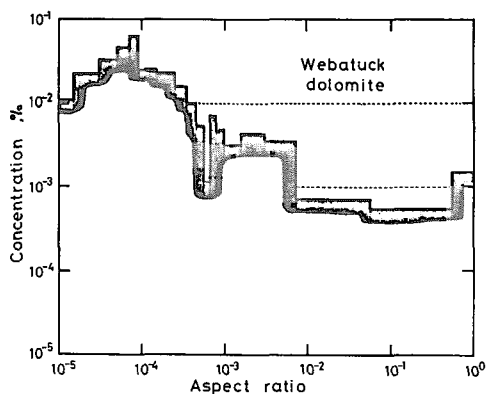


Fig. 7 Same as in Fig. 3 for Webatuck dolomite.

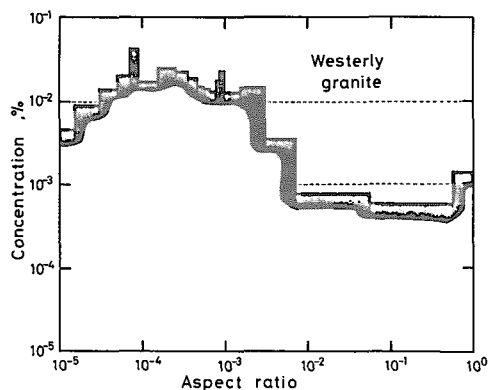


Fig. 8. Same as in Fig. 3 for Westerly granite.

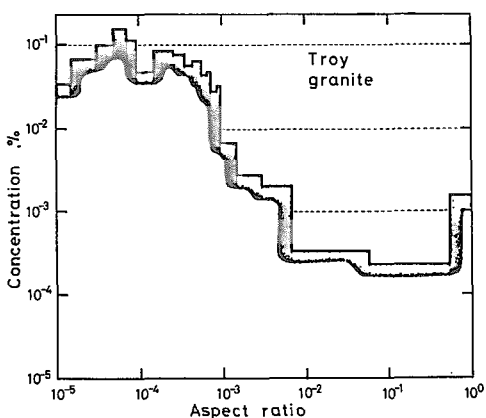


Fig. 9. Same as in Fig. 3 for Troy granite.

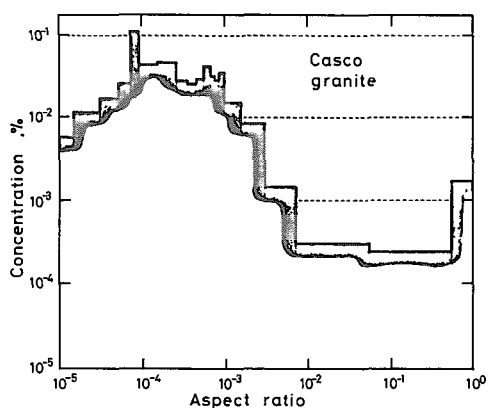


Fig. 10. Same as in Fig. 3 for Casco granite.

的な値に直すことができる。

Solenhofen 石灰岩について得られた分布を除けば、得られた分布に見られる共通の特徴は、 $5 \times 10^{-5} \sim 10^{-3}$ のアスペクト比の範囲に 1 つのピークを持つことである。Solenhofen 石灰岩では球形のポアが総空隙率の 99.8% を占めている。それ故、岩石内部に扁平なクラックは殆んどないといえる。この岩石の持つ特徴の内、他の 7 種類の岩石と異なる特徴は平均粒径が他と比べて 1 桁から 2 桁も小さいことである。すなわち、極細粒の岩石には扁平なクラックが殆んど存在しないのかもしれない。

次の章では、岩石内部のクラックの形状分布の詳細な特徴が岩石毎にいかにならっているかを比較し、議論する。

IV. 議 論

まず、7 種類の岩石のクラックの形状分布の比較を容易にするために、分布の形を 2 つのパラメータで表現することを考える。Fig. 11 は模式的なクラックの形状分布である。7 種類の岩石の

クラックの形状分布をおおむねこの図の様に見ることが出来る。分布を特徴付ける1つのパラメータは α_{peak} で、岩石内部に一番卓越しているクラックの形状を与える。もう1つのパラメータ β は、図中の記号を用いて、 $\beta = \text{Log} \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ として定義され、分布の広がり、いわば帯域を示す量と考えられる。すなわち、 β が大きい程、分布は広帯域である。これら2つのパラメータを各岩石について求め易くするために、Fig. 3 から Fig. 10 に与えられた分布は移動平均化され、より滑らかな分布に直された。この様にして求められた2つのパラメータは Table 3 にまとめられた。表から次の3つのことがわかる。(1) α_{peak} は $5 \times 10^{-5} \sim 10^{-3}$ の間にある。(2) 花崗岩の α_{peak} は石灰質岩の α_{peak} より小さい。(3) 花崗岩の分布は、アスペクト比に関して、石灰質岩の分布より広帯域な特性を持つ。

このように、2つのパラメータは花崗岩と石灰質岩の違いに依存しているのがわかる。では、花崗岩と石灰質岩は本質的に何が異なるであろうか。Table 1 を見る限り、媒質の弾性定数、密度、総空隙率それに平均粒径は両者の違いを説明していない。花崗岩と石灰質岩は鉱物組成と成因において明瞭に異なる。花崗岩は多くの鉱物から成っているのに対し、石灰質岩は単一の鉱物から成っている。仮に、鉱物内に発生しうるクラックの形状が鉱物毎に異なっているなら、単一鉱物から成る岩石に比べて多くの鉱物から成る岩石の方が広帯域な分布になると期待される。

一方、成因から見れば、花崗岩は火成岩であるのに対し、石灰質岩は大理石を除けば堆積岩である。火成岩では、冷え固まる過程で内部に熱応力に起因した扁平なクラックが発生する。また、完全に固化した後であつても外部応力に起因した扁平なクラックは発生しうる。堆積岩では外部応力による圧密化によりクラックが形成されると考えられる。従って、火成岩では、堆積岩に比べて扁平な形状のクラックが優位となることが期待される。

このように、岩石内部のクラックの形状分布の違いは定性的には鉱物組成の違いと岩石の成因の違いとして説明されるが、このことが果して本当かどうかは今後定量的な検討により確認されるであろう。

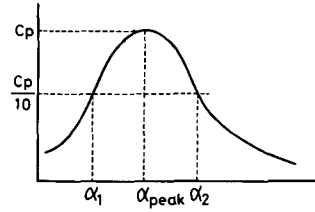


Fig. 11. Scheme of continuous distribution of shapes of cracks in rocks and characteristic parameters for the distribution.

Table 3. Characteristics of distributions of shapes of cracks in rocks

rock name	α_{peak}^*	β^{**}
Yamaguchi marble	3×10^{-4}	1.7
Yugoslavia dolomite	7×10^{-4}	1.6
Solenhofen limestone	—	—
Bedford limestone	8×10^{-4}	1.9
Webatuck dolomite	6×10^{-5}	>1.8
Westerly granite	10^{-5}	>2.6
Troy granite	6×10^{-5}	>2.0
Casco granite	10^{-4}	2.3

* α_{peak} is the aspect ratio of which cracks are most dominant in a rock.

** β , which is defined in the text, is the parameter related to the shapes of distributions.

V. 結 論

8種類の岩石について、測定されたP波速度データからクラックの形状分布が求められた。以下に結果をまとめる。

- (1) どの岩石の速度の増大量も回転楕円体のクラックの閉鎖として殆んど説明される。すなわち、P波速度の増大量は潰れたクラックの空隙率にのみ依存している。
- (2) 極細粒の岩石を除けば、クラックの形状分布に1つのピークを持つ。しかも、ピークとなるアスペクト比は $5 \times 10^{-5} \sim 10^{-3}$ の範囲にある。
- (3) 花崗岩のクラックの形状分布のピークとなるアスペクト比は石灰質岩のそれより小さい。
- (4) 花崗岩のクラックの形状分布は、アスペクト比に関して、石灰質岩のそれより広帯域な特性を持つ。
- (5) (3), (4)の分布の違いは鉱物組成および岩石の成因の違いとして定性的には説明される。

謝辞 論文を読んでいただいた前田 亟博士に感謝いたします。なお、計算は北海道大学大型計算機センターの HITAC-M200H でなされた。

文 献

- ANDERSON, D. L., B. MINSTER and D. COLE, 1974, The effect of oriented cracks on seismic velocities, *J. Geophys. Res.*, **79**, 4011-4015.
- CHENG, C. H. and M. N. TOKSÖZ, 1979, Inversion of seismic velocities for the pore aspect ratio spectrum of a rock, *J. Geophys. Res.*, **84**, 7533-7543.
- ESHELBY, J. D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. Roy. Soc., Ser. A*, **241**, 376-396.
- LOCKNER, D. A., J. B. WALSH and J. D. BYERLEE, 1977, Changes in seismic velocity and attenuation during deformation of granite, *J. Geophys. Res.*, **82**, 5374-5378.
- NUR, A. and G. SIMMONS, 1969, The effect of saturation on velocity in low porosity rocks, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **7**, 183-193.
- SHIMIZU, N., 1983, The effect of cracks on compressional wave velocity and its anisotropy in calcareous rocks, Ph. D. Thesis, Hokkaido Univ., 122pp.