



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	超音波流向流速プロファイラー
Author(s)	服部, 正己; HATTORI, Masami
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 49, 301-316
Issue Date	1987-03-30
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.49.301
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/14177
Type	departmental bulletin paper
File Information	49_p301-316.pdf



超音波流向流速プロファイラー

服部正己

日本シュルンベルジェ株式会社

(昭和61年11月25日受理)

Ultrasonic Velocity Profiler

By Masami HATTORI

Nippon Schlumberger Co., Ltd.

(Received November 25, 1986)

An ultrasonic velocity profiler (UVP) has been developed in order to obtain profiles of flow vector in deep lakes.

The method of measurement contains advanced application of the rising float technique which is a conventional method to measure vertical integral velocities. A rising float which has an ultrasonic transmitter is located by measuring transit times to receivers on bottom. A velocity profile is calculated from a time series of the float positions. The UVP uses a 75 kHz ultrasonic source and is operable to a depth of 200m.

Field tests of the UVP in Ishikari River and Lake Abashiri showed satisfactory results, although the depths were relatively shallow : 6-10m.

Measurements with the UVP could be made more accurately by making a smaller and lighter float than that used in this study.

I. はじめに

湖沼において、微流速の鉛直プロファイルを得るには、メモリー流速計で鉛直方向に何点か流速ベクトルを測定する方法が主流である。しかし、同方法によって、水深の深い湖沼で流速プロファイルの微細構造を得ようとすると、大変な手間を必要とし、本来同一時刻での鉛直方向のデータ列である鉛直プロファイルとは違ったものになってしまう可能性がある。

White (1977) や Hamblin and Kuehnel (1980) は、フロートに超音波センサーを取り付けて、流速プロファイルを測定することを試みているが、いずれも一般的には利用されていない。

そこで、深い湖沼において微流速の鉛直プロファイルを測定する目的で、フロート上昇法による超音波流向流速プロファイラーの開発を進めてきた。未だ、微細構造を測定できるまでには到っていないが、大まかなプロファイルが得られるシステムができた。

II. 測定原理

フロート上昇法によって、鉛直方向の積分流速を算出する試みは、河川においては Dyer (1970)、湖沼においては中尾他 (1982) の報告がある。

UVPはこのフロート上昇法を発展させた方法で、以下にあげる様にフロート上昇法の3つの欠点を解決している。

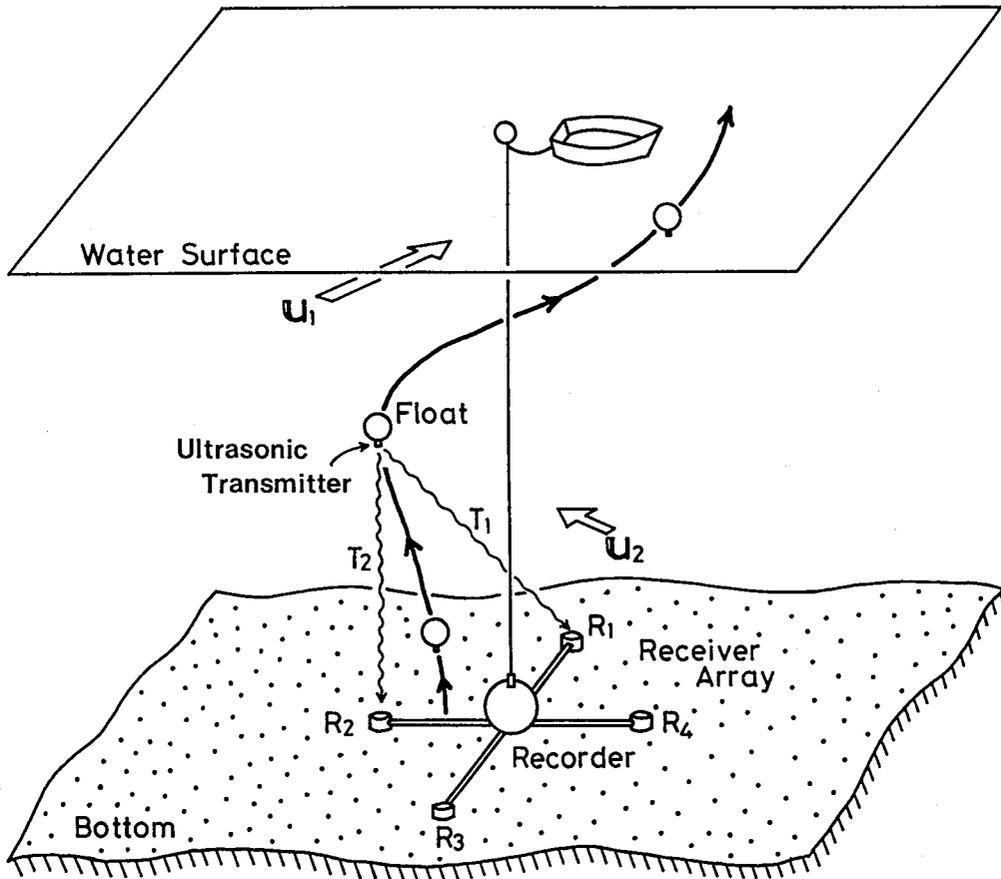


Fig. 1. Measuring method of UVP

- (1) 積分流速だけでなく、流速の鉛直プロファイルを測定できる。
- (2) フロートの上昇速度は一定でなくてもよい。
- (3) フロートを2つ使う必要がない。

UVPの測定原理を Fig. 1 に示す。

まず、超音波発信器を取り付けたフロートを湖底から浮上させる。そして、湖流によって水平方向に動きながら上昇するフロートの位置を、湖底に設置した4個の受信器に超音波が到達するまでの時間から決定し、得られたフロートの位置の時系列データより流速ベクトルのプロファイルを求めるという方法である。

海洋においても、同様の原理で流速プロファイルの測定が行なわれている (Spain *et al.*1981) が、海洋と湖沼ではスケールが全く違うため、測定法もかなり違ったものになっている。

III. システム構成

1. 概要

Fig. 2 に UVP システム全体のブロック図を示す。

システムは次の各部からなる。

- (1) フロート及び発信部 (発信素子, 発信回路, 電源, 切り離し装置)

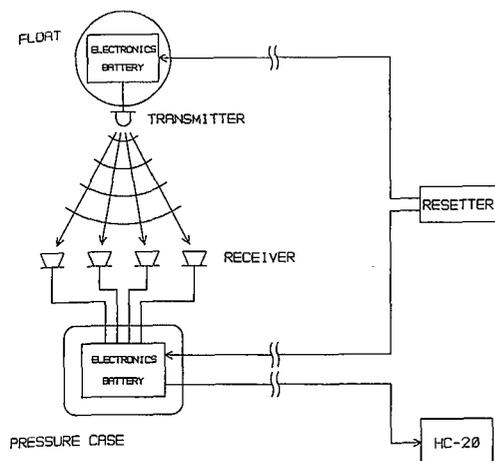


Fig. 2. Block diagram of UVP

(2) 受信部 (受信素子, 受信回路, 電源, 耐圧容器, アーム)

(3) その他 (データ回収器, データ解析器, リセッター)

UVP システムは, 使用可能最大水深を 200 m とし, 使用周波数を分解能と到達距離との兼ね合いから 75 kHz として設計された。

2. フロート及び発信部

フロートは, 直径 36 cm の ABS 樹脂製球形フロートを 2 つに分割し, O-リングによって耐圧構造にしたものを使用した。さらに上昇安定性を高めるために, 上部に 2 枚のステンレス製の回転翼を取り付けてフロートが回転しながら上昇するようにした。上昇速度は約 40 cm/sec になるように調整し, このときの回転速度は毎秒約 1 回転であった。Plate 1 は上昇実験時のフロートの水中写真である。

フロートを水底から上昇させるための切り離し装置として, 金成 (1983) によって紹介されているボトムコンタクトリリース (B. C. R) を使用した。B. C. R は, 水面から沈降させ, 着底すると錘を解放して浮上してくる仕組みになっており, これを使用することにより沈降時にもデータをとることが可能になった。

発信素子には, 共振周波数 75 kHz の円筒形圧電素子を使用した。円筒形の素子を使ったのは, UVP の測定原理上, 無指向性の振動子を用

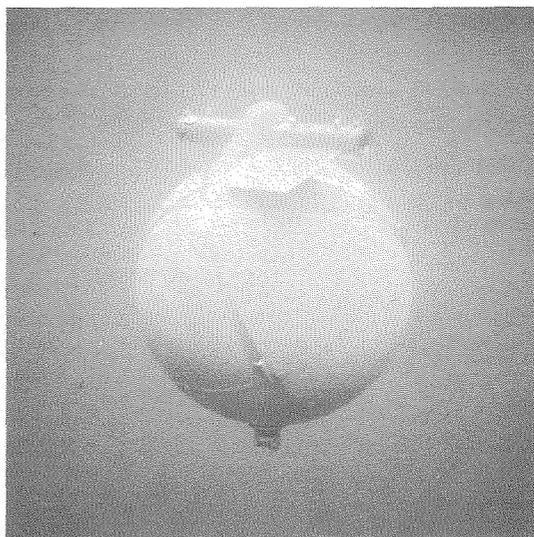


Plate 1. Rising float

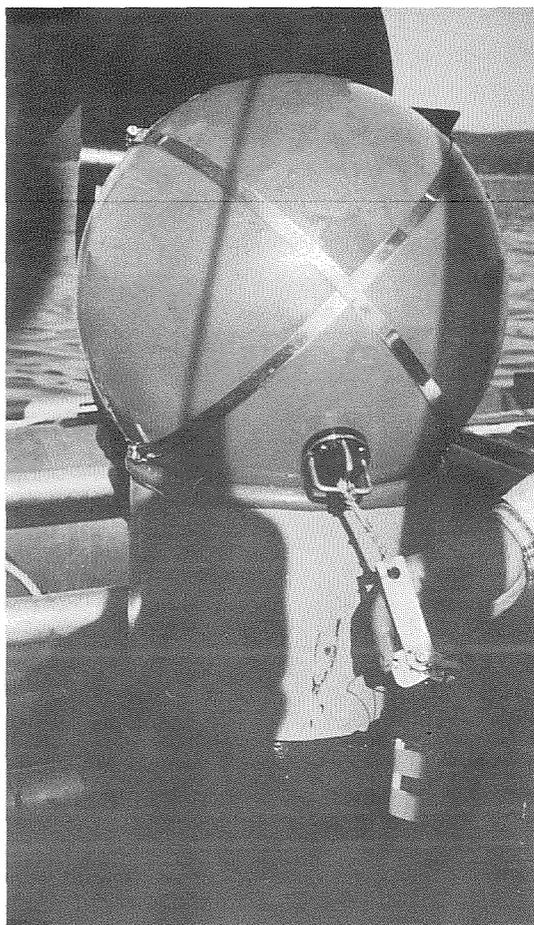


Plate 2. Bottom view of the float

いる必要があるためである。耐水耐圧性を持たせるためのゴムモルディング後の素子の大きさは、直径 24 mm、高さ 18 mm である。Plate 2 はフロート下部の写真で、発信素子と B. C. R が見える。

発信回路のブロック図を Fig. 3 に示す。75 kHz の信号を周期 0.5 又は 1.0 sec のトリガー信号によりパワーアンプに通し 1 msec の超音波パルスを発信させる。パワーアンプの出力は約 10 W である。電源にはドライフィットバッテリーを使用し、連続 60 時間以上発信可能である。Plate 3 はフロート内部の写真である。上部が発信回路、下部が電源で、手前に浮上速度微調整用の鉛の錘が見える。

3. 受信部

受信素子（受信器）には、直径 42 mm の円板形水中用モールド振動子を 4 個使用した。これらは、受信器アレーを形成するために、長さ 1.2 m の鉄パイプを十字に組み合わせたアームの先端付近に固定される。

受信回路のブロック図を Fig. 4 に示す。受信回路は、信号到達時刻データの基準となるクロック信号を除いて、4 回路独立となっている。受信器で受信された信号は、アンプで増幅され、バンドパスフィルターを通過してシグナルディテクターに導かれると

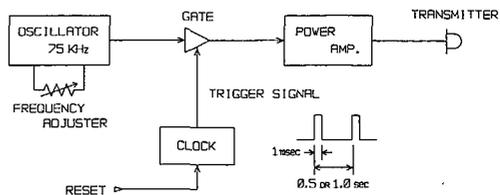


Fig. 3. Block diagram of transmitter

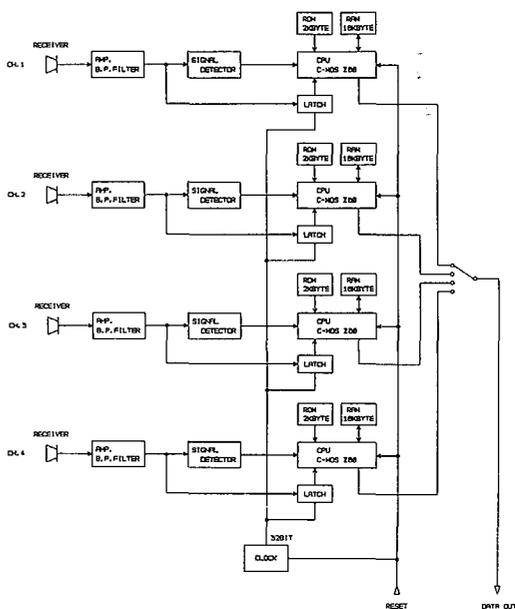


Fig. 4. Block diagram of receiver

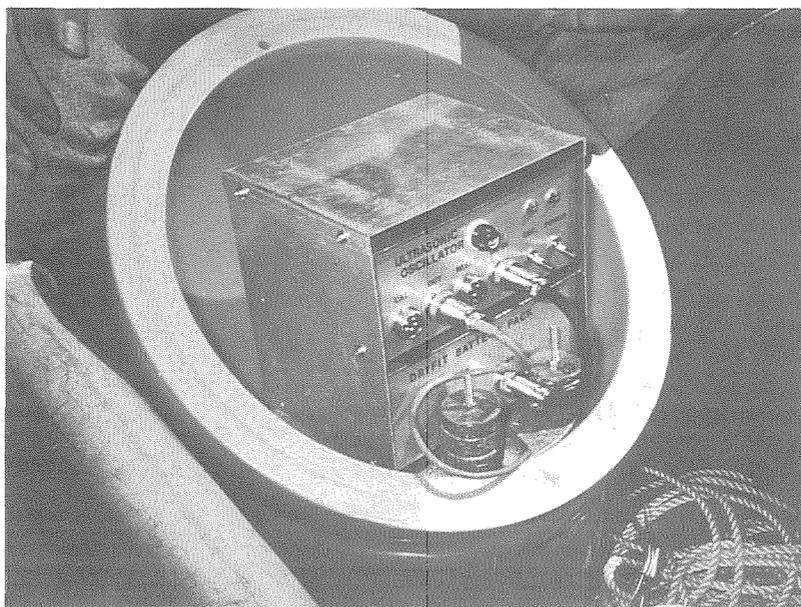


Plate 3. The inside of the float

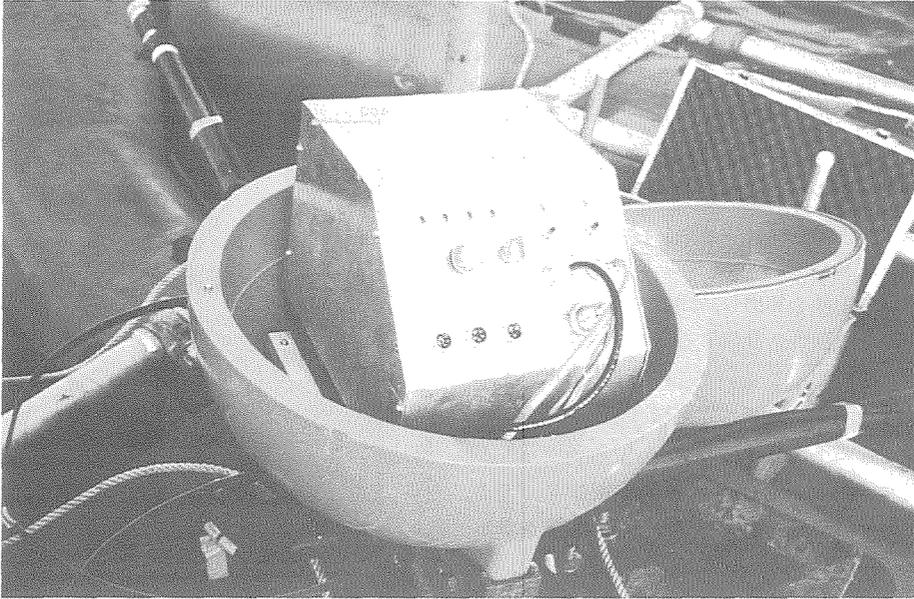


Plate 4. The inside of a pressure case for receiver electronics

時に、ラッチによってその時刻がホールドされる。そして、シグナルディテクターがその信号を有意であると判断するとCPUに割り込みをかけ、CPUはラッチによってホールドされている時刻データを読み取ってメモリーに書き込む。時刻データは32 bit長で、分解能は1 μ secであり、メモリーには4088個のデータが記録できる。電源には発信部と同様にドライフィットバッテリーを使用し、連続25時間以上使用可能である。受信回路と電源を収納する耐圧容器には、フロートと同様に開閉可能に加工した球形フロートを使用した。Plate 4は耐圧容器を開けた状態で、発信回路を収納している金属ケースが見える。バッテリーはケースの下に収納されている。

4. その他

現場でのデータ回収にはハンドヘルドコンピューターを使用し、処理は研究室のパーソナルコンピューターにデータを転送して、その上で行なう。

IV. データ処理

UVPシステムにおいて、直接得られるデータは各受信器に超音波が到達する時刻である。このデータに様々な処理を加えて流速プロファイルを求めらる。

Fig. 5にデータ処理の流れ図を示す。

- (1) 各チャンネルについて、超音波の到達時刻データにクロックの相対誤差補正を行なって、超音波がフロートから各受信器に到達する時間（伝搬時間）を算出する。発信部と受信部のクロックは、測定開始時にリセッターにより同時にリセットされる。また、測定終了後に両クロック

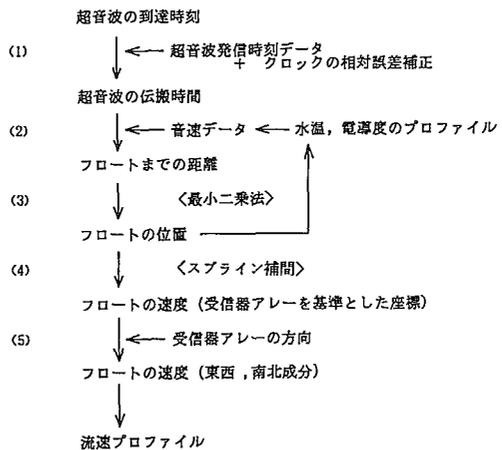


Fig. 5. Flow chart of data processing

クのずれを測定し、相対誤差の変化が直線であるとみなして補正をする。

- (2) 超音波の伝搬時間より、各受信器からフロートまでの距離を算出する。使用する音速データは、フィールドで得られた水温と電気伝導度のプロファイルから決めるが、そのためには深度がわかっているなければならない。そこで、まず仮の音速 ($V_s=1500$ m/sec) によりフロートまでの仮の距離を算出し、(3)でフロートの位置を求め、その深度を使用する (水中音速及び平均音速の計算法については APPENDIX A 参照)。Fig. 6 に、水温、電気伝導度、音速及びボトムからの平均音速のプロファイル例を示す。
- (3) フロートから各受信器までの距離データより、最小二乗法を使ってフロートの位置を算出する (APPENDIX B 参照)。
- (4) フロートの座標の各成分の時系列データをスプライン関数で滑らかに補間し、その微係数をフロートの速度成分とする。例えば dx/dt は速度の x 成分、 dz/dt は z 成分つまり上昇または下降速度となる。
- (5) (4)で得られたフロートの速度は受信アームを基準としているため、それを絶対的な座標成分 (東西、南北及び鉛直成分) に変換する必要がある。そのために、受信部を湖底に設置後、台船の周囲 4ヶ所で水面にフロートを浮かべ、それらの位置から受信アームと絶対座標との関係を出す。Fig. 7 は受信アームの方向決定例である。台船周囲の点群はフロートの位置を示す。この図より受信アームの x 軸は北から西に 81° の方向と求められ、また点群の z 座標より受信アームは水平に設置されていることが確認された。

V. 実際の測定例

1. 石狩川

1984年9月19日に石狩川で測定を行なった。測定点は Fig. 8 の SITE 1 で、石狩川河口より約 6.5 km 上流の水深 10.5 m の地点である。Fig. 9 は、SITE 1 で測定された水温と電気伝導度及びそれらより計算された密度のプロファイルを示す。電気伝導度のプロファイルより、8.0 m 付近 (水深 2.5 m 付近) を境界として、下層には海水が入り込んでいることがわかる。

流下方向は西であり、測定時刻は満潮時よりも干潮時に近いので上層では西向きの流れが予想されるが、

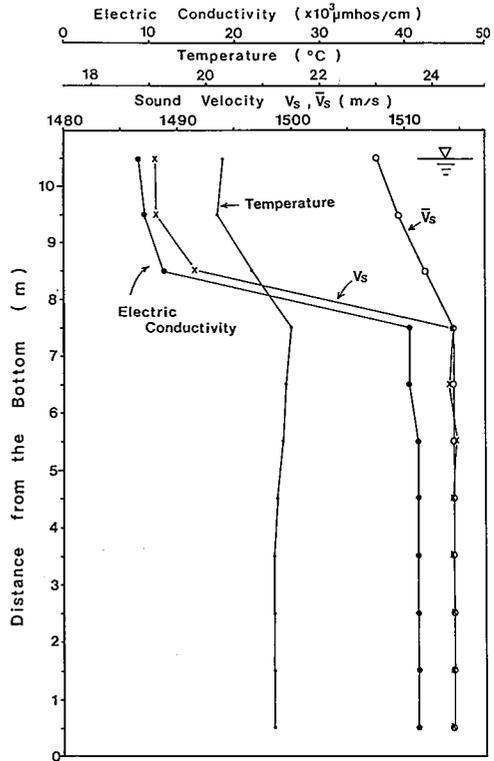


Fig. 6. Example of sound velocity and average sound velocity (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

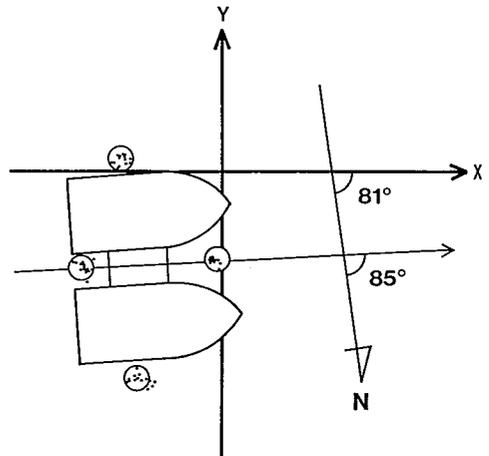


Fig. 7. Example of definition of receiver arms direction

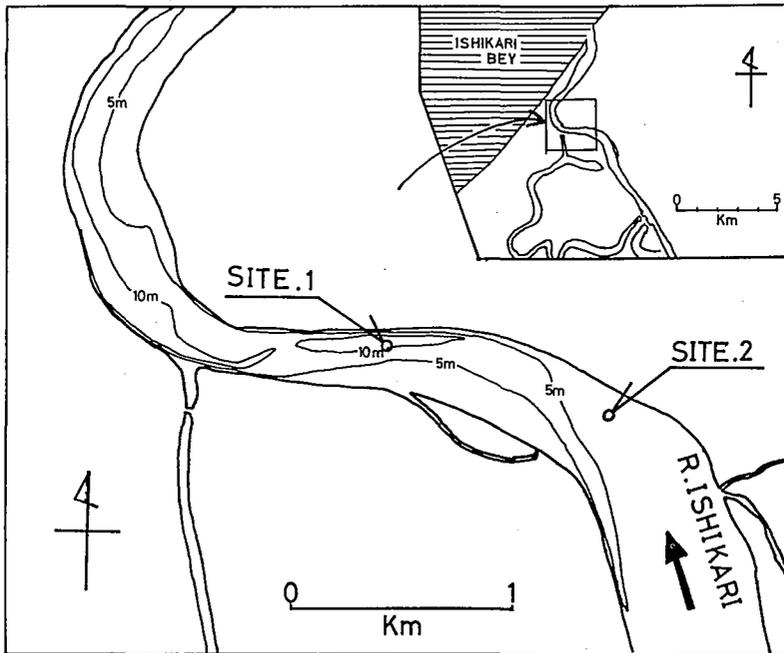


Fig. 8. Measuring points (R. Ishikari, Sep. 19, 1984)

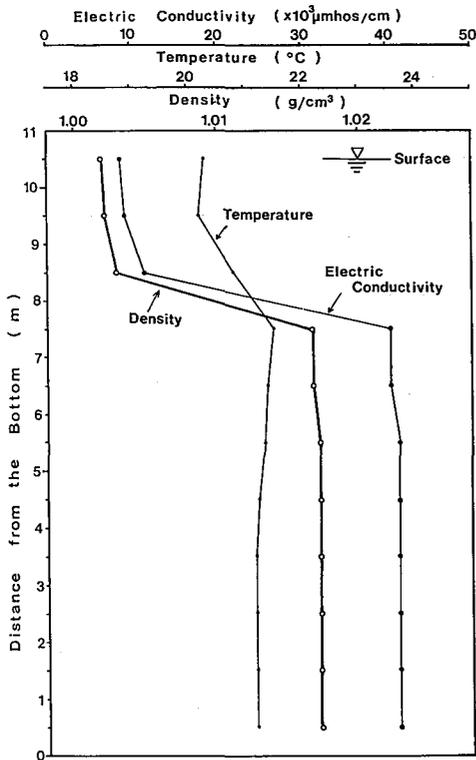


Fig. 9. Profiles of water temperature, electric conductivity and density (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

海水の入り込んでいる下層の流速は予測が困難である。尚、測定時北風が3~5 m/sec程度吹いており、表層では南向きの流れがあると予想される。

Fig. 10 (a), (b)はUVP及びメモリー流速計(M.C.M)による流速プロファイルの測定結果である。UVPについては上昇時及び下降時のデータを示した。メモリー流速計のデータは上層部分しかないが、これは、下層においては流向が不安定でデータとして様々な方向が得られ、流速ベクトルを特定できなかったためである。これを見ると、予想通り上層では西向きの成分が大きく、メモリー流速計の結果ともよく一致している。しかし、境界の深度は塩淡水境界よりも2 mほど深くなっている。

Fig. 11は流速ベクトルを上方から見下ろした図である。これより、UVPとメモリー流速計が測定した流速ベクトルの方向に若干の違いがあることがわかる。これは受信器アレーの方向決定の誤差が原因と考えられる。下降時の表面付近は南向きの流れとなっており、風による吹送流をとらえている。上昇時のデータは9.5 mまでしかないが、これはフロートがボートの底にぶつかったためである。

Fig. 12に、フロートの下降速度、上昇速度の実測値とFig. 9に示した密度プロファイルより算出し

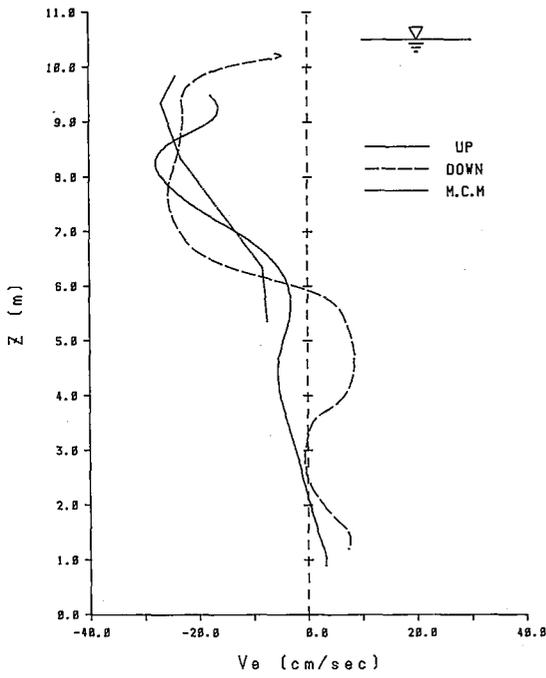


Fig. 10. (a) East-West component of flow velocity profile (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

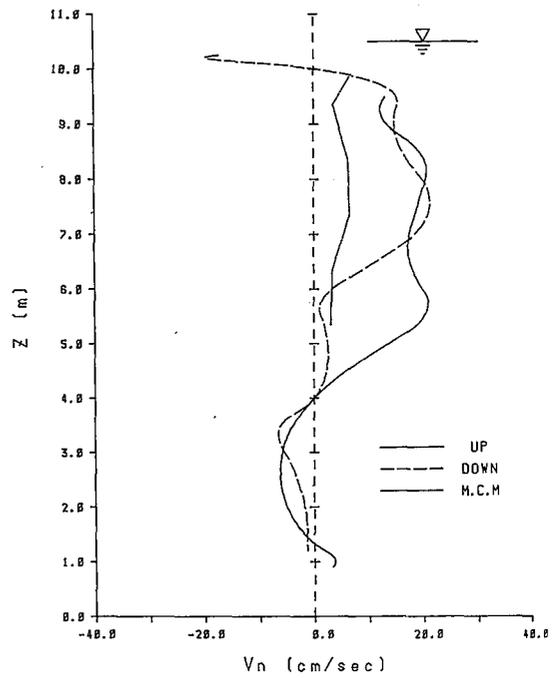


Fig. 10. (b) North-South component of flow velocity profile (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

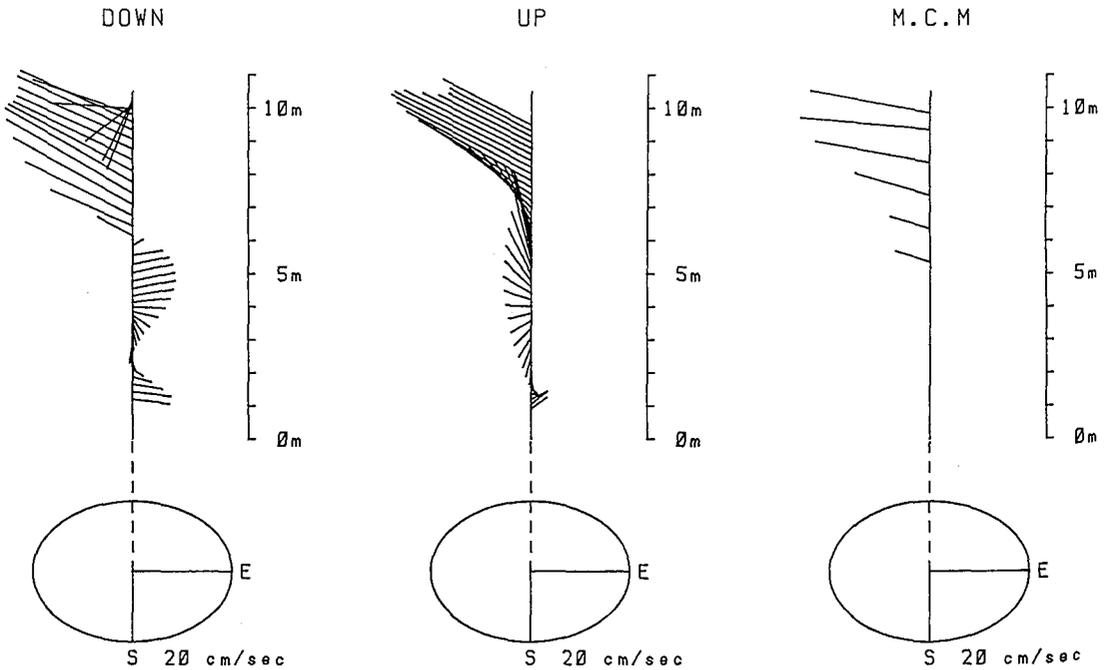


Fig. 11. Vector chart of flow velocity profile (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

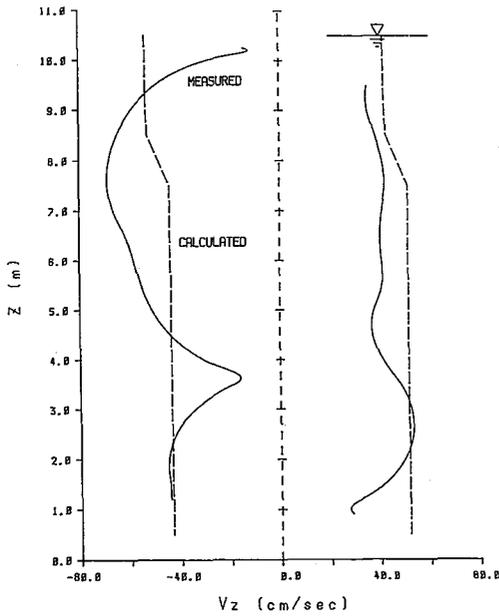


Fig. 12. Measured and calculated vertical velocity of the float (R. Ishikari Site 1, Sep. 19, 1984)

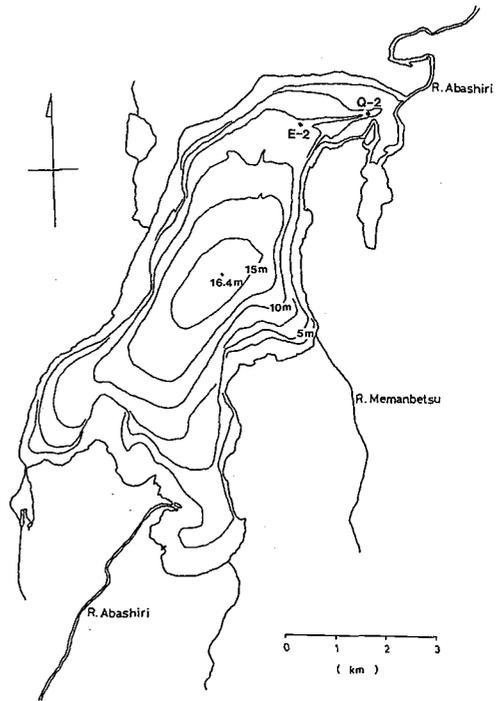


Fig. 13. Measuring points (L. Abashiri, Nov. 22-23, 1984)

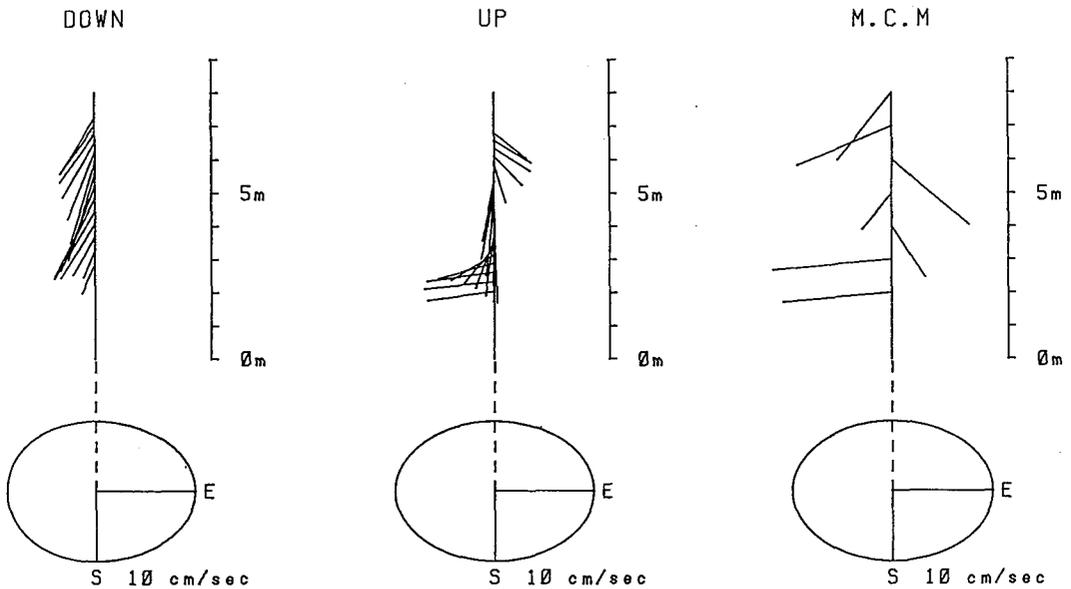


Fig. 14. Vector chart of flow velocity profile (L. Abashiri E-2, Nov. 22, 1984)

た計算値を示す(負の値が下降速度)。実際の下降速度及び上昇速度は、密度プロファイルから予想される値よりもかなり変動しており、流速に鉛直成分(上昇流・下降流)があることがうかがえる。流速の鉛直成分を見積もることはむずかしいが、この図より2~4 m付近では上向き、4~8 m付近では下向きの流速成分があることがわかる。

2. 網走湖

1984年11月22, 23日の両日、網走湖において測定を行なった。測定地点は流出口近くのE-2及びQ-

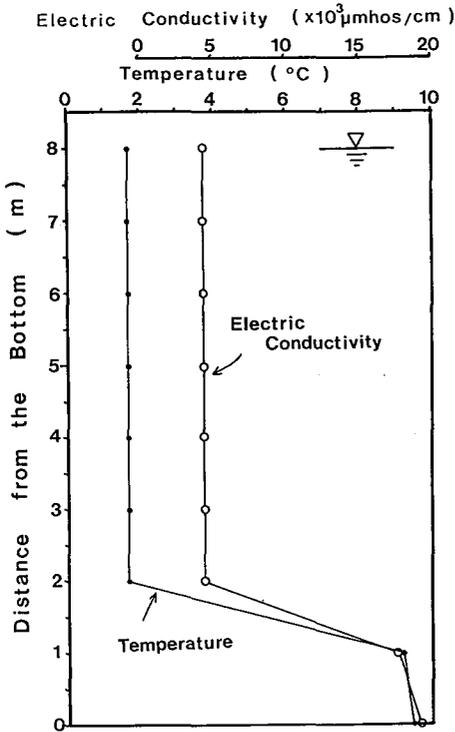


Fig. 15. Profiles of water temperature and electric conductivity (L. Abashiri E-2, Nov. 22, 1984)

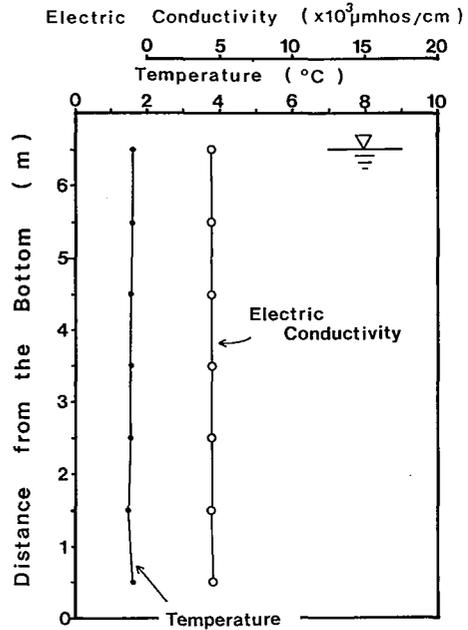


Fig. 17. Profiles of water temperature and electric conductivity (L. Abashiri Q-2, Nov. 23, 1984)

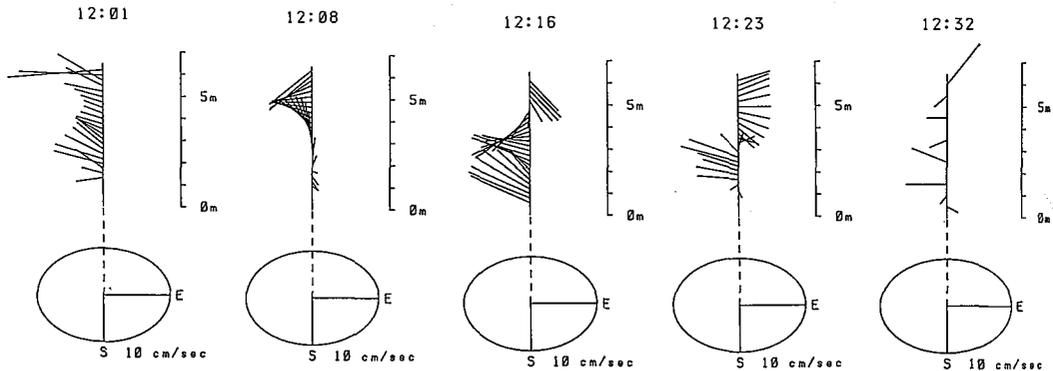


Fig. 16. Flow velocity profiles as a function of time (L. Abashiri Q-2, Nov. 23, 1984)

2で、水深はそれぞれ8.0 m, 6.5 mである (Fig. 13).

22日に行なったE-2地点での測定結果を Fig. 14に、水温と電気伝導度のプロファイルを図. 15に示す。測定時、5~7 m/secの北風が吹いており、それによって水深5 m付近までは大体10数 cm/secの速さで南に流れている。またそれより下層の塩淡水境界面付近からその下にかけて、10 cm/sec程度の西向きの流れが存在するのが興味深い。

Fig. 16は23日にQ-2地点で行なった測定結果である。この時は7~8分間隔で4回の測定を行ない、流速プロファイルの時間変化をとらえた。尚、12:32のデータはメモリー流速計によるものである。風速は概ね2 m/sec程度で、測定開始時には西風であったが、次第に方向を変え、終了時には北西の風になっていた。また、Fig. 17からわかる様にこの地点では塩淡水二層構造は見られない。

この結果を見ると、水深2~3 m付近を境界として、それより上層では流向が西向きから反時計回りに回転し、約20分後には東向きになっていることがわかる。それに対し、下層では大体北西向きで、風上に向かって流れている。理由は不明であるが、興味深い事実である。

この例の様に、短い時間間隔で流速プロファイルの変化を測定できるのがUVPの最大の長所であろう。

VI. 誤差解析

UVPシステムでは、直接得られた超音波到達時刻から流速プロファイルを算出するまで多くのデータ処理を必要とするため、誤差の生じる原因も多くなる。

誤差の原因として、次の3つが考えられる。

1. 位置決定の誤差
2. フロートの速度と流速との差
3. 受信器アレーの方向決定の誤差

1. 位置決定の誤差

位置決定において生じる誤差の原因として、次の3つが考えられる。

- (1) 超音波伝搬時間の測定誤差
- (2) 音速決定の誤差
- (3) 音線の屈折

(1) 超音波伝搬時間の測定誤差

伝搬時間の測定誤差には、すべてのチャンネルに同様に生じるものと、あるチャンネルのみに生じるものがある。このうち、後者については、あるチャンネルに1~2 μsec 程度の誤差が生じる可能性があるが、この影響は次に述べる4つのチャンネルに同様に生じる誤差による影響に比べると無視し得るものである。

UVPシステムでは、発信部と受信部に別々のクロックを使用しているため、相対誤差の変化が直線であるとみなして補正をする。しかし、クロックの周波数は温度の関数であるため、相対誤差も温度によって変化する。Fig. 18は発信部と受信部のクロックの比較実験結果である。リセットから6時間にわたり、2つのクロックの相対誤差(受信部のクロックから見た発信部のクロックの遅れ)と室内の気温

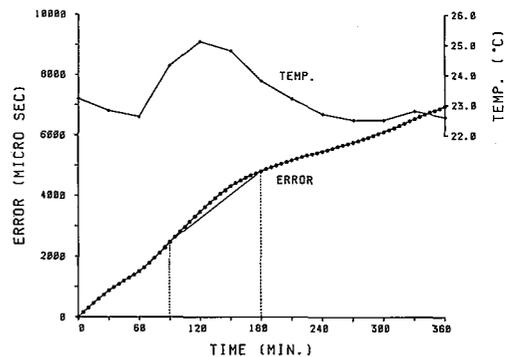


Fig. 18. Comparison test of clocks

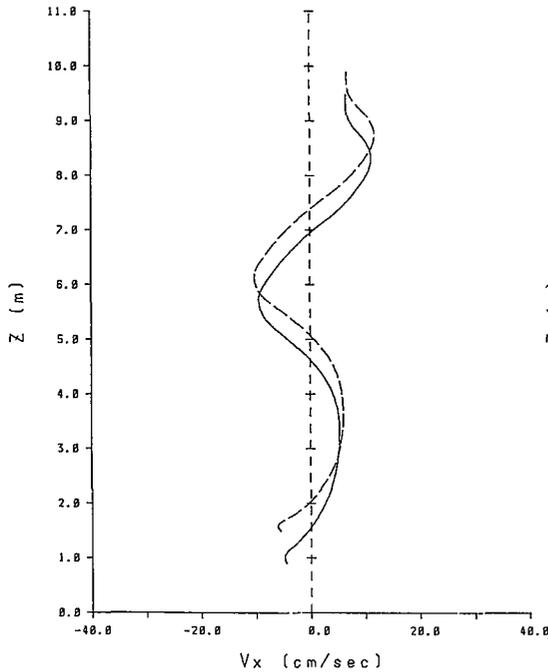


Fig. 19. (a) Calculation error of velocity profile caused by measurement error of transit time (x component)
solid line : no error
dashed line : 300 μ sec

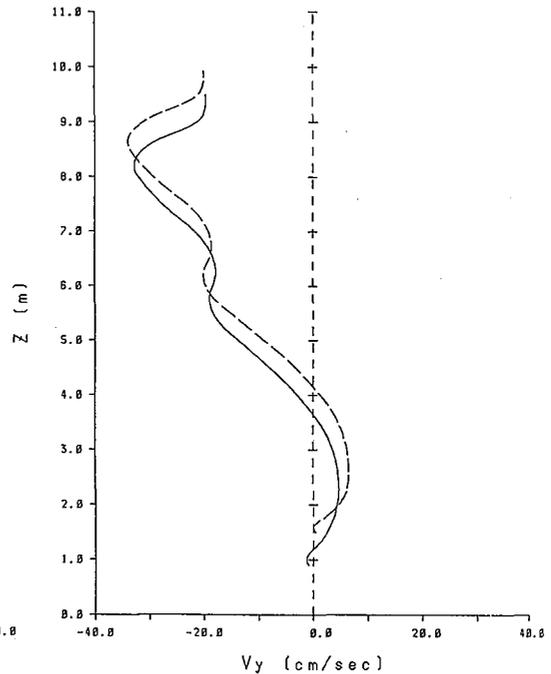


Fig. 19. (b) Calculation error of velocity profile caused by measurement error of transit time (y component)
solid line : no error
dashed line : 300 μ sec

を測定した。

実際の測定中、この実験時と同じ温度変化が双方のクロックにあったとする。1回の測定に要する時間は長くても1.5時間程度であるため、図より相対誤差の一番大きな1.5時間の区間(90~180 min)を見ると、その中央付近では補正值に300 μ sec程度の誤差が生じていることがわかる。Fig. 19(a)(b)は、伝搬時間に誤差がない場合と、すべてのチャンネルに300 μ secの誤差が生じた場合に得られる速度プロファイルの比較を、石狩川で得られたデータについて計算したものである。すべてのチャンネルに誤差が生じた場合、フロートの位置決定の際、x, y座標よりもz座標に影響を与えるため、得られたプロファイルはわずかの誤差をもって上方へ移動する。この例では、数cm/secの誤差を含んだプロファイルが約40cm上方へずれている。

(2) 音速決定の誤差

水中音速は、測定地点で得た水温と電気伝導度のプロファイルから算出する。水温のデータと電気伝導度から求めた塩分濃度のデータにそれぞれ1 $^{\circ}$ C、3%の誤差があるとする、それらが原因で音速に生じる誤差はそれぞれ4.5 m/sec、1.5 m/secで、結局6.0 m/sec以内の誤差が生じる。この値は音速の約0.4%にあたり、水深200mでの測定において全チャンネルに5.3 μ secの伝搬時間の誤差が生じた場合と同等である。したがって(1)に比べて無視することができる。

(3) 音線の屈折

超音波は音速の異なる層に斜めに侵入すると屈折する。湖沼においては、温度躍層や塩淡境界面等で音速が急激に変化するため、超音波は屈折しながら進行し、伝搬時間が直進の場合より長くなる。顕著な混

度躍層を持つ温度プロファイルを与えて音線の屈折による誤差を計算してみると、伝搬時間に与える誤差は0.05%以下で、無視し得る大きさである。

2. フロートの速度と流速との差

UVPシステムによる流速プロファイルの測定では、フロートが水平方向に流速と同じ速度で運動するという前提に立ってフロートの速度を測定している。しかし実際には、フロートがある深度の流速になじむ前に鉛直方向に移動してしまうため、流速に鉛直勾配がある場合フロートの速度と流速に差が生じてしまう。

フロートの水平方向の運動方程式は、

$$M \frac{dU_f(z)}{dt} = \frac{1}{2} \rho_w A C_{DH} \{U(z) - U_f(z)\} |U(z) - U_f(z)| \tag{1}$$

- M : フロートの質量
- ρ_w : 水の密度
- U_f : フロートの水平方向の速度
- A : フロートの鉛直断面積
- U : 流速
- C_{DH} : フロートの水平流に対する抗力係数

で表わされる。フロートの鉛直方向の速度を w で一定とすると、移動距離 z は

$$z = wt$$

であるから、(1)式は

$$\frac{dU_f(z)}{dz} = \frac{1}{2} \frac{\rho_w A C_{DH}}{Mw} \{U(z) - U_f(z)\} |U(z) - U_f(z)| \tag{2}$$

(2)式に流速分布と各パラメーターの数値を与えて解けば、フロートの運動が決まる。しかし、 C_{DH} の値については実験でも見積もることは困難なので、上昇実験によって得られた鉛直流に対する抗力係数 C_{DV} の値で代用することにする (Fig. 20)。

Fig. 21 に $w=40$ cm/sec, $C_{DH}=3.0$ とした場合の計算結果例を示す。実線が与えた流速プロファイルで、破線がフロートの速度である。これによると、流速とフロートの速度との差は最大で 4 cm/sec になるが、フロートの速度パターンを上昇時、下降時ともそれぞれ 1.5 m ほど下方または上方にずらすと流速パター

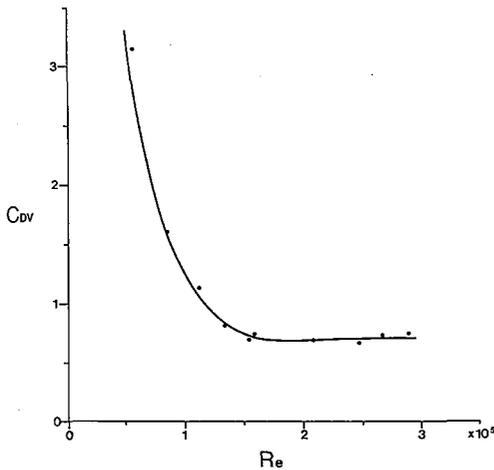


Fig. 20. Relation between Reynolds number and drag coefficient (rising case)

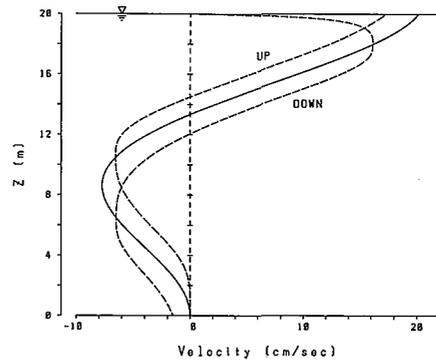


Fig. 21. Flow velocity and float velocity

ンと良く一致する。また、与えた流速プロファイルの速度勾配はかなり大きく、実際の測定ではこれより小さくなると考えられる。

3. 受信器アレーの方向決定の誤差

受信器アレーの傾きと方向は、台船の周囲で超音波を発信することによって決定される。傾きについては精度良く決まり、これが流速におよぼす誤差は無視し得る。方向については、揺れ動く台船上で測定する方角を基準とするため、15°程度の誤差が考えられるが、流速の大きさへの影響はない。

4. まとめ

UVP システムによる流速プロファイル測定上の誤差をまとめてみる。

フロートの速度は、鉛直方向にプロファイルが数 10 cm ずれることがあるが、2 cm/sec 程度の誤差で測定できる。

流速とフロートの速度との差は、UVP の根本的な問題であり、現在のシステムでは流速勾配が大きいと 4 cm/sec 程度になる。これは、測器の時定数と考えることができ、得られたプロファイルの深度をずらすことにより誤差を 1 cm/sec 程度におさえることができる。

流向については、15°程度の誤差が見込まれる。

VII. む す び

深い湖沼において、流速プロファイルの微細構造を測定するという目的で UVP の開発を始めた。フロートの大きさに問題があり未だ微細構造を測定することはできないが、開発の第一段階としては十分満足できる結果が得られた。

今後の課題として次の 2 点があげられる。

(1) フロートを小形軽量化し、フロートの速度との差に起因する誤差を小さくして、流速プロファイルの微細構造を測定できる様にする。

(2) 受信部に方位センサーを入れ、方向決定の手間を省くと共に、流向の精度を上げる。

また、小湖沼において、表面流速をラグランジュ的に測定する漂流パイとしての応用も検討してみる価値はあるであろう。

謝辞 この研究をまとめるにあたり、陸水学講座の中尾欣四郎教授をはじめ、海洋学講座の金成誠一教授、海底地震観測施設の島村英紀助教授、応用地球物理学講座の森谷武男助教授、工学部の浦上晃一講師、陸水学講座の知北和久博士には、適切な御助言、御指導をいただいた。また、当時陸水学講座大学院生の石井吉之、石井健、渋谷克之、佐々木隆光の諸氏には、並々ならぬ御協力をいただいた。さらに、日油技研(株)、東北金属(株)、日本電子機器(株)、松本興産(株)、TDK(株)、住友商事電子販売(株)の各社の方々には、無理な要求にも快く応じていただいた。この場をかりて皆様に厚く御礼申し上げます。

文 献

- DYER, A. J., 1970. River discharge measurement by the rising float technique. *J. Hydrol.*, **11**, 201-212.
- HAMBLIN, P. F. and KUEHNEL, R., 1980. An evaluation of an unattended current and temperature profiler for deep lakes. *Limnol. Oceanogr.*, **25**, 1128-1141.
- 金成誠一, 1983. 浅海用電磁式流速プロファイラー. 北大地球物理学研究報告, **42**, 215-228.
- 中尾欣四郎・瀬戸口泰史・知北和久, 1982. 洞爺湖に流入した泥流の拡散. 北大地球物理学研究報告, **41**, 1-15.
- 西村 実, 1970. 海中の音波の伝搬. 東海大学出版会, 海洋物理 I, 第 3 章, 38-81.

実吉純一, 菊地喜充, 能本乙彦, 1978. 超音波技術便覧新訂版. 日刊工業新聞社, 1-1892.

SPAIN, P. F., DORSON, D. L. and ROSBY, H. T., 1981. PEGASUS : A simple acoustically tracked velocity profiler. pre-print.

宇津徳治, 1977. 地震学. 共立全書, 139-140.

WHITE, P. M., 1977. A vertical automatic profiling system. MTS-IEEE Oceans 1977 Conf. Record, 25B1-25B5.

APPENDICES

APPENDIX A. 水中音速及び平均音速の計算

Sing around 法による精密測定によると、水中の音速度 V_{SOUND} (m/sec) は

$$V_{\text{SOUND}} = 1449.2 + \Delta V_T + \Delta V_P + \Delta V_S + \Delta V_{\text{STP}}$$

温度の補正項 ΔV_T (m/sec) は T ($^{\circ}\text{C}$) において

$$\Delta V_T = 4.6233 T - 5.4585 \times 10^{-2} T^2 + 2.822 \times 10^{-4} T^3 - 5.07 \times 10^{-7} T^4$$

圧力の補正項 ΔV_P (m/sec) は P (kg/cm^2) において

$$\Delta V_P = 1.60518 \times 10^{-1} P + 1.0279 \times 10^{-5} P^2 + 3.451 \times 10^{-9} P^3 - 3.503 \times 10^{-12} P^4$$

塩分の補正項 ΔV_S (m/sec) は S ($\%$) において

$$\Delta V_S = 1.391 (S - 35) - 7.8 \times 10^{-2} (S - 35)^2$$

温度、圧力、塩分の補正項 ΔV_{STP} (m/sec) は

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{STP}} = & (S - 35) (-1.197 \times 10^{-2} T + 2.61 \times 10^{-4} P - 1.96 \times 10^{-7} P^2 - 2.09 \times 10^{-6} P T) \\ & + P (-2.796 \times 10^{-4} T + 1.3302 \times 10^{-5} T^2 - 6.644 \times 10^{-8} T^3) \\ & + P^2 (-2.391 \times 10^{-7} T + 9.286 \times 10^{-10} T^2) \\ & - 1.745 \times 10^{-10} P^3 T \end{aligned}$$

である。

各受信器からある深度までの平均音速には、その間をいくつかの層に分割し、それらの音速の層厚を重みとした算術平均値を用いれば十分な精度が得られる (実吉他 1978)。

APPENDIX B. 最小二乗法による位置決定

地震の震源決定に用いられている方法 (宇津 1977) を応用する。仮に決めたフロートの位置を x_0, y_0, z_0 , 正しい位置を $x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z$ とし, $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ を最小二乗法で求める。

仮の位置から i 番目の受信器に超音波が到達する時間の計算値を C_i , 実際の測定値を O_i とする。最小二乗法の観測方程式は

$$\frac{\partial C_i}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial C_i}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial C_i}{\partial z} \Delta z = O_i - C_i \quad (i = 1 \sim 4)$$

水中音速を V_s , i 番目の受信器の座標を (x_i, y_i, z_i) とすると

$$\frac{\partial C_i}{\partial x} = \frac{x_0 - x_i}{V_s l_i}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{y_0 - y_i}{V_s l_i}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial z} = \frac{z_0 - z_i}{V_s l_i}$$

$$\text{ただし } l_i = \{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2\}^{1/2}$$

残差 r_i は

$$r_i = \frac{\partial C_i}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial C_i}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial C_i}{\partial z} \Delta z - (O_i - C_i)$$

残差の二乗和 S は

$$S = \sum_{i=1}^4 r_i^2$$

S が最小になるように $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ を決める。そのためには

$$\frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z}$$

がすべて 0 になる $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ を求める。

結局

$$\begin{pmatrix} \sum \left(\frac{\partial C_i}{\partial x} \right)^2 & \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial x \partial y} & \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial x \partial z} \\ \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial x \partial y} & \sum \left(\frac{\partial C_i}{\partial y} \right)^2 & \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial y \partial z} \\ \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial x \partial z} & \sum \frac{\partial C_i \partial C_i}{\partial y \partial z} & \sum \left(\frac{\partial C_i}{\partial z} \right)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \frac{\partial C_i}{\partial x} (O_i - C_i) \\ \sum \frac{\partial C_i}{\partial y} (O_i - C_i) \\ \sum \frac{\partial C_i}{\partial z} (O_i - C_i) \end{pmatrix}$$

を解けばよい。