



Title	地球流体核内地衡流はヘリシティー生成へのsymmetry breakerとなりうるか？
Author(s)	清水, 久芳; SHIMIZU, Hisayoshi
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 67, 69-75
Issue Date	2004-03-15
DOI	<a href="https://doi.org/10.14943/gbhu.67.69">https://doi.org/10.14943/gbhu.67.69</a>
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/14334">https://hdl.handle.net/2115/14334</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	67_p69-75.pdf



## 地球流体核内地衡流はヘリシティ生成への symmetry breaker となりうるか？

清水 久芳

東京大学地震研究所

(2004年1月15日受理)

### Does the geostrophic flow in Earth's core work as a symmetry breaker for the generation of net helicity?

Hisayoshi SHIMIZU

Earthquake Research Institute, University of Tokyo

(Received January 15, 2004)

The flow driven by any localized buoyancy in rotating hydromagnetic system having certain symmetry cannot produce non-zero net helicity. It is well known that non-zero helicity is not a necessary condition for sustaining a self-exciting dynamo, but the efficiency of the generation of the magnetic field by the flow is greatly increased if the flow has non-zero helicity. The efficiency of the magnetic field generation in Earth's core is not known at all. However, it seems natural to believe that the efficiency is not too low and Earth's core has some symmetry breakers to have net helicity. We studied the effect of a geostrophic shear flow for the generation of net helicity. The result turns negative: the geostrophic flow does not work as an effective symmetry breaker for the generation of non-zero net helicity.

#### I. はじめに

地球磁場をダイナモ作用によって生成・維持する外核内の流れは、外核流体が固化し内核を成長させることに伴った組成変化（軽元素の濃度変化）がもたらす密度変化によって駆動されている（組成対流）。内核境界の状態は現在でも不明な点が多いが、組成による浮力は、直径数 km のプロブ (blob), もしくは、さらに細い径をもったプルーム (plume) として内核境界から放出され、物質拡散の遅さから、長時間（内核境界から CMB までプロブ・プルームが移動する程度の時間）その形状を保つ可能性があると考えられている。本論文では、組成変化による浮力はプロブとして放出されるとし、この局所的に存在する浮力によって駆動される流れがどのようにグローバル磁場生成に寄与するのかを明らかにするための一つのステップとして、こ

の流れが作るヘリシティ (helicity: ヘリシティ密度  $\mathbf{u} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$  の全流体空間積分) について考える。

ambient magnetic field が空間的に一様な時, 無限に広がる回転系電磁流体内にプロブ状の浮力によって駆動される流れがつくるヘリシティは 0 になることが, Shimizu and Loper (2000) によって示された。彼等の結果は任意の形状の局所化された浮力に適用できる。従って, ヘリシティが 0 になる原因は, 浮力の対称性にあるのではなく, 系自体がもつ対称性によるものである。

ヘリシティが 0 でないことは, ダイナモ作用をおこすための必要条件ではない。しかし, ヘリシティがあるとダイナモ作用を効率的におこすことができる (例えば Gilbert et al., 1988)。Shimizu and Loper (2000) によって考えられた系は非常に単純化されていて, 実際の地球流体核やそのダイナミクスを考えるために重要となる系の対称性を壊す要因 (symmetry breaker) が含まれていないと考えられる。例えば, 有力な symmetry breaker の候補としてあげられる CMB に対応する固体-液体境界, 磁場の空間的非一様性, 慣性力, および地衡流の影響等は, Shimizu and Loper (2000) では考慮に入れられていない。

本論文では, グローバルスケールの地衡流が symmetry breaker として有効に機能するかどうかを検証する。まず, 回転系において, 浮力によって駆動される電磁流体流の対称性が, 地衡流を加えることによってどのように変わるかを調べる。この対称性の議論と非常に簡単な計算から, ヘリシティがその系で生成されうるかどうかを明らかにする。

## II. 地衡流は symmetry breaker になるか

Fig. 1 に示すような, 系の回転, 外部一様磁場 (ambient field), および重力がダイナミクスに多大な影響をおよぼす, 無限に広がった電磁流体を考える。ただし,  $\mathbf{e}_\Omega = \hat{\mathbf{z}}$ ,  $\mathbf{e}_B = \hat{\mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{e}_g = -\cos \lambda \hat{\mathbf{z}} - \sin \lambda \hat{\mathbf{y}}$  は, それぞれ, 系の回転, ambient magnetic field, および重力の向きの単位ベクトルを示し,  $\lambda$  は余緯度に相当する。ambient magnetic field として, ここでは, 東西方向の強いトロイダル磁場を想定している。

地球流体核内には, ポロイダル磁場からトロイダル磁場を生成する強い mean shear flow が存在すると信じられている。この流れは,  $y$  方向に勾配をもった

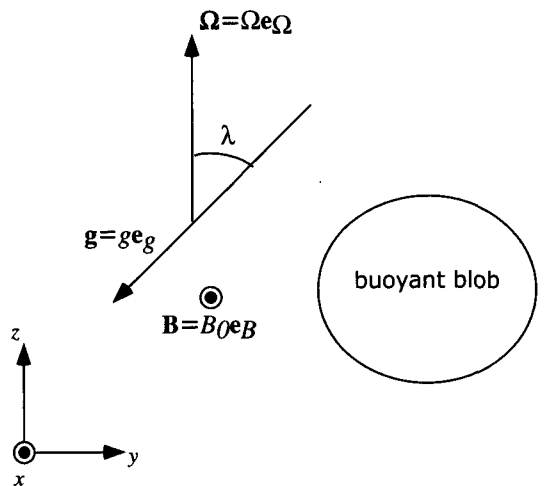


Fig. 1. Physical set-up of the system.

$x$  方向の流れでモデル化できる。ここで、mean shear flow が磁場による影響を受けない（ローレンツ力が0）であるとする、mean shear flow は地衡流となり、この流れを支配する無次元化された運動方程式は、

$$N^2 \mathbf{e}_\theta \times \mathbf{V}_G = -\nabla P_G \quad (1)$$

とかける。ここで、 $\mathbf{V}_G$  は地衡流の速度、 $P_G$  はこの速度に対応する圧力、 $N^2 = 2\Omega\rho/B_0^2\sigma$  ( $\Omega$ : 系の回転角速度、 $\rho$ : 流体の密度、 $\sigma$ : 電気伝導度、 $\mu_0$ : 透磁率、 $B_0$ : ambient field の強さ) である。地衡流は、浮力によって駆動される流れと同様に、速度スケール  $V = \theta_0 g / 2\Omega$  で無次元化されている ( $\theta_0$ : 浮力のスケール, Shimizu and Loper (1997))。しかし、 $\mathbf{V}_G$  の大きさはここでは不明であるため、地衡流の強さをあらわす係数  $R_\omega$  を用いて、

$$\mathbf{V}_G = R_\omega \mathbf{U}_G, \quad |\mathbf{U}_G| = O(1) \quad (2)$$

のようにあらわすことにする。式(1)のバランスを達成するためには、粘性力と慣性力がコリオリ力より十分小さいことが必要条件となる。従って、地衡流の変化する長さスケール  $L$

$$L = O\left(\frac{V_G}{\max[|\partial V_{Gi}/\partial x_j|]}\right) \quad (3)$$

を用いて定義されるロスビー数とエクマン数

$$\tilde{R}_o = \frac{|R_\omega| V}{2\Omega L}, \quad \tilde{E} = \frac{\nu}{2\Omega L^2} \quad (4)$$

が1よりも十分小さくなければならない ( $\nu$ : 流体の動粘性係数)。ここで考えている地衡流は地球流体核内の zonal 流であり、浮力をもったプロブのサイズ  $a$  と比較して  $L$  は非常に大きい。Shimizu and Loper (1997) 等で示されているように、 $a$  を用いて定義されるロスビー数

$$R_o = \frac{V}{2\Omega a} \quad (5)$$

は1よりも十分小さい。 $\tilde{R}_o \ll 1$  が成立するためには、

$$R_o \ll \frac{L}{|R_\omega| a} \quad (6)$$

が必要条件となるが、地球流体核内部における状況  $L \gg a$  と通常の強さの shear flow によるロスビー数の大きさ (小ささ) を考えると、(6) は問題なく満たされていると考えられる。同様に、エクマン数  $E$  が1より十分小さい場合には、

$$\tilde{E} \ll E \ll 1 \quad (7)$$

となることが示される。従って、地衡流が存在するための条件は満たされているとしてよい。

局所的に存在する浮力  $\theta(\mathbf{x})$  によって駆動される流れを  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  とする。地衡流がないとき運動方程式は、

$$R_o N^2 \frac{D_1 \mathbf{u}}{Dt} + N^2 \mathbf{e}_g \times \mathbf{u} = -\nabla P_R + (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) \mathbf{b} + R_m (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b} - N^2 \theta \mathbf{e}_g + N^2 E \nabla^2 \mathbf{u} \quad (8)$$

のように表現される。ここで、

$$\frac{D_1}{Dt} = \mathbf{u} \cdot \nabla + \frac{\partial}{\partial t} \quad (9)$$

であり、 $R_m = \mu_0 \sigma V a$ である。また、想定している流体核内の状態では、 $R_m \leq O(1)$ であり、この時の磁場（無次元）は  $\mathbf{B} = \mathbf{e}_B + R_m \mathbf{b}$  となることを用いた (Shimizu and Loper, 1997)。

(1)のような地衡流が存在する時、(8)の運動方程式は、

$$\begin{aligned} R_o N^2 \frac{D_2}{Dt} (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) + N^2 \mathbf{e}_g \times (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) \\ = -\nabla P + (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) \mathbf{b} + R_m (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b} - N^2 \theta \mathbf{e}_g + N^2 E \nabla^2 \mathbf{u} (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) \end{aligned} \quad (10)$$

のように書き換えられる。ここで、

$$\frac{D_2}{Dt} = (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) \cdot \nabla + \frac{\partial}{\partial t} \quad (11)$$

$$P = P_C + P_R \quad (12)$$

である。また、このときの induction equation と浮力を支配する方程式は、それぞれ

$$R_m \left[ \frac{D_2 \mathbf{b}}{Dt} - \mathbf{b} \cdot \nabla (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) \right] = (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) + \nabla^2 \mathbf{b} \quad (13)$$

$$\frac{D_2 \theta}{Dt} = \varepsilon_k \nabla \theta \quad (14)$$

となる。ただし、 $\varepsilon_k = D/aV$  ( $D$ : 物質拡散係数) で、 $\varepsilon_k \ll 1$ である。式(14)は、

$$\left| \frac{D_2}{Dt} \right| \approx \varepsilon_k \ll 1 \quad (15)$$

であることをあらし、これより式(10)と(13)は、それぞれ

$$N^2 \mathbf{e}_g \times (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) = -\nabla P + (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) \mathbf{b} + R_m (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b} - N^2 \theta \mathbf{e}_g + N^2 E \nabla^2 (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) \quad (16)$$

$$R_m [-\mathbf{b} \cdot \nabla (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C)] = (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) (\mathbf{u} + R_\omega \mathbf{U}_C) + \nabla^2 \mathbf{b} \quad (17)$$

となる。地衡流は、浮力によって誘導される磁場から  $R_m R_\omega$  の大きさの磁場を誘導する。しかし、この磁場は、ambient field から誘導される磁場と比較すると小さいので、これから行う dominant order の議論では無視する。

$R_m$ について dominant order ( $\mathbf{u}_0, \mathbf{b}_0$ ) を考えると、式(16), (17)は、

$$N^2 \mathbf{e}_g \times (\mathbf{u}_0 + R_\omega \mathbf{U}_C) = -\nabla P_0 + (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) \mathbf{b}_0 - N^2 \theta \mathbf{e}_g + N^2 E \nabla^2 (\mathbf{u}_0 + R_\omega \mathbf{U}_C) \quad (18)$$

$$\mathbf{0} = (\mathbf{e}_B \cdot \nabla) (\mathbf{u}_0 + R_\omega \mathbf{U}_C) + \nabla^2 \mathbf{b}_0 \quad (19)$$

となる。Shimizu and Loper (1997) の結果より、(18), (19)は、





$$H = -2R\omega \cos \lambda \int_{\mathbf{x}} w_{oc} d^3\mathbf{x} \quad (35)$$

であるが、非圧縮性流体の連続性と境界条件より

$$\int_{\mathbf{x}} \mathbf{u}_0 d^3\mathbf{x} = 0 \quad (36)$$

である。結果として、

$$H = 0 \quad (37)$$

となり、ヘリシティーは、地衡流が存在する場合でも生成されない。

### III. ま と め

地衡流は、ヘリシティーを生成するための有効な symmetry breaker としては機能しないことが示された。また、Shimizu(1996)により、非粘性電磁流体では、固体-液体境界が存在してもヘリシティーが生成されないことが示されている。有効な symmetry breaker として、慣性力の影響と、粘性が有る場合の固体-液体境界の影響があげられ、これらを定量化する試みが現在なされている。

### 参考文献

- Gilbert, A.D., U. Frish and A. Pouquet, 1988. Helicity is unnecessary for alpha effect dynamos, but it helps, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.*, **42**, 151-161.
- Shimizu, H. 1996. Small-scale helicity and alpha-effect in the Earth's core, PhD dissertation, Florida State University.
- Shimizu, H. and D.E. Loper, 1997. Time and length scales of buoyancy-driven flow structures in a rotating hydromagnetic fluid, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **104**, 307-329.
- Shimizu, H. and D.E. Loper, 2000. Small scale helicity and alpha effect in the Earth's core, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **121**, 139-155.