



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	2006年度 グラフ理論講義ノート
Author(s)	井上, 純一; Inoue, Jun-ichi
Description	http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/
Issue Date	2006
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/15412
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	learning object
File Information	GraphTheory06_exam.pdf, 期末試験問題(参考)



平成18年度 グラフ理論 期末試験問題 (9/20 実施 出題者：井上 純一)

注意事項：問題用紙はこの表紙を入れて2ページあり、**問題1** ~ **問題4**の大問計4題である(50点満点)。解答用紙、計算(下書き)用紙は各1枚配布する。解答用紙には氏名、学科学生番号を記入し、裏面を使う際には「裏に続く」と記入すること。試験開始後30分間は退室できない。また、一度退室した場合には再入室できないので注意するように。どの問題から解いてもよいが、必ず該当する問題番号を明記してから答案を作成すること。制限時間90分。

『解答始め』の合図があるまで問題冊子を開かないこと

解答を終え、退室する際には必ず解答用紙を提出し、解答例を1部持ち帰ること。

成績分布・採点基準などは明日以降、できるだけ早い時期に講義HP上にて公開する。自分自身の成績の知りたい者は10/2以降に情報科学研究科棟8-13まで来るように。

問題 1 (配点 10 点) (キーワード : 完全グラフ, 完全二部グラフ, 車輪, オイラー・グラフの判別)

オイラー・グラフに関して以下の問いに答えよ. 問い (1) ~ (3) に答えよ.

- (1) 完全グラフ K_n がオイラー・グラフとなるために点数 n が満たすべき条件を求めよ.
- (2) 完全二部グラフ $K_{s,t}$ がオイラー・グラフとなるために, s, t が満たすべき条件を求めよ.
- (3) どのような n に対して車輪 W_n はオイラー・グラフとなるか? 理由と併せて答えよ.

問題 2 (配点 10 点) (キーワード : k -成分からなる単純グラフの辺数の下限, 数学的帰納法)

グラフ G は n 個の点からなるグラフであるとする. G には成分が k 個あるとすると, G の辺数 m の下限は $n - k$ であること, すなわち, 次の不等式 :

$$m \geq n - k$$

が成り立つことを辺数 m に関する数学的帰納法により示せ.

問題 3 (配点 10 点) (キーワード : 隣接行列, 全域木とその総数, 行列木定理)

- (1) 隣接行列 A が

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

で与えられるグラフ G を図示し, このグラフ G の全域木を全て描け (3 点).

- (2) 完全グラフ K_4 の点行列を書け. また, 行列木定理より完全グラフ K_4 の全域木の総数を求めよ (7 点).

問題 4 (配点 20 点) (キーワード : 点彩色, 彩色多項式, 辺の除去と縮約)

G を単純グラフとし, G から任意の 1 辺 e を除去して得られるグラフを $G-e$, 縮約して得られるグラフを $G \setminus e$ とすると, G の彩色多項式 $P_G(k)$ は

$$P_G(k) = P_{G-e}(k) - P_{G \setminus e}(k)$$

のように分解することができる.

- (1) 4 角形 G に対して, $G-e$, $G \setminus e$ をそれぞれ図示せよ (5 点).
- (2) 4 角形 G の彩色多項式を k の関数として求めよ (5 点).
- (3) 点数 4 の一般連結グラフ G , 木 T_4 , 完全グラフ K_4 の彩色多項式の間には次の不等式が成り立つことを示せ (10 点).

$$P_{K_4}(k) \leq P_G(k) \leq P_{T_4}(k)$$