



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	海氷の研究（第10報）：陸水の氷厚増加率と気温の週期的變化との關係
Author(s)	福富, 孝治; FUKUTOMI, Takaharu
Citation	低温科學, 4, 37-42
Issue Date	1948-10-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17457
Type	departmental bulletin paper
File Information	4_p37-42.pdf



海水の研究 (第10報)

陸水の氷厚増加率と気温の週期的變化との關係*

福 富 孝 治

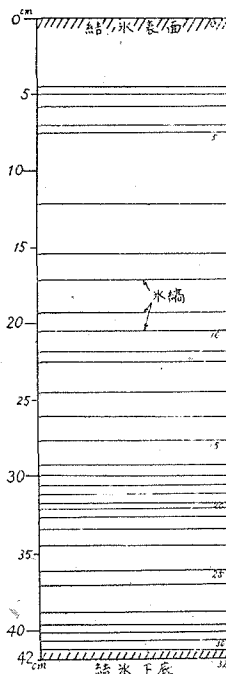
(低温科學研究所 海洋學部門)

I 緒 言

昭和20年冬北海道オホツク海岸の紋別に於ける海水觀測の際、附近の山間にある天然氷採取用の氷池にゆき多少の觀察をする機會を得た。數ヶ所の氷池で氷を切り出してみた所では當時の氷厚は40~55cmで所謂 Clear-ice であつた。然し面白いことには何れの場合にも第1圖にその1例を示した様に、氷層中に結氷板の表面に平行な線狀の縞が見られた。この縞はよく觀察すれば小さい丸い氣泡の集合したものであつた。これはおそらくは池の底や水中から放出された種々のガスの小氣泡が、氷の成長の速さが遅い場合に氷の下面に溜つて生じたものであらう。斯様な氷の成長の速さの變化の原因が気温の週期的變化であることは間違いないとして、週期的變化の中先づ考へられるものは日週變化であり、日中では夜間に比較して高温である結果氷の成長の速さは小となり、そこに縞を1つ生ずることになる。即ち大體1日に1つの割で縞を生ずるものと考へられる。然し實際に觀察された氷の縞は第1圖から判かる様に1月1日から3月5日まで63日間に32の縞目があるだけであるから平均2日に1つ位の割となり、上に述べた様に日週變化だけが直接影響してゐるとは考へられない。

又気温が極小値に達した時氷の成長の速さが極大となり、気温が極大値に達した時成長の速さが極小になると云ふことも氷が厚ければかなり疑問である。

斯様な問題を解決するにはどうしても氷厚増加率と気温の週期的變化との關係を正確に知る必要がある。従つて筆者は以下にこの問題の理論的考究を試みたのであ



第1圖
昭和20年3月5日紋別氷池の結氷中に見られた氷の縞(結氷表面は1月1日である)

* 北大低温科學研究所報告 No. 86. 昭和22年5月9日日本物理學會年會に於て發表。

る。

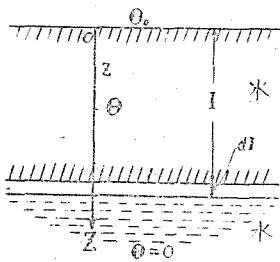
II 理論的考察

第2圖に於て結氷板の厚さを I とし其の上面を基準として鉛直下方に Z 軸をとる。 z の深さの氷層の温度を θ , 時間を t とし、氷の温度傳導率を K^2 とすれば熱傳導の基本式は次式で表はされる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = K^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (1)$$

但し、 $K^2 = \frac{k}{\rho c}$, k は熱傳導率、 ρ は密度、 c は比熱である。

氷の下底の水は結氷温度にあるとして氷中の温度 θ はこの結氷温度を基準として測るものとすれば



第 2 圖

$$|\theta|_{z=I} = 0 \quad (2)$$

又氷の上面の温度は平均温度 θ_0 で T_i なる週期で振幅 A_i , 位相角 ε_i なる Harmonic 變化が重つてゐるものとして

$$|\theta|_{z=0} = \theta_0 + \sum_i A_i \sin(\omega_i t - \varepsilon_i) \quad (3)$$

で表はされるものとする。但し $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$ で振動數である。

今氷中の任意の層の温度を求めたいのであるが、氷の下面で時々刻々氷が成長して厚くなる影響は、考へてゐる 1 週期の時間の範圍では無視出来るものとする。即ち、考へる時間の範圍では氷厚 I が一定とみなしうるものとする。この條件は氣温があまり低くないか、氷厚がかなり大で従つて氷の成長の速さが小で、考へる時間中での氷厚の増加が氷厚に比較して無視出来る場合に満足される。氣温を -10°C とすれば氷厚が 15 cm 位あれば 1 日間の氷厚増加は 1.8 cm 位で氷厚の 12% 位となり極く近似的には先づ差支へない。

此の場合境界條件 (2), (3) 式を満足する様な (1) 式の解は筆者等の海水の研究 (第 7 報)¹⁾ に依れば

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_0 \left(1 - \frac{z}{I} \right) + \sum_i A_i B \sqrt{E^2 + F^2} \sin(\omega_i t - \varepsilon_i - \varphi_i) \\ \varphi_i &= \tan^{-1} \frac{F}{E} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で與へられる。但し

$$\left. \begin{aligned} E &= \left\{ \left(e^{-\beta z} + \frac{C}{B} e^{\beta z} \right) \cos \beta z - \frac{2D}{B} \cosh \beta z \sin \beta z \right\} \\ F &= \left\{ \left(e^{-\beta z} - \frac{C}{B} e^{\beta z} \right) \sin \beta z - \frac{2D}{B} \sinh \beta z \cos \beta z \right\} \\ B &= \frac{1 - e^{-2\beta I} \cos 2\beta I}{1 - 2e^{-2\beta I} \cos 2\beta I + e^{-4\beta I}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{2D}{B} = \frac{2e^{-2\beta I} \sin 2\beta I}{1 - e^{-2\beta I} \cos 2\beta I}$$

$$\frac{C}{B} = \frac{e^{-\beta I} (e^{-2\beta I} - \cos 2\beta I)}{1 - e^{-2\beta I} \cos 2\beta I}$$

$$\beta = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{w_i}{2}} = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\pi}{T_i}}$$

である。

$$\therefore \frac{\partial \theta}{\partial z} = -\frac{\theta_0}{I} + \sum_i \frac{A_i B}{\sqrt{E^2 + F^2}} \left\{ \left(E \frac{dE}{dz} + F \frac{dF}{dz} \right) \sin (w_i t - \varepsilon_i - \varphi_i) - \left(E \frac{dF}{dz} - F \frac{dE}{dz} \right) \cos (w_i t - \varepsilon_i - \varphi_i) \right\} \quad (6)$$

$$\therefore \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=I} = \frac{(-\theta_0)}{I} - \sum_i A_i G_i \sin (w_i t - \varepsilon_i - \varphi_{z=I}) \quad (7)$$

但し

$$G_i = \frac{4\beta e^{-2\beta I} (\cosh 2\beta I - \cos 2\beta I)^{\frac{3}{2}}}{1 - 2e^{-2\beta I} \cos 2\beta I + e^{-4\beta I}} \quad (8)$$

$$\varphi_{z=I} = \tan^{-1} \left(\frac{\cosh \beta I \sin \beta I - \sinh \beta I \cos \beta I}{\cosh \beta I \sin \beta I + \sinh \beta I \cos \beta I} \right) \quad (9)$$

である。

次に結氷の下面で氷の成長の速さは Stefan²⁾ により指摘せられた様に

$$\frac{dI}{dt} = \frac{k}{L\rho} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=I} \quad (10)$$

で表はされる。こゝに L は氷の融解潜熱、 $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=I}$ は水中の温度勾配の氷の下面での値である。故に (7) 式を (10) 式に代入すれば

$$\frac{dI}{dt} = \frac{k}{L\rho} \cdot \frac{(-\theta_0)}{I} \left\{ 1 - \sum_i \frac{A_i}{(-\theta_0)} G_i I \sin \left(\frac{2\pi}{T_i} t - \varepsilon_i - \varphi_{z=I} \right) \right\} \quad (11)$$

が得られる。

即ち、結氷の表面温度が (3) 式の様な週期的變化をした場合には氷の成長速度は (11) 式で表はされることになる。換言すれば氷の表面の平均温度 θ_0 だけをとつて考へた場合の解即ち (11) 式の第一項に $\left\{ 1 - \sum_i \frac{A_i}{(-\theta_0)} G_i I \sin \left(\frac{2\pi}{T_i} t - \varepsilon_i - \varphi_{z=I} \right) \right\}$ を乗じたものとなるのである。 $\varphi_{z=I}$ は氷の上面に對する下面温度の位相のずれである。

以上の理論的結果に實際の數値を入れた 2~3 の例を次に示すことにする。

III 計 算 例

淡水の氷の熱傳導率 k の値としては前報¹⁾ に述べた様に從來 0.0055~0.0022 位の値が知られてゐる。然し實際に河等の結氷に就て氷厚係數³⁾ を求めこれから k を逆算してみると小さい方

の極限に近い値が得られることが多い。例へば村上政嗣氏⁴⁾は満洲松花江の氷厚観測の結果から $\frac{k}{L\rho}$ の平均値として 2.7 を得てゐるが、これから k を求めると 0.0023 となる。従つてこゝでは $k = 0.0023$ を用ひることとする。又 $L = 80 \text{ cal}$, $\rho = 0.917$ とする。従つて温度傳導率 $K^2 = 52.8 \times 10^{-4}$ となる。又氷の表面温度の變化の週期 T を 1 日或は 7 日とすれば (5) 式から β の値は夫々 0.0830 或は 0.0314 となる。従つて (8) 式又は (9) 式に依り種々の氷厚 I に對する GI 及び $\varphi_{z=I}$ を計算すれば第 1 表及び第 2 表の如くなる。

第 1 表 日 週 變 化

氷厚 I cm	GI	位相の 後れ $\varphi_{z=I}$		時間
0	1.000	0	0'	0.00
10	0.988	13	10	0.87
20	0.864	49	40	3.31
30	0.588	97	15	6.48
40	0.336	145	10	9.68
60	0.096	233	50	15.92
80	0.028	335	30	22.37
100	0.007	430	30	28.70

第 2 表 7 日 週 期 變 化

氷厚 I cm	GI	位相の 後れ $\varphi_{z=I}$		時間
0	1.000	0	0'	0.00
10	0.996	2	40	1.29
20	0.992	7	30	3.49
30	0.984	16	50	7.85
40	0.947	29	30	13.7
60	0.794	62	10	28.9
80	0.598	98	30	45.9
100	0.384	134	55	62.9

第 1 表は日週變化の場合であるが、氷厚が 18 cm では $GI = 0.9$ でこれより以下では GI は 1 に近く位相の後れも小さいから (11) 式は近似的には

$$\frac{dI}{dt} \approx \frac{k}{L\rho} \cdot \frac{1}{I} \left[-\left\{ \theta_0 + A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right\} \right] = \frac{-k}{L\rho} \frac{|\theta|_{z=0}}{I}$$

となつて、氷の成長の速さが氷の上面の温度變化にほとんど follow する。又氷厚が 60 cm 以上では $BI < 0.1$ となつて近似的には

$$\frac{dI}{dt} \approx \frac{k}{L\rho} \frac{(-\theta_0)}{I}$$

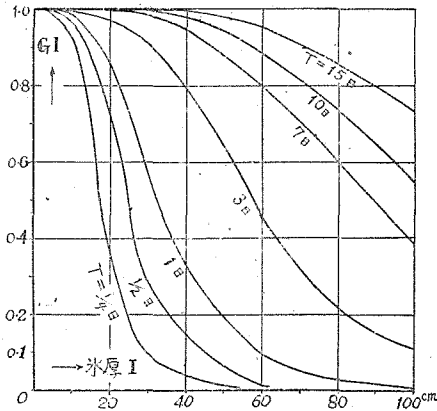
となり、日週變化はほとんど影響しないで日平均気温だけを考へれば充分となる。

第 2 表は三寒四温の如く 7 日週期の温度變化があつたと假定した場合であるが、この場合も氷厚が 30 cm 以下であれば氷の成長の速さは表面温度の變化にほとんど follow する。

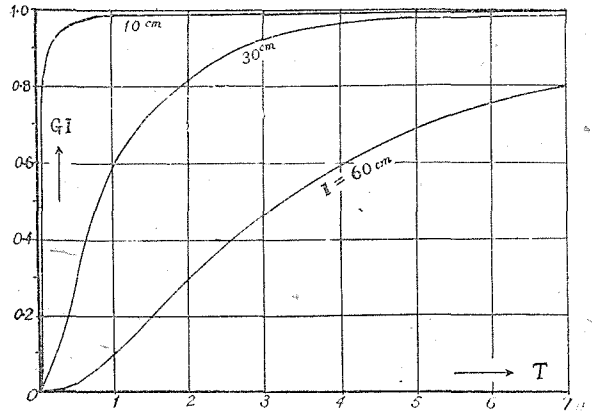
即ち週期が長くなるほど氷の表面温度の變化に follow する深さの範囲が大となる。第 3 圖及び第 4 圖はこれらの關係を示したものである。

又位相の遅れは氷厚が小であれば小で氷の表面温度が最低のとき $\frac{dI}{dt}$ が最大となることを示すが、氷厚が大となると段々位相が後れて日週變化の場合では氷厚が 47 cm 位で位相が逆になる。これらの關係は第 5 圖及び第 6 圖に示した。

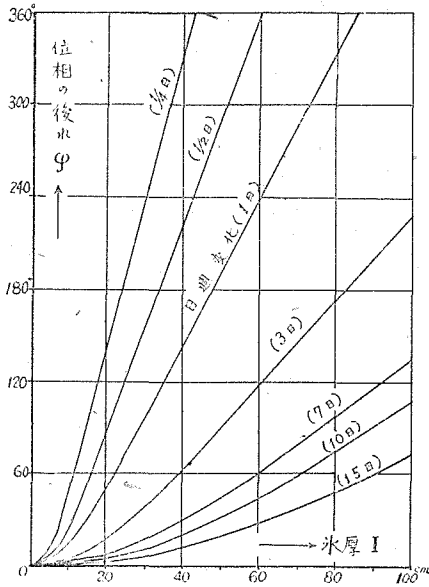
約言すれば氷厚が薄く 10 cm 位では概して如何なる週期の表面温度の變化にも follow して温度が低いとき氷厚増加率が大きくなり、温度が高いとき増加率が小となるが、氷厚が大きくなる



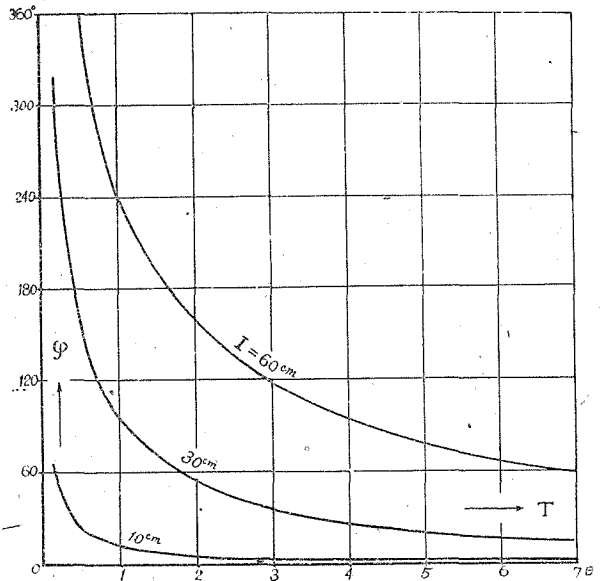
第 3 圖 GI と氷厚 I との關係



第 4 圖 GI と気温變化の週期 T との關係



第 5 圖 結氷速度の気温變化に對する位相のずれ ϕ と氷厚 I との關係



第 6 圖 結氷速度の気温變化に對する位相のずれ ϕ と気温變化の週期 T との關係

と同じ氷厚では週期の長い溫度變化ほど影響が大で週期の短い變化は殆んど影響しない。しかもその位相はかなり後れるのである。

次に緒言に述べた紋別氷池の氷縮の問題を考へるために、昭和 20 年 2 月網走で觀測した自記溫度計の記録から気温變化の見掛けの週期と其の平均振幅とを目測してみると第 3 表の様になる。即ち、日週變化の振幅が最大で 5°C 位あり、

第 3 表

気温變化の見掛けの週期 T'	平均振幅 A	$\frac{A}{(-\theta_0)}$	$\left(\frac{A}{(-\theta_0)}\right) \times GI$	
			I=10 cm の場合	I=50 cm の場合
1/4日	2°C	0.2	0.19	0.01
1	5	0.6	0.59	0.11
2	1	0.1	0.09	0.04
3~4	2	0.2	0.20	0.13
7	3	0.3	0.30	0.26

(但し $\theta_0 = -9.0^\circ\text{C}$ である)

三寒四温の一週間週期が 3°C 位でこれに次いでゐる。これから氷厚増加率の週期的變化の項の振幅 $\frac{A}{(-\theta_0)}GI$ を計算してみると、これも第3表に示した如く氷厚が 10 cm 位では日週變化による最大又は最小増加率は平均日増加率の 0.6 倍だけ増加又は減少することになるが、氷厚 50 cm では 0.1 倍の増減に過ぎないのである。又 7 日週期變化は 10 cm で 0.3 位、50 cm で 0.3 位の増減で深さに對してあまり變化がない。従つてこの結果を氷縮の場合に適用すれば氷縮は氷が薄い場合は主として気温の日週變化に原因したものであるが、氷厚が大となると日週變化より長い週期の變化によつて生じたものであることが推察せられるのである。

IV 摘 要

気温の變化に伴つて陸水の結氷（厚さのあまり薄くないもの）の表面の溫度が週期的變化を行つてゐる場合に結氷の下面での氷の成長の速さ（氷厚増加率）が如何に影響されるかを理論的に考究した。そして長週期の溫度變化は短週期の溫度變化に比較して深へ所まで及ぶと云ふ一般に知られた事實や、位相の後れの問題を定量的にしらべた。

この論文は主として陸水の結氷に就て論じたが、上述の理論的結果は河口附近の海で見られる沿岸結氷の場合、例へば網走の極めて鹽分の薄い沿岸海水⁵⁾の場合にもそのまま適用出来るのである。斯様な理由で表題を海水の研究（第10報）としたことをこゝにお断りして置く。

終りに臨み、此の研究に要した費用の一部は文部省科學研究費に依つた。こゝに記して厚く感謝の意を表する。

文 献

- 1) 福富孝治, 楠宏 海水の研究 (第7報). 気温の週期的變化に伴ふ氷層中の溫度分布. 低温科學, 3 (印刷中).
- 2) Stefan, J. 1890 Über die Theorie der Eishildung, insbesondere über die Eishildung im Polarneere., Sitzungsberichte der Wiener Akad. der Wissenschaften. A 98. 965-983.
- 3) 福富孝治, 楠宏, 田畑忠司. 海水の研究 (第6報) 海水の氷厚増加に就いて. 低温科學. 3 (印刷中)
- 4) 南滿洲鐵道株式會社. 鐵道總局建設局. 1941 河水特に氷上軌道に關する研究.
- 5) 福富孝治, 楠宏, 田畑忠司. 海水の研究 (第11報) 網走, 紋別に於ける沿岸海水中の鹽素量に就いて (未發表).

Résumé

The writer studied theoretically the change of the increasing rate of ice-thickness in static river, lake or the coastal sea water of low salinity due to the periodic change of air temperature.

He ascertained quantitatively the fact that the effects of the temperature changes of long period attain to larger depth than those of short period. And he also discussed the relation between the phase lag of the temperature change and the depth in the ice-layer.