HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 積雪内部の水蒸氣擴散による熱の移動 |
| Author(s) | 吉田, 順五 |
| Citation | 低温科學, 5, 93-100 |
| Issue Date | 1950-12-25 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/17475 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 5_p93-100.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Zyungo YOSIDA 1950 Heat Tsansfer by Water Vapour in a Snow Cover.
*Low Temperature Science, 5.* (with English résumé p. 100 )

# 積雪内部の水蒸氣擴散による熱の移動*

吉　田　順　五

(低溫科學研究所　應用物理學部門)

(昭和23年5月受理)

普通のばあい，地面からある高さのところまで，積雪の溫度は一定の勾配でのぼつてゆく。溫度勾配が一定だということは，そこに定常な熱の流れがあることを示している。しかし，よく知られているように，積雪の粒の形はたえまなく變つているので，積雪の狀態はすべての點で定常であるとはいえない。熱の流れについてだけ定常ということができるわけである。

小さな氣密なガラスの箱に雪の結晶をいれて零下10°Cから20°Cの溫度にしておくと，數日で結晶の形はすつかり變つてしまう。しかし，おなじ零下の溫度でも，結晶を油のなかに浸しておくと二ケ月たつても形が少しも變らない[1]。油があると，雪の結晶の表面で水蒸氣が蒸發したり凝結したりすること(昇華)が全くおさえられる。したがつて，油が雪の結晶の昇華をおさえたために結晶の形が變らなくなつたわけで，このことから，雪の結晶が變形するとすれば，それはいつでも昇華のためであるということができる。

積雪の雪の粒がたえず變形しているということは，積雪のなかに水蒸氣の蒸發と凝結，すなわち昇華がおこつていることの證こである。實際，理論的に考えても，積雪のなかに溫度のちがうところがあれば，溫度の高いところでは飽和水蒸氣壓が高く，溫度のひくいところでは飽和水蒸氣壓がひくいので，水蒸氣が溫度の高いところからひくいところへ擴散してゆくはずである。そして，同時に，溫度の高いところでは水蒸氣の蒸發，ひくいところでは凝結がおこる。これにともなつて，溫度の高いところでは蒸發熱が雪からうばわれ，溫度の低いところでは凝結熱として雪に熱が與えられるので，溫度の高いところから低いところへ熱がはこばれる。このように，積雪のなかには，水蒸氣の蒸發，擴散，凝結によつておこる熱の移動があるはずで，この論文はそれをとりあつかつたものである。

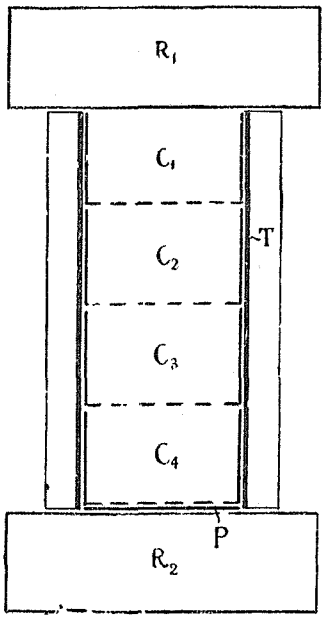
積雪のなかでの水蒸氣の蒸發，擴散，凝結については，すでに筆者が發表した論文[2]にふれているけれども，そのごにおこなわれた“雪の結晶の昇華による變形”の研究の結果と組あわせて，こゝに水蒸氣の擴散による熱の移動の問題をとりまとめたわけである。實驗の方法や計算のしかたなどは，引用してある論文に詳しくかいてあるので，こゝには簡單な說明に

* 北海道大學低溫科學研究所業績 第101號

とどめることにした。

## I. 雪のなかの水蒸氣擴散係表

トタン板でつくつた圓筒（直徑5.5cm；高さ3.5cm）の一方の端にこまかい金網をはつてかごを作る。このかごに雪をつめ，それを4ケ重ねあわせると，途中に金網がはさまつてはいるけれども，3.4×4＝14cmの高さの雪の柱ができるわけである。第1圖の $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$ が雪をいれた四つのかごである。Tはガラスの筒で，外がわをフエルトでつつんである。



第　1　圖

$R_1$, $R_2$ はトタン板でつくつた函で，それぞれ −1°C, −6°Cのエチレングリコールの水溶液を循環させておく。$C_4$ と $R_2$ とのあいだには，トタンの圓板Pがはさんである。

雪の柱の上の面は−1°C，下の面は−6°Cにたもたれるので，柱にそつて溫度勾配ができ，雪の粒から水蒸氣が蒸發して下の方にむかつて擴散し，圓板Pのうえに凝結する。

定常狀態になると次の微分方程式がなりたつ。

$$-kD\frac{d^2p}{dx^2}=a(p_s-p)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

x：　雪の柱の上端から下むきにとつた距離

p：　水蒸氣壓

$p_s$：飽和水蒸氣壓

D；　雪のなかでの水蒸氣の擴散係數

k：　水蒸氣の密度と壓力との比($1.06\times10^{-6}$gr/cm³, mm Hg)

a：　水蒸氣の蒸發係數または凝結係數．$p_s-p=1$mm Hg（または，$=-1$mmHg）のとき，1cm²の雪から1sec間に，a grの水蒸氣が蒸發（または雪に凝結）する。

雪をいれたかごCの高さをhとして，x=0, h, 2h, 3h, 4h, の點を，それぞれ0, 1, 2, 3, 4の點とする。$R_1$の下の面が點Oで，點4は$R_2$の上の面になるわけである。こゝで，あるひとつのかご，たとえば，$C_2$の範圍について(1)式を積分すると，

$$\left.\begin{aligned}-kD\left(\frac{dp}{dx}\right)_2+kD\left(\frac{dp}{dx}\right)_1&=q_{12}\\ q_{12}&=\int_1^2 a(p_s-p)dx\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

となるが，$q_{12}$はかご$C_2$のなかの雪が1sec間に蒸發した量を，かごの斷面積でわつたもの

である。それゆえ，$C_2$ の目方の變化をはかれば $p_{12}$ をもとめることができる。ほかの三つのかごについてもおなじようにして，結局 $q_{01}$, $q_{12}$, $q_{23}$, $q_{34}$ が測定によつてきめられる。そして，點Oでは $\frac{dp}{dx}=0$ であるが，このことをつかうと，$r=D\frac{dp}{dx}$ の，點 1, 2, 3, 4 での値 $r_1$, $r_2$, $r_3$, $r_4$ が $q_{01}$, $q_{12}$, $q_{23}$, $q_{34}$ の函數として與えられる。それで，點1, 2, 3, 4 での r/D に h をかけ，適當に組合わせてひとつの和をつくると，それが點0と點4とのあいだの水蒸氣壓の差△p を表わす數式 f になる。この數式 f には，未知數として D がふくまれて，$f(D)=\triangle p$ の形となるので，△p の値がわかれば，これから D がきめられる。△p は，點0と點4とでの蒸氣壓 P の差であるが，P は飽和水蒸氣壓 $p_s$ とそうひどくはちがわない。それで△pのかわりに，$p_s$ の差△$p_s$ を用いた。△$p_s$ は $R_1$ と $R_2$ との溫度からもとめられる。

ひとつの測定には5時間から6時間をかけた。かごの目方はいつもへつていたが，そのへりだかは，ばあいによつて非常にちがつたけれども，20mgから150mgの範圍で，精密天秤で充分正確に測ることができた。第1圖の圓板Pの上の面には霜がたくさんついて，その目方は，四つのかごの雪の目方のへりだかを加えあわせたものにだいたいちかい値を示した。

第1表に，うえのようにしてもとめた雪のなかでの水蒸氣の擴散係數Dと，雪の密度とを示してある。これでみると，Dは密度によつてはほとんど變らない。第1表にある空氣中の

第 1 表　雪のなかの水蒸氣擴散係數D

| 雪の比重 | 0.08 | 0.14 | 0.25 | 0.34 | 0.51 | 空氣 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D (cm²/sec) | 0.7 | 1.0 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 0.22 |

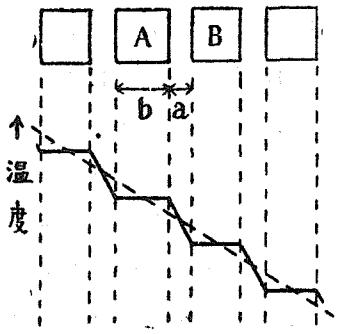
水蒸氣の擴散係數の値 0.22 は，筆者の手もとにある物理常數の表から擇んでのせた。空氣中の水蒸氣の擴散係數の値は，測定者によつてかなりちがつているので，筆者の判斷によつてそのなかからひとつの値を擇んだわけである。

測定は，いつぱんに $R_1$ を −1°C, $R_2$ を −6°C にして行つたが，$R_1$ を −6°C, $R_2$ を −1°C にしてもDの値にはほとんど差がでなかつた。それゆえ，雪のなかには熱對流がおこらないと考えてよい。

## II. 水蒸氣の擴散の機構

第1表にあらわれたとおり，水蒸氣の擴散係數は雪のなかでの方が空氣のなかでよりも大きい。これは次のようにして說明される。

氷の熱傳係數は空氣の熱傳導係數の 100 倍ぐらいであるから，雪のなかの溫度勾配は巨視的に見たときと微視的に見たときとでは非常にちがう。巨視的な溫度勾配があつても，雪の粒のひとつひとつは一樣な溫度をもつていて，實際の溫度勾配は，粒と粒とのあいだの空氣のなかにある。第2圖の四角形の列は積雪のなかの雪の粒を模形的にあらわしたもので，



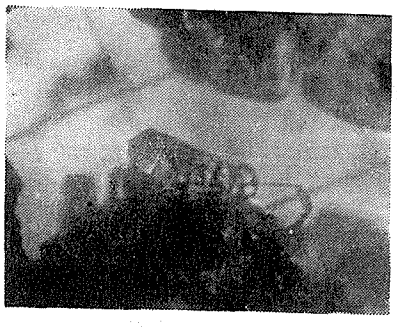

第 2 圖

その下の斜めの波線は，巨視的な溫度分を示すものとする。そうすると，上にのべたことによつて，微視的にみた溫度分布は實線であらわしたような階段狀の線で示される。

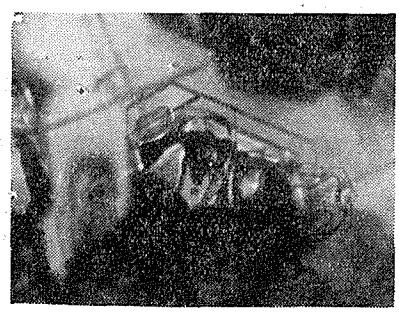
雪の粒のひとつをとつてAとし，その右どなり，溫度のひくい方にある粒をBとすると，Aの右側の面の溫度はBの左側の面の溫度よりも高い。そして，氷の飽和蒸氣壓は溫度が高いほど高いから，AとBとのあいだの空間で，Aの右側の面の近くでは，Bの左側の面の近くにくらべて水蒸氣壓がたかくなる。したがつて，この空間のなかを水蒸氣が左から右にむかつて擴散する。もつとくわしくいえば，Aの右側の面で水蒸氣が蒸發し，右の方にむかつて擴散してゆき，Bの左側の面に凝結する。この粒と粒とのあいだの水蒸氣の擴散を，かりに微視擴散ということにしよう。粒AとBとのあいだの空間の長さをaとすると，微視擴散はaの長さのあいだにおこるのであるが，これを巨視的にみるとAの左側の面とBの左側の面とのあいだにおこつたようにみえる。したがつて，粒Aの長さをbとすれば，巨視的にみた雪のなかの水蒸氣の擴散係數は，空氣中の擴散係數の(a+b)/a倍になるわけである。第1表の値は，いうまでもなく，巨視的な擴散係數である。したがつて，空氣中の値より大きい。

うえの議論では，水蒸氣の擴散が溫度勾配の方向にならんだ雪の粒と粒とのあいだの空間にだけおこるものと考えたが，實際の擴散はこのせまい空間にだけ限られているとはいわれない。けれども，つぎに說明する觀察の結果からみると，この狹い空間のなかの微視擴散はかなり盛んなものであることがわかる。

ガラスで平たい細ながい箱（6.5cm×2cm×0.45cm）をつくつて雪をいれる。雪に穴をあけて，穴のなかに絹のせんいであんだ網をはり，そのうえに雪の粒をばらまく。低溫實驗室のなかで，箱の一方のはじを電熱であたためると，雪のなかに箱の長さの方向に溫度勾配が



（a）

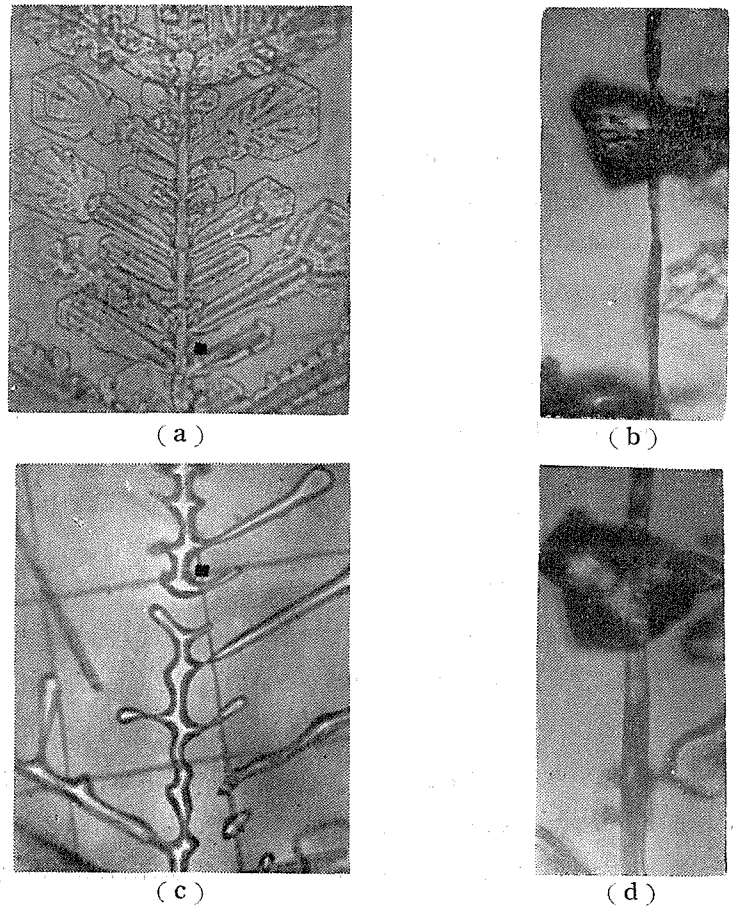


（b）

第 3 圖　(45倍)

でき，網の上の雪の粒はかなりはやく變形してゆく。それを顯微鏡で觀察した。第4圖の寫眞の(a)(b)は，1°C/cm の溫度勾配をあたえたときのもので，寫眞の上の方が溫度が高い。(b)は(a)より20時間あとの狀態であるが，溫度の高い方にある雪の粒（寫眞の上の方にある粒）の下の緣は上の方へうつつている。そして溫度の低い方にある雪の粒（寫眞の下の方にある粒）のうえには霜が成長した。これは，あきらかに上の粒の下の面で水蒸氣が蒸發し，下の方にむかつて擴散して，下の粒の表面に凝結することを示している。(2)

實際の積雪のなかにも寫眞(b)のような霜がみられることがあり，depth hoar といわれる。强い溫度勾配のあるときにあらわれる。これは，實際の積雪のなかにも微視擴散がおこることのひとつの證據とみることができる。しかし，微視擴散があればかならず depth hoar があらわれるとはいわれない。雪の結晶に水蒸氣が凝結しても，凝結速度がおそければ，凝結した水蒸氣は霜の結晶のかたちをとらない。かえつて，この凝結のために，はじめの雪の結晶の形はくずされてしまう。うえに說明した絹の網の上に樹枝狀の雪の結晶をおき，ガラ



(a)　(b)　(c)　(d)

第　4　圖　(45倍)

スの箱のなかの雪には温度勾配をあたえずにおいた。すると，結晶の形は非常にゆつくりと變形する。寫眞(a)がはじめの形で寫眞(c)は(a)より2週間ほどたつたときのものである。寫眞(b)と(d)とは，別の樹枝狀の結晶をおなじ條件で變形させ，それを横からみたものである。(b)は，はじめの結晶の寫眞で，(d)はそれから約2週間たつたときの寫眞である。[1] 結晶の枝は，はじめ平たかつたものが，圓い棒の形にかわつてゆく。枝の兩方の緣では水蒸氣が蒸發し，枝の上下の面には水蒸氣が凝結しているわけであるが，この場合には凝結した水蒸氣は霜の結晶の形をとらない。このように，凝結がゆつくりおこるときは，結晶の形があらわれないのである。實際の積雪のなかの温度勾配はいつばんに小さいので，微視擴散のため水蒸氣の凝結がおこつても，凝結速度が小さいので，depth hoar はあらわれない。特に大きい温度勾配があるときだけ depth hoar があらわれるわけである。

## III. 温度勾配と微視擴散による熱の移動

第1節の(1)式で，$p_s-p=0$ ならば dp/dx は一定で，水蒸氣は一定速度 $-kD\ dp/dx$ で x の正の方向に擴散する。(1)式の $p_s$, p は巨視的はみたときの水蒸氣の壓力で，微視的にみた壓力とはちがう。微視壓力は，微視温度（第2圖）とおなじように，階段狀の分布をしている。したがつて，巨視的な立場からは $p_s=p$ であつても，微視擴散はおこるのである。

mmHg であらわした氷の飽和壓力 $p_s$ と，°C であらわした温度とのあいだには

$$p_s=4.58\,e^{0.0857t} \quad \cdots\cdots(3)$$

の關係がある。l を氷からの水蒸氣の蒸發熱とすると，微視擴散によつて $l\,kD\ dp/dx$ の熱の流れがおこることになるが，

$l=675\text{cal/gr}$

$k=1.06\times10^{-6}$（第1節參照）

$D=0.8$（第1表の値の平均値）

の値と(3)式とによつて，0°C に於て

$$lkD\frac{dp_s}{dx}=2.2\times10^{-4}\frac{dt}{dx} \quad \cdots\cdots(4)$$

がえられる。この熱の流れの式は温度勾配に比例しているので，形の上では熱傳導による熱の流れの式とおなじである。それで，dt/dx の係數を“擴散による熱傳導係數”ということにする。

雪の熱傳導係數 γ はいろいろな人が測定して，雪の密度 s との關係式をだしている。しかし，たいてい，地面につもつたまゝの積雪についての測定である。積雪は，性質のちがうたくさんの雪の層が重なつたものであるから，これについて γ や s を測定したのでは，たくさんの層についての平均値しかえられない。それで筆者は，積雪のなかのひとつの層から小さい雪の塊をとりだし，それについて γ と s とを測定した。[3] ひとつの層については性質が一樣

であるから，こうすれば一様な性質の雪の $\gamma$ と s とが求められる。雪の塊を，すきまを残さないように，氣密な罐にいれ，罐のなかの空氣の壓力がはかれるようにしておく。空氣の壓力は雪の平均溫度と直線關係にあるので，空氣の壓力がわかれば平均溫度がしられる。罐の外がわの溫度を急にかえると，平均溫度は雪の溫度擴散係數に應じた速度で變化し，それにつれて空氣の壓力がかわる。それで，壓力の變化を測定すれば溫度擴散係數がもとめられる。これに，雪の密度と比熱とをかければ熱傳導係數 $\gamma$ になる。このようにして，$\gamma$ をはかり，S とのあいだに

$$\log_{10} 10\ \gamma = -4 + 2s \quad \cdots\cdots(5)$$

という實驗式をもとめた。[3] $\gamma$ の單位は cal/°C•cm•sec である。

溫度勾配 dt/dx があると，

$$\gamma \frac{dt}{dx} \quad \cdots\cdots(6)$$

の熱の流れがあらわれるが，これは純粹な傳導による熱の流れと，水蒸氣の擴散による熱の流れとのふたつの部分からなりたつている。密度 s が 0.1 の雪を考えると，(5) 式から $\gamma = 1.6 \times 10^{-4}$ となるが，これは(4)式の "擴散による熱傳導係數" とおなじ程度の大きさである。それゆえ，0.1 あるいはそれより小さい密度の雪では，大部分の熱が水蒸氣の擴散によつて運ばれていることになる。

密度が 0.1 の木綿，羊毛，ガラス綿などの熱傳導係數は $1 \times 10^{-4}$ よりすこし小さいが，これらのものでは，その物質の蒸發や凝結はおこらない。密度 0.1 の雪の $\gamma$ が，おなじ密度の木綿や羊毛の熱傳導係數の約 2 倍の値になつていることも，雪のなかに水蒸氣の擴散による熱の移動がおこつていることの證據と考えてよいであろう。

第1表でみたように，雪のなかの水蒸氣の擴散係數 D の値は密度 s によつてほとんどかわらない。しかし，熱傳導係數 $\gamma$ は s がませば大きくなるから，s が大きくなるほど水蒸氣の擴散による熱の移動は相對的にはよわくなるわけである。しかし，地面につもつたまゝの積雪について巨視的な蒸發と凝結，すなわち $a(p_s - p)$，を測定したところ，[2] 積雪の下半分では $a(p_s - p)$ が正，上半分では負であることがわかつた。實際の積雪では $p_s = p$ にはなつていないわけである。このため，うえに考えたのよりもずつと大きい熱量が水蒸氣によつて運ばれることになるが，このことについてはなお研究中である。

## 摘　　要

積雪のなかに溫度勾配があると，雪の粒から水蒸氣が蒸發し，溫度のひくい方にむかつて擴散して，すぐつぎの雪の粒の表面に凝結する。こういう擴散が實際におこることを，雪の粒の變形を顯微鏡でしらべてたしかめた。また，雪のなかでの水蒸氣の擴散係數を實驗的に測定した。そして，水蒸氣の擴散によつておこる熱の流れが

$$2.2\times10^{-4}-\frac{dt}{dx}\ \text{cal/c/m•sec•°C}$$

となることがわかつた。dt/dx は溫度勾配である。

この仕事は文部省科學研究費によつて行つた。

## 文 献

(1) 吉田順五, 小島賢二 1950 雪の結晶の變形 I. 低溫科學 5, 75.
(2) 吉田順五, 黒岩大助 1950 積雪内部の昇華 低溫科學 3, 89.
(3) 吉田順五, 岩井裕 1950 積雪の熱傳導率 低溫科學 3, 79.

---

## Résumé

In the presence of temperature gradient in a snow cover, water vapour evaporates from an ice particle, diffuses in the direction of decreasing temperature and condenses on the opposite surface of the next particle. The existence of such a transfer of water vapour was confirmed by microscopic observation of the deformation of snow particles. The diffusion coefficient of water vapour in snow was also determined experimentally. The heat conveyed by diffusion of water vapour was found to be

$$2.2\times10^{-4}\frac{dt}{dx}\ \text{cal/cm.sec.°C},$$

where $-\frac{dt}{dx}$ is the temperature gradient.