



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪の粒の形を表わす数について
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo; 黒岩, 大助 他
Citation	低温科学, 7, 43-50
Issue Date	1951-09-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17499
Type	departmental bulletin paper
File Information	7_p43-50.pdf



積雪の粒の形を表わす数について*

吉田 順五 黒岩 大助

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和 23 年 11 月受理)

I. ま え が き

積雪の性質を量的にあらわすのに、温度と密度とのふたつだけでは不十分なことはよくわかつていながら、これをおぎなうほかの適当な量はまだみつかつていない。積雪の粒の大きさや形、また粒と粒との結合のぐあいなどに関係のある量が必要なことはあきらかで、積雪の通気度などはこの種の量として適当なものと思われるが、実際にはあまりつかわれていないようである。筆者は積雪の形に關係する量として形数(ドイツ語の Formzahl を假に直譯したもので、“かたちすう”とでもいつたらよいかと思う)がこの目的につかえないかと思ひしらべてみた。積雪の電媒常數をはかつて、それから形数をきめたのである。

II. 形 数

電媒常數 ϵ_0 の媒質のなかに電媒常數 ϵ の物質の粒が分散すると、この分散系の電媒常數 ϵ_m は

$$\frac{\epsilon_m - 1}{\epsilon_m + u} = p \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + u} + (1 - p) \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + u} \quad (1)$$

であたえられる。 p は粒がしめる全容積と分散系の全容積との比で、(1) 式を満足するような u と ϵ_0 との比 u/ϵ_0 は、第 1 近似では、粒の形だけできまる。それで、 u/ϵ_0 を形数とよぶ。

積雪のばあいには、媒質は空気で $\epsilon_0 = 1$ なので、(1) 式の右邊の第 2 項は消え、

$$\frac{\epsilon_m - 1}{\epsilon_m + u} = \frac{d}{0.92} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + u} \quad (2)$$

となる。 d は積雪の密度であるが、これを氷の密度 0.92 でわつたものが p にひとしいことはいうまでもない。 ϵ は氷の電媒常數で測定されているから、積雪の電媒常數 ϵ_m をはかれば(2) 式から u がきめられる。そして、このばあいは、 u それ自身が形数である。

(1) 式は O. Wiener⁽²⁾ がみちびいたものである。筆者は Wiener の原論文をみる機会にめぐまれないので、くわしいことはわからないが、(2) 式の u が粒の形だけできまるといふのは、

* 北海道大學低温科学研究所業績 第 118 號。雪氷、第 11 卷、p. 1 (昭和 24)

まえにもいつたとおり、近似的なことで、くわしくは p , e によつてもかわる。このことをみるため、特別なものではあるが、つぎのような例をあげる。

電媒常數 e , 半徑 a の球が、格子常數 b の立方格子に配列されると、この球の集合の電媒常數 e_m は

$$e_m = 1 - \frac{4\pi B}{b^3 H}$$

$$\frac{Ha}{B} = \frac{2+e}{1-e} + \frac{4\pi}{3} \frac{a^3}{b^3} - \frac{32}{5} \frac{1-e}{e+\frac{1}{2}} (3.11)^2 \frac{a^{10}}{b^{10}} + \dots$$

であたえられることを Lord Rayleigh⁽³⁾ が理論的に証明した。球と球とのあいだの媒質の電媒常數が 1 のばあいである。この結果と、(2) 式とを組みあわせて u をだすと、

$$u = 2 + \frac{2D}{1-p-D}$$

$$D = 0.84 p^3 \frac{e-1}{e+1.33} \frac{a}{b}$$

となり、 u は p と e とに關係していることがわかる。しかし、 $p = 4\pi a^3/3b^3$ が小さければ、 u は常數 2 となつてしまう。

粒の形が球で、配列がうえのように規則だつていれば計算もできるが、さもないときには u は實驗できめるよりほかはない。 p が小さいとき、いまの例では $u=2$ となつたが、粒の形が球からはずれると、 u が 2 より大きくなることが鹽類の粉についての實驗でしられている。⁽⁴⁾ また多くのばあい、 p が大きくなるにつれて u が 2 より大きくなることも實驗でたしかめられた。⁽⁴⁾ 實際の積雪について實驗で u をさだめ、一方觀察によつて粒の形をしらべれば、兩方のあいだの關係がしられるはずである。 u が p , e によつてすこしかわることが缺點ではあるがしらべてゆくにつれてこれに對する處置もつくようになることと思われる。

III. 電媒常數の測定

蓄電器の兩極のあいだの空間を空氣にしておいたときの容量を C_0 , 兩極のあいだに雪をつめたときの容量を C とすれば、雪の電媒常數 e_m は

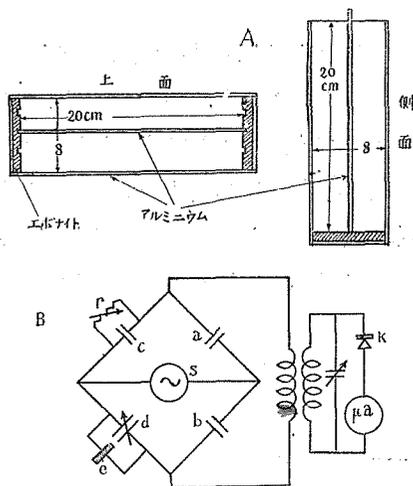
$$e_m = C/C_0$$

によつて與えられる。

(a) 測定用蓄電器 第 1 圖の A が雪をいれる測定用蓄電器である。そとがわの 2 枚のアルミニウム板 (厚さ 2 mm) が一方の極, 中央の 1 枚のアルミニウム板 (厚さ 2 mm) が他方の極で、雪をいれないときの容量 C_0 は 51em である。

雪をつめるのには、まず、中央の板をひきぬいて、そのあとへ雪をつめ、それから中央の板をさしこんだ。積雪から、あらかじめ寸法をよくとつて、ブロックをきりだし、これをいれるようにすれば積雪をくすさずに蓄電器につめるのもさほどむずかしくない。

(b) C の測定 第1圖 B に C を測定する交流ブリッジ回路を示した。 c が雪をいれた測定用蓄電器で、 a, b, c はおなじ固定容量のマイカ蓄電器、 d は精密可變蓄電器である。 S は交流發振器である。ブリッジの上下の端を變壓器を通して圖の右側のマイクロアンメーター μa につないである。 K は鑽石整流器である。

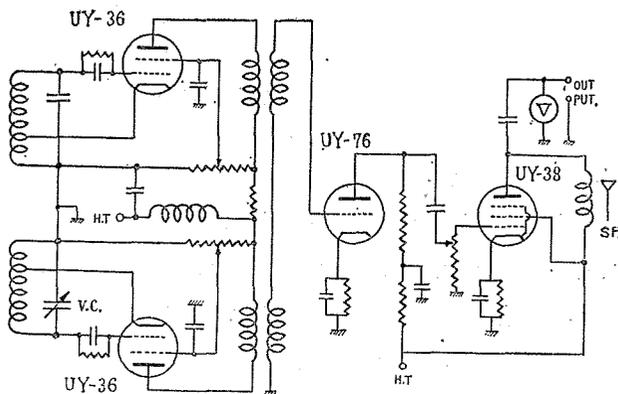


第1圖 測定用蓄電器と測定回路

c に雪をつめると、雪には多少の電導性があるので、 c が電導性をもつようになる。それで、固定蓄電器 c にも並列に可變抵抗 r をいれた。 r と可變蓄電器 d とを加減して、 d, c をふくむ腕のリアクタンスとコンダクタンスとが二つの腕でおのおのひとしくなるようにすると、 μa の電流は 0 になる。このときの r と d との値から、 c の電気抵抗と電気容量 C とが求められる。

(c) 交流發振器 氷の電媒常數 e は、交流の周波数によつてひどくかわる。 0°C ちかくでは、周波數 0 から 10^3 あたりまでは e が 80 ぐらいだが、周波數が 10^8 をこえるとだんだん小さくなり、 3×10^4 あたりから先では e は 3 ぐらいになつてしまう。それで、いちおう、雪の電媒常數 e_m が周波数によつてどんなに變るかをしらべる必要があるので、交流發振器にも周波數のかえられるものをつかつた。

周波數 20KC~1500KC の範圍に對しては、UZ-6 C 6 の真空管の電子結合型發振器を用いた。可聽周波 200~3,000 Hz に對しては、第2圖の結線の唸り周波型發振器を組みたてた。圖の左半分に UY-36 をつかつた發振器が上、下ふたつある。上の發振器の周波數を 100KC に固定しておき、下の發振器の可變蓄電器 V. C. をかえてこれに $(100 \pm n)$ KC の發振をさせると、圖の右半分の増幅器に n KC

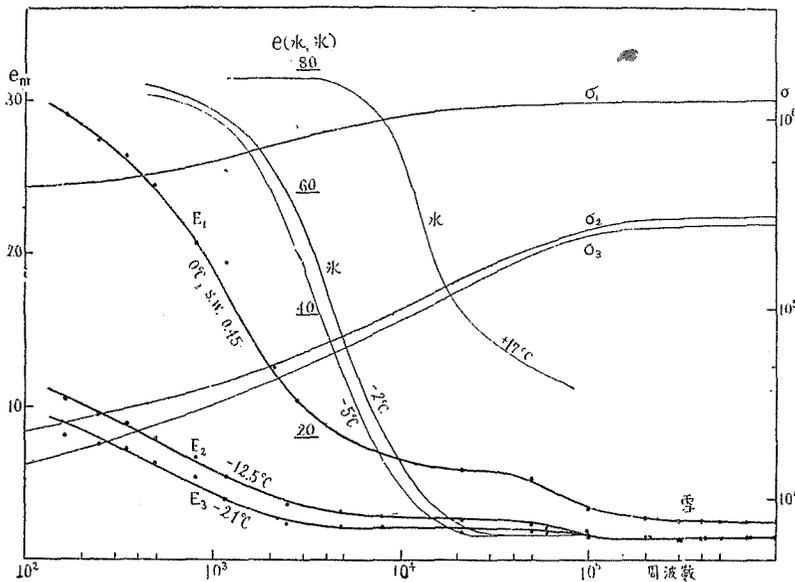


第2圖 唸り發振器

の唸り周波數の交流電壓が與えられる。それで、V. C. の容量をかえることによつて、いろいろな可聽周波數の交流がえられる。圖の右肩の out put とかいたところを第1圖 B の S のところにつなげばよいわけである。

IV. 測定結果

(a) 周波数と電媒常数との関係 第3圖に測定結果のうちから三つの例をとつて示した。曲線 E_1 は水をふくんだざらめ雪、曲線 E_2 , E_3 はそれを冷やしてふくまれた水を全部こおらせたものの値である。0°C ちかくの、しめつていない雪についても、形としてはおなじような曲線がえられた。 σ_1 , σ_2 , σ_3 は E_1 , E_2 , E_3 の雪の比電気傳導度である。圖には 17°C の水の電媒常数、-2°C と -5°C との氷の電媒常数の曲線もかきいれてある。* 雪の電媒常数は氷のにくらべるとはるかに小さいけれども、周波数による變化のありさまは兩方でよくにている。



第3圖 周波数と電媒常数との關係
(水の場合の横軸の單位は MC/sec)

(b) 形数 いろいろな積雪について、第2節の(2)式によつて形数 u をもとめ、第1表にあらわした。ざらめ雪をくぐらしてから集めた12番だけは例外として、あとはみな自然に積つたままの状態をくずしていない雪である。温度は -1~-5°C の範囲にあるから水はふくんでいない。電媒常数 e_m は周波数によつてかわるので、 u をきめるのにどの周波数をとるべきかが先ず問題になる。この選擇に對して、

- (1) 電媒常数が温度によつてなるべくかわらないこと。
- (2) 電媒常数が周波数によつてなるべくかわらないこと。
- (3) 電媒常数が大きいこと。
- (4) 測定に便利な周波数であること。

* 氷の曲線は J. Errera の測定したもの。水のは、たくさんの人々の測定結果をまとめたもの。

を条件として 1KC をとつた。氷についての測定結果から推定すると、周波数が小さいほど (1) から (3) までの条件がよくみたされることになるが、(4) の条件から 1KC を擇んだわけである。(3) の条件はぐあいが変わるけれども、周波数を 10^5 か 10^6 にした方がかえつてよいかもしれない。この點については研究中である。なお、氷の 1KC での電媒常数 ϵ としては 73 (第 3 圖参照) をつかつた。

第 1 表 ϵ_m : 積雪の電媒常数 (1,000 Hz); u : 形数; 温度は $^{\circ}\text{C}$

番 號	温 度	比 重	ϵ_m	u	積 雪 の 性 質
1	-1.0	0.11	1.9	6.5	新雪, あられまじり
2	-1.1	0.12	2.8	13.9	新雪
3	-1.0	0.13	2.5	9.6	新雪
4	-2.0	0.19	3.4	9.9	新雪, あられまじり
5	-5.0	0.13	2.0	5.7	3 番の雪をひと晩放置したもの
6	-0.5	0.29	4.5	8.0	しまり雪
7	-1.0	0.29	4.7	8.6	しまり雪
8	-1.7	0.41	12.0	19.6	かたしまり雪
9	-0.05	0.47	11.5	13.1	かたしまり雪
10	-6.3	0.46	10.5	11.8	大つぶのざらめ雪
11	-3.2	0.46	10.5	11.8	上の雪をひと晩放置したもの
12	-3.0	0.60	9.5	4.0	ざらめ雪をくわいて集めたもの

(c) 形数の解釋 いづばんに形数 u が粒の形によつてどうかわるかはまだよくわかつていない。しかし、まえにあげた文献によつて判断すると、粒の形が球からはなれるほど u は大きくなるようである。また p が大きくなると u も大きくなるようである。しかし、粒の形が立方體で、電媒常数が非常に大きいときには、 u は p がますとともに小さくなるという事實もいられている (W. John の論文参照)。ただ、 u はいつでも 2 よりは大い。

第 1 表にみるように、新雪からしまり雪をへて、ざらめ雪にうつるにつれ、 u は大きい値からしだいに小さくなり、またふたたび大きくなつてゐる。新雪は比重が小さく p が小さいけれども、粒の形が球と非常にちがうために u が大きいものと思われる。新雪でも、あられをふくんだものは、球にちかい粒があるので u は小さい。5 番の雪は、3 番の新雪を 0°C 附近でひと晩放置しておいたものだが、 u が小さくなつた。粒の形が球にちかづいたためと解釋される。しまり雪は、粒の形が球にちかいので、 u は小さい。しかし、しまり雪になると、いづばんに p が大きくなるので u が小さくなる傾向は一部相殺されているであらう。かたしまり雪、ざらめ雪で u がふたたび大きくなるのは p が大きくなつたためとまず考えられる。しかし、それだけのためとも思われぬ。粒が連結しあつてゐるざらめ雪をほぐしてから、ふたたび集めてみると、 p は大きいのに u は小さい値を示す (第 1 表の 12 番の雪)。したがつて、かたしまり雪やざらめ雪で u が大きくなるのは、粒と粒とが連結していること、つまり coherent であるためとも考えられる。

こんなふうに、形数 u は雪の粒の形、粒の連結の状態をあらわす数として適当なものではないかと思われる。それに、電媒常数の測定では、測定器自身は多少金目のものだけでも、測定自身は簡単に行える。

V. e と u との関係

さきにものべたように、形数 u は電媒常数 e によつてもかわる。氷の電媒常数 e は温度がかわつても、周波数がかわつても、大きく變化するので、おなじ雪について温度と周波数とをかえて測定すれば、 u が e によつてかわるようすがわかる。第2表に三つの例をあげた。周波数によつて e をかえる場合、ざらめ雪では u がほとんどかわらないのに、新雪では周波数

第2表 形数 u と粒の電媒常数 e との関係

周波数 e	10 ³ 37	10 ⁴ 17	温度: -1°C
e_m u	10.6 12.1	6.1 13	ざらめ雪
e_m u	3.4 10.7	2.1 6.5	新雪
温度 e	-12.5 66	-21 42	周波数: 1,000 Hz
e_m	6.0 5.2	4.5 3.4	ざらめ雪

が高くなるとともに u が小さくなつて
いる。温度をかえた場合は、第3圖
の曲線 E_2 , E_3 の雪についてのもの
である。これは、ざらめ雪ではあるが、
いちどすこしとかしてから凍らせた雪
なので、粒と粒との連結がつよい。温
度がさがつて e が小さくなると、 u も
小さくなつてゐる。

u と e との関係は、こんなふうに、
粒の形、粒の連結の度あいによつてち
がう。 u が e に無関係でないことは好

もしくないことであるが、 e をいつも一定にして u をきめることに約束すれば、いちおうはこの缺點をのぞくことができる。積雪の温度はたいてい零度附近にかぎられているから、周波数を一定にすれば、 e をひとつの値にかぎることができる。

なお、第3圖の曲線 E_1 は、いちど 0°C 以上にあたためてすこしとかし、それをふたたび 0°C にした雪についてのものである。(E_2 , E_3 は温度をさらにさげて、この雪にふくまれた水を全部凍らせた雪についての曲線である。) 周波数 10³ では、氷の e は 73, 水の e は 80 であるから、一部の氷がとけて水になつたとしても、 e には大きな變化がない。それにもかかわらず、曲線 E_1 の雪は周波数 10³ で、 u として 19 という大きな値を示す。すこしでも雪の粒がとければ、粒の形も粒と粒との連結のぐあいもかわるはずで、そのためにこんな大きな u の値になつたのであろう。このことから、電媒常数の測定を、積雪の含水率の決定につかえそうな見こみがでてくる。

VI. 要 約

e を氷の電媒常数、 e_m を積雪の電媒常数とすると、

$$\frac{e_m - 1}{e_m + u} = \frac{d}{0.92} \frac{e - 1}{e + u}$$

を満足する u は、積雪の粒の形によつてきまるといふことが、O. Wiener の理論からみちびかれる。 d は積雪の密度、0.92 は氷の比重である。いろいろな積雪について電媒常数をはかり u をもとめたところ、 u によつて積雪の粒の形、粒と粒との連結のぐあいであらわせそうな見こみがついた。なお、 u が粒の形だけできまるといふのは近似的なことで、實は d や e によつても u はかわる。このことについてもしらべたが、 u と d 、 e との関係はいちいちの場あいでちがひ簡單でない。

この研究は文部省科學研究費で行つた。

文 献

- (1) Errera, M. J. 1924 La dispersion des ondes herziennes dans les solides au voisinage du point de fusion. *J. de Physique*, **5**, 304.
Winisch, H. 1932 Ueber Dielektrizitaetkonstante, Widerstand und Phasenwinkel des Eises. *Helv. Phys. Acta.*, **5**, 126.
Granier, J. 1924 Absorption des ondes electromagnétique par la glace. *C. R.*, **179**, 1313.
Smyth, C. P. 1932 Dipole polarization in crystalline solids. *J. A. C. S.*, **54**, 4631.
Murphy, E. J. 1934 The Temperature dependence of relaxation time of polarization in ice. *Trans. of Electrochem. Soc.*, **65**, 132.
- (2) Wiener, O. 1909 *Leipz. Ber.*, **61**, 113.
1912 *Abh. d. Kgl. saechs. Ges. d. Wiss. zu Leipzig.*, **32**, 509.
- (3) Lord Rayleigh 1892 On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium. *Phil. Mag.*, **34**, 481.
- (4) John, W. 1918 Untersuchungen ueber die Dielektrizitaetkonstanten von Mischungen fester Koerper mit Luft. *Ann. d. Phys.*, **55**, 299.
Stoecker, E. 1920 Dielektrizitaetkonstanten und Formzahlen von Mischkoerpern aus Salzkoernern und Luft. *ZS. f. Phys.*, **2**, 236.

Résumé

O. Wiener derived theoretically an equation which gives a relation between the dielectric constant of a mixture composed of two substances and those of its components. Snow is a mixture composed of ice and air and the Wiener's equation applied to it is written as

$$\frac{e_m - 1}{e_m + u} = \frac{d}{0.92} \frac{e - 1}{e + u}$$

where

- e_m : dielectric constant of snow
 e : „ „ „ ice
 d : specific weight of snow
0.92: „ „ „ ice

u : form number (Formzahl)

The form number u which is a constant in the equation is determined by the arrangement and form of the ice particles in the structure of snow. The authors measured the e_m 's on various kinds of snow and found that u could be used as a useful number in specifying the properties of snow.