



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪表面における音の反射
Author(s)	大浦, 浩文; OURA, Hirobumi
Citation	低温科学, 9, 179-186
Issue Date	1952-12-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/17534">https://hdl.handle.net/2115/17534</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	9_p179-186.pdf



## 積雪表面に於ける音の反射\*

大 浦 浩 文

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和27年9月受理)

### I. ま え お き

筆者は積雪中の音の速さを、2つのマイクロフォンとブラウン管とをつかつかつて測つたが、<sup>1)</sup> そのとき積雪の温度が  $-10^{\circ}\text{C}$  ぐらいに低くなると、音の振動数の変化に応じて2つのマイクロフォンの間の位相差が正常に変化せず、非常に測定しにくかつた。その原因は、雪のなかにマイクロフォンを入れるために作つた空洞の壁で音波を反射するためではないかと考えられる。それで積雪の表面での反射がどの程度のものであるか、又温度によつてどんなに変化するかをしらべてみた。最後に、こうして得られた反射の結果と、前に得られた音速の結果とをにらみあわせて、いまここで問題にしている音が、積雪中をどのように伝わるかを考えてみた。

### II. 測定法及び測定結果

装置として一方を閉じた  $100\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm}$  の木製の管に約  $40 \sim 50\text{cm}$  の長さの積雪をつめて用いた。すなわち、閉口端が積雪の面になつている、長さ  $50 \sim 60\text{cm}$  の管を作つたわけである。開口端のところにスピーカーを置いて、一定の周波数の音を管内に送り込み、管内に定常波を作つた。

今、閉口端に原点をとり、開口端にむかつて  $x$  軸をとると、振動数  $\omega/2\pi$ 、速度  $v$  の入射波は任意の時刻  $t$  に於て、任意の点  $x$  にある媒質を、

$$\xi_1 = a \sin \omega \left\{ t + \frac{x}{v} \right\} \quad \dots\dots (1)$$

だけ移動させる。但し  $t = 0$  で原点では媒質の移動は零であるとした。

このとき反射波は

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第158号

$$\xi_2 = -b \sin \omega \left\{ t - \frac{x}{v} \right\} \quad \dots\dots (2)$$

であらわされる。ここに  $a, b$ , は正数とす。(反射に際して生ずる位相差に對しては、原点を適当に移動することによつて (1), (2) 式の形にすることができる。)

反射面がかたくて、反射が完全に行われれば  $b = a$  であり、吸収があつて、反射が不完全な場合には  $b < a$  となる。

入射波と反射波とでできる定常波は

$$\xi = \xi_0 + \xi_2 \quad \dots\dots (3)$$

であらわされる。

カーボンマイクロフォンで測れるのは音圧で、 $\partial \xi / \partial x$  に比例する量である。

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_2}{\partial x} = \frac{a\omega}{v} \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \frac{b\omega}{c} \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) \quad \dots\dots (4)$$

である。この振幅が最大になるのは

$$x = (v/\omega) \cdot n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots\dots \quad \dots\dots (5)$$

のところで、大きさは  $(a+b)\omega/v$  である。

最小になるのは

$$x = (v/\omega) \cdot (n + 1/2)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots\dots \quad \dots\dots (6)$$

のところで、大きさは  $(a-b)\omega/v$  である。

カーボンマイクロフォンを管に沿うて移動させて音圧の変化を、ブラウン管オシログラフでしらべた。このときブラウン管にあらわれた振幅の極大と極小との比  $k$  は  $(a-b)/(a+b)$  である。音のエネルギーは振幅の自乗に比例するから、入射波のエネルギーは  $a^2$  に比例し、反射波のエネルギーは  $b^2$  に比例する。入射したエネルギーに對する吸収されたエネルギーの割合(吸音率)  $A$  は

$$A = (a^2 - b^2) / a^2 = 4 / (k + 2 + 1/k)$$

であらわされる。このようにして得られた結果を第1表に示す。

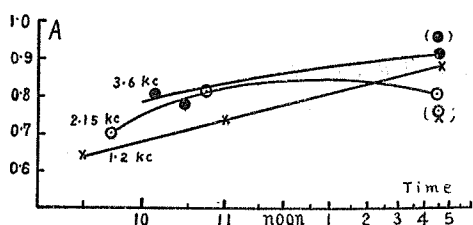
第1表

測定日	ゆき	みつど	吸音率 $A$	極小振幅 極大振幅 = $k$	周波数 キロサイクル
3月25日	ざらめゆき しまりゆき	0.35 0.17	0.84 0.91	0.44 0.54	1.5~3.0
3月28日	-10°Cのざら めゆきに就いて +4°Cの室にて 測定	0.40	0.7 0.9 第1図	0.25 0.40	1.2~3.6
3月29日	前夜ふつたゆ き、 枝の形が残つて いる	0.15	0.82~0.88 0.970 0.973 0.985	0.4~0.5 0.71 0.72 0.78~0.80	0.5 1.3 1.9 2.8

音源の振動数が不安定であ

つたため、嚴密な議論はできないが、次の事は云える。

1. 積雪の吸音率は相当に大きい。
2. 積雪の密度が小さい程、吸収が大きい。
3. しまりゆきでは、周波数が増えると、吸収が大き



第1圖  $-10^{\circ}\text{C}$  のござめゆきを  $+4^{\circ}\text{C}$  の室に持つて来て測定. 午後5時には雪塊内部も  $0^{\circ}\text{C}$

くなる。

4. しまりゆき では、温度が上つて含水率が増えると吸収がふえる。

### III. 積雪中を音波が傳わる機構について

一つの平面を境として、空気と均一な物質からなる第2媒質とが接している

場合、空気中を伝わつて境界面に垂直に入射している音波が、反射波と作る定常波の、最小振幅と最大振幅との比  $k$  は理論的に求めることができる。

今、 $x = 0$  の面を境界とし、 $x > 0$  に空気、 $x < 0$  に第2媒質があるとする。

入射波、反射波、透過波を媒質の変位  $\xi_i$ 、 $\xi_r$ 、 $\xi_t$  であらわし、

$$\text{入射波を } \xi_i = a \exp \left\{ i \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) \right\} \quad \dots\dots (7)$$

$$\text{反射波を } \xi_r = b \exp \left\{ i \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + i \vartheta \right\} \quad \dots\dots (8)$$

$$\text{透過波を } \xi_t = c \exp \left\{ m x \right\} \cdot \exp \left\{ i \omega \left( \frac{x}{u} \right) + i \varphi \right\} \quad \dots\dots (9)$$

とする。ここに  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $\omega$ 、 $v$ 、 $u$ 、 $\vartheta$ 、 $\varphi$ 、 $m$ 、はすべて正の實数とする。

4. 境界面に於ては、

(i) 2つの媒質の法線速度が等しく

(ii) " 圧力変化が等しくなければならない。<sup>2)</sup>

(i) により、 $x = 0$  で  $\dot{\xi}_i + \dot{\xi}_r = \dot{\xi}_t$ 、即ち

$$a + b \exp \{ i \vartheta \} = c \exp \{ i \varphi \} \quad \dots\dots (10)$$

圧力変化  $\delta p$  は、通常の圧力、密度  $p_0$ 、 $\rho_0$  とすれば、

$$\delta p = p - p_0 = \frac{dp}{d\rho} \cdot (\rho - \rho_0) = - \frac{dp}{d\rho} \cdot \rho_0 \frac{d\xi}{dx}$$

ここに  $\frac{dp}{d\rho}$  は、振幅の減衰があまり大きくなければ音速の2乗に等しい。すなわち、空気中では  $v^2$  に、第2媒質では  $u^2$  に等しい。空気の平均密度を  $\rho_a$ 、第2媒質の密度を  $\rho_s$  とすると、(ii) により、

$$v^2 \rho_a \left( \frac{a \omega}{v} - \frac{b \omega}{v} \exp \{ i \vartheta \} \right) = v^2 c \exp \{ i \varphi \} \cdot \rho_s \left( \frac{\omega}{v} - i m \right)$$

すなわち

$$v \rho_a (a - b \exp \{ i \vartheta \}) = \rho_s c \cdot \exp \{ i \varphi \} \cdot \left( u - i \frac{u^2 m}{\omega} \right)$$

いま  $w = -(u^2 m / \omega)$  と置けば

$$v \rho_a (a - b \exp\{i \vartheta\}) = \rho_s c \cdot \exp\{i \varphi\} \cdot (u + i w) \quad \dots (11)$$

(10) と (11) とから

$$\frac{b \exp\{i \vartheta\}}{a} = \frac{\rho_a v - \rho_s (u + i w)}{\rho_a v + \rho_s (u + i w)} \quad \dots (12)$$

$k$  は定義により

$$k = \frac{|\xi_i + \xi_r|_{\min}}{|\xi_i + \xi_r|_{\max}} = \frac{|\xi_i| - |\xi_r|}{|\xi_i| + |\xi_r|}$$

ところで, (12) 式を考慮して

$$\frac{|\xi_r|}{|\xi_i|} = \frac{|b \exp\{i \vartheta\}|}{|a|} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{(\rho_a v - \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2}}{\sqrt{(\rho_a v + \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2}} \quad \dots (13)$$

故に

$$k = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\sqrt{(\rho_a v + \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2} - \sqrt{(\rho_a v - \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2}}{\sqrt{(\rho_a v + \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2} + \sqrt{(\rho_a v - \rho_s u)^2 + (\rho_s w)^2}} \quad \dots (14)$$

(13) 式によれば,  $w$  の値が大きくなれば  $b/a$  が 1 に近づく。すなわち, 振幅の減衰がはげしい程, 音波の反射は大きくなるわけである。

(14) 式についていえば,  $w$  の値が大きくなれば  $k$  の値は減少して 1 から遠ざかる。

(14) 式で  $w$  の項を無視すれば

$$k = (\rho_s u) / (\rho_a v) \quad \text{但し } \rho_s u < \rho_a v \text{ の場合} \quad \dots (15)$$

$$k = (\rho_a v) / (\rho_s u) \quad \text{但し } \rho_s u > \rho_a v \text{ の場合} \quad \dots (15')$$

となる。

$w$  の項を無視したためにおこる誤差を知るために實測値を入れると,

$\omega = 10^3$  で振幅の減衰が 1m でほぼ 1/7.5 であつたから

$$\exp m = 7.5 \quad \text{すなわち } m \sim 2 \quad \text{となり, } u = 220 \text{ m/s,}$$

を使つて計算すると

$$|w| \sim 97 \text{ m/s}$$

となる。

$\rho_a \sim \rho_s$  の場合,

$$(14) \text{ によれば } \quad k \sim 0.58$$

$$(15) \text{ によれば } \quad k \sim 0.67$$

15% 程度の誤差があつてもよい場合には (15) 式を使つてよいことがわかる。

$\rho_a \ll \rho_s$  の場合

この場合は (14) 式の代わりに (15) 式を使つても差支えない。

これから (15), (15') 式を使つて  $\rho_s$  の大きさの程度をしらべてみよう。

實測値が

$$k = 0.2 \sim 0.4, \quad u/v = 2/3$$

であるとすれば,

$$(15) \text{ 式より} \quad \rho_s = (0.3 \sim 1.0) \rho_a$$

$$(15') \text{ 式より} \quad \rho_s = (2 \sim 8) \rho_a$$

となる。(15) 式によつても、(15') 式によつても、 $\rho_s$  の値は空気の密度程度の大きさである。測定に使つた積雪の密度は  $0.1 \sim 0.4 \text{ g/cm}^2$  であるから空気の  $1.3 \times 10^{-7}$  に較べると、 $10^2$  倍程度の大きさである。このことから積雪中では音波は主に積雪の空気の部分を伝わるものと考えた方が都合がよいことがわかる。そこで  $\rho_a \sim \rho_s$  とすれば  $u < v$  であるから (15) 式、(15') のうち (15) 式が成立つことがわかる。

勿論、積雪中の音波の中には主として氷の粒を伝わるものもあるわけであるが、今の場合は主として氷の粒の間を縫つて空気の部分を伝わり、空気の粘性や熱伝導によつて積雪粒子とのエネルギーの交換があると考えられる。

音の伝わり方についてのこの考え方は、前に報告した音速の測定や、今度の反射の測定によつて得られた結果を説明するのに都合がよい。次に測定結果を並べて説明を試みた。

### 1. 吸音率の大きい事

積雪粒子中を伝わるものとするれば、氷の中の音速は空気中の音速に較べて1桁大きいし、積雪の Young 率から求めた値はほぼ  $100 \text{ m/s}$  で、<sup>3)</sup> 空気中と同程度であるとしても、積雪の密度は空気よりも2~3桁大きいから  $\rho_s u$  は空気の  $\rho_a v$  に較べて2~4桁大きいことになる。この場合の  $k$  値は  $10^{-2} \sim 10^{-1}$  で實測値とあまりにもかけはなれている。

これに反して、積雪粒子のすきまを伝わるものとするれば  $\rho_s \sim \rho_a$  で  $k$  の理論値は  $\frac{u}{v}$  となりとなり、その大きさの程度は實測と一致する。

### 2. 積雪の密度が小さい程、音速は大きく吸音率も大きくなる

密度が小さいと積雪中に含まれる空気の空間が大きくなり、粘性、熱伝導などによるエネルギーの損失が少く、音の路程もみぢかくなるので音速は自由大気中の音速に近づき、大きくなる。

又密度が小さいとゆうことは、空気と積雪との境界面に於ける積雪粒子の占める面積が減少することを意味し、そのために、透過波が増し、反射するエネルギーは減少する。すなわち吸音率は大きくなる。

(15) 式について考えても、 $u$  が大きくなり  $v$  に近づけば、 $k$  の値が1に近づき吸音率が大きくなることを示す。

### 3. 密度が同じでも、粒子が大きければ音速は速くなる

これは密度が同じでも粒子が大きくなれば粒子間のすき間は大きくなり、粘性その他によるエネルギーの損失が少いし、音の路程もみじかくてすむので、音速は速くなる。

4. しまりゆきでは温度が上つて含水率が増えると音速が速くなり吸収がふえる。

これは積雪粒子の尖つた部分が融けてすき間をふやし、粒子と粒子とのすき間を融けた水が埋めるので、密度は同じままで粒が大きくなつたことになり、前項で示したように音速は速くなる。

又、粒子間の結合がゆるむので空気の振動により、積雪粒子がゆれやすくなり、粘性によるエネルギーの損失が減少するので音速は速くなる。

音速  $u$  が大きくなり、 $v$  に近づけば、(15) 式により吸収が増える。

又、音波が積雪粒子の間を縫つて伝わるものとすれば、音速は絶対温度の平方根に比例する筈である。温度が  $-23^{\circ}\text{C}$  から  $0^{\circ}\text{C}$  に上れば音速は  $1.045 = \sqrt{273/250}$  倍になり、音速が  $230\text{m/s}$  程度のときは  $10\text{m/s}$  の増加が期待される。しまりゆきの場合にみられた音速の増加の一部はこの影響であると考えられる。

ざらめゆきでは温度の影響がでてこなかつたが、これは  $0^{\circ}$  になつて少し位融けても形はほとんど変わらないために音波の伝わる路がほとんど変化しないこと、と温度変化が  $-17^{\circ}\text{C}$  から  $0^{\circ}\text{C}$  までで、音速  $200\text{m/s}$  程度に對しては、音速の増加は  $6\text{m/s}$  程度しか期待できず、これは測定誤差の範囲であるから測定にひつかからなかつたものと考えられる。

この場合、音波が積雪の弾性によつて伝えられるものであれば、弾性率の温度変化に応じて音速が変化するはずである。吉田教授等の実験式によれば、<sup>3)</sup> 密度  $0.35$  の雪では温度が  $-13^{\circ}\text{C}$  から  $0^{\circ}\text{C}$  にあがれば、弾性率は  $10^8\text{gr.wt/cm}^2$  から  $4 \times 10^4\text{gr.wt/cm}^2$  に減少することになり、音速は  $200\text{m/s}$  から  $130\text{m/s}$  に減少するはずである。これは測定誤差以上の大きな変化であるが、測定結果にはあらわれなかつた。

5. 周波数が増えれば、吸収が増える。但し、音速は周波数によつて大きな変化はない。

(15) 式によれば、吸収が増えるためには音速が大きくならなければならない。しかし、実際には、その様なはつきりした音速の変化は得られなかつた。これは (14) 式にもどつて考えなおさなくてはならない。(14) 式中で  $\omega$  で変るのは  $w$  で、 $w$  の中に含まれる  $m$  も  $\omega$  の函数である。細い管の中を音波が伝わる時の  $m$  は  $\sqrt{\omega}$  に比例することがわかっている。<sup>4)</sup> 故に  $w$  は  $1/\sqrt{\omega}$  に比例することになり、周波数が増えればは減少し、 $w$  が減少すれば  $b/a$  は減少し  $k$  は増える。實際  $\omega = 10^3$  のとき  $m \sim 2$  とし、密度  $0.15$  程度の積雪では音速も速く、

$$u = 250 \text{ m/s}$$

として計算すると、

$$\omega = 500 \quad \text{のとき} \quad k = 0.51$$

$$\omega = 3000 \quad \text{のとき} \quad k = 0.69$$

となり、 $n$  が周波数とともにふえることがわかる。

#### IV. あとがき

ここでは、音速と、反射率とは全く別の機会に測定したが、このつきには同じ積雪について、音速、反射率、減衰率等を測定し、(14)、(15)式と比較する必要がある。

尙減衰が粘性によるものとするれば、積雪粒子のすきまと  $m$  とは反比例する筈であるが、今後の實測によつてたしかめたい。

又  $m$  と通風度との関係、 $m$  と周波数との関係も調べたい。

この報告に当り、いろいろと御指導下さつた吉田順五教授に感謝の意をあらわす。

#### 文 献

- 1) 大浦浩文 1952 積雪中の音速, 低温科学, 9.
- 2) Lord Rayleigh The Theory of Sound, 2, 79.
- 3) 吉田順五 1948 積雪の弾性と匍匐, 低温科学, 4, 48.
- 4) Lord Rayleigh The Theory of Sound, 2, 325.

#### R é s u m é

The same wooden pipe ( $10 \times 10 \times 100 \text{cm}^3$ ) used in the preceding paper was filled with snow to less than half its length. The sound wave going forward in the unfilled space of pipe is reflected back at the end surface of the snow mass and the two sound waves going forward and backward produce a standing sound wave. The sound wave entering the snow mass attenuates so rapidly that it becomes very feeble at the end surface of the snow mass opposite to the sound source. Therefore there exists no other reflected wave than that mentioned above. Let the amplitudes of forward and backward waves be denoted by  $a$  and  $b$  respectively, then the amplitude of the standing wave has a maximum value  $M = a + b$  at its loop and the minimum value  $N = a - b$  at its node.  $M$  and  $N$  can be found by moving a microphone connected to a cathode-ray oscillograph along the length of the pipe unfilled with snow. The ratio  $A = (a^2 - b^2) / a^2$ , that is (the energy lost by the reflected wave) / (the energy of the incident wave), was found to have the following values.

Kind of snow	Density	$A$	Frequency of sound wave
Granular	0.35	0.85	1.5-3.0 kc.
Compact	0.17	0.91	„
Soft(deposited)	0.15	0.82-0.88	0.5

” the night	”	0.97	1.3
” before)	”	0.973	1.9
”	”	0.985	2.8

The values of  $A$  shown in this table indicate that energy loss of the reflected wave is very large. It grows larger as the density of the snow is reduced. Sound wave reflected at the surface of soft snow has only a few percent of the energy of the incident wave. Temperature rise also makes the energy loss larger. A sample of compact snow composed of small ice crystals which had a value of  $A = 0.65$  at  $-10^{\circ}\text{C}$  got a value 0.9 when its temperature was increased to  $0^{\circ}\text{C}$ . For the soft snow, the higher the frequency of sound, the larger is the absorption.

It is beyond question that air contained in snow propagates the sound wave but it seems very probable that the icy structure of snow itself also plays a role in its propagation because the snow has an elasticity as was shown by Yosida and others in their paper on the mechanical properties of snow.<sup>3)</sup> But the results obtained by the present measurements came out contrary to this expectation.

When a sound wave with amplitude  $a$  is reflected at the surface of a medium as a wave with amplitude  $b$ , the ratio  $k = (a-b)/(a+b)$  can be given theoretically by  $\rho V/\rho' V'$  for  $\rho V < \rho' V'$  or  $\rho' V'/\rho V$  for  $\rho V > \rho' V'$ , where  $\rho$ ,  $\rho'$  are the densities of the air and the medium and  $V$ ,  $V'$  the sound velocities in them respectively. The order of magnitude of  $k$  is found to be one hundredth, if the density of snow and the observed value of sound velocity in snow are made equal to  $\rho'$  and  $V'$ . However, the observed value of  $k$  shown in the preceding paragraph gives a value of a few tenths of unity. This discrepancy disappears if the value of  $\rho'$  is made nearly equal to the density of air but not to the density of snow. The sound velocity in snow shown in the previous paper decreases with the decreasing temperature nearly in proportion to the square root of absolute temperature just as it does in free air. It should increase if it were propagated by icy structure because the elasticity of the snow of large density increases with decreasing temperature.

These two facts clearly show that the sound wave is propagated mainly by air in snow and its icy structure only interferes with the propagation. Many of the results obtained in the above experiments, for example, the decrease of sound velocity with decrease of snow density, can easily be explained by this mechanism of propagation.