



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	海水の研究（第20報）：深海の表面における凍結の問題
Author(s)	福富, 孝治; FUKUTOMI, Takaharu
Citation	低温科学. 物理篇, 11, 95-106
Issue Date	1953-10-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/17870">https://hdl.handle.net/2115/17870</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	11_p95-106.pdf



## 海水の研究 (第 20 報)

### 深海の表面における凍結の問題\*

福 富 孝 治

(低温科学研究所 海洋学部門)

(昭和 28 年 8 月 受理)

#### I. 序 言

オホック海、日本海北部、北極海の沿岸においては海水の研究 (第 19 報)<sup>1)</sup> に述べたように、気温が海水の結氷温度にまで降下して後 16 日±16 日位の範囲で結氷が起つている。これは海が浅くて底まで対流や風による水の攪拌が起つているので海水全層が凍結温度になつて初めて表面に結氷を生ずるのであることが判つた。沖の深いところでも、もし沿岸同様に対流や渦動によつて深層まで攪拌が起つているならば、海水の研究 (第 3 報)<sup>2)</sup> に述べた様に、気温が非常に低いところを除き、海水層全体が凍結温度まで降下しないうちに春となつて気温が上昇するために結氷は生じない筈である。海と少し状況は異なるが、北海道内の湖沼についてみれば、水深の浅いものは皆實際凍結するが支笏湖、洞爺湖のような深いものは殆んど凍結しない。

(稀に昭和 27 年から昭和 28 年にかけての冬のように気温が非常に低い年には一部分凍結することはある)。しかるにオホック海の中央の深海の表面は大部分凍結が起つている様である。これは如何なる原因によるのであろうか。筆者はこれは風に原因した渦動による攪拌の程度と、それがどれ位の深さにまで及ぶかに關係するのであろうと考えている。

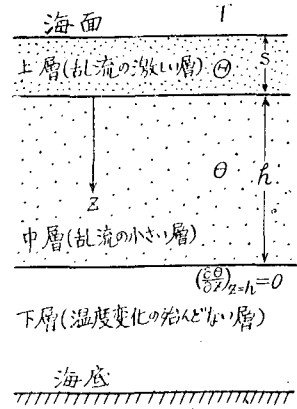
オホック海の中央部における水温、鹽分の垂直分布を調べてみると<sup>3)</sup>、平均して表層 40 m 位は垂直安定度が負で攪亂が著しいが、それ以下 200~300 m は垂直安定度が正で攪亂の度があまり大きくない。従つて、筆者は海水の研究 (第 4 報)<sup>4)</sup> においてこの下層の影響を全く無視して表層の攪亂層だけに注目し第 3 報に論じたと同様な方法で凍結の條件を論じ、凍結の初日、結氷の最大氷厚等の概値を求めた。

しかし、下層からの熱の流入を無視することはかなりの誤差を伴う恐れがあり、特に下層の渦動による攪拌がかなり大きい場合には問題となる。従つて、本論文においては下層からの熱の流入をも考慮してこの問題を再検討してみようと思う。

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第 235 號

II. 第3報の理論の擴張

第1圖に示したように深海の表面から海底までに3層の海水層を考え最上層の厚さを  $s$ 、中層の厚さを  $h$  とし、 $z$  軸は最上層と中層との境界を原点として下方に向けてとる。上層は中層に比較して対流や風による攪亂のために亂流状態にあり水温は深さに對し一様に  $\theta$  であるものとし、中層ではやや亂流状態で  $k$  なる渦動粘性係数を持ち、 $z$  なる深さの水温は  $\theta$  で與えられるものとする。下層からの熱の移動は無視出来るものと考え、即ち中層と下層との境界は温度傾斜がなく斷熱的な状態にあるものとする。又海面上の空氣は氣温が  $T$  で海面からの蒸發で湿度は 100% になつているものとする。



第 1 圖

今氣温が

$$T = T_0 - A \sin pt \quad \text{但し} \quad p = \frac{2\pi}{\tau} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で與えられる様な年周變化をする場合に上層並びに中層の水温が如何なる變化をするかを考える。但し、氣温及び水温は海水の結氷温度を基準として測り、時間  $t$  は秋に氣温が平均氣温  $T_0$  になる日を原点として測るものとする。 $\tau$  は年周變化の周期で 365 日である。又中層における水温は  $t = -t_0$  で  $\theta = f(z)$  で與えられるものとする。

先ず上層における熱の收支を考えれば近似的に

$$s\rho c \frac{d\theta}{dt} = k^2\rho c \left( \frac{\partial\theta}{\partial z} \right)_{z=0} - K(\theta - T) \quad \dots\dots\dots (2)$$

なる關係が得られる。ここに  $\rho$ 、 $c$  は海水の密度及び比熱である。左邊は上層の單位斷面積の鉛直な水柱が單位時間に受ける熱量の變化で、右邊の第1項は中層から單位時間に單位面積を通してこの柱中に流入する熱量、第2項は海面の單位面積から單位時間に空氣中に熱傳達と蒸發によつて放出される熱量である。[先ず、熱傳達は Newton の冷却法則に従えば  $(\theta - T)$  に比例すると考えられる。蒸發による熱の移動は水温  $\theta$  に對する空氣の飽和水蒸量と氣温  $T$  に對する飽和水蒸氣量 (空氣の湿度は 100% と考へている) との差に比例して起ると考へることが出来る。問題の温度範圍 ( $T_0 + A$ ) では飽和水蒸氣量と氣温との間には直線的關係が近似的に成立つものと考えれば、蒸發による熱の移動も  $(\theta - T)$  に比例することになる。従つて兩作用を一緒に考へてその比例常數を  $K$  とおいた。勿論  $K$  は風速  $V$  が大となれば増大する量でこの値の概値は海氷の研究 (第3報) によれば

$$\frac{K}{\rho c} \quad (\text{m/日}) = 0.53 + 0.229 V \text{ (m/sec)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で與えられる。]この外に日射による熱量の増加と輻射による熱量の減少も考えられるが、これらの影響は比較的小さいと考えられるから、ここでは無視した。いま  $\nu = \frac{k^2}{s}$ ,  $\lambda = \frac{K}{s\rho c}$  とおけば (2) 式は次の様になる。

$$\frac{d\theta}{dt} + \lambda\theta = \nu \left( \frac{\partial\theta}{\partial z} \right)_{z=0} + \lambda T \quad \dots\dots\dots (2')$$

次に中層においては

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = k^2 \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

が成立し、境界条件及び初期条件は

$$z = h; \quad \left( \frac{\partial\theta}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$t = -t_0; \quad \theta = f(z) \quad \dots\dots\dots (6)$$

で與えられる。

(5) の境界条件を満足する (4) 式の解は次式で與えられる。

$$\begin{aligned} \theta = C_1 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i (\tan \zeta_i h \sin \zeta_i z + \cos \zeta_i z) e^{-k^2 \zeta_i^2 t} + A' B \left[ \left\{ \left( e^{-\beta z} + \frac{E}{B} e^{\beta z} \right) \cos \beta z \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2D}{B} \cosh \beta z \sin \beta z \right\} \sin (pt - \epsilon) - \left\{ \left( e^{-\beta z} - \frac{E}{B} e^{\beta z} \right) \sin \beta z \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2D}{B} \sinh \beta z \cos \beta z \right\} \cos (pt - \epsilon) \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

但し、 $C_1$ ,  $F_i$ ,  $A'$ ,  $\epsilon$  は未定の常數で、且つ

$$\beta = \sqrt{\frac{p}{2k^2}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{1}{1 + e^{-2\beta h} \left( \frac{\cosh \beta h \cos^2 \beta h - \sinh \beta h \sin^2 \beta h}{\cosh \beta h \cos^2 \beta h + \sinh \beta h \sin^2 \beta h} \right)} \\ \frac{D}{B} &= \frac{e^{-\beta h} \sin \beta h \cos \beta h}{\sinh \beta h \sin^2 \beta h + \cosh \beta h \cos^2 \beta h} \\ \frac{E}{B} &= \frac{e^{-2\beta h} (\cosh \beta h \cos^2 \beta h - \sinh \beta h \sin^2 \beta h)}{\cosh \beta h \cos^2 \beta h + \sinh \beta h \sin^2 \beta h} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

である。

$$\therefore \theta_{z=0} = C_1 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i e^{-k^2 \zeta_i^2 t} + A' \sin (pt - \epsilon) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\left( \frac{\partial\theta}{\partial z} \right)_{z=0} = \sum_{i=1}^{\infty} F_i \zeta_i \tan \zeta_i h e^{-k^2 \zeta_i^2 t} + A' \beta \{ H \sin (pt - \epsilon) + G \cos (pt - \epsilon) \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{但し、} H = 1 - 2B + 2D \quad , \quad G = 1 - 2B - 2D \quad \dots\dots\dots (12)$$

である。

(1) 式及び (11) 式を (2)' 式に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{d\Theta}{dt} + \lambda\Theta = \nu \sum_{i=1}^{\infty} F_i \zeta_i \tan \zeta_i h e^{-k^2 \zeta_i^2 t} + \nu A' \beta \{ H \sin (pt - \epsilon) + G \cos (pt - \epsilon) \} + \lambda T_0 - A \lambda \sin pt \quad (13)$$

この解は

$$\begin{aligned} \Theta = & \nu \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_i \zeta_i \tan \zeta_i h}{\lambda - k^2 \zeta_i^2} e^{-k^2 \zeta_i^2 t} + T_0 + C_2 e^{-\lambda t} + \frac{\sin pt}{\lambda^2 + \beta^2} \{ -\lambda^2 A' \\ & + \lambda \nu A' \beta (H \cos \epsilon + G \sin \epsilon) + \rho \nu A' \beta (G \cos \epsilon - H \sin \epsilon) \} \\ & + \frac{\cos pt}{\lambda^2 + \beta^2} \{ \lambda \rho A - \rho \nu A' \beta (H \cos \epsilon + G \sin \epsilon) + \lambda \nu A' \beta (G \cos \epsilon - H \sin \epsilon) \} \quad (14) \end{aligned}$$

で與えられる。

(14) 式と (10) 式とは全く一致すべきであるから次の關係が成立たなければならない。

$$C_1 = T_0, \quad C_2 = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\nu \zeta_i \tan \zeta_i h}{\lambda - k^2 \zeta_i^2} = 1 \quad (16)$$

$$\tan \epsilon = \frac{(\rho/\lambda) - (\nu/\lambda)\beta G}{1 - (\nu/\lambda)\beta H} \quad (17)$$

$$A' = -A/\left\{ \left( \frac{\rho}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda}\beta G \right)^2 + \left( 1 - \frac{\nu}{\lambda}\beta H \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (18)$$

これらの値を (7) 式及び (10) 式に代入すれば上層及び中層の水温を與える式として次式が得られる。

$$\Theta = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i e^{-k^2 \zeta_i^2 t} - \frac{A}{q} \sin (pt - \epsilon) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \theta = & T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i (\tan \zeta_i h \sin \zeta_i z + \cos \zeta_i z) e^{-k^2 \zeta_i^2 t} - \frac{A \{ u^2(z) + v^2(z) \}^{1/2}}{q} \\ & \times \sin \{ pt - \epsilon - \alpha(z) \} \quad (20) \end{aligned}$$

$$\tan \alpha(z) = \frac{v(z)}{u(z)} \quad (21)$$

但し  $q = \left\{ \left( \frac{\rho}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda}\beta G \right)^2 + \left( 1 - \frac{\nu}{\lambda}\beta H \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (22)$

$$\begin{aligned} u(z) = & B \left\{ \left( e^{-\beta z} + \frac{E}{B} e^{\beta z} \right) \cos \beta z + 2 \frac{D}{B} \cosh \beta z \sin \beta z \right\} \\ v(z) = & B \left\{ \left( e^{-\beta z} - \frac{E}{B} e^{\beta z} \right) \sin \beta z + 2 \frac{D}{B} \sinh \beta z \cos \beta z \right\} \quad (23) \end{aligned}$$

である。

(19) 式, (20) 式における  $F_i$  の値は初期條件 (6) 式によつて次の様に求められる。

即ち, (20) 式において  $t = -t_0$  とおけば  $\theta = f(z)$  であるから

$$\sum_{i=1}^{\infty} F_i \chi_i(\zeta_i, z) = F(z) \quad (24)$$

となる。但し

$$F'_i = F'_i e^{-k^2 \zeta_i^2 t_0} \dots\dots\dots (25)$$

$$\chi_i(\zeta_i, z) = \tan \zeta_i h \sin \zeta_i z + \cos \zeta_i z \dots\dots\dots (26)$$

$$F(z) = f(z) - \left[ T_0 + \frac{A}{q} \{u^2(z) + v^2(z)\}^{\frac{1}{2}} \sin \{pt_0 + \varepsilon + a(z)\} \right] \dots\dots\dots (27)$$

である。(24)式の両邊に  $\chi_n(\zeta_n, z)$  を掛けて  $z$  につき 0 から  $h$  まで積分すれば

$$\sum_{i=1}^{\infty} F'_i \int_0^h \chi_i \chi_n dz = \int_0^h F(z) \chi_n(\zeta_n, z) dz \dots\dots\dots (28)$$

しかるに

$$\left. \begin{aligned} i \neq n; \quad \int_0^h \chi_i \chi_n dz &= -\frac{k^2}{\nu} \\ i = n; \quad \int_0^h \chi_i \chi_n dz &= \frac{1}{2} \left( h + h \tan^2 \zeta_n h + \frac{\tan \zeta_n h}{\zeta_n} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

であるから、

$$F'_i = \frac{2 \left\{ \frac{k^2}{\nu} F(0) + \int_0^h F(y) \chi_i(\zeta_i, y) dy \right\}}{2 \frac{k^2}{\nu} + h + h \tan^2 \zeta_i h + \frac{\tan \zeta_i h}{\zeta_i}} \dots\dots\dots (30)$$

で  $F'_i$  は與えられ、従つて (25) 式により  $F_i$  は求められる。但し、 $F(0)$  は次式で與えられる。

$$F(0) = f(0) - \left\{ T_0 + \frac{A}{q} \sin \{pt_0 + \varepsilon\} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

但し、 $\zeta_i$  は (16) 式の根であつて一般に無数の根が存在する。

以上の結果により  $t = -t_0$  で水温の垂直分布が  $f(z)$  で與えられている場合における上層、中層における水温が時間の経過に伴つて如何に變化するかが (19) 式、(20) 式によつて與えられることが判つた。

(1) 凍結が起るための條件

(25) 式を (19) 式に代入すれば次式が得られる。

$$\theta = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \zeta_i^2 (t_0 + t)} - \frac{A}{q} \sin (pt - \varepsilon) \dots\dots\dots (32)$$

$t = -t_0$  を春に海水が丁度融解してつた日にとると、オホック海では  $t_0$  は 200 日を前後する位の大きな値である。いま、(32) 式に於て水温  $\theta$  が最低となる日を  $t = t_m$ 、そのときの水温を  $\theta_m$  とすれば

$$\sin (pt_m - \varepsilon) = \left\{ 1 - \frac{k^2 q}{Ap} \sum_{i=1}^{\infty} F'_i \zeta_i^2 e^{-k^2 \zeta_i^2 (t_0 + t_m)} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (33)$$

$$\theta_m = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \zeta_i^2 (t_0 + t_m)} - \frac{A}{q} \sin (pt_m - \varepsilon) \dots\dots\dots (34)$$

となり、 $t_m$  は implicit function (33) によつて與えられる。 $(t_0+t_m)$  は前に述べた様にかなり大なる値で、 $A$  もオホック海では  $12\sim 18^\circ\text{C}$  位、 $k^2\epsilon^2$  は小なる値であるが、結局右邊の括弧内の第2項の値は 1 に比較して非常に小さい量であるから、これを無視すれば次式を得る。

$$t_m \doteq \frac{1}{p} \left( \frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \dots\dots\dots (35)$$

(33), (35) 兩式を (34) 式に代入すれば

$$\theta_m = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \epsilon^2 i (t_0 + \frac{\pi}{2p} + \frac{\epsilon}{p})} - \frac{A}{q} \dots\dots\dots (34')$$

となる。凍結が起るためには  $\theta_m < 0$  でなければならないから、

$$\frac{q}{A} \left\{ T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \epsilon^2 i (t_0 + \frac{\pi}{2p} + \frac{\epsilon}{p})} \right\} < 1 \dots\dots\dots (36)$$

であれば凍結することになる。これが凍結か不凍結かをきめる判別式である。

次に凍結が起る場合を考える。初冬氣温が次第に降下して海水の結氷温度にまで降下する日を  $t_1$  とすれば、これは (1) 式において  $T=0$ ;  $t=t_1$  において得られる。即ち、

$$t_1 = \frac{1}{p} \sin^{-1} \left( \frac{T_0}{A} \right) \dots\dots\dots (37)$$

で與えられる。 $t=t_1$  において水温  $\theta$  は未だ正の値であるが、漸次  $\theta$  も降下して  $t=t_2$  において  $\theta=0$  となり凍結が初まつたものとすれば凍結初日  $t_2$  は (19) 式によつて次のように表わされる。即ち、

$$t_2 = \frac{1}{p} \left[ \sin^{-1} \left\{ \frac{T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \epsilon^2 i (t_0 + t_2)}}{A} \sqrt{\left(1 - \frac{\nu}{\lambda} \beta H\right)^2 + \left(\frac{p}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda} \beta G\right)^2} \right\} + \tan^{-1} \left( \frac{\frac{p}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda} \beta G}{1 - \frac{\nu}{\lambda} \beta H} \right) \right] \dots\dots\dots (38)$$

となる。 $t_2$  の値を explicit に求めることはむづかしいが、(38) 式から數値計算で求められる。しかし、實際には  $t_0$  は  $t_2$  に比較してかなり大なる値であるから、右邊の  $t_2$  の値には概値  $t_1/2$  を挿入して  $t_2$  を求めても近似的には差支えない。

故に氣温が海水の結氷點に降下してから凍結が初まるまでの日數  $\Delta t$  は近似的に次式で與えられる。

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{p} \left[ \sin^{-1} \left\{ \frac{T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \epsilon^2 i (t_0 + t_2')}}{A} \sqrt{\left(1 - \frac{\nu}{\lambda} \beta H\right)^2 + \left(\frac{p}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda} \beta G\right)^2} \right\} + \tan^{-1} \left( \frac{\frac{p}{\lambda} - \frac{\nu}{\lambda} \beta G}{1 - \frac{\nu}{\lambda} \beta H} \right) - \sin^{-1} \left( \frac{T_0}{A} \right) \right] \dots\dots\dots (39)$$

III. 特別な場合の解

次に3つの特別な場合の解を求めておこう。

(1)  $k^2 \approx 0$  の場合

中層の渦動粘性係数  $k^2$  が非常に小さく、即ち中層から上層への熱の移動が無視できる場合である。この場合には (16) 式から  $\zeta_i = \infty$  又は  $\zeta_i h = \frac{\pi}{2}$  であることが判るが、又一方 (16) 式から一般に

$$k^2 \zeta_i^2 = (K/\rho c) / \left( s + \frac{\tan \zeta_i h}{\zeta_i} \right) \dots\dots\dots (40)$$

が成立するから、

$$\left. \begin{aligned} \zeta_i = \infty, \text{ 但し } \tan \zeta_i h \approx \infty; \quad k^2 \zeta_i^2 = \lambda \\ \tan \zeta_i h = \infty, \text{ 但し } \zeta_i \approx \infty; \quad k^2 \zeta_i^2 = 0 \text{ 但し } F_i = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

となるから、 $\zeta_i = \infty$  に對する  $F_i$  を  $C$  とおく、又 (17), (18) 式は

$$\tan \varepsilon = p/\lambda, \quad A' = -A / \sqrt{1+(p/\lambda)^2} \dots\dots\dots (42)$$

であるから、上層の水溫  $\theta$  は

$$\theta = T_0 + C e^{-\lambda t} - \frac{A}{\sqrt{1+(p/\lambda)^2}} \sin \left\{ p t - \tan^{-1} \left( \frac{p}{\lambda} \right) \right\} \dots\dots\dots (43)$$

となつて海氷の研究 (第3報), (第4報) の場合と全く一致する。

(2)  $k^2 \approx \infty$  の場合

中層の渦動粘性係数が非常に大きい場合である。この場合には  $\zeta_i$  は (16) 式から  $\zeta_i = 0$  又は  $\tan \zeta_i h + s \zeta_i = 0$  となる。故に

$$\left. \begin{aligned} \zeta_i = 0, \tan \zeta_i h + s \zeta_i \approx 0; \quad k^2 \zeta_i^2 = (K/\rho c) / (h+s), \text{ ((40) 式による)} \\ \zeta_i \approx 0, \tan \zeta_i h + s \zeta_i = 0; \quad k^2 \zeta_i^2 = \infty, \quad e^{-k^2 \zeta_i^2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (44)$$

であるから  $\zeta_i = 0$  の場合だけが残る。 $\zeta_i = 0$  に對する  $F_i$  を  $C$ ,  $\lambda' = (K/\rho c) / (h+s)$  とおけば、(17), (18) 式も (42) 式中の  $\lambda$  の代りに  $\lambda'$  とおいた場合になるから、結局水溫  $\theta$  も (43) 式中の  $\lambda$  に  $\lambda'$  を代入したものとなる。これは第3報の場合の  $s$  の代りに  $(s+h)$  として考える場合で當然のことである。

(3)  $\beta h$  がかなり大きく、即ち  $e^{-\beta h} \ll 1$  なる場合

$\beta h = \sqrt{\frac{\beta l^2}{2k^2}}$  であるから中層の厚さ  $h$  がかなり大きく中層の渦動粘性係数  $k^2$  があまり大きくない場合で、即ち

$$h \gg \sqrt{\frac{2}{\beta}} k \dots\dots\dots (45)$$

を満足する場合である。この場合には常数が  $B=1, D=E=0, H=G=-1$ , (17), (22), (23), (21) 式は

$$\tan \varepsilon' = \frac{(p/\lambda) + (\nu/\lambda) \beta}{1 + (\nu/\lambda) \beta} \dots\dots\dots (17)'$$

$$q' = \left\{ \left( \frac{p}{\lambda} + \frac{\nu}{\lambda} \beta \right)^2 + \left( 1 + \frac{\nu}{\lambda} \beta \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (22)'$$

$$u(z) = e^{-\beta z} \cos \beta z, \quad v(z) = e^{-\beta z} \sin \beta z \dots\dots\dots (23)'$$

$$a = \beta z \dots\dots\dots (21)'$$

となり, (19), (20) 式は次のようになる。

$$\theta = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \zeta_i^2 \epsilon' (t_0 + t)} - \frac{A}{q'} \sin (pt - \epsilon') \dots\dots\dots (19)'$$

$$\theta = T_0 + F'_i (\tan \zeta_i h \sin \zeta_i z + \cos \zeta_i z) e^{-k^2 \zeta_i^2 \epsilon' (t_0 + t)} - \frac{A}{q'} e^{-\beta z} \sin (pt - \epsilon' - \beta z) \dots\dots\dots (20)'$$

凍結をきめる判別式は (36) 式中の  $q$ ,  $\epsilon$  を夫々  $q'$ ,  $\epsilon'$  とすればよい。又気温が海水の結氷温度に降下してから結氷が生ずるまでの日数  $dt$  は

$$dt = \frac{1}{p} \left[ \sin^{-1} \left\{ \frac{T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F'_i e^{-k^2 \zeta_i^2 \epsilon' (t_0 + t_2')}}{A} \cdot \sqrt{\left( 1 + \frac{\nu}{\lambda} \beta \right)^2 + \left( \frac{p}{\lambda} + \frac{\nu}{\lambda} \beta \right)^2} \right\} + \tan^{-1} \left( \frac{\frac{p}{\lambda} + \frac{\nu}{\lambda} \beta}{1 + \frac{\nu}{\lambda} \beta} \right) - \sin^{-1} \left( \frac{T_0}{A} \right) \right] \dots\dots\dots (39)'$$

で與えられる。又この場合  $F(z)$  は次のようになる。

$$F(z) = f(z) - \left[ T_0 + \frac{A}{q'} e^{-\beta z} \sin \{ pt_0 + \epsilon' + \beta z \} \right] \dots\dots\dots (27)'$$

但し,  $F'_i$  を求める (30) 式の形には變化はない。

#### IV. 深海表面における結氷の厚さの近似値

(36) 式を満足するような海では, 時間の原點から  $t_2$  日を経て後海水は凍結温度になり結氷が始まる。結氷が海面を覆うようになると風による攪亂は結氷によつて遮斷されるので海水中の亂流は急速に減衰する。須田皖次博士の研究<sup>4)</sup>によれば結氷下の渦動粘性係数は 0.1~0.2 の程度の小さい値である。しかも結氷の厚さが増加するに従つて益々小さい値となるといふことである。凍結が初まる頃には表面から  $s = 40$  m 位の水層中では水温は殆んど一定で結氷温度になつていて, 海水に接した部分の温度傾斜は殆んど零で, 結氷の下方からの熱の移動はない筈である。時日が経過すると中層の温度の影響で多少の水溫傾斜を生ずる様になると思われるが, この場合には渦動粘性係數の方が微小となるから, 結局結氷下方からの熱の移動は無視できるであらう。

かような理由で結氷の下方からの熱の流入を無視すれば, 時間  $t$  における結氷の厚さ,  $I$  は

$$I^2 = \mu^2 \int_{t_2}^t (-T) dt \dots\dots\dots (46)$$



となり、 $\zeta_3$  以上は  $e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')}$  が非常に小となるから無視できる。

又この場合には  $F_i$  の値は

$$F_i' = F_i e^{-\zeta^2 \epsilon^2 t_0}$$

$$= \frac{-2A \left[ s \left( \frac{T_0}{A} + \frac{\sin a}{q'} \right) + \frac{1}{2q' \cos \zeta_i h} \left\{ \frac{\sin(\zeta_i h + a + \delta_1)}{\sqrt{\beta^2 + (\beta - \zeta_i)^2}} - \frac{\sin(\zeta_i h - a - \delta_2)}{\sqrt{\beta^2 + (\beta + \zeta_i)^2}} \right\} + \frac{T_0}{A} \frac{\tan \zeta_i h}{\zeta_i} \right]}{2s + h + h \tan^2 \zeta_i h - \frac{\tan \zeta_i h}{\zeta_i}} \quad (30)$$

となる。但し  $a = \rho t_0 + \epsilon'$ ,  $\tan \delta_1 = \frac{\beta - \zeta_i}{\beta}$ ,  $\tan \delta_2 = \frac{\beta + \zeta_i}{\beta}$  である。

オホツク海の各緯度における  $A$ ,  $\frac{T_0}{A}$  の値,  $t_1$  の値及び上の式によつて計算された  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $\frac{1}{A} \sum_{i=1}^{\infty} F_i' e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')}$ ,  $\frac{1}{A} \left\{ T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i' e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')} \right\}$ ,  $t_2$ ,  $\Delta t$  の値を第1表に示した。参考のために  $k^2=0$  即ち中層からの熱移動を考えない場合の  $\Delta t'$  をも表に示した。

第 1 表 オホツク海の中央における  $\Delta t$  の値

緯 度 $\varphi^\circ$	気温の年 変化の半 幅 $A$ ( $^\circ\text{C}$ )	$T_0$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\frac{T_0}{A}$	$F_1'$ ( $^\circ\text{C}$ )	$F_2'$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\frac{1}{A} \sum_{i=1}^{\infty} F_i' e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')}$
45	12.7	6.4	0.500	-1.13	-0.20	-0.025
50	15.5	2.5	0.160	-0.35	+1.00	+0.002
55	17.1	-1.03	-0.060	+0.34	+1.99	+0.020
60	18.0	-3.4	-0.190	+0.81	+2.64	+0.031

$\frac{1}{A} \left\{ T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_i' e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')} \right\}$	$t_1$ (日)	$t_2$ (日)	$\Delta t$ (日)	$\Delta t'$ (日)
+0.475	30.5	73.5	43.0	25.6
+0.162	9.3	39.9	30.6	23.5
-0.040	-3.6	21.1	24.7	22.5
-0.159	-11.2	10.2	21.4	21.9

この表中の  $\Delta t$  と  $\Delta t'$  とを比較して氣付かれる重要な事柄は、オホツク海の北半部即ち年平均気温  $T_0$  (海水の結氷温度を 0 として測つた値) が負である部分では中層の渦動により上層に運ばれる熱の影響は殆んど問題にならず、第3報乃至第4報の結果と一致する。そして  $\Delta t$  は 21~25日である。しかるに、オホツク海の南半部では中層の影響によつて  $\Delta t$  の値は  $\Delta t'$  の値よりかなり大きくなるということである。又  $\Delta t$  の計算において  $\frac{1}{A} \sum_{i=1}^{\infty} F_i' e^{-\zeta^2 \epsilon^2 (t_0+t_2')}$  の値はここに採用した位の  $k^2$  の値に對して  $\pm 0.03$  以下の値であつてこれを無視してもその誤差はあまり大きくないということである。

次に最大氷厚の概値を求める。まづ、(48)式により  $t_3$  を求め第2表に示した。この  $t_3$  の値と

第1表の  $t_2$  の値を (47) 式に入れて最大氷厚  $I_m$  を求め、第2表に示した。但し氷厚係数としては前述の  $\mu = 2.50 \text{ cm}/(\text{deg} \cdot \text{day})^{\frac{1}{2}}$  を用いた。又表には結氷の増厚期間 ( $t_3 - t_2$ ) をも掲げた。

又表中には比較のために、中層の渦動粘性係数  $k^2$  を零とみなした場合 (第3報の理論の場合) の最大氷厚  $I_m$  及び結氷

の増厚期間 ( $t_3 - t_2$ ) を括弧中に示した。最大氷厚や結氷増厚期間についても前と同様にオホツク海の北半部においては中層からの熱の流入を考えた此度の値は中層からの熱の流入を無視した第3報の場合と可成りよく一致しているが、オホツク海南半部特に  $45^\circ$  以南ではかなりの相違がある。即ち、オホツク海南半部では中層の渦動粘性係数  $k^2$  の値の大きさによつて結氷の初日、氷厚、結氷の増厚期間が影響されることが大きいから  $k^2$  の正しい値を實測して、これらの正しい値を求めることが必要である。

第2表 オホツク海の中央部における最大氷厚  $I_m$  及び増厚期間 ( $t_3 - t_2$ )

緯度 $\phi$	$t_3$	最大氷厚 $I_m, (I_m')$	結氷増厚期間 $t_3 - t_2, (t_3 - t_2')$
$45^\circ$	152日	45cm (53cm)	79日 (96日)
50	173	87 (90)	133 (141)
55	186	113 (115)	165 (167)
60	194	129 (129)	183 (183)

## VI. 結 語

深海の表層は風や波等によつて非常に攪亂されて渦動粘性係数の値が下層の値よりかなり大きい。オホツク海ではこの攪亂層の厚さは平均して 40 m 位である。筆者は海水の研究 (第4報) においては、近似的にこの攪亂層のみに着目し、下層の影響は無視して、気温の降下に伴う攪亂層の水温の降下と結氷生成の問題を取扱つた。本報告においては、下層では渦動粘性係数が  $k^2$  であるとし、従つて下層からの熱の流入の影響を考慮して結氷生成の条件、結氷生成の初日、氷厚等の問題を研究した。その結果を要約すれば次の様である。

- (1) オホツク海の北半部即ち年平均気温が海水の結氷温度より低い場所では下層の渦動により上層に運ばれる熱の影響は殆んど問題にならず、第4報の結果と一致する。そして、気温が海水の凍結温度に降下後結氷の初まるまでの日数  $4t$  は緯度  $55^\circ$  では 25 日位、緯度  $60^\circ$  では 22 日位と計算された。又結氷の厚さの最大値は緯度  $55^\circ$  では 115 cm 位、緯度  $60^\circ$  では 130 cm 位と推定された。
- (2) しかし、オホツク海の南半部では下層の影響が相當に大きく、第4報の結果はその儘用いることは出来ない。(第1表、第2表参照)。  $4t$  及び最大氷厚は緯度  $50^\circ$  で 31 日、87 cm 位となり、緯度  $45^\circ$  では 43 日、45 cm と推定される。
- (3) オホツク海南半部の結氷初日、氷厚等は下層の渦動粘性係数  $k^2$  の値によつてかなり變化する。又上層の攪亂層の厚さ  $s$  によつても變化する。従つて、年により攪亂の状態が異なればこれらの値が變化する筈であるから、これらの値は實測により正しい値を求める必要がある。

終りに臨み、本研究に要した費用は文部省科學研究費によつた。ここに記して感謝の意を表する。

#### 文 献

- 1) 福富孝治 1953 海水の研究 (第 19 報) オホツク海, 日本海, 北極海の沿海における凍結初日と氣温との關係. 低温科學, **11**, 87.
- 2) 福富孝治 1950 海水の研究 (第 3 報) 沿岸海水の生成についての理論的考察. 低温科學, **3**, 131.
- 3) 福富孝治 1950 海水の研究 (第 4 報) オホツク海中央部に於ける結氷の生成についての理論的考察. 低温科學, **3**, 143.
- 4) 須田曉次 1934 海水の厚さと其の變化. 海と空, **14**, 185.
- 5) 福富孝治・楠 宏・田畑忠司 1950 海水の研究 (第 6 報) 海水の厚さの増加について. 低温科學, **3**, 171.
- 6) 福富孝治 1952 海水の研究 (第 17 報) 北方海の沿岸における一年氷の厚さの最大値について. 低温科學, **9**, 125.

#### Résumé

The results of many oceanographical observations carried out in the Okhotsk Sea indicate that the surface layer about 40 m in thickness is much turbulent due to the disturbances of winds and waves, and has a larger coefficient of eddy-viscosity than that of the underlying layer. We, therefore, discussed in the 4th report on the time of commencement of freezing and on the thickness of ice, only by taking the surface layer into account and assuming the mechanism of ice formation similar to the case of the coastal land-ice (see the 3rd report). In this paper, we discussed more precisely on the same problems, taking the effect of the heat flow from the underlying sea water in consideration.

The results are summarized as follows :

- 1) In the northern half of the Okhotsk Sea where the mean annual air temperature is less than the freezing point of sea water, the effect of heat flow from the underlying layer is negligibly small. The results of the present paper come out, therefore, in agreement with those of the former paper. The time interval  $\Delta t$  between the date at which the decreasing air temperature attains the freezing point of sea water and the date of the commencement of freezing is calculated to be 25 and 22 days at  $55^\circ$  and  $60^\circ$  in latitude respectively, and the maximum thickness  $I_{max}$  is estimated 115 and 130 cm for the respective latitudes.
- 2) For the southern half of the sea, where the effect of heat flow from the underlying layer is moderately large, the result of the 4th report is not applicable in its original form, as shown in Table 1 and 2.  $\Delta t$  is, in the present paper, estimated to be 31 and 43 days at  $50^\circ$  and  $45^\circ$  in latitude respectively, and  $I_{max}$  to be 87 and 45 cm for the same latitudes.
- 3) In the southern half of the sea, the time of commencement of freezing and the thickness of ice vary to some extent with the thickness  $s$  of the uppermost turbulent layer and with the value of the coefficient of eddy-viscosity  $k^2$  of the underlying layer. As the latter values are dependent on meteorological conditions, the values of the former might, more or less, have the yearly change. Therefore, for the precise discussion of the freezing, it is desirable to get information about the exact values of  $s$  and  $k^2$  by the yearly oceanographical observations.