



Title	振動法による積雪の弾性及び粘性の研究 Ⅰ.
Author(s)	山地, 健次; YAMAJI, Kenji; 黒岩, 大助 他
Citation	低温科学. 物理篇, 13, 49-57
Issue Date	1954-12-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/17889">https://hdl.handle.net/2115/17889</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	13_p49-57.pdf



## 振動法による積雪の弾性及び粘性の研究 I\*

山地 健次 黒岩 大助

(低温科学研究所 純正物理学部門)

(昭和29年12月受理)

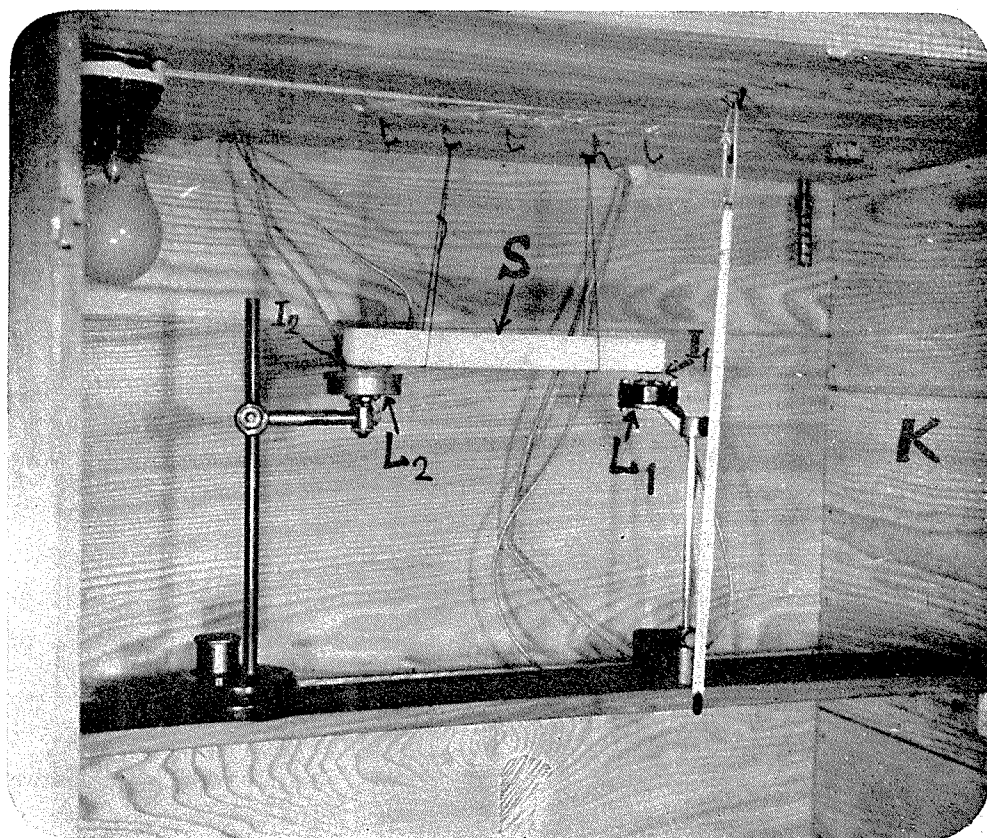
### I. 序

積雪に static な力をかけたときあらわれる弾性や粘性の研究は、すでに吉田<sup>1)</sup>, Edwin Bucher<sup>2)</sup>, 小島<sup>3)</sup>等によつて行われている。屋根の上に積つている雪が、次第に下つてきたり、又高山の氷河がゆつくり流れてくることなどからわかるように、雪や氷は固体としての性質の他に、液体としての性質—粘性—をもつていることは、明かなことである。このように弾性と粘性とが同時にあらわれる物質(粘弾性体)においては、static な方法でその弾性と粘性とを純粹に分離して測定することはむずかしい。なぜならば、粘弾性体に力を加えると、その瞬間に弾性に応じた歪みがあらわれるが、それと同時に、粘性による“流れ”が始まるからである。それ故、これまでの static な測定法では、雪はいわゆる Maxwell, 又は Maxwell-Voigt のモデルに従うところの粘弾性体であると仮定して、その弾性係数や、粘性係数が求められてきた。流れを起さないで雪の弾性係数や内部粘性係数を求めるには、瞬間的に力を加えることのできる振動法によるのが適當である。筆者等は従来この方面の研究に使用されている共鳴法<sup>4)</sup>によつて雪氷の弾性的性質を調べてゆくことにした。とりあえず、低温室に貯藏してあつた古い雪について測定を行つたので、その結果の一部を報告する。

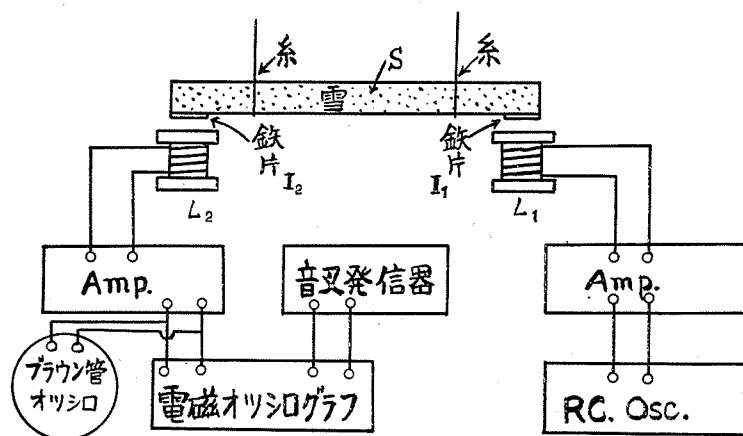
### II. 實驗方法

第1図は低温室内に設置された測定装置の外観を示す写真で、第2図は測定回路を示す略図である。第1図及び第2図において、Sは測定しようとする雪の試料であり、温度が任意に調節できる恒温槽Kのなかに保持されている。それは雪のかたまりから長さ20~30 cm, 幅及び厚さ2~3 cmの柱状に切りとられたもので、2本の細い糸で、恒温槽の天井からぶらさげられる。糸の位置は、雪の柱が振動したときの節点の位置と一致する。この雪の柱に外力を加えて振動を起させるために、柱の両端に厚さ0.2 mm, 大きさ $1 \times 0.8 \text{ cm}^2$ の鉄片をはりつける。鉄片をはるのは簡単で、一寸舌の尖端でなめて雪の上におけば、すぐ氷結してしまう。図で

\* 北海道大學低温科学研究所業績 第271號



第 1 圖 測定装置の内部, S は雪の試料



第 2 圖 測定回路配置圖

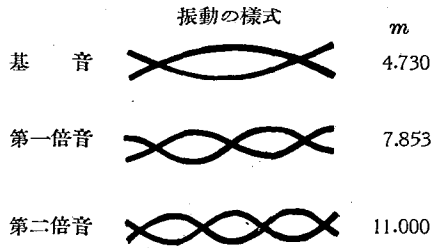
$I_1, I_2$ と書いてあるのがこれである。この鉄片と向い合わせて、約5mmの間隔をおいて、2個の電磁コイル  $L_1, L_2$ をおく。そして一方のコイル  $L_1$  (これを励振コイルとする) に交流電流を流すと、 $S$ は強制振動をおこして、他方のコイル  $L_2$  (これを受振コイルとする) に感応電流を発生する。励振のための交流電流は、通常のC・R型発振器の勢力を電力増幅して供給する。いまC・R発信器のバリコンを調節して、周波数を連続的に変えてゆくと、 $L_1$ に流れる電流の周波数が、雪の柱  $S$ の固有振動数と一致したとき、“共鳴”がおこつて  $L_2$ に流れる電流が極大に達する。 $L_2$ に流れる電流を増幅してブラウン管オシログラフで極大の位置を見つけ、電磁オシログラフで記録する。同時に、振動数のわかっている音叉発信器の振動をも記録し、その振動数を標準として雪の柱の固有振動数  $f_s$ を求める。 $f_s$ とヤング率  $E$ とは次の関係で結ばれているから、容易に雪のヤング率をきめることができる：

$$E = \frac{48\pi^2 l^4 \rho}{m^4 a^2} f_s^2 \quad (\text{C.G.S.}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに  $l$  は試料の長さ、 $a$  は厚さ、 $\rho$  は密度 ( $\text{g/cm}^3$ ) である。 $m$  は振動の様式できまる常数であつて、自由振動の場合は第3図に与えられているような値をとる。故にこの柱が基本振動で共振しているときは、 $m=4.730$ である。なお  $f_s$  は

試料の幅には関係しない。

雪の内部粘性係数  $\eta$  は、次のようにして求められる。まず、試料  $S$  を共鳴状態におき、オシログラフの記録装置に聯動させてあるスイッチを閉じて発信器を短絡し、 $L_1$  の励振をとめる。そうすると雪の柱は強制振動の状態から減衰振動の状態にうつ



第3圖 振動様式と  $m$  との関係

り、振幅の減衰状況がオシログラフに記録される。振動がすみやかに減衰するか、ゆつくり減衰するかは、試料の内部粘性の大きさに関係する。粘性があると試料の内部で摩擦がおこり、振動のエネルギーは、熱エネルギーとなつて失われる。もし試料が完全弾性体で、内部粘性にもとづくエネルギーの損失がないものとし、かつ、試料をつるしてある糸へも、又音となつて空気中へも、振動のエネルギーが逃げないものとする、試料はいつまでも自由振動を続けてゆく筈である。実際に、この測定法では、糸を伝つて支持物へ逃げるエネルギー、及び音となつて空気中へ輻射するエネルギーはほとんど無視してよいことがわかっている<sup>9)</sup>。

内部摩擦による振動エネルギーの消費は、内部粘性のため、加えられた応力と、それともなり歪との間の時間的なおくれが大きくなるほど大きくなる。従つて角振動数  $\omega$  をもつ振動的な力の場合における弾性体の Young 率は、一般には複素数であらわされる。即ち複素ヤング率  $E^*$  は

† コイル  $L_1$  の励振をとめるには、これに流れる交流電流を直接きつてもよい。しかし、コイルを含む回路を直接開くと、瞬間電流によつて試料  $S$  がはじかれるようになるので注意を要する。

$$E^* = E + i\omega\eta \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここに、 $i$ は $\sqrt{-1}$ 、 $E$ は動的ヤング率、 $\eta$ は内部粘性係数である。また応力と歪との間のおくれの角を $\delta$ とすれば、電気工学における誘電体との類推によつて、振動損失 $\tan \delta$ を

$$\tan \delta = \frac{\omega\eta}{E} \quad \dots\dots\dots (3)$$

と定義することが出来る。従つて内部粘性係数 $\eta^{\dagger\dagger}$ は、

$$\eta = \frac{E \cdot \tan \delta}{\omega} \quad \dots\dots\dots (4)$$

として求めることが出来る。ところで $\tan \delta$ は減衰振動のオッシログラムから容易に求めることができる。即ち、励振をとめてから、最初の振幅が $1/n$ に減衰するまでに要する時間を $t_1$ とすれば

$$\tan \delta = \frac{\ln n}{\pi \cdot f_s \cdot t_1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

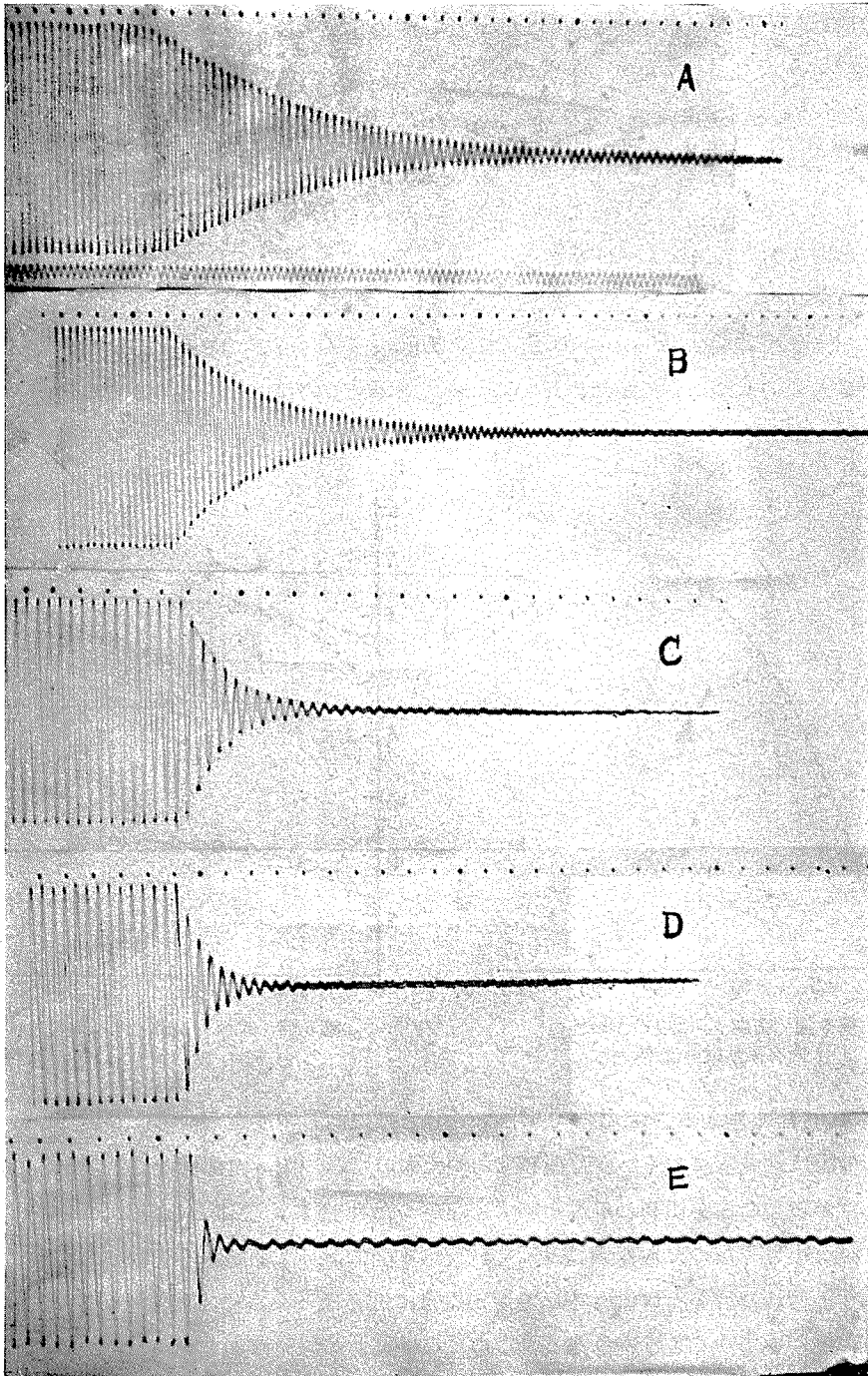
で与えられる。但し、ここにのべた関係は、励振振幅があまり小さくなく、且つ $\tan \delta$ が比較的小さい場合になりたつ近似式である。

### III. 実験結果

振動法で雪の弾性率及び内部粘性係数を求めることは、結局雪の柱の固有振動数及び振動振幅の減衰してゆく速さを求めることに帰することができる。

第4図は得られたオッシログラムの一例であつて、図においてA, B, C, D, Eは、雪の温度がそれぞれ $-37.0^\circ\text{C}$ 、 $-22.5^\circ\text{C}$ 、 $-15.5^\circ\text{C}$ 、 $-12.0^\circ\text{C}$ 、 $-3.0^\circ\text{C}$ のときの記録である。何れも左側の振幅一定の部分が強制振動、それから右が励振をとめてから減衰振動にうつつた部分である。各記録の上の小さな点の列は、時間間隔を示すタイムマークであつて、1間隔が1/100秒である。オッシログラムAの下側に振幅の小さい振動が連続的に記録されているが、これは周波数較正のために入れた音叉発信器の振動であつて、1サイクルの時間間隔は1/256秒である。一見して温度が高くなつてゆくほど振幅の減衰は著しいことがわかる。実際問題として、振動のエネルギーはごくわずかではあるが、雪をつるしてある糸へも、また音となつて空気中へも、輻射されてゆくのでそのため減衰は多少速められる。しかし、雪の内部粘性による減衰の方がはるかに大きいので、これらは一応無視することができる。これらの記録から得られる二三の結果についてのべよう。

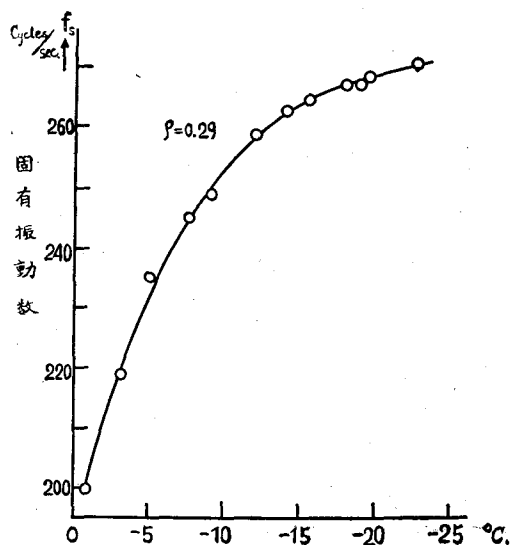
†† ここにいう粘性係数 $\eta$ はエネルギーの消散から定義されるもので、通常の意味における“粘性”とは異なることは注意すべきである。



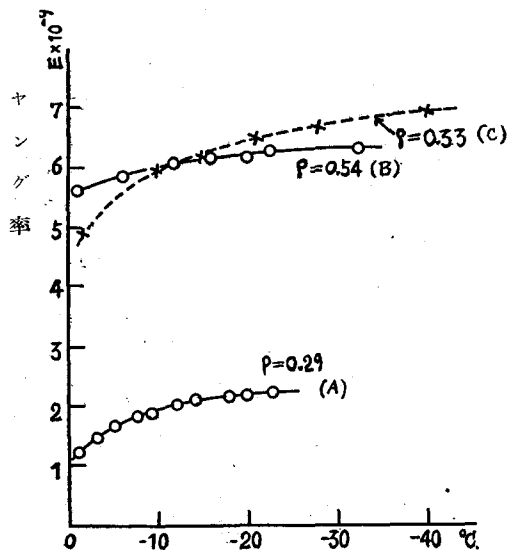
第4圖 振幅減衰の變化 A (-37.0°C), B (-22.5°C), C (-15.5°C)  
D (-12°C), E (-3.0°C) 雪の密度は 0.33

## i). 雪の Young 率の温度特性

まず雪の柱を基本振動で共振状態におき、温度を変えて固有振動数がどのように変化するかを調べてみた。第5図がその一例であつて、試料は長さ  $l=36.5$  cm, 厚さ  $a=4$  cm, 密度  $\rho=0.29$  の雪である。温度が低く  $-22.5^\circ\text{C}$  のときは、固有振動数  $f_0$  は 271 サイクル/sec であつたものが、温度が高くなつて融点に近づくと共に、急に減つて  $-10^\circ\text{C}$  では 250 サイクル/sec になつてしまう。このことは、温度が高くなると共に、雪のばねとしての強さをあらわす弾性が小さくなつてゆくことを意味するものである。このような  $f_0$  をつかつて、(1) 式よりいろいろな雪の Young 率を求め、雪の温度を横軸にとつて図示したものが第6図である。図において、曲線(A)は  $\rho=0.29$ , (B)は  $\rho=0.54$  の雪の Young 率を示す。(B)はばらばらにほぐした雪の粒を再び人工的にたたいてかためた雪について求めたものである。このように密度が大きく



第5図 密度  $\rho=0.29$  の雪の柱の  
固有振動数の温度変化

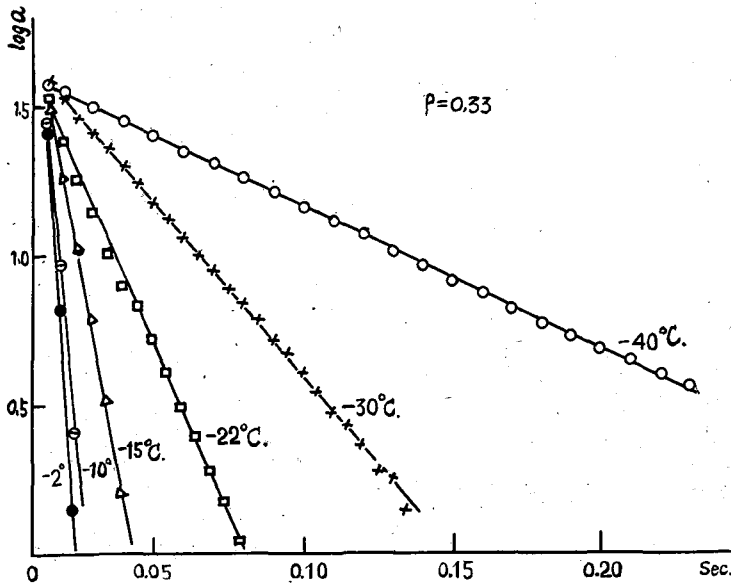


第6図 雪の Young 率の温度特性

なると Young 率も増える。ところで(C)は、(A)とほぼ同じ密度をもつ雪についての曲線であるが、この雪は低温室に古くから貯蔵してあつたものであつて、内部構造にむらがあり、均質な部分だけから雪の柱を切りとることができなかつたために、全体として Young 率が(A)の場合より幾分小さくなつたものと思われる。(第6図において曲線(C)の値は  $E \times 10^{-8}$  のスケールで示す) 何れの雪も、Young 率は温度が融点に近いほど小さく、温度が下ると共に増大して一定値に近づいてゆくようにみえる。このことは気温が低いほど雪がかたくなるということの意味している。

## ii). 雪の内部粘性の温度変化

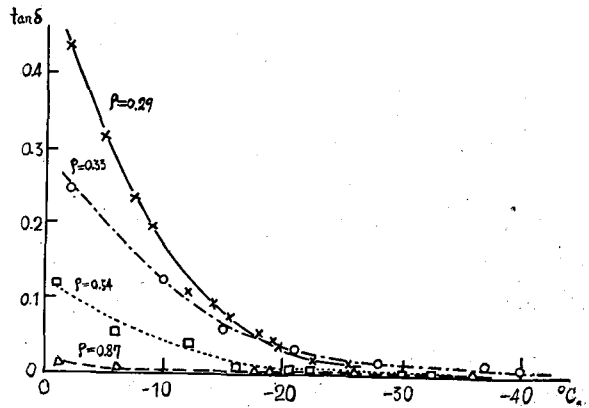
雪の柱の振動をとめると、振幅は exponentially に減衰してゆくが、その減衰の度合が温



第7圖 振幅の対数と減衰時間の関係

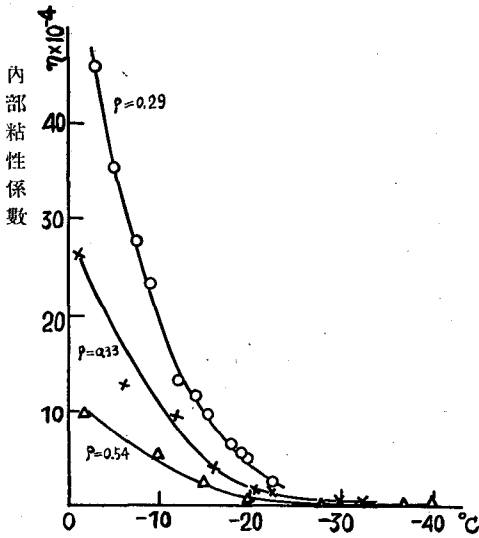
度によつてどう変るかを示したのが第7図である。図は減衰振動に移つた部分の振幅の対数を減衰が始つた時刻を時間の原点としてプロットしたものである。すべての点はよく直線の上のつてゐることがわかる。この直線の傾斜が減衰係数を与える。温度が融点に近いほど、直線の傾斜が大きいから、振幅は速やかに減衰し、温度が低いほどゆつくり減衰してゆくことがわかる。

いろいろな雪のいろいろな温度におけるオシログラフの記録から(5)式によつて  $\tan \delta$  を計算して図示したものが第8図である。 $\tan \delta$  は振動の1周期あたりに失われるエネルギーの損失の程度を示すものであるが、図から  $\tan \delta$  は雪の温度が融点に近いほど急に大きくなることがわかる。また密度の大きい雪は密度の小さい雪に比べ、 $\tan \delta$  は小さい。

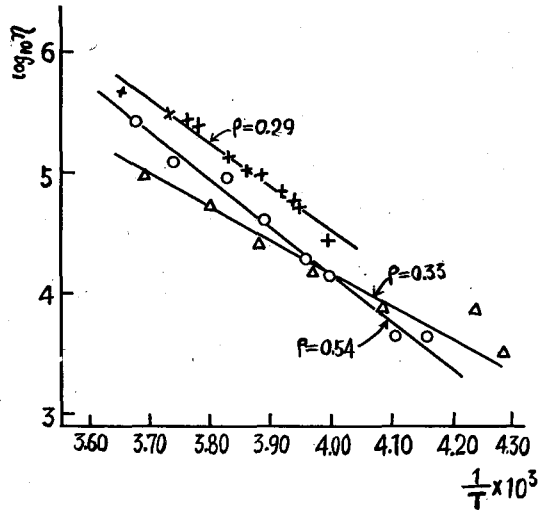


第8圖  $\tan \delta$  の温度特性

第9図は、第5図の Young 率と第8図の  $\tan \delta$  とを使つて、第(4)式から雪の内部粘性係数  $\gamma$  を求め、その温度特性を図示したものである。内部粘性も温度の上昇と共に増えてゆく。この  $\gamma$  の対数を絶対温度  $T$  の逆数に対しプロットしたのが第10図である。少なくとも測定された温度範囲では、 $\log \gamma$  は  $1/T$  に対して比較的良好な直線関係にあるから、形式的に



第9圖 雪の内部粘性係数の温度特性



第10圖 内部粘性の対数と 1/T との関係

$$\eta = \eta_0 \exp\left(-\frac{F}{RT}\right) \dots\dots\dots (6)$$

とおくことができる。ここに  $\eta_0$  は常数で、 $F$  は雪の“みかけ”の活性化エネルギー、 $R$  は気体常数である。第10圖の各々の直線の勾配から雪のみかけの活性化エネルギー  $F$  を計算してみると

- 18.25 キロカロリー/モル (密度  $\rho=0.54$  の雪)
- 12.7 キロカロリー/モル (密度  $\rho=0.33$  の雪)
- 12.3 キロカロリー/モル (密度  $\rho=0.29$  の雪)

となる。

#### IV. 結 語

上述の雪の粘弾性に関するデータは昨年の冬から低温室に貯蔵してあつた雪について得られたものである。実際の新しい積雪とは幾分様子を異にすると思われるので、より正確なデータと詳細な論議は次の報告にゆずるとして、大体次のことが言えると思う。

共振法により求めたヤング率  $E$  は雪の密度が増すと共に増し、温度が増すと共に減る。温度の影響は密度の小さなもの程大きい。

振動振幅の減衰の様子から求めた内部摩擦による振動損失  $\tan \delta$  は、温度が低いときは  $10^3$  の order であるが、融点に近づくと急に増えて  $10^5$  の order になる。この  $\tan \delta$  も又密度の小さな雪程温度の影響を大きくうける。

又内部粘性の温度特性から求めた雪のみかけの活性化エネルギーは1モルにつき10数キロカロリーであつた。

雪のこれ等の性質は、雪を構成している氷の性質と雪の多孔性が一緒になつて現われるものである。弾性率の温度変化は、低温では他の弾性体と同様であると見てよいが、比較的高い温度、殊に融点の近くでは、弾性的性質が多分に失われて粘性の部分 (quasiviscous component) が増してくるために、この実験の場合のような比較的高い周波数の振動に対しても、弾性率が減少すると共に、振動損失が非常に大きくなるのであると考えられる。

この研究は、一部北海道庁科学研究費補助金に依つた。ここに記して厚く感謝の意を表す。

### 文 献

- 1) 吉田順五・笹谷雅信・内海威彦 1948 積雪の弾性と匍匐. 低温科学, 4, 11.
- 2) Edwin Bucher 1948 Beitrag zu den theoretischen Grundlagen des Lawinerverbaus. Beiträge z. Geolo. Schweiz, Hydro., Lief., 6.
- 3) 小島賢治 1954 積雪の粘弾性. 低温科学, 物理篇, 12, 1.
- 4) 秋山 朗 1947 木材の振動並びに音響學的性質について. 東大理工學研究所報告, 1, 38.
- 5) 深田榮一 1950 木材の振動的性質 (1). 應用物理, 19, 130.

### Résumé

We have measured Young's modulus  $E$  and vibration loss  $\tan \delta$  of snow by the so-called "resonance method". The former is calculated from the resonance frequency  $f_s$  of a rectangular bar of snow by aid of the equation

$$E = \frac{48\pi^2 l^3 \rho f_s^2}{a^2 m^3},$$

where  $l$ ,  $a$  and  $\rho$  denote length, thickness and density of the bar, respectively.  $m$  is a numerical constant characteristic of the mode of vibration. The latter is determined in the following manner. When a snow bar is set free from its state of forced vibration its amplitude decreases exponentially with time. If we denote the time-interval required for the amplitude to decrease to half its initial value by  $t_{\frac{1}{2}}$ ,  $\tan \delta$  is given by

$$\tan \delta = \frac{\ln 2}{\pi f_s t_{\frac{1}{2}}}.$$

Young's modulus of snow thus measured proved to be of the order of  $10^9$  (C. G. S.) and to increase with increasing density and decreasing temperature.

Vibration loss of snow was about  $10^3$  for lower temperatures, but for the temperatures in the vicinity of the melting point it became as large as  $10^5$ . It showed the tendency to increase with decreasing density.

Activation energy, as estimated from the temperature characteristics of the internal viscosity coefficient, amounted to 12.3~18.3 kcal/mol.

The present experiments are only preliminary, in that the snow used was that stocked in our frozen room since last winter, so that the internal construction may differ considerably from that of fresh snow. Detailed discussions will therefore be left to future investigation, in which the measurements are to be carried out for newly deposited snow.