



Title	遠心分離器による積雪含水量の測定について
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 14, 55-75
Issue Date	1955-12-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17898
Type	departmental bulletin paper
File Information	14_p55-75.pdf



遠心分離器による積雪含水量の測定について*

吉 田 順 五

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和30年9月 受理)

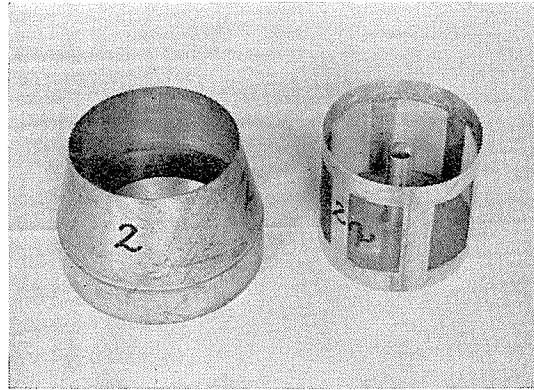
I. ま え が き

積雪の含水量の測定には、いろいろな方法が考案されていて、「雪氷の研究」第2巻には、これについて、多くの人々が報告を書いている。それぞれの方法には、それぞれの特長と欠点とがあるが、実用^の面からみると、遠心分離器をつかつて積雪のなかの水を分離する方法がもつとも適当のように思われる。菊谷照雄¹⁾の作った遠心分離装置は特にすぐれているのではあるまいか。ただ、菊谷のつかつたものも含めて、これまで使われてきた遠心分離器は、資料をいれる容器が、静止のときは垂れさがつていて、回転がはじまると水平になる形式のものであつた。これでは、資料としての雪を多量にとることができないし、また、回転に対する空気の抵抗が大きいので、回転速度を大きくするのも困難がある。

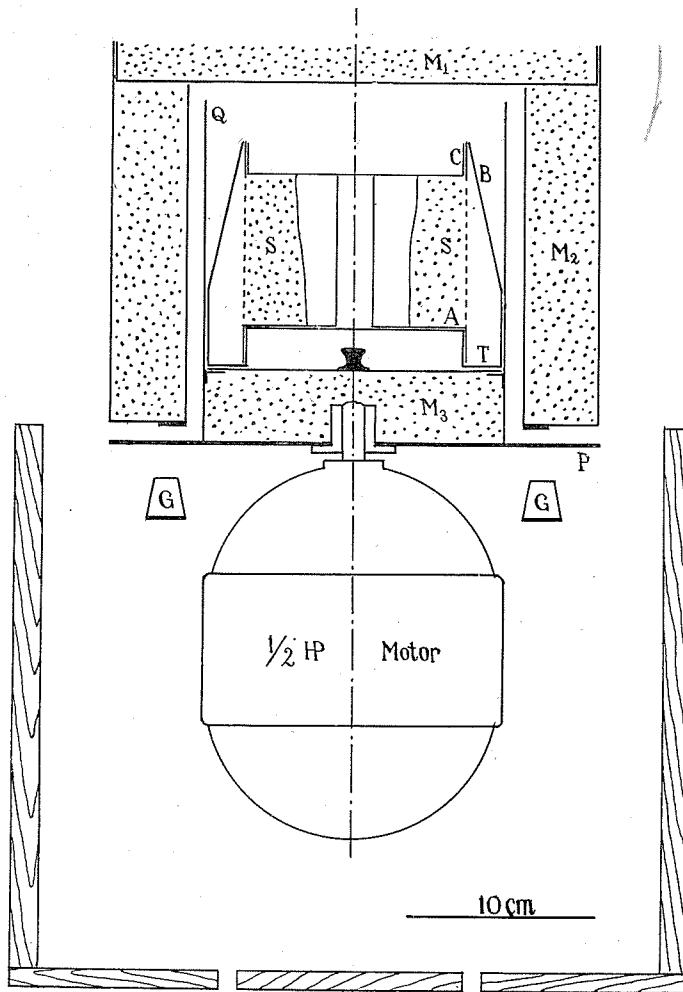
積雪は、いつぱんに、かなり不均一のものである。鉛直方向の不均一はよく知られたことであるが、水平方向にも不均一であつて、融雪期になればそれが益々ひどくなる。積雪表面でとけた水が下層にしみこんでゆくときには、水が通る特別の路が上から下の方にむかつてできあがる。こんなことから、殊に含水率などは、水平方向にも、ひどく不均一であると考えなければなるまい。このような不均一があるとき、われわれは、多くのばあい、まずその不均一をならした平均の値を求める。それで、含水率の測定器としては、多量の雪を資料にとつて、含水率の平均値を直接に測定できるようにするのがよいと思う。

このような意図のもとに、次節で説明するような遠心分離器をつくり、実際につかつてみた。その結果、いろいろな欠点もみいだしたのであるが、一応、雪の資料を多量につかひ、ある程度の成功はおさめたと考えるので、積雪含水量の測定法の確立が急務となつている現在多少とも参考になることを願つて、ここに報告するしだいである。また、遠心力によつて、積雪のなかを、水がどのようにして移動してゆくかを理論的に考察することも、含水量測定法を確立するうえに必要なことと考える。それで、これもまた頗る不完全な理論ではあるが、将来より優れた理論の生れることに期待をかけながら、ここに書き記すわけである。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第287号



第 1 圖 雪かご (右) と集水器 (左)



第 2 圖 遠心分離装置

II. 測定装置

資料の雪をいれる容器は、第1図の写真の右側に示した、トタン板で作った、直径12 cm、高さ12 cmの円筒形のかごである。第2図には、これを、Aの印で示してある。この雪かごの上縁と下縁とは、幅2 cmのトタン板の円環で、そのあいだは、幅2 cmのトタン板の柱でつながっている。この柱にもたせて、1.2 mm目の真鍮の金網がはつてある。底は、2 cmの高さのあげ底になつていて、その中心に直径2 cmのトタン板の円筒が立っている。雪かごに資料の雪をいれたあと、第1図の写真の左側の容器、すなわち、第2図にBと印した集水器にいれる。集水器は厚さ1 mmの鉄板製である。その上端の口の広さは、ちょうど雪かごの上縁とあうようになつているが、下部の方は直径が16 cmにふくれている。中央部の直径12 cmのあげ底とのあいだに、第2図でTと印した円環状の溝がつくられている。回転がはじまると、雪かごのなかの雪は、遠心力によつて外の方に押つけられ、その断面は第2図のSのような形になる。そして、金網を通して、しぼりだされた水は溝Tのなかにたまる。回転をとめてから、この水をメスシリンダーに移して、その量をはかるのである。第2図のCは雪かごの蓋である。

1/2馬力の電気モーターで回転するのであるが、モーターの軸に直接に厚さ2 mmの円板P(第2図)がとりつけてあり、Pには円筒Qが立っている。このQのなかに集水器がはまりこむ。円筒Qの下部M₂、回転しない大きな2重壁の円筒M₃、また、その蓋M₁には0°Cの雪をつめて、回転中に雪かごのなかの雪の資料がとけるのを防いだ。回転数は毎分1500である。遠心力の大きさは、雪かごの外周(直径12 cm)のところで、約150 g(g:重力加速度)である。

電源(A.C.100 V)とモーターとのあいだは、20 mの長さのキャプタイヤーコードでつながり、雪の上での持運びの便利のため、全装置は、運搬用の把手のついた大きな木箱にとりつけてある。なお、第2図のGはゴム塊で、遠心分離がすんで電源を切つたあと、Gを板Pにおしつけて制動につかうのである。制動しないと、1分間以上も回転がつづき、時間が不経済になる。

積雪層から雪の資料をとつて雪かごに入れてから、遠心分離器にかけるまでの間に、雪がとけるおそれがある。それで、2重壁のバケツをつくり、壁のあいだには雪をつめておく。資料を雪かごとつたら、それを直ちに、あらかじめバケツのなかに入れて0°Cに冷しておいた集水器のなかに入れる。そして雪をいれた盆でバケツの蓋をする。こうすれば、雪かごのなかの雪は、かなり長い時間、ほとんど融けることなく保存されるであらう。

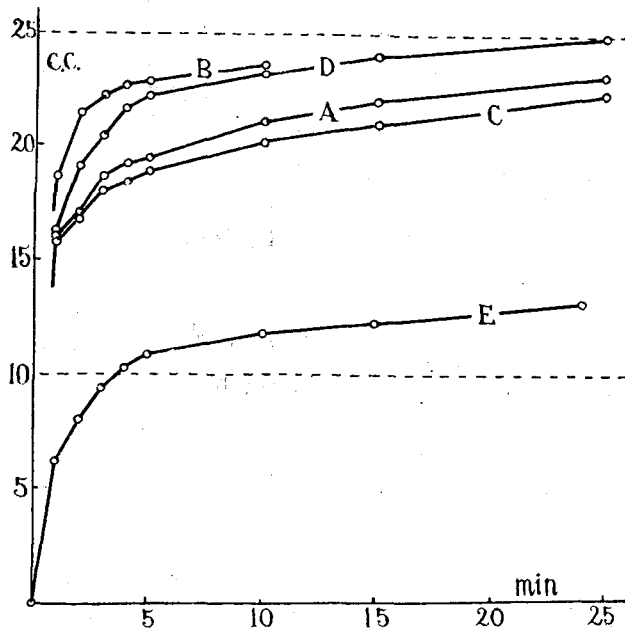
III. 測定結果

遠心分離器によつて水が分離されるのに、時間がかかるのは当然のことである。また、完全に水が分離されることは期待できない。この水の分離に要する時間、また、分離されずに残

る水の量をみるために、従来もしばしば行われて来たように、含水量0で温度は 0°C の雪に既知量の 0°C の水を加え、それを遠心分離器にかけてみた。

含水率が小さいであろうと想像される新雪、あるいは締り雪を雪かごととつて、 -10°C の低温実験室に数時間いれておく。すると、多少とも雪にふくまれていたかも知れない水は、すつかり凍つてしまう。この雪かごとを、内部が 0°C になつている前述の2重壁のバケツにいれそれを更に屋外の積雪のなかに埋めて1晩おく。こうすれば、雪かごのなかの雪は長時間 0°C の温度におかれるので、全体が 0°C にまで暖るが、融けるということはない筈である。実際、このようにした雪を遠心分離器にかけても水は少しも出てこなかつた。ピペットで 0°C の水の一定量をとつて、なるべく水が一樣に分布するように、こうした雪の上にもいた。そして、それを遠心分離器にかけたのである。

第3図は、全回転時間25分の途中で、なんべんか回転をとめ、その時々に分離された水の量を測定して、回転時間と分離される水の量との関係をもとめた結果である。AからEまで、5本の曲線があるが、それぞれについて、雪質、雪の量(水を含まない初めの雪の量)などは、図に書きそえた説明のように、ちがつている。加えた水の量は、Eが10ccで、あとはみ



第3圖 分離された水の量と回転時間との関係

	雪質	雪の量 (gr)	気温 ($^{\circ}\text{C}$)	水の量
A	新雪	247	+7.8	25
B	"	188	+5.2	25
C	しまり雪 (大粒)	264	+8.5	25
D	しまり雪	166	+9.7	25
E	"	166	+6.7	10

な 25 cc である。

水は、はじめの 1 分間のうちに、その 6 割か 7 割かが分離され、それからあと、5 分までは分離速度が次第におちてゆく。5 分までに分離されるのは 7 割 5 分から 9 割までである。それ以後、分離速度はほぼ一定になるが、その値はかなり小さい。このように、水の分離の経過には 3 段階があるようである。

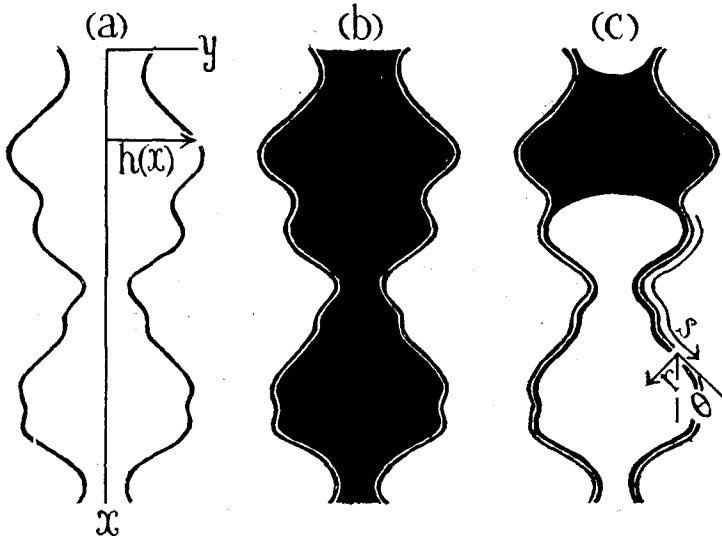
A と B とは同じ場所からとつた新雪であるが、B の方が雪の量が少なく、A のばあいの $\frac{3}{4}$ である。したがつて、同じ量の水を含んでいるばあい、雪の量が少ないほど分離が速いといふことができる。C と D とは、どちらも締め雪ではあるが、C の方が粒が大きく、水の分離は行われやすいと想像される。それにも拘らず、C の方が分離速度が小さい。これは、C の雪の量が D の 1 倍半以上にも多いためと考えられる。

E は締め雪であるが、4 分間の回転で、すでに、加えた水の量の 10 cc をこえる水の分離がおこっている。これは、明らかに、回転中に雪が少しずつ融けていたことを示している。回転部分を包む保護用の雪に何か欠陥があつたものと思われるが、調べたところでは、これと目に立つような欠陥はみいだされなかつた。したがつて原因不明であるが、回転中の雪の融解を防ぐのには、大浦²⁾・木下²⁾・菊谷¹⁾のばあいのように、保護用の雪も共に回転させるようにした方が確実であろう。

菊谷¹⁾の実験結果をみると、水の分離は、最初の 1 分間でほとんど完了している。これにくらべて、筆者のばあいの水の分離速度は非常に小さく、不成績である。菊谷のばあいは、資料の容器が懸垂されている普通の形式の遠心分離器をつかい、雪の資料をガソリンのなかに浸した点で、筆者のばあいとちがう。しかし、大浦²⁾・木下²⁾の考察によると、ガソリンに雪を浸すことは、水の分離速度をむしろ小さくすることになる。したがつて、菊谷のばあいに分離速度が大きいのは、懸垂式の遠心分離器をつかつたためと考えられる。この点に関して、この論文の第 VII 節で考察を加えるつもりである。

IV. 雪のなかの水の移動

前節で説明したように、雪のなかの水の分離には、だいたい 3 つの段階がある。このことから、雪に含まれる水の多少によつて、水の移動の仕方に差異のあることが想像される。第 1 段階は、遠心分離の初期 1 分以内に行われる分離で、この第 1 段階で全含水量の 6 割以上が分離されてしまうのであるから、この時期の水の移動は速いはずである。この時期では、雪のなかにまだ、多量の水が存在しているのであるから、水は、かなり広い範囲にわたつて連なつた、いくつかの連続体の形で雪の内部に散在しているであろう。雪のなかの空間が、第 4 図 (a) のような不定形の断面の細隙の集合であるとすれば、細隙のある部分は、図 (b) のように連続した水で満されていることになる。この点については、第 VII 節でさらに考察を加える予定である。



第4圖 雪のなかの細隙

第2段は、第1段のあとにつづく回転開始後5分ぐらいまでのあいだで、この期間に水の分離速度は次第に小さくなってゆく。つまり、水の移動速度がしだいに落ちてゆく。便宜上、つぎの第3段を先に考えることにするが、この時期には、水の分離度、したがって、水の移動速度はほぼ一定の小さい値をもつ。このときの雪のなかの水の状態は、第4図(c)のようになっているであろう。水は、雪のなかの空間のところどころで、小さな水滴の形で細隙の小範囲をみたし、表面張力によつて遠心力に拮抗しつつ、ほぼ安定な状態としてその位置にとどまっている。しかし、滴でみだされていない部分の細隙の壁には、うすい水の膜があつて、この膜は、遠心力の方向に、壁にそつて、徐々に流れている。そして、水の膜の流れを補給するのは滴自身なので、滴はしだいに小さくなってゆく。このような形で第3段の水の移動がおこなわれると考えるのであるが、実際に、小島賢治*は、融雪の研究のとき、このような形式の水の移動を観察しているのである(* 談話による)。

第2段は、第1段から第3段への過渡期として解釈するにとどめ、たちいつた考察は将来にゆずりたいと思う。

つぎの数節で、第1段と第3段とにおける水の移動を理論的に取扱おうとするのであるが、取扱いの困難のためにつぎのような仮定をする。雪のなかの空間は、第4図(a)のような、遠心力の方向にならんだ不定形断面の細隙の集合とする。しかし、この細隙は、管の形のものではなく、紙面に垂直な z 方向におなじ形で無限につづいている細隙である。したがって、水の運動は2次元運動となる。また、細隙の断面の形は、中心線に対して対称であるとする。この対称性の有無は、結果にさほど大きな差異をもたらすとは思われない一方、その存在は理論的取扱いを非常に楽にするのである。

細隙の中心線にそつて、遠心力の方向に座標 x を、それに直角の方向に座標 y をとる。細隙の幅の半分の長さは x の函数であるが、これを $h(x)$ であらわす。また、細隙の壁にそつて遠心力の方向にとつた長さを s 、壁の任意の点で細隙の内部にむかつて立てた法線方向の座標を r とする。 θ は、その点での切線方向と x 方向とのあいだの角である。

V. 第1段の水の移動

第4図(b)のような、不定形断面の細隙をみたして流れる水の流れを、理論的に取扱うのであるが、正確な取扱いは到底のぞめない。2枚の平面のあいだの細隙のばあいさえ、両平面が平行でないときには、正確な解は非常に複雑である³⁾。それで、ここでは、連続方程式は満足させるが、運動方程式の方は必ずしも満足させなくてもよいという立場で問題をとくことにする。ただし、正確に解くことのできる平行平面のあいだの水の流れのばあいを、特別のばあいとしてふくまなければならないという条件をつけることとする。

x -方向、 y -方向の速度を、それぞれ、 u 、 v であらわす。速度 v をみるのに、まず、細隙の壁で v は0 でなければならないが、また、細隙の中心線のところでも、対称性によつて、 v は0 でなければならない。すなわち、

$$(v)_{y=0} = 0, (v)_{y=h} = 0 \quad (1)$$

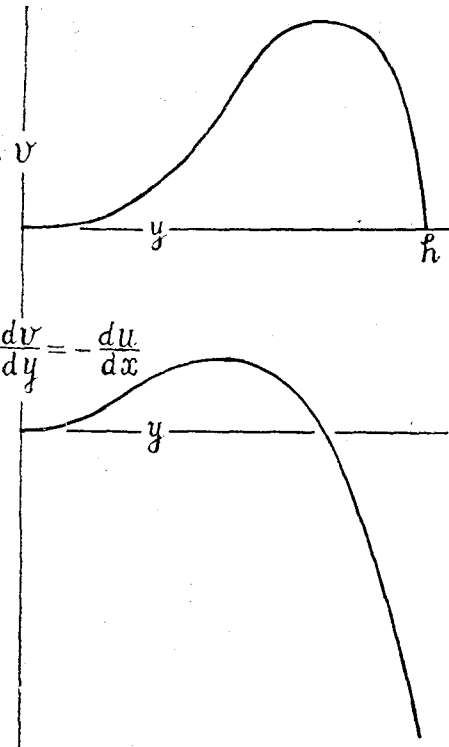
である。ところで、流れの方向に細隙の幅がひろがりつつある所を考えると、 v は一般に正でなければならないから、 y -方向の v の分布は第5図の上を示したような形になるであろう。

(細隙の幅がせばまりつつあるところでは、この図を上下倒さにした形のものとなる。)したがつて、 $\partial v / \partial y$ は第5図の下の方の図に示したような分布にならなければならない。この $\partial v / \partial y$ は連続方程式が満されているという条件から、 $-\partial u / \partial x$ にひとしい。

u については、細隙の壁のところでは u が0 になる点では v と同じであるが、対称性からみれば、中心線のところの条件は $\partial u / \partial y = 0$ となる。かくして

$$(u)_{y=h} = 0 \quad \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (2)$$

の条件がなりたつ。



第5圖 細隙の中の方向の v の分布

第5図の上の図に示されたような性質の函数 v には、いろいろなものが考えられるが、ここで、もつとも簡単で取扱いやすいものとして

$$v = \frac{a}{3}y^3 - \frac{b}{4}y^4, \quad 0 \leq y \leq h \quad (3)$$

を仮定する。 a, b は x だけの函数で y にはよらないものであるが、(3)式が(1)の条件をみたすためには、 a と b とのあいだに

$$\frac{4a}{3b} = h(x) \quad (4)$$

の関係が必要である。なお、 v は y の奇函数でなければならないから、 $0 \geq y \geq -h$ の範囲では $v = (a/3)y^3 + (b/4)y^4$ とする。

連続方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

によつて、(3)式の v から、 u として、まず

$$u = -Ay^2 + By^3$$

$$A = \int_0^x a dx, \quad B = \int_0^x b dx \quad (5)$$

がみちびかれるが、この u では、 $(u)_{y=h} = 0$ の条件を満足させることができない。それで、これを

$$u = A(h^2 - y^2) - B(h^3 - y^3) \quad (6)$$

と変更する。これならば、たしかに、 u の満すべき(2)式の条件にあつている。けれども、こうすると

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{d}{dx}(Ah^2 - Bh^3)$$

となつて連続方程式が成立しなくなるように見える。しかし、あとでわかるように、 $(u)_{y=0} = Ah^2 - Bh^3$ は x に無関係な常数なので、上の式の右辺は0となり、連続方程式は、やはり、満足されることになるのである。

u, v をあらかず式のなかには、未知函数として、 a, b, A, B の4函数がふくまれている。しかし、これらは、すでに(4)式、(5)式の3個の関係でむすばれているので、あとひとつの関係さえあれば、これら4個の未知函数の形は完全にきまる。

流量 Q 、すなわち、細隙の任意の断面を単位時間に通過する水の体積は、 x に無関係に一定でなければならない。流量を z -方向 (x, y -方向に垂直な方向) の単位長さについて考えれば、

$$Q = 2 \int_0^h u dy = \text{const} \quad (7)$$

である。したがつて、 $dQ/dx = 0$ なる関係がえられるので、これを使つて、上記の4つの未知

函数が知られる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{9Q}{2h^3} \left(\frac{4}{h} - \frac{3}{h_0} \right) \frac{dh}{dx}, & b &= \frac{4}{3h} a \\ A &= \frac{3Q}{2h^2} \left(\frac{9}{2h_0} - \frac{4}{h} \right), & B &= \frac{6Q}{h^3} \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{h} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

である。ただし、 h_0 は $x=0$ における h の値である。

(8) 式の値を (3) 式, (5) 式に代入すれば u, v となるわけであるが、それについて

$$\lim_{y \rightarrow h} \left(\frac{v}{u} \right) = \frac{dh}{dx}$$

の関係がなりたつ。これは、細隙の壁の付近では、水の流れが壁に平行になるという結果で、事実とあつている。しかし、さきにものべたように、細隙の中心線上の u の値、 $(u)_{y=0} = Ah^2 - Bh^3$ は $(3Q)/(4h_0)$ という、 x には無関係な常数となつてしまう。実際の水の流れは、このようになりそうもない。この結果は、 v を表わす式として (3) 式をつかつたことから、当然予想されることである。(3) 式によれば、 $(\partial v / \partial y)_{y=0} = 0$ であるから、連続方程式により $(\partial u / \partial x)_{y=0} = 0$ となり、中心線上の u の値は x に無関係になるはずだからである。実際のところ、 v 自身は $y=0$ で 0 にならなければならないが、 $\partial v / \partial y$ が 0 になる必要はないのである。しかし、 v を表わす式として 2 項式をつかうかぎり、(1) 式, (2) 式の条件をみたすものとしては、(3) 式がもつとも簡単な形なのである。中心線上の u の値が常数值になることは、この仮定に由来しているのであつて、この程度の理論の結果としては、やむをえないことであろう。

第 6 図に細隙の幅の上での u の分布を示してある。 u の分布は h/h_0 の比によつてちがう。あとで、 h_0 は h の平均値 \bar{h} にひとしくとるので、ここでも h_0 は h の平均値の意味にとつておく。図には、 h/h_0 を $1/2, 1, 4/3, 3/2$ にとつてあるが、 h/h_0 が $8/9$ よりも小さいあいだは、 $1/2$ のときとおなじように、 $y=0$ で u の値は極小値を示す。 $h/h_0=1$ のばあいの u の分布は、 $2h_0$ だけへだたつた平行な 2 枚の平面のあいだを流れる水の速度分布とおなじである。 h/h_0 が 1 より大きくなるにつれ、 $y=h$ での $\partial u / \partial y$ の値がしだいに減少して、 $h/h_0=4/3$ になると 0 になる。 $4/3$ をこえると、 $h/h_0=3/2$ のときの曲線に示したように、壁の付近で u は負になつて逆流があらわれる。逆流が現われると、水が壁に与える摩擦力が、全体の流れの方向とは逆方向に作用することになるが、このことは、のちにてくる $(X_y)_{y=h}$ の式にも現われている。

われわれの目的は、遠心加速度 G と流量 Q とのあいだの関係をもとめることであるが、そのために、ここでもまた、次の仮定をする。細隙の中心線に垂直な、厚さ dx の水の板を考えると、それには x -方向の力として、 $\rho G h dx$ (ρ : 水の密度) なる遠心力と、細隙の壁が加える摩擦力と、上下の面に作用する圧力とがはたらく。これらの力のため、一般に、水は加速度運動をするのであるが、ここに、その加速度は 0 であると仮定する。さらにまた、上下の面にはたらく圧力は互に釣合つていて、水の板の運動には影響をもたないと仮定する。そうすると、

この式の h_0 は $x=0$ での h の値である。ところで、われわれは、細隙のなかに連続体として存在する有限な量の水を考えて、この連続体の上端を $x=0$ の点にとつているわけである。この上端の位置は、水の連続体の移動とともにかわり、それにつれて h_0 の値もかわる。しかし、この h_0 の時間的变化を考慮することは非常に厄介なので、ここでは h_0 の値として h の平均値 \bar{h} を用いることとし、(10) 式を

$$\frac{Q}{G} = \left(\frac{2\rho\bar{h}}{3\mu} \right) / \left[\frac{1}{\bar{h}} \left(\frac{4}{h} - \frac{3}{\bar{h}} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \right\} \right] \quad (11)$$

の形にして使うことにする。

細隙の両方の壁がたがいに平行な平面で距離が $2\bar{h}$ のばあいには、正確に水の流れの問題をとくことができる。その正確な解は $(Q/G) = (2\rho\bar{h}^3/3\mu)$ であるが、(11) 式で $h = \bar{h}$ 、 $(dh/dx) = 0$ とおけば、まさに、この値になる。

VI. 第1段の水の移動 (つづき)

前節の(11)式の分母の平均値をもとめて、 Q/G の値をきめるのが次の問題である。 h の平均値 \bar{h} からの偏差を ξ とすると

$$h = \bar{h} + \xi \quad (12)$$

であるが、ここで、

$$|\xi| \ll \bar{h} \quad (13)$$

と仮定すれば、(11)式は

$$\frac{Q}{G} = \frac{2\rho\bar{h}^3}{3\mu} S(\eta, \beta) \quad (14)$$

$$S(\eta, \beta) = 1 / \{ 1 + (9 - \beta^2) \eta^2 \} \quad (15)$$

$$\eta^2 = \xi^2 / \bar{h}^2 \quad (16)$$

$$\beta^2 = \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \bar{h}^2 / \xi^2 = \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 \bar{h}^2 / \xi^2 \quad (17)$$

と書きなおされる。 η は細隙の幅の変動の度合いを示す量で、 η が大きいほど変動が激しい。したがって、 η が大きいほど、水の流れに対する抵抗が大きくなって Q/G の値は小さくなるはずであるが、実際に函数 S の値は η が大きいほど小さい。 $\eta=0$ は変動のないこと、すなわち、細隙の両方の壁が平行な平面であることを示すが、このとき函数 S の値は1となる。

β の値としては $\pi/2$ をとることにする。それは、つぎの理由によるのである。細隙の壁の断面の形は乱雑なものではあるが、それを表わす ξ と x との函数関係は、乱雑な力をうけてブラウン運動をおこなう調和振動子の変位と時間との函数関係とおなじであると仮定してもよいであろう。調和振動子のブラウン運動は乱雑ではあるが、振動子の自然振動の週期 λ をもつ週期運動に近い運動である。そして振動子の変位を ξ 、時間を t とすると

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \bar{\xi}^2 = \left(\frac{d\bar{\xi}}{dt}\right)^2$$

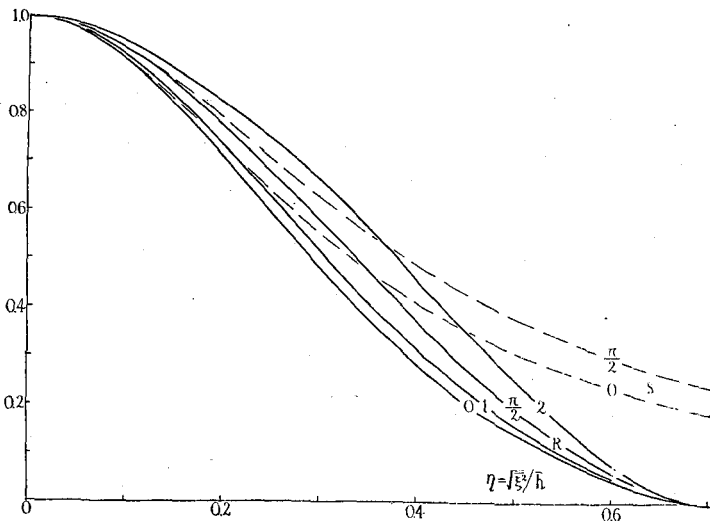
の関係がある。われわれの問題とする細隙の壁の断面の形も、やはり、近似的には週期をもつものと考えられ、その週期の半分が細隙の平均の幅 $2\bar{h}$ にほぼひとしいであろう。細隙は遠心力の方向にのみ考えてきたのであるが、実際には、雪の構造に方向性がないことから遠心力に直角な方向にも細隙は走つているとしなければならない。このことが、週期の半分が $2\bar{h}$ にひとしいと仮定する根拠である。かくして、細隙の壁の断面について

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \bar{\xi}^2 = \left(\frac{d\bar{\xi}}{dx}\right)^2 \quad (18)$$

$$\frac{\lambda}{2} = 2\bar{h} \quad (19)$$

がなりたつので、

$$\beta^2 = \left(\frac{d\bar{\xi}}{dx}\right)^2 \bar{h} / \bar{\xi}^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \quad (20)$$



第7圖 函数 $R(\eta, \beta)$, $S(\eta, \beta)$, 曲線に書き入れた数字は β の値

がえられる。第7図に、函数 $S(\eta, \beta)$ と $\eta = \sqrt{\bar{\xi}}/h$ との関係を、 $\beta=0$, $\beta=(\pi/2)$ のばあいについて、破線で示してある。 β の値が 0 と $\pi/2$ とのばあい、両方の曲線は、それほどは、かけ離れていない。これは、 β の値が $\pi/2$ から少しぐらい外れても、 S と η との関係には、たいした変化がおこらないことを示すものである。 β の値を $\pi/2$ としたのは(19)の関係によるのであるが、この関係は、実際には

$$\lambda = 2\bar{h} + 2\bar{d}$$

とした方がよいであろう。 \bar{d} は、細隙と細隙とのあいだの氷のしきりの平均の厚さである。

ρ_i , ρ_s を、それぞれ、水の密度、雪の密度とすると、この式は

$$\lambda \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_i} \right) = 2\bar{h} \quad (21)$$

となり、

$$\beta^2 = \pi^2 \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_i} \right)^2 \quad (22)$$

がえられる。(19)式は $(\rho_s/\rho_i) = (1/2)$ としたことにあたる。このように β の値は雪の密度によって変るが、以上のように、 β の変化は結果にあまり関係しないので、取扱いやすい $\pi/2$ という常数值に定めたわけである。

上の結果は、 h の偏差 ξ が \bar{h} にくらべて非常に小さいときのものである。ところが、われわれが積雪の内部構造から知るところでは、 ξ は大きく、 \bar{h} 自身と匹敵するくらいの偏差がおこることも決して稀ではない。しかし、(11)式の分母の平均値を、 ξ の大きなばあいについて、一般的なものとして求めることは困難である。それで、ここに

$$\xi = a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}, \quad a \leq \bar{h} \quad (23)$$

とおいて、(11)式の平均値を計算してみる。(23)式の偏差は特別なものではあるが、 ξ がブラウン運動をする調和振動子の変位と同形のものとする仮定が正しいならば、これによつて求めた結果も、かなり一般的なものになると考えられる。(23)式の ξ については

$$\xi^2 = \frac{a^2}{2} \quad (24)$$

であるが、まえのばあいと同様に

$$\eta^2 = \frac{\xi^2}{\bar{h}^2}$$

とすると、計算の結果、(11)式は次のように表わされる。

$$\frac{Q}{G} = \frac{2\rho\bar{h}^3}{3\mu} R(\eta, \beta) \quad (25)$$

$$R(\eta, \beta) = 1 / \left[\frac{1+6\eta^2}{\sqrt{1-2\eta^2}} - \beta^2 \left\{ 7 \left(\frac{1}{\sqrt{1-2\eta^2}} - 1 \right) - \frac{6\eta^2}{\sqrt{1-2\eta^2}} \right\} \right] \quad (26)$$

$$\beta = 2\pi\bar{h}/\lambda \quad (27)$$

函数 R は $\eta=0$ のとき 1 である。また、 $a=\bar{h}$ のとき、すなわち、 $\eta=1/\sqrt{2}=0.707$ のとき 0 となる。 $a=\bar{h}$ のときは、細隙は週期 λ へだたるとに塞がれるので流量 Q は 0 になるはずでこのとき $R=0$ になることとよく一致している。まえのばあいとおなじ理由で、 λ の値として $4\bar{h}$ をとると、 β の値は $\pi/2$ となる。

第 7 図に、 $\beta=0, 1, \pi/2, 2$ のばあいについて、 R と η との関係を実線で示した。 η の小さ

い値については、 β がおなじであれば、 R は S に一致している。 S は η の小さいときになりたつ一般的関係である。したがって、少なくとも、 η が小さいときには、 R もまた一般性をもつことがわかる。このことは、また、 η が大きいときの R の一般性に対する保証とも考えられよう。

以上の結果を雪のなかの水の遠心分離の問題にあてはめる前に、雪の通気度の問題にあてはめてみる。雪で板をつくつて、その両側の空気の圧力に差をあたえると、雪の内部に圧力勾配 dp/dx が現われ、そのために空気は雪を通過して流れる。空気の流れに垂直な単位面積について、単位時間のうちに雪を通過する空気の体積を q とすれば、通気度 ν は $q/(dp/dx)$ で与えられる。圧力勾配の方向に、さきに考えたような、不定形の細隙が並んでいるとし、この空気の流れに上の理論を応用してみる。(25)式での ρG がこのばあいの $\partial p/dx$ に相当することに注意すれば、簡単な考察によつて、

$$\nu = \frac{\bar{h}^2}{3\mu} \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_i}\right) R \left(\eta, \frac{\pi}{2}\right) \quad (26)$$

によつて通気度 ν が与えられることがわかる。 μ は、このばあい、空気の粘性係数である。

η の最大値は 0.707 であるが、 η の値としては、さきにものべたように、かなり大きな値を予想しなければならない。少なくとも、 η として、0.5 ないし 0.6 を考えるべきであろう。それで、 $\eta=0.57$ とし、これに対する R の値 0.1 をつかい、通気度 ν の測定値を利用して、(26) 式により \bar{h} を計算してみよう。 ν の値としては、最近、石田と清水⁴⁾ とがおこなつた、いろいろな雪についての測定結果を用いる。第 1 表の資料は、この測定結果から選択したものであ

第 1 表

雪の種類	ρ_s (gr/cm ³)	ν (cm ⁴ /sec-dyne)	\bar{h} (mm)	\bar{h}' (mm)
新 雪	0.16	0.20	0.35	0.16
	0.30	0.25	0.44	0.17
しまり雪	0.45	0.078	0.28	0.13
	0.38	0.102	0.30	0.14
	0.35	0.116	0.31	0.14
ざらめ雪	0.45	0.11	0.33	0.15
	0.44	0.61	0.40	0.18
	0.44	0.18	0.42	0.19

る。この表の \bar{h} は、 $R=0.1$ として求めたもので、雪のなかの空隙の幅 $2\bar{h}$ が 0.5 mm から 0.9 mm までのあいだにあることを示している。これは、直接の $2\bar{h}$ の観測結果と合致する値である。右端の列の \bar{h}' は、 $R=0.5$ 、すなわち、 $\eta=0.34$ として求めた \bar{h} の値で、 $2\bar{h}'$ が 0.25 mm から 0.4 mm までのあいだにあるという結果である。これは、雪のなかの細隙の幅としては小

さすぎであろう。それで、雪に関しては、 R の値として、0.1 をとるのが事実にあつていると考えられる。

この R の値 0.1 をつかつて、(25) 式により、細隙のなかを流れる水の平均速度 U を計算してみよう。 $U=Q/\bar{h}$ であるから、(25) 式により

$$U = \frac{2\rho\bar{h}^3}{3\mu} GR \tag{27}$$

となる。 ρ は水の密度で 1 gr/cm^3 、 μ は 0°C の水の粘性係数で 0.018 poise である。 $R=0.1$ 、遠心加速度 $G=150g=1.5 \times 10^8 \text{ cm/sec}^2$ とし、 \bar{h} の値としては第 1 表にあげた \bar{h} の平均値 0.35 mm をとると、 $U=680 \text{ cm/sec}$ となる。したがつて、細隙の長さが 10 cm で、そのなかに水が満ちていたとしても、その水は 1/68 sec のうちに流れでてしまうことになる。このように、第 1 段の水の分離は非常に速におこなわれるのであつて、事実上、瞬間的におわつてしまうと考えてよい。遠心力のために雪がしまつて \bar{h} が小さくなるとしても、この第 1 段の水の分離に要する時間が 1 sec をこえることはあるまい。菊谷は 105 g の遠心加速度をつかつて実験しているが、最初に加えた遠心力の継続時間は最小のもので 15 sec である。この 15 sec で、すでに水の分離は完全分離の 9 割に達している。もし、この継続時間を 1 sec にすることができたとしても、おそらく、同程度の水分離がおこつていたことと想像される。

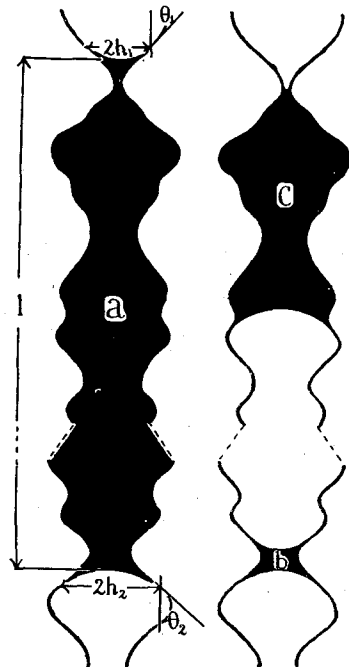
VII. 細隙内に停滞する水

自然の重力、あるいは遠心力をうけつつも、表面張力による支持をうけて、ある量の水の連続体は細隙のなかに停滞することができる。第 8 図に、そのときの水の形を示してある。細隙の幅はせまいので、連続体の上下の面の形は円弧と考えてさしつかえない。この円弧が細隙の壁と接する点で細隙にひいた切線と、細隙の中心線とのなす角を θ_1 、 θ_2 とし、その点での細隙の幅を $2h_1$ 、 $2h_2$ とすれば、 a を水の表面張力として

$$\rho Gl = a \left(\frac{\cos \theta_1}{h_1} - \frac{\cos \theta_2}{h_2} \right) \tag{28}$$

の関係がなりたつ。 l は水の連続体の長さ、 ρ は水の密度、 G は遠心加速度である。

第 8 図の a または b の形の停滞水が、もつとも起りやすいと考えられるが、このときは、 $h_1 \sim h_2 \sim \bar{h}$ とおけるので (28) 式を



第 8 圖 細隙中の停滞水。左は自然重力のばあい、右は遠心力のばあい。

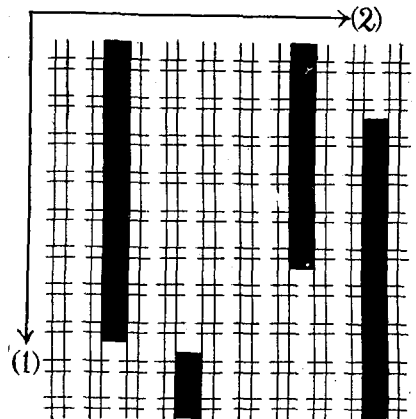
$$l \sim \frac{a}{\rho G \bar{h}} \gamma, \quad \gamma = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (28)$$

とすることができる。\$\gamma\$は1の何分の1かの値である。ここで、前節の値をつかつて、\$\bar{h}=0.35\$ mm, \$G=150\$ g, \$a=76\$ dyne/cm として計算すると、

$$l \sim 0.15 \gamma \text{ mm}$$

となり、水の連続体の長さは0.1 mmの何分の1かの程度である。遠心力をかけないで、自然のままの重力がはたらいているとすれば、この値の150倍、すなわち、1 cmあるいは何 mm という程度のものになる。第8図のaは自然重力をうけているばあいのもの、bは150 gの遠心加速度をうけているばあいのものを示している。特別のばあいとして、第8図cのように、\$h\$の非常に小さくなつたところに水の連続体の上端が位置して、\$l\$がかなり長くなる場合も起こりうる。このときは\$\theta_1 \sim 0\$で\$\cos \theta_1 \sim 1\$となり、\$h_1 \ll h_2\$なので、(28)式は\$l = a/\rho G h_1\$とかけられる。\$h_1 = \bar{h}/10 = 0.035\$ mmとし、\$G=150\$ gとすれば、\$l=2.1\$ mmとなる。これは\$l\$の値としては特に大きなものであるが、それでも2 mmの程度にすぎない。しかも、この水の連続体が、なにかの加減で、少し下の方にずれたとすると、上端の円弧の半径がまして表面張力の支持力がへり、連続体は運動をはじめてしまう。つまり、このような停滞水の状態は不安定である。かくして、自然重力のもとでは停滞水の長さは\$\bar{h}\$の何倍ないし何10倍の長さとなるが、150 gの遠心加速度のもとでは\$\bar{h}\$の何分の1かの程度になるわけである。自然重力のもとで、第8図aの形で停滞していた水の連続体に遠心力が作用して、水を移動させようとする力が150倍にもなると、その力に対して表面張力の作用は無視できるほど小さくなる。その結果、水の連続体は運動をはじめますが、その運動は遠心力の作用だけをうけての運動とみなして差つかえないことになる。うへの第V、第VI節でとりあつたのは、このように、水を移動させる力に対して表面張力の作用が無視できるような場合だつたのである。

密度 \$\rho_s\$ の雪の \$1 \text{ cm}^3\$ の内部に存在する空隙の全体的積は \$1 - (\rho_s/\rho_i)\$ にひとしい。ここに \$\rho_i\$ は氷の密度である。この雪の含水率が \$w\$ であるとする、空隙の全体的積のうち水でふさがれている部分の比率は \$(w\rho_s/\rho)/(1 - (\rho_s/\rho_i))\$ となる。この式の \$\rho\$ は水の密度である。いま、\$w=10\%\$、\$\rho_s=0.3 \text{ gr/cm}^3\$ とすると、この比率の値は0.045となる。いま、重力の方向に10 cmの厚さをもつた雪を考えると、それを通過している10 cmの長さの細隙の1本について、その長さの4.5%、すなわち4.5 mmの長さが水でふさがれているにすぎないことになる。ところで、4.5 mmという長さは、自然重力のもとでの停滞水、すなわち、第8図aの停滞



第9圖 自然重力のもとでの細隙のなかの停滞水の分布

水の長さの程度である。したがって、各細隙には、1つあるいは2つぐらいの割合で停滞水が存在しているとみてよいであろう。第9図は、このような停滞水の分布を模型的に示したものである。

いま、ここに、この重力の方向とおなじ方向(1)に大きな遠心力を作用させるばあいと、重力に直角な方向(2)に大きな遠心力を作用させるばあいを考えてみる。第1のばあいには、停滞水の長さの方向に遠心力が作用するので、遠心力の作用に対して表面張力の作用は無視できるほど小さくなり、前節でのべたような大きな速度で停滞水は移動してゆくであろう。したがって、第1段の水の分離は速かにおこなわれる。まえにもふれたように、雪の構造に方向性はないから、第9図の水平方向にも細隙が走っていると考えなければならない。第8図にはこれを破線で示してある。さて第2の場合には、この水平方向(2)に遠心力が作用することになるが、この方向からみれば、停滞水の長さは $2\bar{h}$ の程度しかない。したがって、遠心力の作用が表面張力の作用を凌駕して、水がこの方向に移動するとしても、第1のばあいにくらべれば表面張力の作用が強く、水の運動はそれに妨げられて速度が小さくなる。つまり、第1段の水の分離速度は、第1の場合にくらべて、非常に小さくならなければならない。

容器が、静止のときは垂れさがついで、回転がはじまると水平になる普通の形式の遠心分離器を使うばあいが、第1のばあいである。筆者の使った第2図の遠心分離器は第2のばあいにあたる。菊谷の測定は普通の形式の遠心分離器でおこなつたものである。第III節のおわりにのべた、初期の分離速度について菊谷のばあいと筆者のばあいのあいだにみられる大きな差異は、このようにして説明されると思う。

VIII. 第3段の水の移動

第IV節でのべたように、第3段の水の移動は、第4図(c)に示したような、細隙の壁の表面をうすい層として流れる水の移動である。座標 s 、 r を図に示したようにとり s の方向の水の速度を u とする。 r -方向の速度は、非常に小さいにちがいないから、全く無視する。水の膜は非常にうすいと考えられるので、水の膜の表面の形は細隙の壁の表面の形と全くおなじとしてよいであろう。そうすると、壁の表面の曲率と水の表面の曲率とは全くひとしい。いま、この曲率を κ であらわし、曲率の中心が壁のうちがわ、すなわち、細隙の空間と反対側にあるときに正にとることとする、水の膜の内部の圧力 p は

$$p = p_0 + a\kappa \quad (29)$$

となる。 a は水の表面張力、 p_0 は大気圧である。それで、定常な水の流れを考えるとすれば、運動方程式は

$$0 = -a \frac{d\kappa}{ds} + \rho G \cos \theta + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad (30)$$

となる。 G は遠心加速度、 ρ 、 μ はそれぞれ水の密度、粘性係数である。境界条件は、壁の表

面で $u=0$, 水の膜の表面で $\partial u/\partial r=0$ である。すなわち, 膜の厚さを δ とすれば,

$$u_{r=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=\delta} = 0 \quad (31)$$

である。この条件のもとに (30) 式をとくと

$$u = \frac{1}{\mu} \left(\rho G \cos \theta - a \frac{d\kappa}{ds} \right) y \left(\delta - \frac{y}{2} \right) \quad (32)$$

がえられる。壁の表面での剪断力 τ_0 は

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_0 = \left(\rho G \cos \theta - a \frac{d\kappa}{ds} \right) \delta \quad (33)$$

となる。

任意の点における水の膜の断面を単位時間に通過する水の量, すなわち, 流量 q は s に無関係でなければならない。したがって,

$$q = \int_0^\delta u dr = \frac{\delta^3}{\mu} \left(\rho G \cos \theta - a \frac{d\kappa}{ds} \right) = \text{const} \quad (34)$$

により, q の値が知れば, 壁の任意の点での膜の厚さ δ が求められる。

ここで, まず, (34) 式の括弧のなかの 2 つの項の大きさを比較してみよう。 $d\kappa/ds$ の大きさの程度をみるために, 第 VI 節で行ったように, 細隙の壁の断面の形を (23) 式

$$\xi = a \cos \omega x = a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

と仮定すると,

$$\frac{d\kappa}{ds} = a\omega^3 \frac{(1+a^2\omega^2) - a^2\omega^2 \{1 - (2/3) \sin \omega x\} \cos^2 \omega x}{(1+a^2\omega^2 \sin \omega x)^3} \quad (35)$$

となる。ここで, $\beta=2\pi\bar{h}/\lambda$, $\eta=a/\sqrt{2\bar{h}}$ とし, 第 VI 節でのべたのと同じ理由で $\beta=\pi/2$, $\eta=0.57$ とおくと, $a^2\omega^2=1.6$, $a\omega^3=920/\text{cm}^2$ となる。したがって, $d\kappa/ds$ の大きさは, だいたい, $a\omega^3$ の程度とみなしてよいことになり, $a=76 \text{ dyne/cm}^2$ をかけて

$$a \frac{d\kappa}{ds} \sim a a \omega^3 = 7 \times 10^3 \text{ dyne/cm}^2$$

がえられる。 $\rho G \cos \theta$ の大きさは ρG の程度であり, 遠心加速度 G を 150 g とすれば

$$\rho G \cos \theta \sim 150 \times 10^3 \text{ dyne/cm}^2$$

である。したがって, $a(d\kappa/ds)$ は $\rho G \cos \theta$ にくらべて, かなり小さい値になる。 G として自然重力加速度 g をとれば, 関係は逆になつて, $a(d\kappa/ds)$ の方がむしろ大きい。

$a(d\kappa/ds)$ を $\rho G \cos \theta$ に対して無視し, かつ, $\cos \theta \sim 1$ とすれば, (34) 式から, δ の近似式として

$$\delta = \{(\mu q)/\rho G\}^{\frac{1}{3}} \quad (36)$$

がえられる。 q がわかれば δ が計算でだせるので、 q の値を筆者の実験結果から求めてみる。第3図をみると、第3段の期間では、だいたい、10分間について1 ccの水が分離している。雪の資料をいれた雪かごの円筒面の面積が 300 cm^2 であることを使うと、この分離速度から、円筒面の 1 cm^2 あたり 1 sec 間に $5.5 \times 10^{-6} \text{ cm}^3$ の水が出てくることがわかる。ところで、円筒面の 1 cm^2 について、それに直角にたつ細隙の数は $n = \{1 - (\rho_s/\rho_i)\}/2\bar{h}$ であるから、細隙の壁の数は、その2倍の $2n$ となる。この $2n$ で、うへの $5.5 \times 10^{-6} \text{ cm/sec}$ を割れば q がえられる。雪の密度 $\rho_s = 0.3 \text{ gr/cm}^3$ 、氷の密度 $\rho_i = 0.92 \text{ gr/cm}^3$ 、 $\bar{h} = 0.35 \text{ mm}$ とすると、 $q = 2.9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{sec}$ となる。この q の値を(36)式にいれ、 $\mu = 0.018 \text{ poise}$ 、 $G = 150 \times 10^3 \text{ cm/sec}^2$ として δ を計算すれば

$$\delta = 3.3 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

たる数値がえられる。すなわち、水の膜の厚さは 3300 \AA で、だいたい光の波長の程度のものである。 q を δ でわると水の膜のなかの平均流速になるが、その値は、約 0.1 mm/sec である。これは柱時計の長針の先端が動く速さにはぼひとしい。

第8図bのような形で細隙のなかに停滞した水滴を源として水の膜が流れているとするとやがてこの水滴は消滅する。その時間は、水滴の体積を $2q$ で割つたものにひとしい。この停滞水の長さは、前に求めたように、 0.1 mm の何分の1かであるから、これを 0.05 mm としよう。また、停滞水の幅を $\bar{h} = 0.35 \text{ mm}$ として、両者をかけあわせたものを停滞水の体積とする。そうすると、停滞水の消滅に要する時間は5分という結果になる。雪のなかの1つの細隙にはこのような停滞水が、いくつか存在しているにちがいない。いちばん上手にあるものが、まず消滅し、ついでその次のものという具合にして消えてゆくものと思われる。

この研究は、文部省科学研究費によつて行つたものである。

文 献

- 1) 菊谷照雄 1955 手廻し遠心分離器による積雪の含水量測定法. 雪氷の研究, No. 2, 23.
- 2) 大浦浩文・木下誠一 1954 手廻し遠心分離器による積雪含水率の測定. 低温科学, A, 12, 61.
- 3) Tollmien, W. 1931 Strömung in konvergenten und divergenten Kanälen. Handb. d. Experimentalphysik. IV, 1, 257.
- 4) 石田完・清水弘 1955 積雪の通気抵抗. 低温科学, A, 14, 33.

Résumé

There have been devised various methods of determining the liquid water content of wet snow. Among them the most convenient for practical use seems to be the method of centrifuge, in which the liquid water contained in the wet snow is separated from it by an intense centrifugal force. Japanese researchers have been engaged in improving this method since many years ago and recently a centrifuge useful for measurement on the field has been successfully constructed by Mr. Kikuya. But this centrifuge is a hand-

driven one and it can take only a small quantity of snow at one time. Liquid water is never uniformly distributed in the melting snow and it seems desirable to take up a large quantity of snow sample in order to obtain a reliable value for its liquid water content. The present author put the snow sample in a large cylindrical cage (diameter: 12 cm; height: 12 cm) of which the cylindrical surface was made of tightly stretched fine wire gauze of 1.2 mm mesh. This cage is shown on the right side of the photograph in the text. The cage was then put in the water collector shown on the left side of the photograph. An electric motor rotated the water collector in a space maintained at 0°C by being enclosed on all its sides with double walls containing snow. The liquid water contained in the snow sample was pulled out by the centrifugal force through the cylindrical gauze of the cage and was collected in a ring-formed groove at the bottom of the collector after having run down along the inner side of its sloping wall.

In order to test the performance of this centrifuge a known quantity of snow of temperature 0°C containing no liquid water was put in the cage and a known quantity of water of temperature 0°C was added to the snow. With such snow samples containing known quantity of liquid water the rate of its separation from the snow was determined with the results shown in Fig. 3 of the text. In the first one minute of rotation 60-70% of the liquid water was separated. The rate of separation was then gradually diminished; 10-25% of the liquid water was still left unseparated in the snow at five minutes after the beginning of the rotation. After this the liquid water came out at a constant small rate of about 0.1 cc/min.

The rate of separation of water must depend on the rate at which the liquid water contained in the snow is moved by the centrifugal force through the canals formed between the ice grains composing the snow. Let the canals be assumed to be fine slits of width varying randomly along their length. Then the motion of water inside of them can be treated as a two-dimensional problem. In the early stage of separation when the liquid water is still plentiful in the snow, the water will be distributed in it in the form of long islands filling some lengths of the canals. The mean velocity U of movement of such water islands caused by the centrifugal force was deduced theoretically with the result:

$$U = (2\rho G \bar{h}^2 / 3\mu) \cdot R(\eta),$$

$$R(\eta) = 1 / [(1 + 6\eta^2)(1 - 2\eta^2)^{-\frac{3}{2}} - (\pi/2)^2 \{(7 - 6\eta^2)(1 - 2\eta^2)^{-\frac{1}{2}} - 7\}],$$

$$\eta^2 = \xi^2 / \bar{h}^2,$$

where ρ : density of water
 G : centrifugal acceleration
 \bar{h} : mean half width of the slit
 μ : viscosity of water
 ξ : deviation of half width of the slit from its mean \bar{h} .

By the use of the following numerical values: $G = 150 \times 980 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $\bar{h} = 0.35 \text{ mm}$, $\eta = 0.57$ which gives $R = 0.1$, the mean velocity U of the water islands turned out to be about 7 m/sec. Therefore the water islands will run out of the snow instantly at the moment of the start of rotation, leaving after them here and there in the slits small drops of water which are held there by the surface tension α of their surface. In this state very thin films of water, taking their rise from the hanging water drops, will be running down along the walls of the slits. A theoretical consideration gave the mean velocity U' of such water films in the form:

$$U' = (\delta^2/\mu) \{ \rho G \cos \theta - a (d\kappa/ds) \},$$

where δ : thickness of the film
 θ : angle between the tangent of the wall of slit and its axis
 κ : curvature of the surface of the wall of slit
 s : length along the wall of slit.

In the case of $G = 150 \times 980 \text{ cm/sec}^2$, it can be shown that $\rho G \cos \theta \gg a d\kappa/ds$. This equation, in conjunction with the fact that the separation rate of water from snow was about 0.1 cc/min in the later stage of the separation, gave U' and δ the values 0.1 mm/sec and $3.3 \times 10^{-5} \text{ cm}$ respectively. These values of the velocity U' and the thickness δ of the water film are of the same order of magnitude as the velocity with which the tip of the long hand of a clock moves and the wave length of visible light respectively.