



Title	積雪層の粘性圧縮 Ⅰ.
Author(s)	小島, 賢二; KOJIMA, Kenji
Citation	低温科学. 物理篇, 14, 77-93
Issue Date	1955-12-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17899
Type	departmental bulletin paper
File Information	14_p77-93.pdf



積雪層の粘性壓縮 I.*

小島賢治

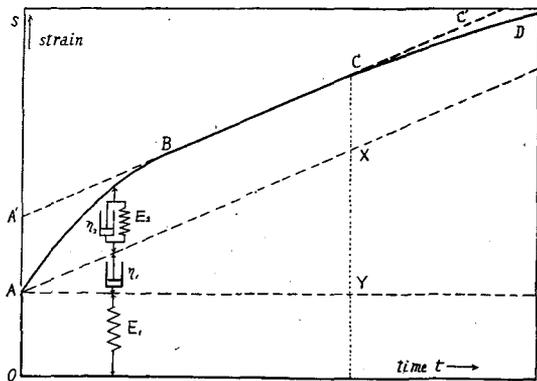
(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和30年10月受理)

I. はしがき

積雪の中から雪の柱を切り出して鉛直に立て、その軸方向に一定の圧力を加えておくと、雪は次第に縮んで行く。その際の縮みかたを歪時間曲線であらわすと、第1図に示した曲線OABCのようになり、この曲線は同じ図に示したようなバネと緩衝器からなる模型の歪に対応して、粘弾性係数 E_1 , η_1 , E_2 及び η_2 によりひとつの式であらわすことが出来る。このことは既に吉田順五¹⁾, M. de Quervain²⁾ などの論文に報告されて居り、又筆者も雪の温度と雪質とをいろいろ変えてこれらの係数を測定し、

その結果を前に報告した³⁾。雪に圧力を加えると、その瞬間に先ず第1図にOAで示したように弾性歪が見られる。次いで粘弾性歪 \widehat{AB} が起り、荷重してから数分以内にほぼ一定の速さで粘性歪BCが進行するようになる。雪に圧力を加えてから20分ないし30分というような時間内の雪の歪に対しては(第1図の例のように)弾性歪は相当地に大きな割合を占めるのであるが、圧力を加えてからの時間が長くなるにつれて、



第1図 積雪の歪と時間との模式的関係

η_1 による粘性歪の占める割合の方が次第に大きくなる。従つて、積雪の何日間にも及ぶ圧縮を取扱うような場合には、弾性歪の方はほとんど無視して η_1 だけを問題にすればよいことになる。ところで、 η_1 の値は、前に報告した実験では、(第1図について云えば) 直線BCの傾きと圧力の強さとから求めたのであるが、その際の測定時間は大抵の場合荷重してから10分ないし20分間であつた。そして、この程度の時間内でも、BC部分は厳密に直線ではなく、歪の増加速度がわずかずつ減るような、曲率のごく小さい曲線であつた。これを直線とみなして粘性係数

* 北海道大学低温移学研究所業績 第285号

を求めた場合が少なくなつたのである。このような例では測定時間を更に長くすると、歪時間曲線は幾分誇張して示せば第1図の \overline{BCD} のようになり、これをひとつの直線で近似すれば η_1 の値は \overline{BC} 部分から求めた値より大きくなる。従つて1日に雪がどれほど縮むかというような問題に対しては、前に求めた η_1 の値をそのまま使うことは出来ない。

ここに述べたようなことが起るのは、雪の圧縮と雪の結晶の昇華変形とが互に関連して、積雪の粒子構造を僅かずつではあるが絶えず変えて行くため、 η_1 の値が時間とともに大きくなることに原因すると考えられる。したがつて自然のままに積っている状態での雪の粘性係数とその雪をとり出して上に述べたような実験によつて短時間に測定して得られる粘性係数との間には本質的な差が存在すると考えられる。今までの測定者のうちでは、Edwin Bucher⁴⁾が最も長い時間にわたる荷重による歪を測定しているが、それでもそれは7日間にすぎない。1カ月或は2カ月というような長い期間荷重されたままの状態である雪の粘性係数の値は未だ報告されていないのである。

それで、筆者は1954年12月下旬から1955年3月末までの間、数日おきに積雪の中に穴を掘り、積雪断面について積雪各層の厚さと密度の精密な測定を行い、その結果から積雪の各層の厚さの変化(或は密度変化)の速さと各層が受ける雪圧との関係を求め、自然に積っている状態での雪の粘性係数を計算した。そしてその値が日を経るに従つて如何に変わるかについてしらべ、最後に、層の厚さの時間的变化を、その層が受ける雪圧と粘性係数とを含めて、時間の函数としてあらわすことを試みた。

II. 積雪の断面測定

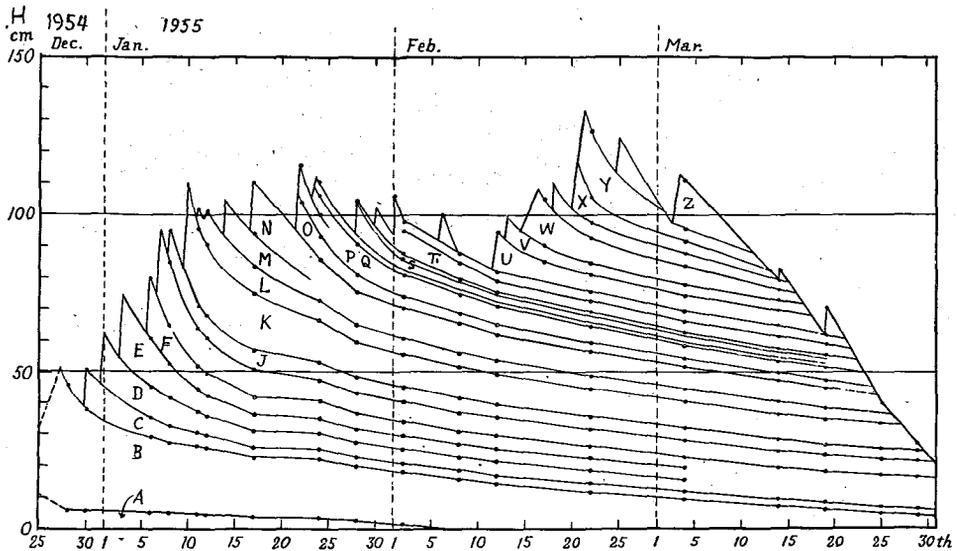
1954年12月下旬から1955年3月末までの間、数日おきに野外(北大構内)の積雪に鉛直に断面を切り、切口の面に見られる水平の縞を目印にして地面から雪の表面までを幾つかの層にわけ、各層の厚さと密度を測定した。だいたい引続いて降積つた雪の層で、その前後の降雪で出来た層とのあいだにはつきり区別がつく部分は、これをひとつの層とし、下から上へ順にA, B, C……などと名前をつけた。例えばB層と名附けた部分の雪は、5日間にわたる数回の風雪で出来たものであるが、切口で見ると一様に見えるので、これをひとつの層とした。又、結晶形が異なる非常に薄い層が幾つも重なつているようなものは、薄い層をひとつひとつ区別せず、これらをまとめてひとつの層としたものもある。

写真1にあるような物指の一端を土の表面に立て、層の境界線の高さを読みとつてそれらの差から各層の厚さを求めた。雪の密度は自作のバネ秤比重計で測定した。比重を測るための試料は厚さ3.0 cm, たて、よこ $7.0 \times 5.8 \text{ cm}^2$ の直六面体で、比重の値は0.001までよんだ。試料をとるためのサンプラーは断面に垂直に差込んだ。積雪に断面を切る際には、前回の切口より少くとも50 cm掘り進んで、測定の為に雪に掘つた穴の影響を避けるようにした。そして、切口を作つた直後、密度の測定を始める前に、雪の温度も測定した。温度は直径4 mmほどの

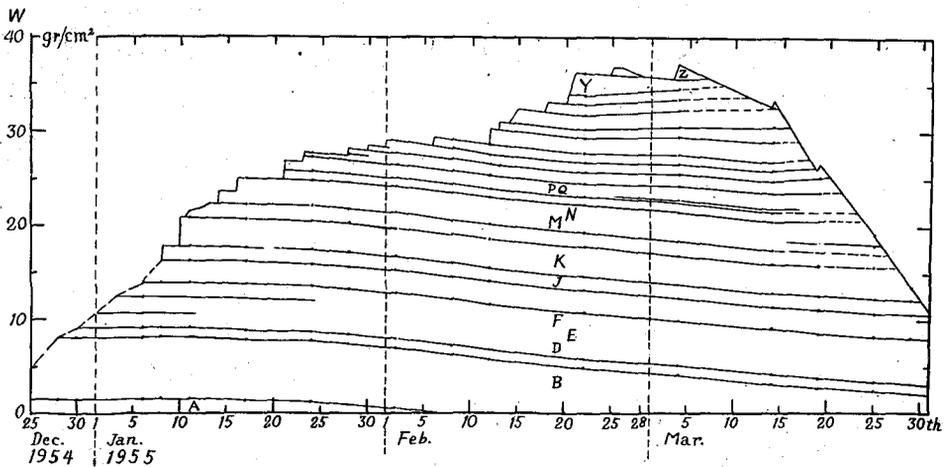
細いアルコール寒暖計を雪の中に水平に差込み、3分後に示度を読んで決めた。又、密度を測定した雪の試料は捨てずに、あらかじめ 0°C 以下の温度に冷しておいた木の箱に収めて -5°C の低温室に持込み、雪の粒子の顕微鏡写真を撮影した。

III. 測定期間中の積雪の成層状況

前章で述べたような方法による積雪の断面測定の結果から、積雪全体の深さと、これをかたちづくる各層毎の厚さとの変化を図示したのが第2図(a)である。各層の厚さと密度との積



第2図(a) 積雪の深さと成層の変化(札幌)
(H: 地面からの高さ)



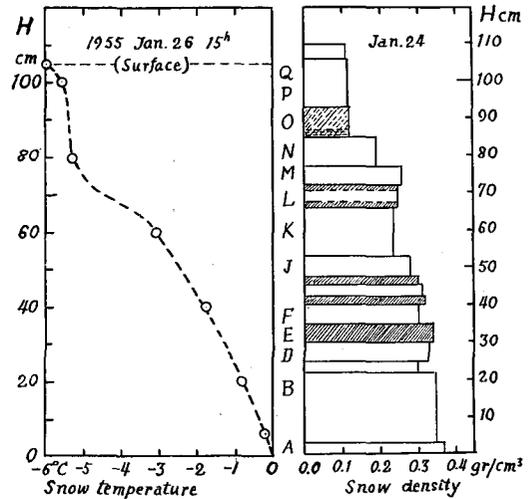
第2図(b) gr/cm^2 であわした各層の積雪水量の変化
(層は第2図(a)と同じ)

により各層毎の水量を gr/cm^2 単位で求め、これらを下層から上層へと順に重ねていくと積雪全体の重量成層が求められる。これが根雪の期間中如何に変化したかを示すのが第2図(b)である。第3図には1月24日の雪の密度の垂直分布と、それから2日後に測定した雪の温度の垂直分布を例として示した。

積雪内部のひとつの層の水量は、水蒸気の昇華蒸発による水量の増減を無視すれば、上層から融雪水又は雨水が滲み込んでその層の中に溜るといことが無い限り一定とみなしてよい筈である。けれども、実際には観測地の地面に凹凸が

あつたためか、地面に近い下の方の層の水量の測定値は必ずしも一定でなかつた。しかし、積雪の中ほどの数個の層については、水量の実際の測定値が3月はじめ迄は一定値を保つていた。それで、大部分の層については、密度と厚さの測定値の積の3月はじめ迄の平均値を求めこれを各層の水量とし、その値が融雪期前では変わらないとして第2図(b)をかいたのである。ただし、地面に接している層は地熱の為に融けるから、水量は次第に減少して行く。したがつて、その上にある大部分の層のさかい目の曲線は右下りになつている。積雪表面で融雪が起るときは表面層の水量は減るが、融雪水の一部はその下の表面に近い層に貯えられ、この水を貯えた層はざらめ雪にかわる。このような場合には層の水量が増すのであつて、第2図(b)の右上の方にこのことがよくあらわれている。

積雪層の圧縮粘性係数の時間的変化を取扱うためには、雪の層の性質がなるべく一定の条件の下に変化する場合の方が都合がよい。したがつて、「しまりゆき」から「ざらめゆき」へ変るといようなことはなるべく長い間起らないことが望ましい。1954年12月末から1955年2月はじめまでは気温が特に高い日がなく、積雪内部の温度が 0°C に達したことは一度もなかつたので、この間に降積つた雪には、融雪によるざらめ化が殆んど見られなかつた。2月になつてからでも、その頃はすでにこれらの層の上には新しい層が重つていたため、融雪の影響を受けずに締雪のまま融雪期迄持続した。それで、粘性係数の測定はすべてこの時期に積つた層にかぎることにした。なお、例年では気温が非常に低い日が続いて、積雪内部に大きな温度勾配が持続し、霜ざらめゆきが出来ることが珍しくないが、此の年にはこのような条件もなかつたため霜ざらめの発達も見られなかつたのは好都合であつた。写真1は3月4日の積雪の切口である。これから融雪期に入るとい時で、それまでも数回積雪表面で融雪があつたにも拘



第3図 積雪の温度(左)と密度(右)の垂直分布の測定例 (H: 地面からの高さ)

らず、PQ層以下の1月25日前に出来た層は殆んどざらめ化していない。1月初旬に降つた層のうち、E、G、I層及びL層の一部は切口が黒く見えるが、これはざらめゆきではない。降つたときの結晶形のちがいのため、光の反射率が幾らか小さいだけである。

IV. 積雪各層の圧縮粘性係数

積雪のひとつの層について、降積つた時の密度を ρ_0 、厚さを H_0 とし、それから t 日後の密度を $\rho(t)$ 、厚さを $H(t)$ であらわす。この層の雪粒が昇華変形だけをおこなつて、融雪水によるざらめ化がない間は

$$\rho(t)H(t) = \rho_0 H_0 = w = \text{const.}$$

として差支えない。 w はこの層の水平単位面積あたりの質量(水量)である。この仮定を用いれば、層の圧縮は厚さ H の変化であらわすかわりに密度 $\rho(t)$ の変化であらわしてもよいわけである。測定精度の点から、この後に述べる層の圧縮の測定結果はすべて密度の変化から求めたものである。第4図には、第5図以下の結果を

計算して求めるために用いたB、F、J、K、M+N及びOの各層の密度の変化とK層及びO層の厚さの変化の測定値を示してある。密度或は厚さの変化の速さには当然雪の温度が影響するのであるが、そのための変化の速さの変動は、測定場所が次々と変るために生ずる測定値の変動と同じ程度である。それで、温度は考慮しないこととし、第4図の曲線も測定点を忠実にまもらず、変化の速さが単調に減少するように引いてある。

今、時刻 t と $t+dt$ の間に或る層が一定の圧力 $P(t)$ を受けて一定の速度で縮むとする。この間の雪の歪を $(ds)_t$ とすれば、

$$(ds)_t = \frac{H(t) - H(t+dt)}{H(t)} = \frac{\rho(t+dt) - \rho(t)}{\rho(t+dt)} \quad (1)$$

この dt 間の歪の増加速度 $\left(\frac{ds}{dt}\right)_t$ が圧力 $P(t)$ に比例するとすれば、比例常数を $\frac{1}{\eta(t)}$ として、

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_t = \frac{P(t)}{\eta(t)} \quad (2)$$

となる。 $\eta(t)$ は t と $t+dt$ の間のこの層の圧縮粘性係数である。そこで、時間の単位に日(day)

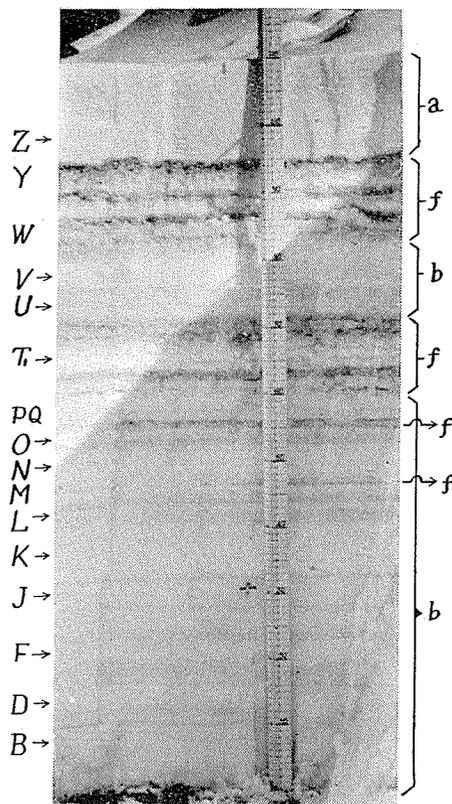
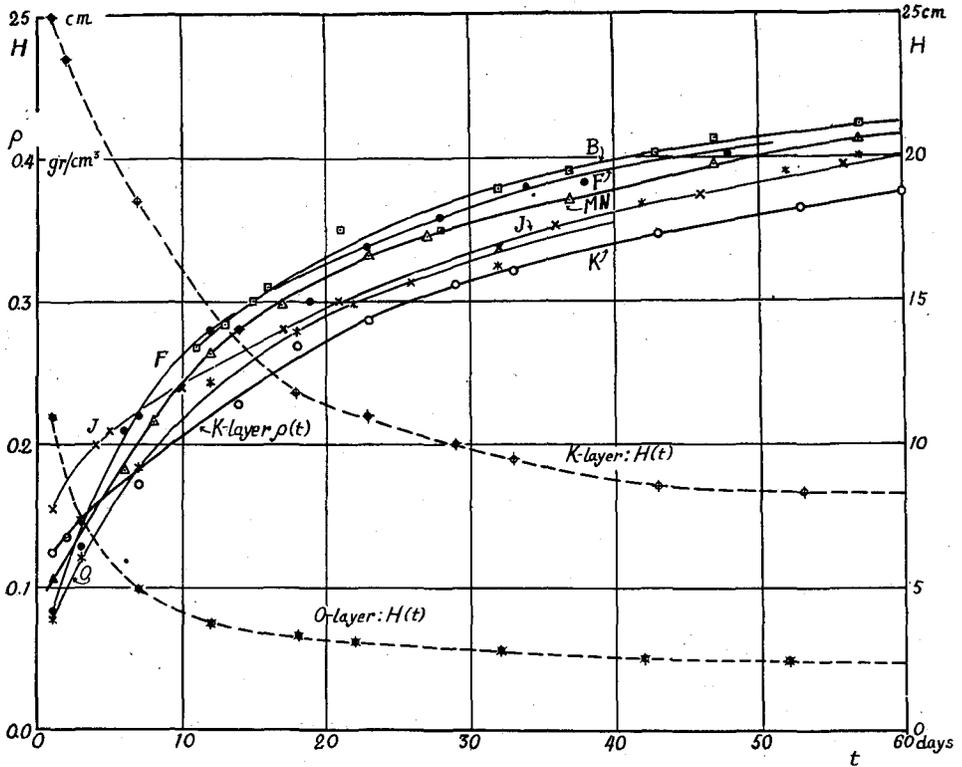


写真 1 積雪の断面の例 (1955年3月4日)

左側の記号は層の名 (第2図、第3図の名称と同じ)。右側の記号は—a: 新雪, b: 締雪, f: ざらめ雪—という意味。



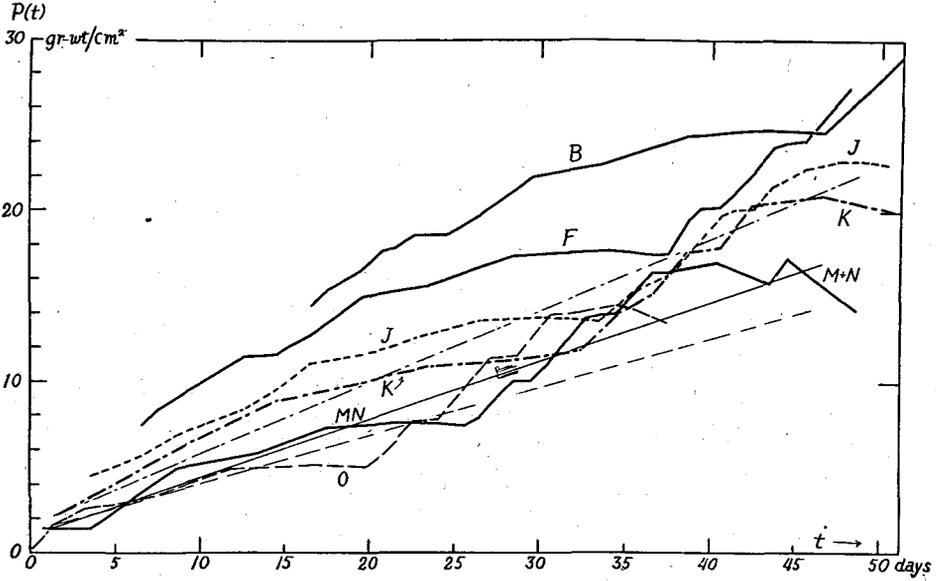
第4圖 積雪各層の密度 ρ と厚さ H の変化
(t は降つてからの経過日数)

を用い、1日の間では $\left(\frac{ds}{dt}\right)_t$ 、 $P(t)$ 及び $\eta(t)$ が一定であると仮定して、ひとまず $dt=1$ day とすると、

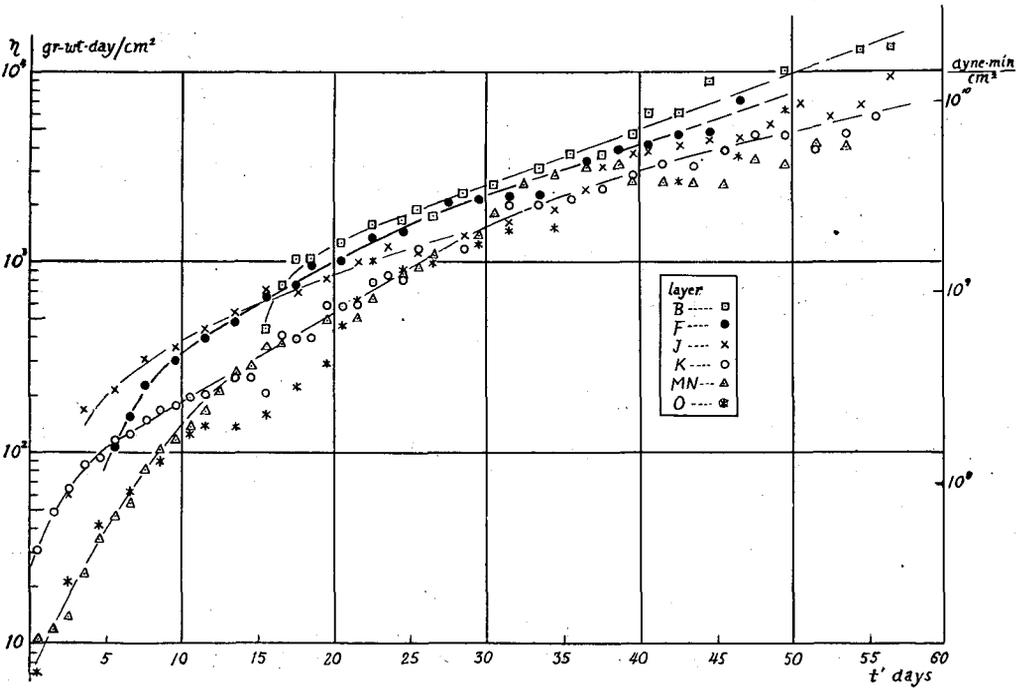
$$\frac{P(t)}{\eta(t)} = \left(\frac{ds}{dt}\right)_t = \frac{\rho(t+1) - \rho(t)}{\rho(t+1)} = \frac{H(t) - H(t+1)}{H(t)} \quad (3)$$

この(3)式の右辺 $\{\rho(t+1) - \rho(t)\} / \rho(t+1)$ の値は第4図のグラフから層ごとに毎日の ρ 又は H の値を読みとつてきめることができる。左辺の分子 $P(t)$ は、その層の上に積っている雪の重量 $p(t)$ とその層の自重の半分 $\frac{w}{2}$ との和に等しい。つまり $P(t) = p(t) + \frac{w}{2}$ である。 $P(t)$ の層ごとの毎日の値は第2図からも求められるが、その値の変化がはつきりわかるように図示したのが第5図である。この図から $P(t)$ の毎日の値をよみとり、 $\eta(t) = P(t) / \left(\frac{ds}{dt}\right)_t$ によつて $\eta(t)$ の毎日の値を計算し、各層ごとに $\eta(t)$ の変化を図示するのが第6図である。縦軸には η を対数目盛にとり、横軸には各層が降積つた翌日から数えた経過日数 $t' (= t - 1)$ をとつてある。 η の単位は $\text{gr-wt} \cdot \text{day} / \text{cm}^2$ で求めたが、同図の右側の縦軸には $\text{dyne} \cdot \text{min} / \text{cm}^2$ のスケールをも入れである。前にも注意したように、 η の値は雪の温度によつても変る*。しかし、積雪の下面の土

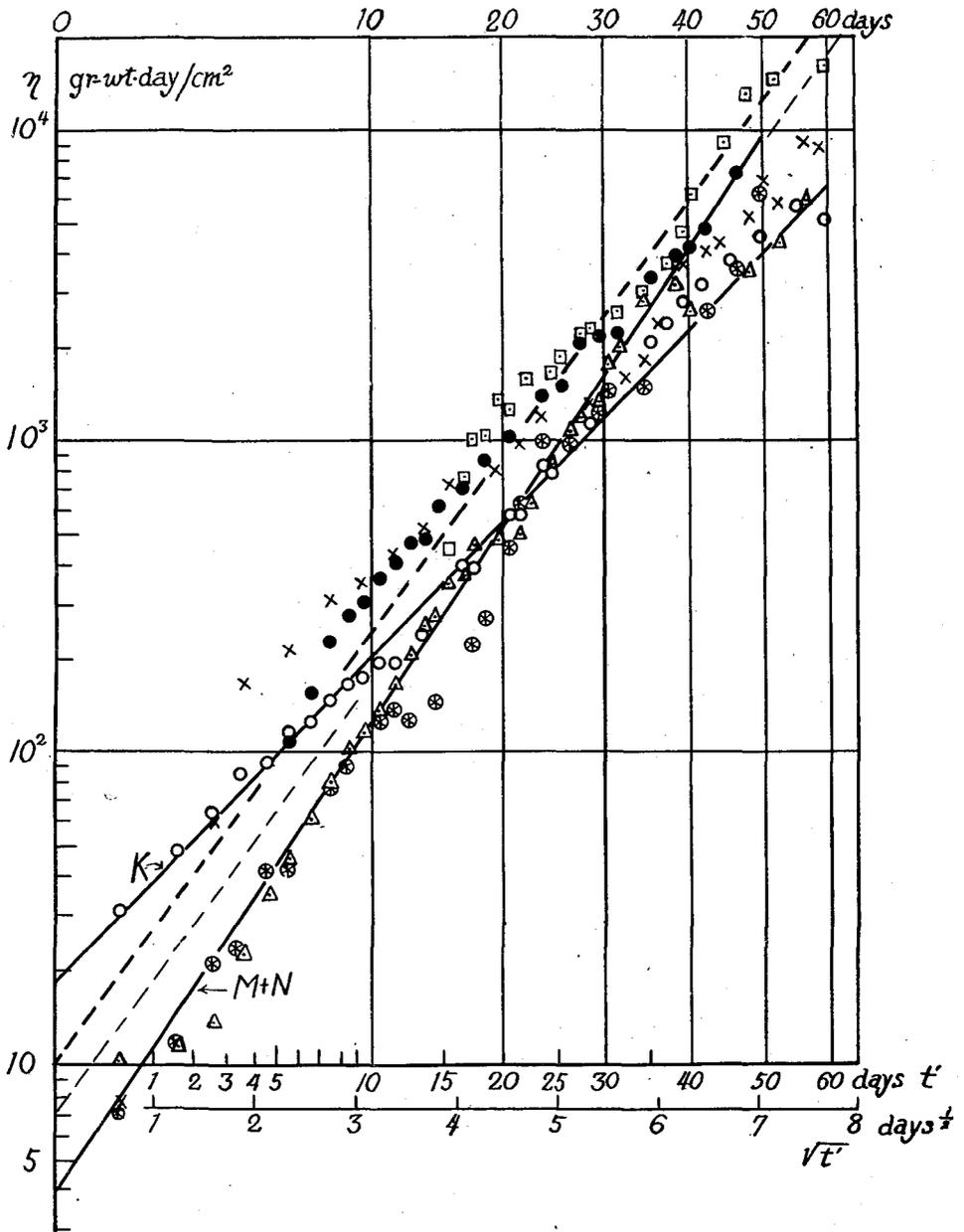
* 筆者の実験³⁾によると、温度 $T^\circ\text{C}$ の雪の粘性係数 $\eta(T)$ は、 0°C のときの値を η_0 として、次のようにならわされる。 $\eta(T) = \eta_0 e^{-0.167T}$



第 5 圖 積雪の各層が受けた雪圧 (P) の時間的変化
(t は降積つてからの経過日数)



第 6 圖 積雪各層の圧縮粘性係数 η の時間的変化
(t' は降積つた翌日からの経過日数)



第7圖 $\log \eta$ (η : 圧縮粘性係数) と $\sqrt{t'}$ との関係
 (t' は降積つた翌日から数えた日数, 層の区別を示す記号は第6図と同じ)

と接するところは常に0°Cであつて、最下層のB層の温度は1月5日($t=10$ 日)以降は-1°C~-0°Cの範囲を出なかつた。表面に近づくとも温度が下り、同時に温度の変動も現れるが、ここにとりあげた層では、上の方の層でも降つてからすぐあとの3日間くらいは最上層として-6°C程度まで温度が下つたけれども、その後表面から30cmほども下に埋れてからは、-4~0°Cの温度範囲にあつて変動も少かつた。そこで、第6図の η の値も特に温度補正をせずに、求めた値そのままを使つてある。

図からわかるように、 η の値は層により異なるが、その差異は著しいものではない。大体のところ、降つてから1週間くらいまでは10 gr-wt·day/cm²の程度、それから2週間は10²、更にその後の4週間は10³、50~60日を過ぎると10⁴ gr-wt·day/cm²の程度になるということが出来る。

次に、第7図のように縦軸に $\log \eta$ を、横軸に \sqrt{t} をとつて η と t との関係を図に示してみると、 $\log \eta$ はほぼ \sqrt{t} に比例して増すことがわかる。この関係を式であらわせれば次のようになる。

$$\log_{10} \eta = \log_{10} \eta_1 + a' \sqrt{t}$$

又は

$$\eta(t) = \eta_1 e^{a' \sqrt{t}} \tag{4}$$

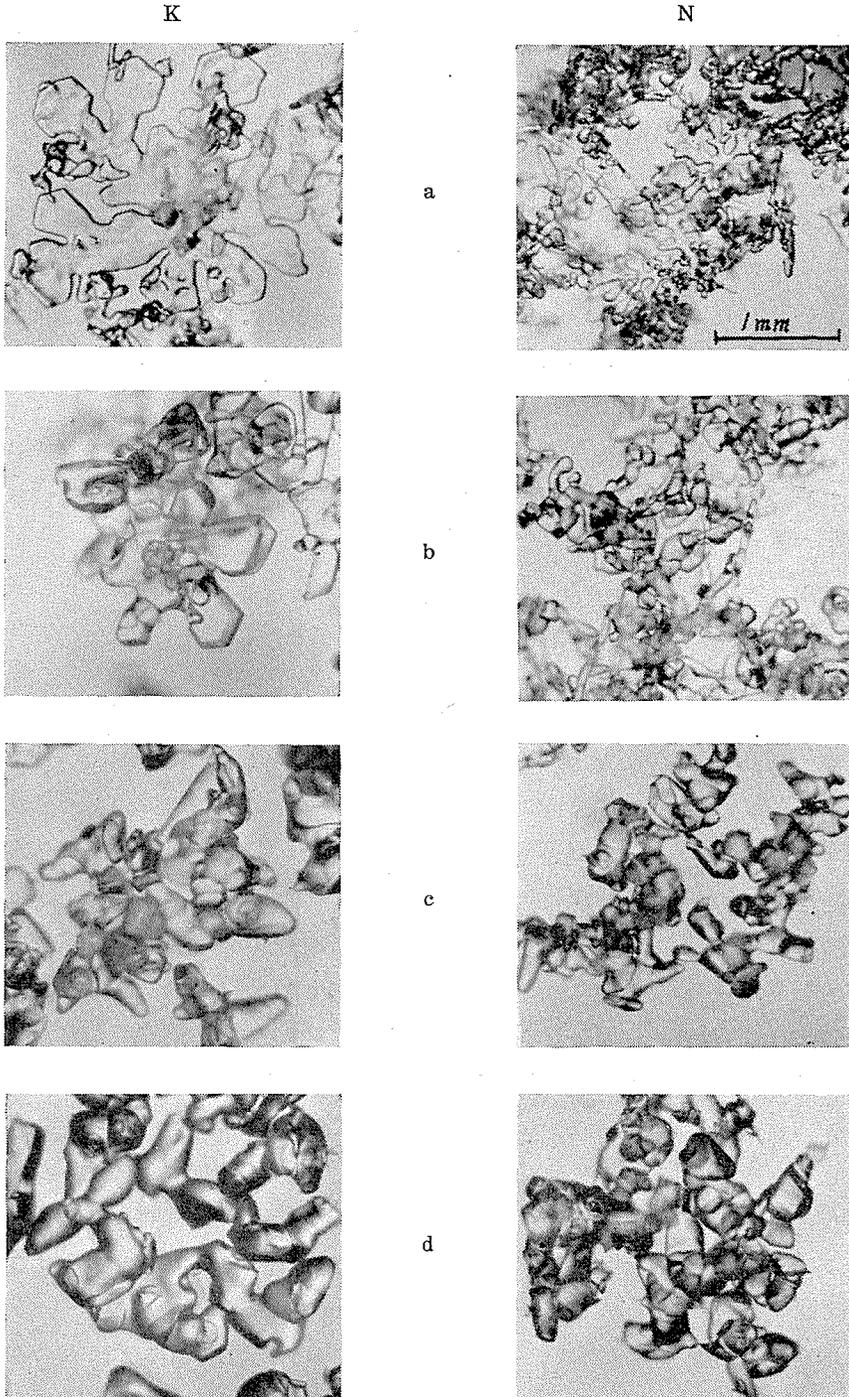
但し a 、 a' は常数で $a = (\log_e 10) a' = 2.30 a'$ の関係にあり、 η_1 は降つた翌日($t=0$; $t=1$ d)の η の値である。 η_1 と a とは層によつて異なり、それは層を作っている雪の結晶の形のちがひも大いに関係している。写真2にはK層とN層とを形成する雪粒が新雪の結晶から旧雪の粒子へと変化する有様を顕微鏡写真によつて示してある。

K層はわりあいに大きい広幅六花型の結晶が集つて出来ている。この種の結晶はその主軸の方向にも厚みがあり、ひとつの結晶の中で細い部分が少なく、したがつて、ひとつひとつの結晶は圧力をうけても粘性変形をしにくいのである。これに反して、N層は非常に小さい樹枝状結晶と、こまかい雲粒の集合である。このような雪はいたるところに粘性変形によつて曲り易い部分が多数存在するため、降つて間もない間はK層のような雪にくらべてはるかに圧縮され易い性質を持つているわけである。しかし、ある程度圧縮されてしまうと、N層のような結晶形の雪では、単位体積中にある氷の橋の数がK層のような雪にくらべて非常に多いため、かえつてK層より圧縮され難くなる。第7図にあらわれたK層とMN層の違いはこのように解釈される。

第7図にはK層とMN層の η と \sqrt{t} との関係を実線で示してあるが、この直線は次の式であらわされる。

$$K \dots \eta(t) = 18.0 e^{0.75 \sqrt{t}} \text{ gr-wt} \cdot \text{day/cm}^2 \dots \dots \dots (4_K)$$

$$MN \dots \eta(t) = 3.9 e^{1.10 \sqrt{t}} \text{ gr-wt} \cdot \text{day/cm}^2 \dots \dots \dots (4_{MN})$$



寫眞 2 K層とN層の雪の結晶

K (a) 1月12日, $t=2d$ (b) 1月28日, $t=18d$ (c) 2月8日, $t=29d$ (d) 2月22日, $t=43d$
 N (a) 1月17日, $t=1d$ (b) 1月28日, $t=12d$ (c) 2月8日, $t=22d$ (d) 2月22日, $t=37d$

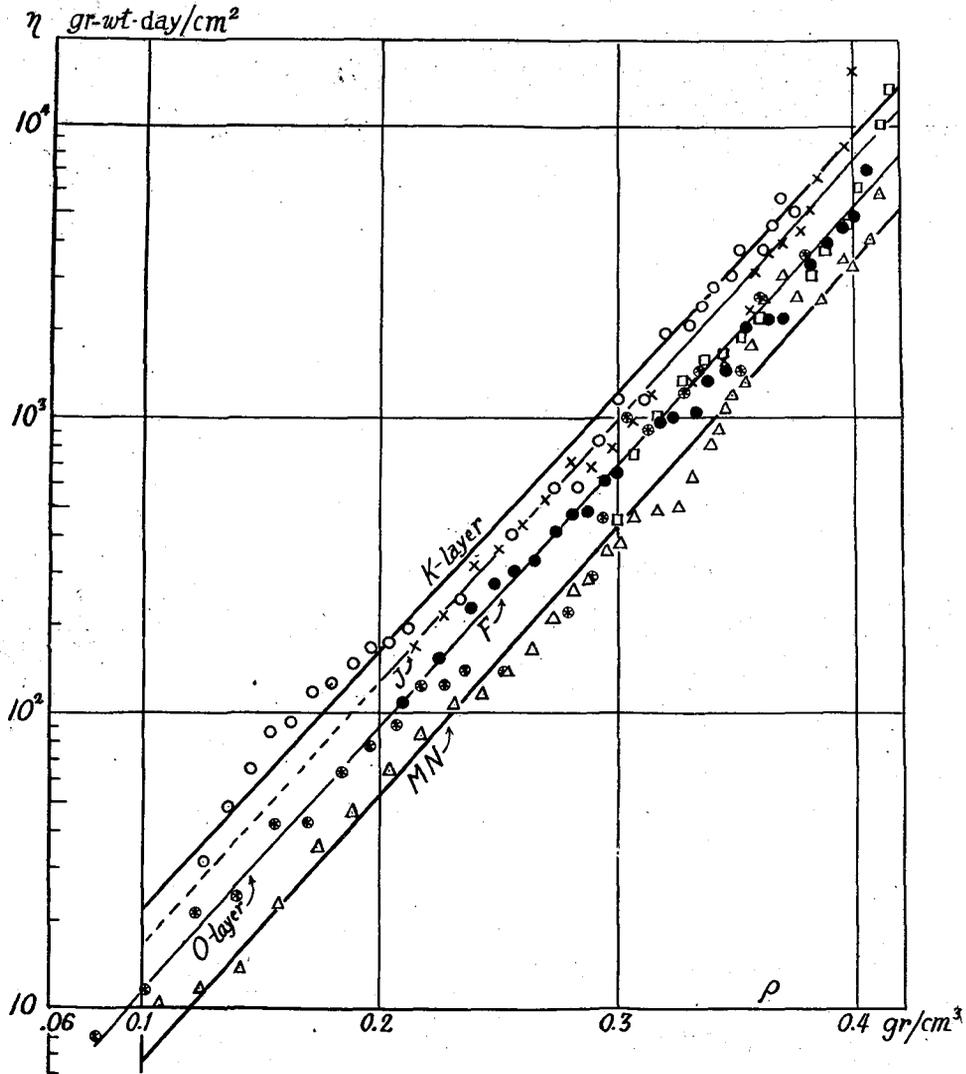
他の層についての η_1 及び a の値はこれらのものの中にある。以上のことから、一般的にいつて、ひとつの雪の層が出来てから t 日後即ち $t+1$ 日後の η の値はだいたい、 $\eta_1 = 10 \text{ gr-wt} \cdot \text{day/cm}^2$, $a = 1.00 \text{ day}^{-\frac{1}{2}}$ として

$$\eta(t) = 10 e^{t^2} \text{ gr-wt} \cdot \text{day/cm}^2 \quad (5)$$

によつて表わされることがわかる。また力の単位に dyne, 時間の単位に分 (min.) を使つてあらわした $\eta(t')$ を

$$\eta(t') = 10^7 e^{t'^2} \text{ dyne} \cdot \text{min/cm}^2 \quad (5)$$

とすると便利である。ただしこの場合も t' の単位は「日」である。第7図に(5)式を太い破線



第8圖 圧縮粘性係数 η と層の密度 ρ との関係

で(5)式を細い破線で示してある。

次に η と雪の密度 ρ との関係を見るために、第8図のように縦軸に $\log \eta$ 、横軸に ρ をとつて二つの量の間の関係を見ると、 $\log \eta$ はよく ρ に比例することがわかる。 $\rho=0.10 \text{ gr/cm}^3$ のときの η を η_{01} とかくと $\log \eta(\rho) = \log \eta_{01} + b'(\rho - 0.10)$ つまり

$$\eta(\rho) = \eta_{01} e^{b(\rho - 0.10)} \quad (6)$$

の関係がある。第8図の4本の直線がほぼ平行であること、すなわち、 b の値がここにあげた5つの層について大体同じであることは注意すべきことである。 η_{01} は層によつてちがひ、K層では $\eta_{01} = 6.6 \text{ gr}\cdot\text{wt}\cdot\text{day/cm}^2$ 、MN層では $\eta_{01} = 6.6 \text{ gr}\cdot\text{wt}\cdot\text{day/cm}^2$ で、他の層ではその中間の値である。平均として $\eta(\rho)$ は大体次の式であらわされる。

$$\eta(\rho) = 12 e^{21.0(\rho - 0.10)} \text{ gr}\cdot\text{wt}\cdot\text{day/cm}^2 \quad (7)$$

前の報告では $\log \eta$ が $\log \rho$ に比例するという結果を報告したが、その際に用いた雪は低温実験室に貯蔵しておいた雪で、密度も僅かに3種類のものしかとれなかつた。しかも、それらの雪は互に全く異つた経歴を持つ雪であつた。これに反して第8図の関係或は(7)式はおなじひとつの層が、新雪から締雪へと変化する過程を追跡して得た結果であるから、この方が正しい η - ρ 関係というべきである。

なお前に述べたように、粘性圧縮係数 $\eta(t)$ は、現在その層が受けつつある圧力に無関係な比例常数として定義したものであるが、圧力の変化を示した第5図を参照しつつ第6図をみると、圧力の増しかたのはげしい下層ほど η が大きいという傾向が注意される。つまり或時刻 t での圧縮速度はその時の圧力 $P(t)$ に比例するとしても、比例常数 $\eta(t)$ はその層の過去の圧力の受けかたに関係があることがわかるのである。

V. 積雪層の厚さの時間的變化をあらわす式

積雪層の厚さの變化をあらわす式としては齋藤練一⁵⁾が札幌の積雪についての測定結果から得た次の実験式がある。

$$\text{(齋藤)} \quad \frac{H}{H_0} = \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{A-B}{A-B e^{-kt}} = \frac{0.09}{0.34 - 0.25 e^{-0.067t}} \quad (8)$$

又、石原健二⁶⁾は信越国境地方の雪について、積雪層の厚さを時間の函数であらわして次の式を導いた。

$$\text{(石原)} \quad \frac{H}{H_0} = 1 - \frac{t}{2.23 + 1.13t} \quad (9)$$

しかし、これらの式は積雪層の縮みは雪の粒子の昇華変形によるものとして、いろいろな場合の平均をあらわしているのであつて、層が受ける圧力については全く考慮されていない。これに対して、莊田幹夫⁷⁾は雪の層の密度と、その層の上に積っている雪の重量との関係を調

べ、積雪層の圧縮は単に時間の函数としてだけでなく、層が受ける雪圧と関連づけて論ずるべきであることを強く主張している。筆者は積雪層の厚さの変化を前節で述べた圧縮粘性率とそ
の層が受ける圧力を使つて、時間の函数としてあらわすことを試みた。

第IV節の(1)式及び(2)式から求められる

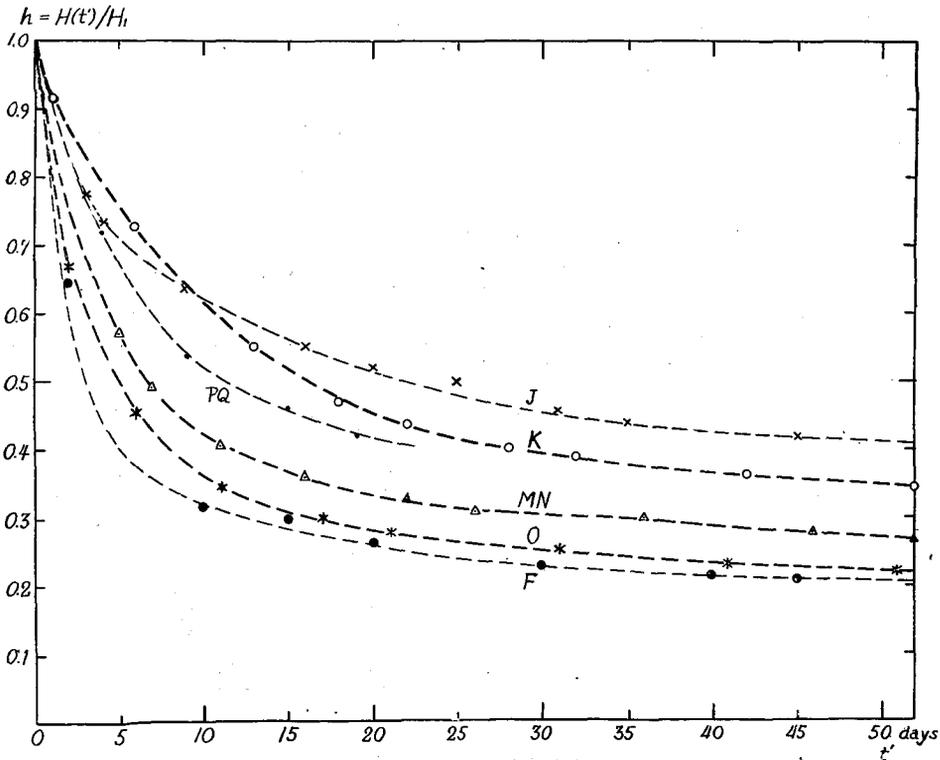
$$\frac{P(t)}{\eta(t)} = \left(\frac{ds}{dt} \right)_t = \left\{ \frac{H(t) - H(t+dt)}{H(t)} \right\} / dt = - \frac{1}{H} \left(\frac{dH}{dt} \right)_t$$

を、 $t=0$ で $H=H_0$ なる条件のもとに積分すると

$$\frac{H(t)}{H_0} = \exp \left[- \int_0^t \frac{P(t)}{\eta(t)} dt \right] \tag{10}$$

となる。従つて $P(t)$ と $\eta(t)$ の函数形を指定して上式の右辺の積分を実行すれば、 $H(t)$ を時間の函数としてあらわすことが出来る。今回の測定では、降つた直後の測定値がほとんどなく、翌日 $t=1$ day から測定を始めた場合が多い。そこで、 H_0 の代りに翌日の厚さ H_1 を用い、時間の変数としても $t'=t-1$ days を用いることにすると、

$$h(t') \equiv \frac{H(t')}{H_1} = \exp \left[- \int_0^{t'} \frac{P(t')}{\eta(t')} dt' \right] \tag{11}$$



第9圖 積雪層の厚さの変化 (測定結果)

$H(t')$: 層が降積つた翌日から t' 日時の層の厚さ H_1 : 降積つた翌日 ($t'=0$) の層の厚さ

となる。 $\eta(t)$ には第IV節の(4)式 $\eta(t)=\eta_1 e^{a\sqrt{t}}$ を用い、圧力 $P(t)$ は t' に比例して増すとして、 $P(t)=P_1+p't$ とおく。圧力についてのこの仮定は粗雑にすぎるかも知れないが、第5図にみる通り、積雪の中ごろの高さの雪に対してはだいたいあてはまる。(11)の右辺の積分は

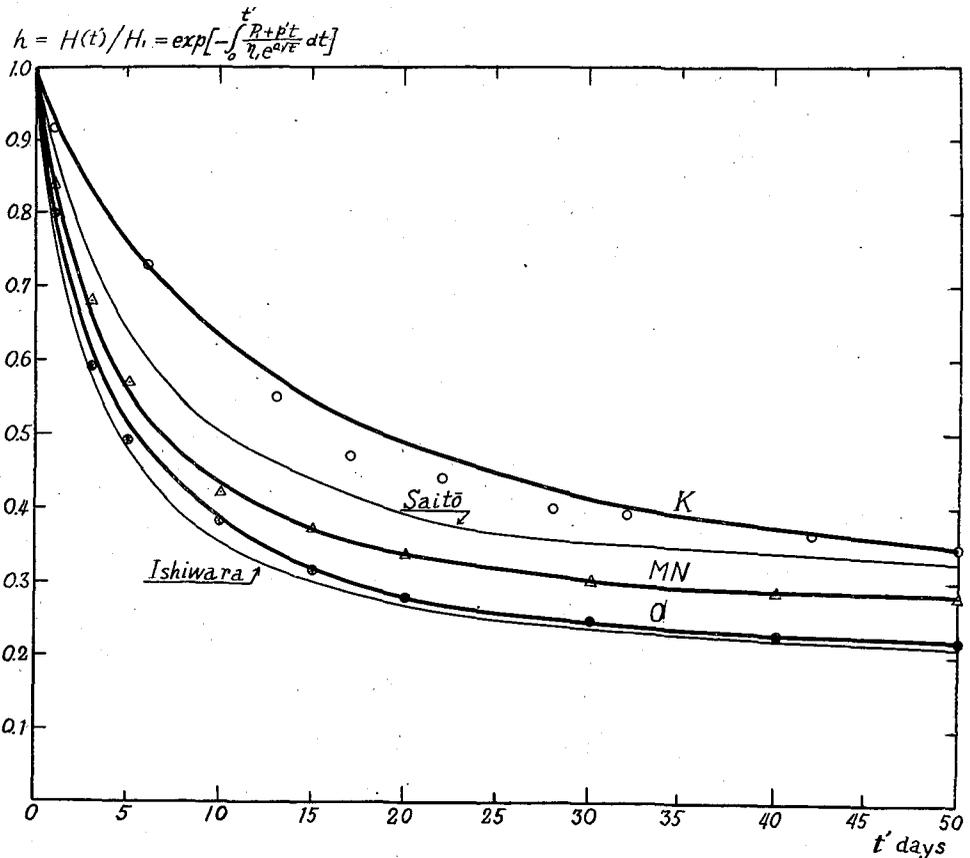
$$\int_0^{t'} \frac{P(t)}{\eta(t)} dt' = \int_0^{t'} \frac{P_1+p't'}{\eta_1 e^{a\sqrt{t'}}} dt' = B [C - e^{-\tau} \{a^2 P_1(\tau+1) + p'(\tau^3 + 3\tau^2 + 6\tau + 6)\}] \quad (12)$$

但し $\tau = a\sqrt{t'}$, $B = \frac{2}{\eta_1 a^2}$, $C = a^2 P_1 + 6p'$

となり、層の厚さの変化をあらわす式としては(11)、(12)式から次の式が得られる。

$$h(t) = \exp \left[-B [C - e^{-\tau} \{a^2 P_1(\tau+1) + p'(\tau^3 + 3\tau^2 + 6\tau + 6)\}] \right] \quad (13)$$

第9図にいろいろな層についての $h(t) = \frac{H(t)}{H_1} = \frac{\rho(t=1)}{\rho(t)}$ の実測値を示してあるが、次の第10図にはこのうちからK、MN及びOの三層を選び、それらについて(13)式で計算した



第10図 計算で求めた層厚変化の曲線と測定値の比較
(h, t' の意味は第9図と同じ)

$h-t'$ 曲線を太い実線で示し、それらに沿うて測定値が印してある。又同図には齋藤・石原両氏の実験式から $h(t')$ を計算して得た $h-t'$ 曲線も細い実線で示してある。なお、(13) 式によつて $h(t')$ を計算するにあつて、 η_1 と a の値は第 7 図から求め、 P_1 と p' の値は上にあげた三層の圧力増加が、第 5 図に示した細い直線であらわされると仮定して定めた。それらの値は次の通りである。

	P_1	p'	η_1	a
K	2.0 gr-wt/cm ²	0.42 gr-wt/cm ² day	18.0 gr-wt·day/cm ²	0.75 day ^{-1/2}
MN	1.4	0.34	3.9	1.10
O	1.5	0.28	3.8	1.02

図で見る通り、これらの値を (13) 式に入れて計算した結果と測定値とは、K 層の $t'=10\sim 30$ 日の部分を除いては、互によく一致している。

VI. む す び

以上で、自然のまま積っている積雪層の圧縮粘性係数が、新雪から旧雪へと変化する 60 日間にどのような値をとるか、又、ひとつの層の粘性係数とその層の密度の変化につれてどのように変わるかを調べた結果について報告し、更にそれを積雪層の厚さの変化の式に応用した例について述べた。この他、雪粒子の大きさ並びに雪粒の数密度と η の値との関係も興味ある問題である。これに関する資料は充分に得られているが、未だ検討を終わっていないので次回に報告する予定である。

なお、この報告で述べた取扱いは、積雪層の圧縮が層の上に積つた雪とその層自身とに働く重力による圧力だけによつて起るとみなしたものである。しかし、層の圧縮に作用する力は、外力としての重力以外に、内力として雪の粒子の表面張力が働いているであろうという見方がある⁹⁾。それがどの程度の大きさのものであるか、計算なり実験なりによつて実際に確かめたいと考えている。

最後に此の研究に御指導を頂いた吉田教授と、地面融雪量の観測結果その他の資料を提供された札幌管区气象台、特に直接便宜をはかられた石井技官とに厚く感謝の意をあらわす。費用は文部省科学研究費によつた。

文 献

- 1) 吉田順五 1953 雪の粘弾性及び雪の破壊抵抗. 低温科学, 10, 1.
- 2) M. de Quervain 1946 Kristallplastische Vorgänge im Schneeaggregat II. Mitteilungen aus dem eidg. Institut für Schnee- und Lawinenforschung.
- 3) 小島賢治 1954 積雪の粘弾性. 低温科学, 12, 1.
- 4) Edwin Bucher 1948 Beitrag zu den Theoretischen Grundlagen des Lawinenverbau. Beiträge zur Geologie der Schweiz-Geotechn. Serie-Hydrologie, Lieferung 6.
- 5) R. Saito 1949 Physics of Fallen Snow. 中央气象台欧文彙報, 19, 1~2 号.
- 6) 石原健二 1951 積雪深変化の予報. 雪氷, 13, 1.

- 7) 莊田幹夫 1953 電柱支線及び送電鉄塔に対する積雪の沈降力の研究. 雪氷の研究, 1, 139.
 8) 黒田正夫 1955 日本雪氷協会での講演による.

Résumé

For the purpose of studying the viscous compression of snow cover, the density and the thickness were observed on each of the snow layers composing it at Sapporo every five or ten days through the snow season 1954~1955.

Let the density and the thickness at time t of a snow layer be denoted by $\rho(t)$ and $H(t)$ respectively, then the increment ds of strain of that layer occurring during the small time interval dt is

$$ds = \frac{H(t) - H(t+dt)}{H(t)} = \frac{\rho(t+dt) - \rho(t)}{\rho(t+dt)} = \frac{d\rho}{\rho}$$

and the coefficient of viscosity $\eta(t)$ of the snow composing the layer is defined by the relation

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_t = \frac{P(t)}{\eta(t)},$$

where $P(t)$ is the pressure acting on the layer. From the curves shown in Fig. 4 of the text which are drawn in such a way that they pass by the points representing the values of density measured several days apart as closely as possible, the increment $d\rho$ in the value of the density ρ during one day was determined. The value of $\left(\frac{ds}{dt}\right)_t$ was then obtained by dividing this $d\rho$ by both ρ and dt which time interval was taken as one day. The pressure $P(t)$ was put equal to $p(t) + \frac{w}{2}$, where $p(t)$ was the pressure caused by the total weight of snow deposited above the layer concerned and w was the weight of the layer itself. The value of $\eta(t)$ was then calculated for each of the snow layers by the use of these values of $\left(\frac{ds}{dt}\right)_t$ and $P(t)$, and $\eta(t)$ is plotted in Fig. 6 and Fig. 7 against time t' which has elapsed since the day after the formation of the snow layer. It was found that $\eta(t)$ increases as t' increases.

It is of the order of magnitude of 10 gr-wt·day/cm² during the first week and reaches about 10⁴ gr-wt·day/cm² in the course of two months. It was found that the relation between η and t' could be expressed by the following formula:

$$\eta(t') = \eta_1 e^{a\sqrt{t'}}$$

where η_1 is the value of η when $t'=0$ while a is a constant. Both η_1 and a show different values from one snow layer to the other, but, since the difference is not very large, a general formula:

$$\eta(t') = 10 e^{\sqrt{t'}} \text{ gr-wt·day/cm}^2$$

can be applied to any of the snow layers when no great accuracy is demanded.

The relation between η and density of the layer ρ was found to be expressed by

$$\eta(\rho) = \eta_{01} e^{b(\rho - 0.10)}$$

where η_{01} is the value of η for the value of $\rho = 0.10$ gr/cm³. Although the value of η_{01} changed in a wide range 6.6~18 gr-wt·day/cm² for different snow layers, the constant

b in the above expression showed almost the same value, $21 \text{ gr}^{-1}\text{cm}^3$, for all different layers.

Now that the relation between t' and $\eta(t')$ is known, the thickness of a snow layer at any time t' can be obtained by the formula:

$$H(t') = H_1 \exp \left[- \int_0^{t'} \frac{P(t')}{\eta(t')} dt' \right]$$

if the course of change in $P(t')$ is adequately expressed by a mathematical function. Let $P(t') = P_1 + p't'$, then $H(t')$ turns out to be

$$H(t') = H_1 \exp \left[-B \left[C - e^{-\tau} \{ a^2 P_1 (\tau + 1) + p' (\tau^3 + 3\tau^2 + 6\tau + 6) \} \right] \right],$$

where $\tau = a\sqrt{t'}$, $B = 2/\eta_1 a'$ and $C = a^2 P_1 + 6p'$. Of course the above expression for $P(t')$ is only a very rough approximation. But, by giving P_1 and p' such values that $P(t') = P_1 + p't'$ represents the real course of change in the observed $P(t')$ as nearly as possible, calculated values of $H(t')$ could be obtained in a good agreement with the observed value of $H(t')$ as shown in Fig. 10 of the text.