



Title	積雪の音響インピーダンス
Author(s)	石田, 完; ISHIDA, Tamotsu
Citation	低温科学. 物理篇, 15, 81-91
Issue Date	1956-11-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17914
Type	departmental bulletin paper
File Information	15_p81-91.pdf



積雪の音響インピーダンス*

石 田 完

(低温科学研究所 気象学部門)

(昭和31年8月受理)

I. ま え が き

積雪の吸音率については前に報告したが¹⁾、積雪の音響的な性質を考えるためには、吸音率だけでは不充分であつて、音響インピーダンスを知らなければならない。そこで次節に述べるような方法によつて、その測定を試みた。前の報告にも述べたように、可聴音波程度の強さと、振動数の音波によつては、積雪の実質部分自体は殆んど振動せず、積雪中の音波は主として空孔の部分の空気の振動と考えられる。従つて、音響インピーダンスに関係してくるものは積雪の弾性的性質ではなくて、積雪の多孔度、通気抵抗、空孔の形とかその分布状態等である。建築音響学の発展に従つて、吸音材料の研究が盛に行なわれ、特に多孔物質の吸音機構については、その音響インピーダンスからよく説明され、さらに、どのような構造の多孔物質によつて、必要な吸音特性が得られるかと云う吸音物質の設計も考えられるようになった。しかし吾々の研究はもちろん、どのような積雪が最も効果的な吸音特性をもつかと云うことを探すのではなくて、積雪の音響的構造から、積雪中の空孔に関係のある現象、例えば、通気抵抗とか含水機構等を説明するための空孔の構造を求めることにある。

II. 測定の方法と装置

多孔物質等の音響インピーダンスを測るのには、従来から種々の方法が考えられ実施されているが、音響インピーダンス・ブリッジによるものを除いては、いずれも平面進行波を作るために、適当な長さ太さの管が使われる。その管の一端に音源、他端に試料がおかれ、試料面における音圧と体積流との比から音響インピーダンスが求められるのであるが、直接に測られるものによつて方法を大別すると次のようになる。すなわち、音響管の

1. 長さを一定にして、管内の音圧の最大、最小を測る。
2. 長さを変えて、音源における音圧の最大、最小を測る。
3. 長さを変えて、音源における音圧曲線の幅を測る。
4. 長さを変えて、音源の電気インピーダンスを測る。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第339号

それぞれの方法にはそれぞれの得失があるのであるが、吾々の場合のように試料が積雪と云う不安定なものについては、先ず第一に測定が短時間に行なわれることが必要で、更にかなり吸音率が高いために、音圧の最小を正確に測ることは困難であつて、音圧の最大附近のみを測ればよい上記の3の方法が適している。この方法は Beranek²⁾によつて考案された。その理論の導き方には多少疑問の点もあるが、ここでは彼の方法に従つた。次に、方法の詳細な検討は省略して、結果だけを示す。

円筒形の管の一端に高インピーダンスの点音源をおき、他端には、重いピストンを背にして試料がおかれる。音圧は音源端に接して管壁におかれたマイクロホンによつて測られるが、音源周波数を一定にして、ピストンを移動し、音圧最大附近の管の長さに対する音圧曲線からインピーダンスは

$$\frac{Z}{\rho_0 c_0} = \coth \left[(k - k_0) \frac{l}{c_0} - j \frac{\omega}{c_0} \left\{ \left(1 - \frac{k^2}{2\omega^2} \right) \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{2}} l - l_0 \right\} \right] = \coth (C - jD) \quad (1)$$

で与えられる。ここで云う試料の音響インピーダンスとは、試料を完全反射体の前においた状態で、その表面に音波が垂直に入射するときの、いわゆる specific normal acoustic impedance であつて、吾々が測定したインピーダンスもすべてこの意味である。

(1) 式中の k は、音の周波数を一定にして、音圧最大 p_{\max} のレゾナンスの管長 l の位置からピストンを前後に移動させて、音圧の2乗が $1/n$ になるときの l より長い管長を l' 、そのときの音圧を p' 、短い管長を l'' 、そのときの音圧を p'' とする。すなわち

$$(p_{\max}/p'')^2 = (p_{\max}/p')^2 = n \quad (2)$$

となるような l , l' , l'' を求めると、もし、 $l'^2 + l^2 \doteq 2l^2$ ならば

$$k \doteq \pi f (l' - l) / (n - 1)^{\frac{1}{2}} l \quad (3)$$

で与えられる。ここで f は音源の周波数である。(1) 式中の k_0 は試料を入れないときの k の値であり、 l_0 は試料がないときのレゾナンスの管長であつて、モードの数を m 、音速を c_0 とすれば

$$m c_0 = 2 f l_0 \quad (4)$$

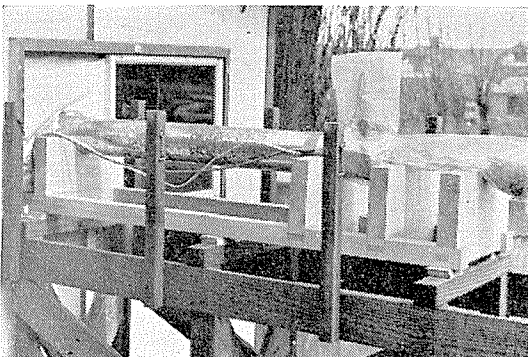
である。 T_0 , T は夫々、試料がないときとあるときの管内の空気の絶対温度、 ρ_0 は空気の密度で、 $\rho_0 c_0$ は云うまでもなく自由空気の音響インピーダンス (正しくは wave impedance) であつて、吾々が求めた積雪のインピーダンスもすべて、 $\rho_0 c_0$ を単位として表わしてある。

以上によつて、インピーダンスは音圧最大附近の音圧曲線の幅の測定から計算されるのであるが、その際、次の条件が満足されていなければならない。すなわち

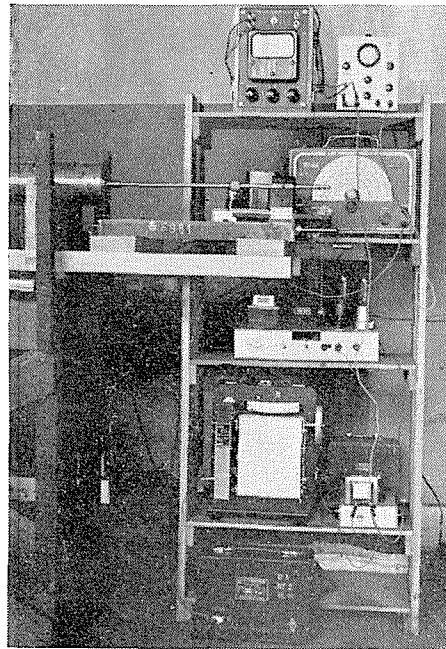
- (i) $k_m < 0.1 \omega_m$
- (ii) $l'^2 + l^2 \doteq 2l^2$
- (iii) $\lambda > 1.707 D$

ここで(i)の k_m , ω_m は夫々, $k_m = k - k_0$, $\omega_m = (\omega^2 - k^2)^{1/2}$, (iii)の λ は駆動音波の波長, D は管の直径である。(i)の条件については, k_m は管長 l に逆比例するので, 適当な管長を選べば常に満足させることが出来る。吾々の場合はモード数2以上の管長で測定したが, (i)の条件は常に満足された。(ii)の条件は共鳴曲線の幅が余り大きくなければ, ほぼ満足される。共鳴曲線の幅は音圧の2乗が $1/n$ になる点で測られるが, 吾々は殆んどの場合, 音圧が $1/2$ になる点で幅を求めた。すなわち, $n=4$ であるが, 他の n の値を用いて測った幅から, (3)式によつて計算した k の値の違いは数%である。(iii)は管内に平面進行波のみが存在する条件であつて, 管の太さに従つて駆動周波数の上限がきめられる。吾々は内径89 mmの管を用いたので2000サイクル以下の音波で測定した。

実際の装置は第1図, 第2図に示すようなもので, 管は長さ999 mm, 内径89 mm, 厚さ5 mmの軟鋼製である。音源端は厚さ25 mmの砲金で中央に径4 mmの穴があり, これにホーン型スピーカーのユニットが長さ260 mmの肉厚の細管によつて接続されている。音源のインピーダンスを高くするため(体積流を一定にし, 音源端での損失を小さくするため)細管の内部には細い針金が数10本入れてある。音圧は音源端の管壁に短い細管を通して取り付けられたムービングコイル・マイクロホンによつて測られる。第1図から判るように, 音源側の管の大部分は戸外におかれ, 写真ではとりのぞいてあるが, 管内の温度を一定にするためと, 管自体の振動をふせぐために管はすつかり雪で埋められる。マイクロホンとスピーカーユニットは湿気を防ぐためポリエチレンの袋で覆つた。管の試料端は, 第2図のように戸外におかれた小屋の内につき入れられる。第2図の棚の装置は一番上段が音圧をチェックするバルボと音源の周波数を監視するためのオシロスコープである。音源は余り上等でないCR型低周波発振器によつたので, JJYの標準電波を受信し, その変調波1000

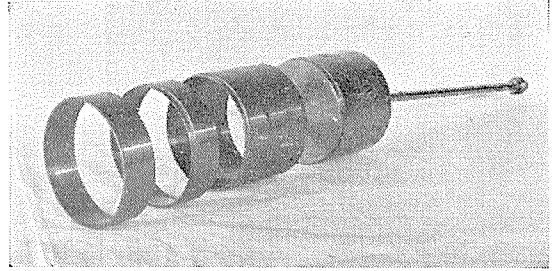


第1図 音響インピーダンスの測定装置, 管の音源側



第2図 音響インピーダンスの測定装置, 測定小屋内部の管の試料側

サイクルと常にリサージュ図形をとつて、周波数を監視した。次の段は音源スピーカーを駆動する低周波発振器と、その電力増幅器、その下は増幅器の安定電源、その下の段はマイクロホン増幅器と、その出力を記録させる記録電流計である。記録電流計の紙送り軸と試料端のピストンを移動させるネジの軸とは連動するようになつてゐるので、記録紙には管長の変化に伴う音圧の曲線が直ちに記録される。最下段は交流 100 ボルトの定電圧装置である。試料端は第 3 図に示すような、厚さ 70 mm、重さ約 3.6 kg の砲金製ピストンであつて、この前面に試料を保持するために、写真に見られるような厚さ約 2 mm の薄い砲金製の環を 5 個用いた。夫々の幅は 2 cm なので 5 個つなぎ合せると 10 cm になる。試料の厚さを変えて測定する場合には、初め環を全部つなぎ合せた 10 cm の



第 3 図 試料端のピストンと試料保持環

長さの筒の中に積雪をとつてピストンに装着し、次には最前面の環を一つ取り除いて、その部分の雪を切り落とすとピストンの前の試料は 8 cm の厚さになる。このようにして次々に 6, 4, 2 cm の試料が得られる。このような環を用いたのは、雪のような変形しやすい試料をピストンと共に管内で移動させなければならぬため、環の内面と試料との間にすきまが出来る等の不都合もあるが、音圧曲線の幅からインピーダンスを求める方法では、これよりうまい試料の保持方法は考えられなかつた。

III. 測定の結果

前節の方法によつて、音圧曲線の幅と管の長さから求めた normal acoustic impedance は (1) 式のような双曲線函数で与えられるが、このインピーダンスをその実数部分 R と虚数部分 X とにわけて

$$\frac{Z}{\rho_0 c_0} = \coth(C - jD) = R + jX \quad (5)$$

と表わすと、 R と X はそれぞれ

$$R = \frac{\sinh 2C}{\cosh 2C - \cos 2D}, \quad X = \frac{\sin 2D}{\cosh 2C - \cos 2D} \quad (6)$$

によつて、 C と D から計算される。また、音波が試料に垂直に入射したときの吸音率 a_0 は

$$a_0 = 1 - \left| \frac{Z - \rho_0 c_0}{Z + \rho_0 c_0} \right|^2 \quad (7)$$

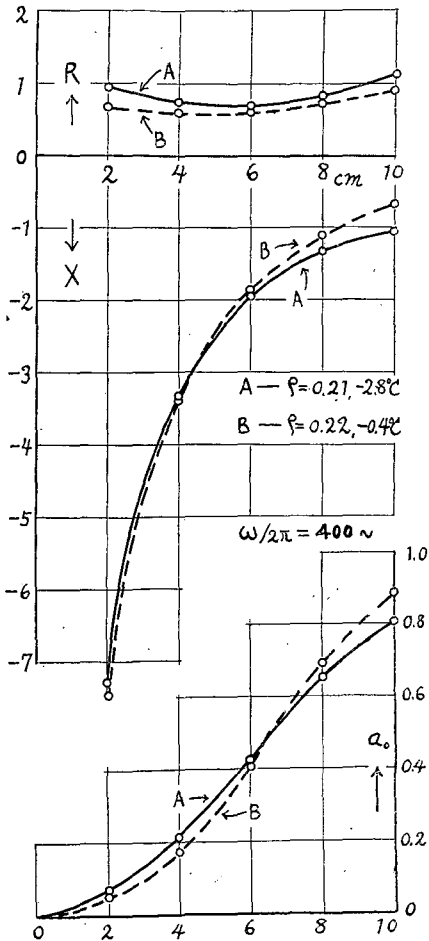
の定義から、 R と X が判ると

$$a_0 = \frac{4R}{(R+1)^2 + X^2} \quad (8)$$

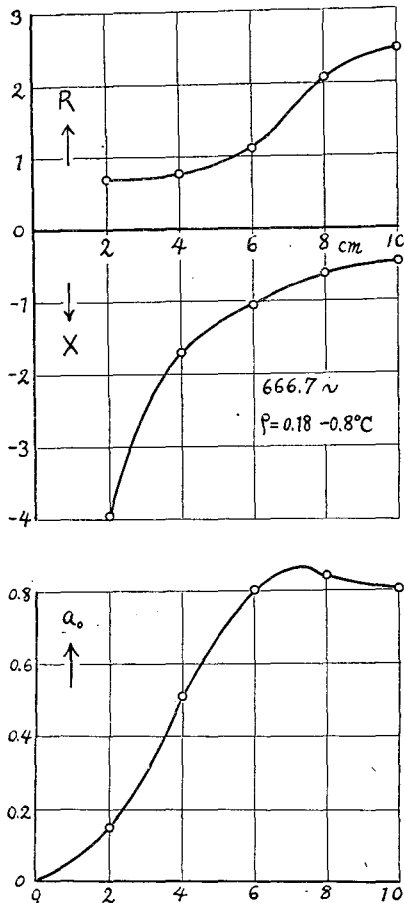
によつて求めることが出来る。

第4図から第11図までに、積雪について求めたインピーダンスの R と X 、及び吸音率 a_0 を示してある。今冬の積雪状態では、適当なしまりゆきの試料が得られなかつたので、第9図のざらめゆきを除いてはすべて密度0.2ないし0.1の新雪である。また、測定中の温度は殆ど 0°C 近くで、インピーダンスの雪質による変化、あるいはその温度特性は調べられていない。

第4図から第7図までは、音の周波数を一定にして試料の厚さを変えた場合である。第6図と第7図では、同じ試料について音の周波数も400, 600, 800 サイクルと変えてある。い

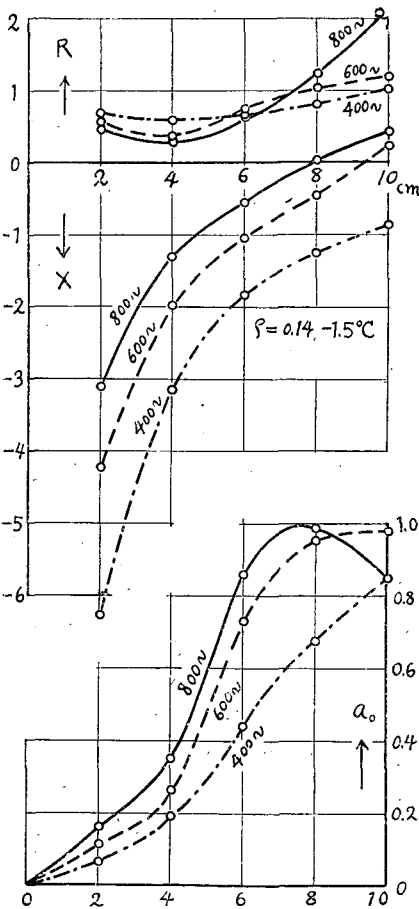


第4図 新雪の音響インピーダンス $Z/\rho_0 c_0$ の実数部分 R と虚数部分 X 、及び吸音率 a_0 、音の周波数を400 \sim に固定して、試料の厚さを10 cm から2 cm に変えた場合

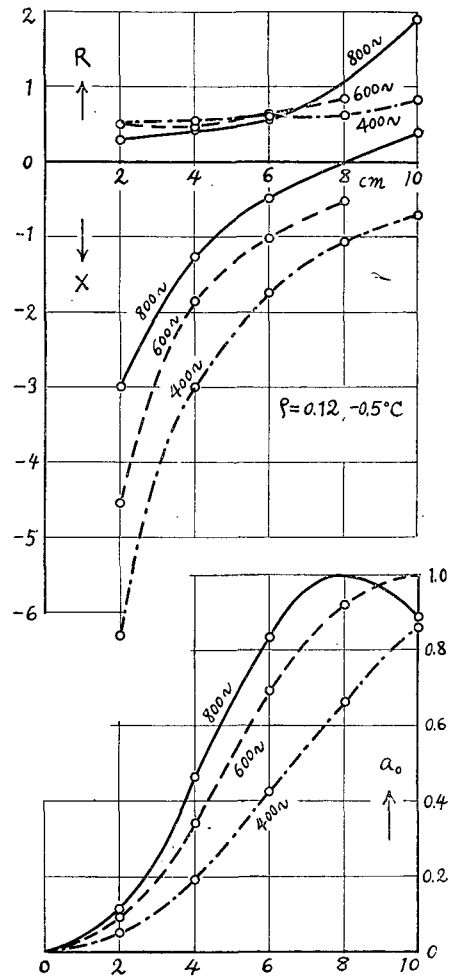


第5図 新雪の音響インピーダンスと吸音率 a_0 、周波数を666.7 \sim に固定して、試料の厚さを10 cm から2 cm に変えた場合

れの場合もインピーダンスの実数部分は試料の厚さが増すと共に漸増し、虚数部分は厚さに逆比例してその絶対値は急速に減少する。第5図、第6図、第7図では吸音率に最大値が表われている。これはその時試料の中で音波の共鳴が起つていると考えられるから、その場合の試料中の音速度が求められる。第5図の場合、試料の厚さ7.5 cmで吸音が最大であるとする、試料中での音波長は30 cmとなり、音速度はその時の周波数が666.7であるから200 m/secとなる。第6図と第7図では、周波数800のとき試料の厚さ7.5 cmに山があるとして、試料中の波長は30 cm、音速度は240 m/secとなる。また、周波数600では厚さ10 cmが最大であるとする、波長は40 cmで音速度は同じく240 m/secとなる。これらの音速度の値は大浦³⁾が積雪中で直接測定した値と大体一致している。吾々の場合は僅かな試料でその音速度を求める



第6図 周波数400, 600, 800 \sim に於ける新雪の音響インピーダンスと吸音率 a_0 の試料の厚さの変化に対する特性

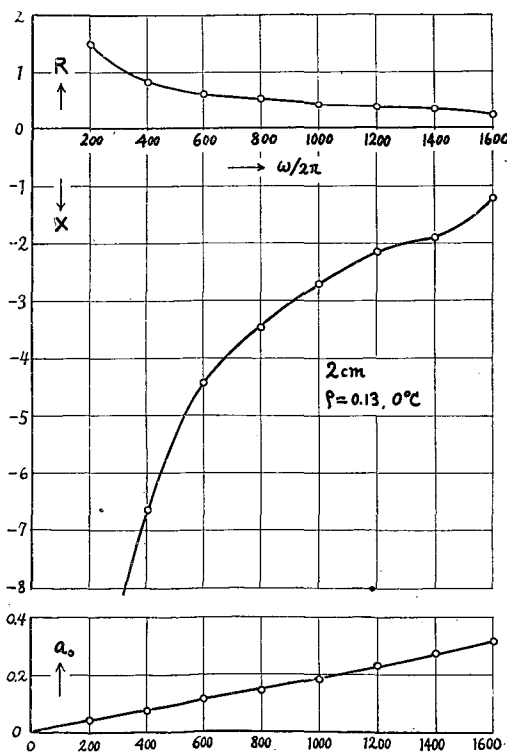


第7図 周波数400, 600, 800 \sim に於ける新雪の音響インピーダンスと吸音率 a_0 の試料の厚さの変化に対する特性

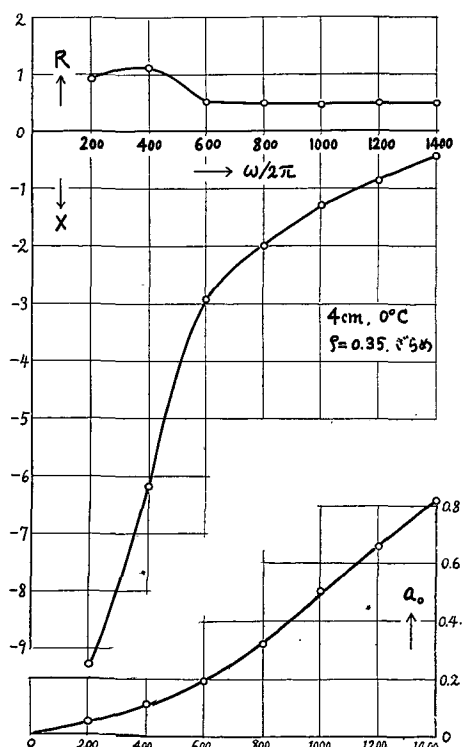
ことは出来るが、厚さは2 cm 宛にしか変えていないし、吸収の山もなだらかなので、余り正確な値は得られない。

第8図ないし第11図は試料の厚さを2 cm と4 cm にしたときのインピーダンスの周波数特性である。実数部分は周波数が増すと共に小さくなる傾向があるが、大体は周波数に無関係に一定と見なせる。これに対し虚数部分は低い周波数で大きな負の値で、周波数が増すとその絶対値は急速に小さくなる。これらのことから先ず積雪のインピーダンスは、周波数に無関係な純抵抗と容量性のリアクタンスからなつていていると考えられる。

今細管の中を音波が進行する場合を考えてみると、音の振動数が小さく、管の太さが太いときは管内の空気の流れに対する抵抗は Poiseuille の法則に従うと考えられるし、反対に、振動数が大きく、管が細い場合には Helmholtz の抵抗が作用すると思われる。細管内の空気の振動、すなわち、細管内の圧力変化に伴つて、管内の空気の温度変化がおこるが、管との間の熱の授受は、前者の場合では熱の移動が音波の周期に比べて非常に早く等温的であるし、後者の場合では熱の移動が音波の周期に比べて非常に遅く断熱的である。従つて、細管内の空気の振動が等温的であるか断熱的であるかは、管内の抵抗が Poiseuille 的であるか Helmholtz



第8図 剛体壁の前に置れた厚さ2 cm の新雪に対する音響インピーダンス $Z/\rho_0 c_0$ の実数部分 R と虚数部分 X 、及び垂直入射吸収率 α_0 の周波数特性



第9図 厚さ4 cm のざらめゆきの音響インピーダンスと吸収率 α_0

的であるかによつて一応判別できると思われる。Zwicker と Kosten¹⁾ は多孔物質内の音波の進行がいずれの機構によるかを判別する目安として、次の μ と云う無次元の数値を用いている。

$$\mu = \sqrt{8\omega k \rho_0 / h \sigma} \quad (9)$$

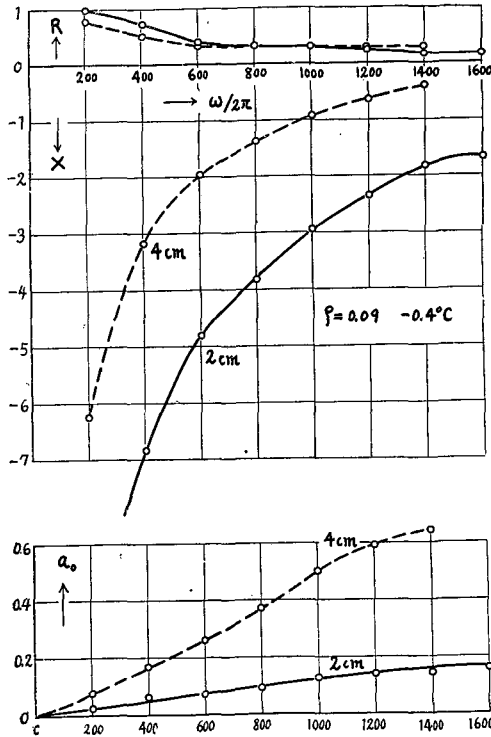
ここで ω は音波の角周波数、 ρ_0 は空気の密度、 h は多孔物質の多孔度、 σ はその物質の通気抵抗である。 k は構造係数とよばれるもので、一般に多孔物質内の音速度は自由空気中の音速度より小さくなるが、これは多孔物質の細孔内の空気の密度が見かけ上、自由空気の密度より大きいためであると考えられ、この見かけの密度と自由空気の密度との比によつて表わされる。この μ^2 は流体力学に於ける Reynolds 数に相当するものであつて、

$\mu < 1$ ならば Poiseuille 型

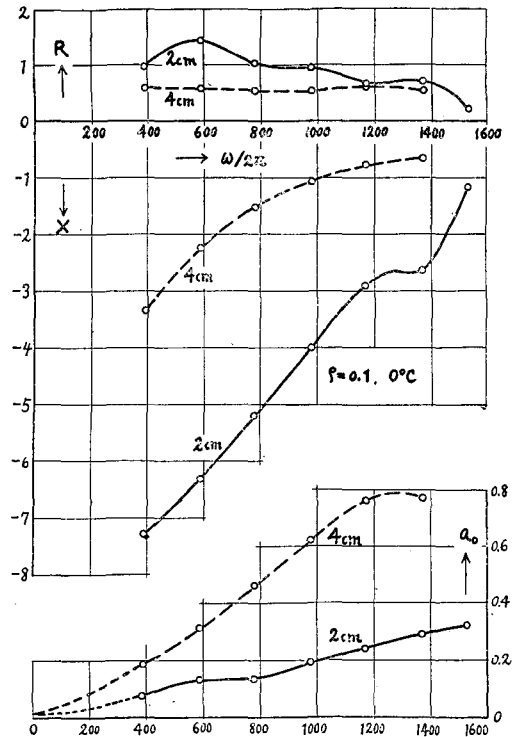
$\mu > 10$ ならば Helmholtz 型

と考えられる。吾の場合は、 $\omega = 2\pi \cdot 400 \sim 2\pi \cdot 1600$ 、 $h = 0.8 \sim 0.9$ 、 $\sigma = 3 \sim 10$ (g/sec \cdot cm³)、 $k \approx 3$ (自由空気の音速度 329 m/sec、試料中の音速度 200 m/sec から $329^2/200^2 = 2.7$)、及び $\rho_0 = 1.3 \times 10^{-3}$ 等を (9) 式に入れると μ の範囲は

$$2 < \mu < 11$$



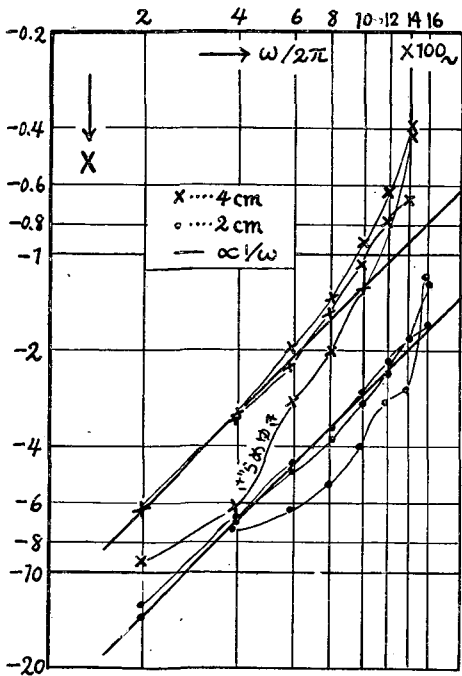
第10図 厚さ2 cm と4 cm の新雪の音響インピーダンスと吸音率 a_0



第11図 厚さ2 cm と4 cm の新雪の音響インピーダンスと吸音率 a_0

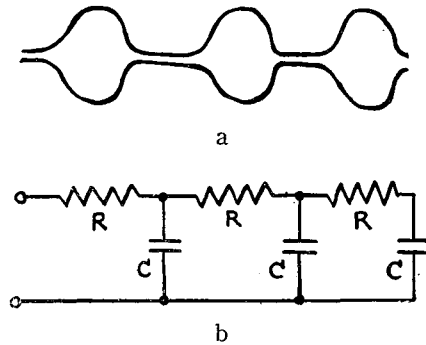
となつて、まさに両極限、等温変化と断熱変化の中間域にある。従つて、細孔内の空気の熱の授受は空気の振動周期と同程度の速さで行なわれ、細孔内の空気の圧力変化と密度変化とに位相差が生じて、音波エネルギーの損失がおこる。このような場合の音響インピーダンスを理論的に正確に表わすことは最も困難であるが、前に述べたように、新雪のインピーダンスは、試料の厚さが共鳴がおこる厚さ以下で、また共鳴周波数以下に於いては大体、純抵抗と容量性リアクタンスによつて表わすことができるから、次のような簡単な模型で説明することができる。

第8図から第11図までの虚数部分をまとめて書くと第12図のように、ざらめゆきを除いてはほぼ $1/\omega$ の直線の上に乗る。このようなリアクタンスは試料中の空気のスティフネスによるものと考えられ、それは第13図 a の空洞によつて示される。また抵抗は空洞と空洞を結ぶ細管内の空気の粘性によるものとして表わされる。第6図、第7図に見られるように共鳴点をこすと正のリアクタンスがあらわれているが、これは空洞から細管へつながらる首の所の空気の質量として説明できる。しかし、今は共鳴点以下の所だけを考えていれば、第13図 a の音響的模型はこれと等価な第13図 b の電気回路におきかえられる。完全反射体の前におかれた試料の normal acoustic impedance は電気回路では終端開放駆動点インピーダンスに相当する。ある厚さの試料が第13図の a の模型で表わされれば、その2倍の厚さの試料は a の模型が二つ直列に繋がつたもので表わされなければならないから、第4図から第7図の試料の厚さの変化に対するインピーダンス特性を説明するために、第13図 b の電気回路で R, C の Γ 型回路を一つ宛増した場合の開放駆動点インピーダンスを計算してみた。ここで $R \ll 1/\omega c$ とすると (実際に積雪の測定結果ではそうなつている)、回路数の増加に従つて抵抗はほぼ直線的に増加



第12図 厚さ2 cmと4 cmの新雪の音響インピーダンスの虚数部分 X が殆ど $1/\omega$ の直線上に乗ることを示す

しないから、第4図から第7図の試料の厚さの変化に対するインピーダンス特性を説明するために、第13図 b の電気回路で R, C の Γ 型回路を一つ宛増した場合の開放駆動点インピーダンスを計算してみた。ここで $R \ll 1/\omega c$ とすると (実際に積雪の測定結果ではそうなつている)、回路数の増加に従つて抵抗はほぼ直線的に増加



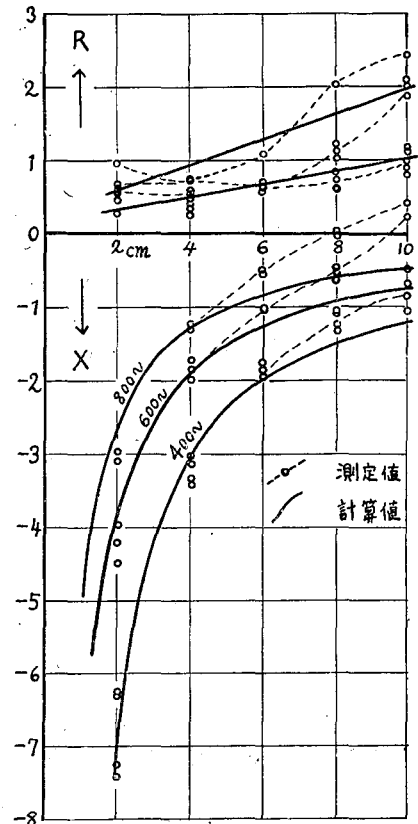
第13図 新雪の音響的模型 a とこれに等価な電気回路 b

し、リアクタンスは回路数に逆比例して減少する。第14図はこの計算値を第4図から第7図までの結果に重ね合したものである。図に於いて試料の厚さが2 cm, 4 cm等と云うのは、電気回路に対しては回路数が2, 4等と云うことに相当している。リアクタンス曲線は試料の厚い所で、音の周波数が高い程計算値が測定値から大きくずれているが、これは前にも注意したように、空気の質量を考えなかつたため、電気回路に於いてセルフインダクタンスの素子をつけ加えれば実測値と一層よく合う筈である。このような電気回路はいわゆる低域濾波器であつて、積雪の吸音率が周波数が増すと共に高くなり、その傾向が試料の厚さが増すと急になる事実と、低域濾波器の遮断特性が回路数が増すとするどくなることと良く一致する。

IV. む す び

新雪についての音響インピーダンスが求められ、これを説明する音響的模型が一応与えられた。音響模型としての空孔や毛細管の大きさとか数も見積することはできるが、まだ資料の数も少ないので定量的に深く立入ることはしなかつた。試料の都合で殆んど新雪の場合に限られたから、音響インピーダンスの雪質による変化とか、その温度特性等は今後の測定に残された。尚、自然の状態での積雪上の音場が、ここに求められた *specific normal acoustic impedance* によつて、どのように説明されるかと云う問題も今後調べて行きたいと考えている。

終りに、測定装置の長さ 999 mm の軟鋼管の製作は日本国有鉄道苗穂工場の御厚意によるもので、ここに厚く感謝の意を表す。尚管の表面はかなり厚くクローム鍍金を施したのであるが、第1図に見られる黒い斑点のように相当ひどく錆が出た。この部分は約2箇月間雪中に埋めてあつたのであるが、その雪には煤煙がかなりはいつていたから、クローム層の細孔から酸によつて鉄がおかされ、クロームの不働性が破られて耐酸性が減じたものと思われる。一つの雪害の例として一寸報告しておく。



第14図 新雪の厚さの変化に対する音響インピーダンスが第13図bの電気回路で各素子 R と C の数を変化した場合の開放駆動点インピーダンスの計算値と一致することを示す

文 献

- 1) 石田完・小野寺重男 1954 積雪の吸音率について. 低温科学, 物理篇, **12**, 17.
- 2) Beranek, L. L. 1940 Precision measurement of acoustic impedance. J.A.S.A., **12**, 3.
- 3) 大浦浩文 1953 積雪中の音速. 低温科学, **9**, 171.
- 4) Zwicker, C. and C. W. Kosten 1949 Sound absorbing materials. pp. 23, 40. Elsevier Publishing Company, INC.

Résumé

The specific normal acoustic impedances for snow layers with rigid wall backing were measured by Beranek's curve width method. Resistance and reactance of the impedance and sound absorption coefficients of samples were calculated at various sound frequencies and for various thicknesses of the samples. From the results, it was found that the acoustical model of new snow could be described as systems with cavities and capillary tubes. Measured impedance characteristics for various thicknesses of new snow layers agreed with the input impedance of the electric C-R recurrent network terminated at its far end by an infinite impedance, which was analogous to the acoustical model.