HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪に於ける変形速度と二つの変形形式 ： （塑性変形、破壊変形）との関係
Author(s)	木下, 誠一
Citation	低温科學. 物理篇, 16, 139-166
Issue Date	1957-12-13
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17933
Type	departmental bulletin paper
File Information	16_p139-166.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Seiiti KINOSITA 1957 The Relation between the Deformation Velocity of Snow and Two Types of its Deformation. (Plastic and Destructive.) *Low Temperature Science, Ser. A, 16.* (With English résumé p. 164).

積雪に於ける変形速度と二つの変形形式(塑性変形, 破壊変形)との関係*

木下誠一
(低温科学研究所　応用物理学部門)

(昭和32年6月受理)

緒　　言

物体を雪の上に落すと，物体は雪の中にめりこんで停る。この場合，雪には短時間に大きな力が働くわけで，雪は衝撃的な力のもとに大きな変形を起し破壊することになる。一方，地上に深く積つた積雪は，その自重によつて数十日の間に徐々に沈降し，上記の落体による破壊の場合と同程度の大きな変形をうける。しかし，この場合には破壊という現象は全然起らない。いうまでもなく落体による破壊の際の力は大きく，自重による緩漫な沈降の際の力は小さいが，又，この二つの場合については，雪の変形速度が前者では非常に大きく，後者では非常に小さいという差異がある。雪が同じ程度の大きさの変形をうけるにも拘わらず，あるときは破壊し，あるときは破壊しないということに対しては，種々な原因が考えられようが，最も重要な原因は変形の途中において起るストレスの緩和現象であろう。変形速度が大きければ，ストレスの緩和の起る暇がなく，ストレスは増大し続けて遂に破壊が起ることになり，変形速度が小さければ，ストレスの緩和が起るのに充分な時間が与えられて，雪は破壊するに到らないと考えられる。このように，ストレスの緩和が雪の変形の形式に大きな影響を及ぼすという予想の上に立つならば，雪を種々異なる速度で変形させて，変形速度と変形形式との関連を見出すことが大きな意味を持つことになる。

落体による積雪の破壊と自重による積雪の沈降とは，変形速度が非常に大きいか非常に小さいかの極端な場合であつて，両者における変形形式は非常に違つている。従つて，変形形式が変形速度の変化と共に，連続的に一方から他方に移行するものか，或いは不連続的に移行するものかが，先ず問題となるわけであるが，この論文の目的は，その点を実験的に調査した結果の報告である。

積雪の自重による沈降も，落体による破壊も，共にこの問題と密接な関連を持つている。積雪の沈降については，今まで多くの人の研究があるが，なかでも小島が特に精密な研究を行なつている[1)-3)]。落体による破壊に関しては，筆者が過去数カ年にわたつて研究を続けている[4)-8)]。

* 北海道大学低温科学研究所業績　第376号

つぎに，今迄に行なわれている研究で本論文に関係の深いものを説明しておく。

積雪が粘弾性物質であつて，破壊を伴なわない変形については，その機械的性質が Maxwell-Voigt 模型で表わされるということが，de Quervain[9]，吉田[10]，小島[11]，大浦[12] 等によつて明らかにされた。M. Kornfeld[13] は雪についてではないが，変形速度と変形形式との関係について，次のような興味ある実験を行なつた。トランス油と松脂とをまぜた液体を容器に入れ，容器の底の穴から鉛直に線状に流れ出させる。この液体の線を水平に棒で叩くのであるが，5×10^3 poise の粘性係数の場合には，叩く棒の速度が 19 cm/sec より小さい時には，流れの線が曲るだけで層流状態は崩れない。しかし，棒の速度が 23 cm/sec より大きくなると，液体は砕けて小滴となつて飛び散る。これは写真にとつて確められている。

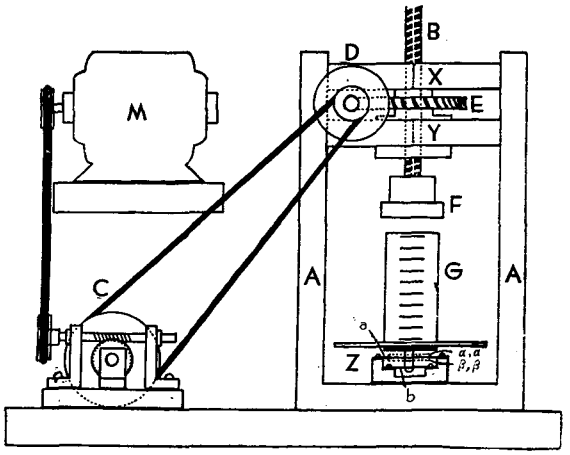
一定の変形速度で積雪を変形させる実験も行なわれている。J. K. Landauer[14] は，破壊が起らない程度に緩漫な一定速度の圧縮を雪に加え，そのときの雪の反抗力の時間的変化を調べ，又斎藤[15]，古川[16] は，破壊が起るような速い一定速度の圧縮の場合の反抗力の時間的変化を調べた。しかし，いずれも，変形速度の変化と変形形式との関係には注意を払つてない。又，反抗力の時間的変化の測定についても，測定器の時定数が数秒程度のものを使つているので，これらの測定では小さな破壊が起つていたとしても，それを検出することは出来なかつたであろう。

筆者は，1～40 mm/min. の間の任意の一定速度で雪を圧縮する装置を作り，ほぼ 1/200 秒までの細かい変動に応じられる力の測定器を使つて，雪の反抗力を自記記録した。その結果，雪質で多少異なるが，3～8 mm/min. 以下の圧縮速度では，破壊は起らず反抗力は時間と共に連続的に変化し，圧縮速度がそれ以上になると，反抗力曲線は不連続変化をもつ鋸歯状波形となり，破壊が間歇的に起つていることを示した。しかも，破壊が起るようになると，反抗力の平均値が著しく小さくなるという顕著な結果が得られた。

I. 実 験 装 置

第 1 図が実験装置の略図である。G は，その表面に食紅で目盛をかきこんだ雪の円柱で，これをその上にある圧縮板 F で圧縮する。雪の円柱をのせている台 Z は雪の圧縮反抗力を測る器械で，衝撃破壊の実験に用いた B′ 型の受圧器（文献 7) の第 2 図）と同じ型式のものである。Z は相対する二辺が抑えられている二枚の連動する燐青銅矩形板 a，b で出来ている。連動する a，b の圧縮反抗力による変形を，a の表及び裏にはつたストレンゲージ α，α 及び β，β によつて，電流に変え増幅して電磁オツシログラフ，又は，低速度の電流記録計（マイクロレコーダー）によつて記録する。AAXY は厚さ 23 mm の鋳鉄板を組んだ枠である。電動機 M は 2 個の減速ギヤー C，D を介して歯車 E をゆるやかに回転し，圧縮板 F を下端につけた螺旋棒 B を徐々に下降させ，雪を圧縮する。電動機の回転速度を変更したり，C，D のプリーを大小 2 段にして，ベルトでつなぐ組合わせを色々変えることにより，F の下降速度を 1～40 mm/min. の間の任意の値にすることが出来る。雪の圧縮反抗力が 100 kg をこえない限り，F の下降速度に変動は認められなかつた。

雪の試料としては，積雪層から切取つた径2.7～6 cm，高さ5～10 cmの円柱を用いた。この雪の円柱を圧縮板Fの下面が一定速度で押して行くわけである。雪の円柱の側面の所々には食紅の粉で目印がつけてある。圧縮が行なわれている間に，時々写真をとり，この印の間の縮み方を検討して，雪の円柱の局部的な変形の様子を調べた。雪の試料としては，円柱の他に雪塊も用い，受圧板の上に雪塊を置いて，Fが雪塊の中心にめりこんで行くときの雪の反抗力を記録した。このときには，圧縮をうけた雪塊について，圧縮板で作られた穴の中心を通る面で雪塊を切断し，その断面に霧吹きで色水をふきかけ，ガスの焔であぶつて，雪の変形の有様を検査した。



第1図　実験装置．Gは雪，Zは力の測定器．

II. 圧縮速度と変形形式との関係の観察

雪を圧縮する速度が小さいときには，破壊が起らずに，雪は全体として塑性的にほぼ一様に縮んで行く。第3図の写真(a), (b), (c)は，−3.0°Cで密度0.38のしまり雪の円柱を4.8 mm/min.の速度で圧縮した場合を示すものである。円柱の表面につけた食紅の印の間隔は，柱の全長にわたつてほぼ一様に短縮しているのが見られる。高さ10 cmの雪の柱を9個の食紅の印で10個の区分にわけ，隣り合つた印の間の距離を測つて，圧縮実験の後各区分（上から順に区分番号をつける）の圧縮率(%)を調べたら，次の表のようになつた。

区分番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
圧縮率 %	62	78	75	58	58	59	61	52	61	59

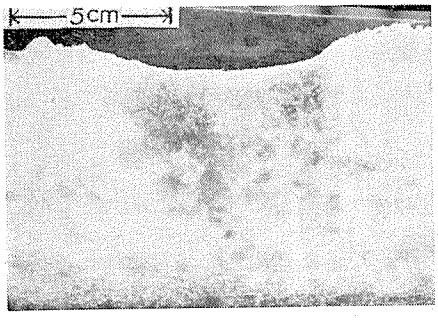
圧縮率は各区分について完全に同じではないが，又差異が非常に大きいとも云われない。何分にも食紅の印は余り確然としたものでないので，測定の誤差も入り易い。又，10 cmの雪の柱の全長にわたつて雪の性質が完全に一様であるとは考えられない。又，応力の分布もかなり複雑なものである。これらの点を考慮すれば，上の表の結果から，もしも雪の柱が完全に一様で，且つ一様に応力が分布するものとしたら，雪の柱は一様に圧縮されたであろうと推定してもよいと思う。

円柱の代りに雪塊を使えば，もとより圧縮板Fは雪の中に入つては行くが，圧縮板の部分だけが堀れて，鉛直な壁をもつた穴が開くということはない。圧縮板を中心として摺鉢形の凹みが出来る。第2図の写真(a)は，この凹みの中心を通つて雪塊を切断し，その断面を色水検

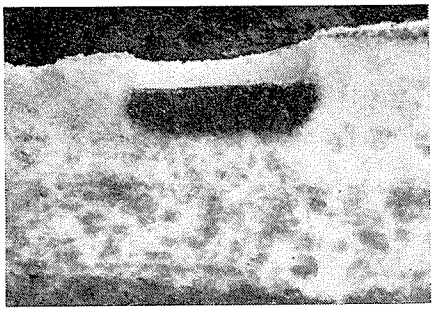
査したものであるが，凹みの下の部分が濃く着色してはいるが，着色部の輪廓は明瞭でなく周囲に拡散している。はつきりした圧縮部が出来ていない。

圧縮速度が大きいときには，雪は破壊によつて変形して行く。第4図の写真は，第3図のと同じ雪の円柱を同じ条件のもとで，約5倍速い 24.5 mm/min. の圧縮速度で圧縮した場合を示している。雪の柱はその下面で破壊し，破壊して粉になつた雪は柱の周囲に押出されて受圧板の上に堆積する。破壊されずに残つている柱の部分は，その表面につけた印の間隔が殆んど変化していない。即ち，雪の柱は圧縮速度が小さい場合のように，柱全体にわたつて一様に縮むということはなく，柱自体は圧縮されずに（多少の圧縮はうけているであろうが），その端から破壊によつて欠けて行くという形式によつて柱全体の長さを短縮して行くわけである。雪の柱は常にその下端面で破壊されるとは限らない。上端面で破壊されることもあるし，上下の両

第 2 図

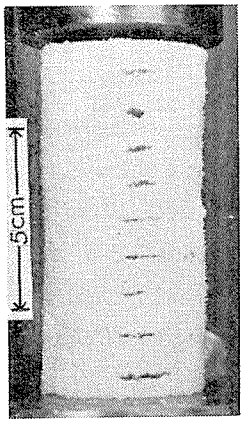


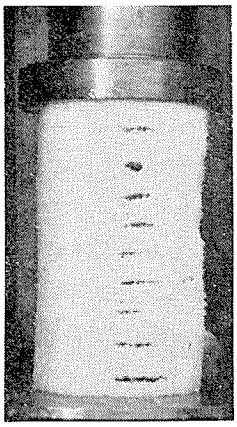
(a)
圧縮速度 2.6 mm/min. 雪密度 0.26, 温度 −2°C
塑性変形，最大反抗力 28.5 kg (1.04 kg/cm²).

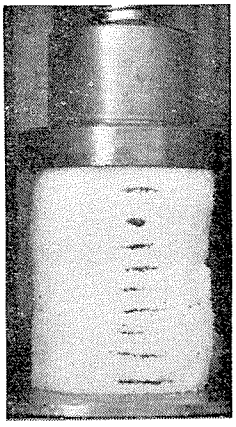


(b)
圧縮速度 5.2 mm/min. 雪密度 0.26, 温度 −2°C
破壊変形，最大反抗力 9.4 kg (0.34 kg/cm²).

第 3 図

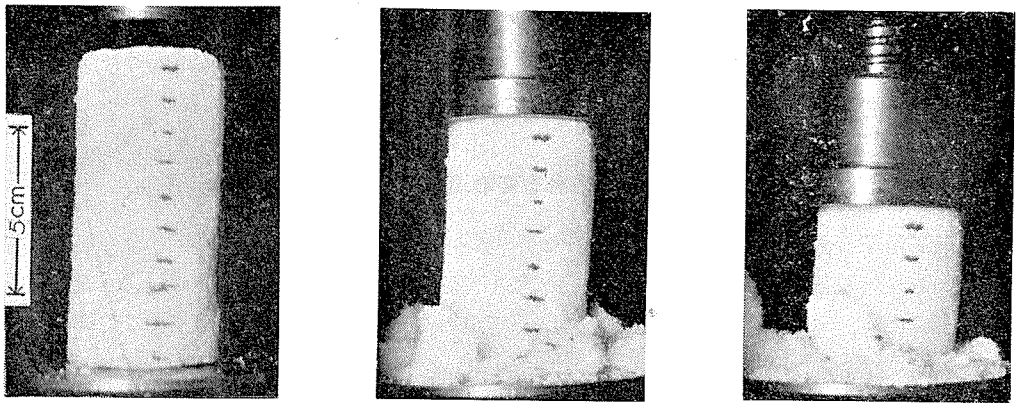






(a) (b) (c)
圧縮速度 4.8 mm/min. 雪密度 0.38, 温度 −3°C. 始めの高さ 10 cm, 径 4.6 cm, 塑性変形
最大反抗力 82 kg (4.9 kg/cm²).

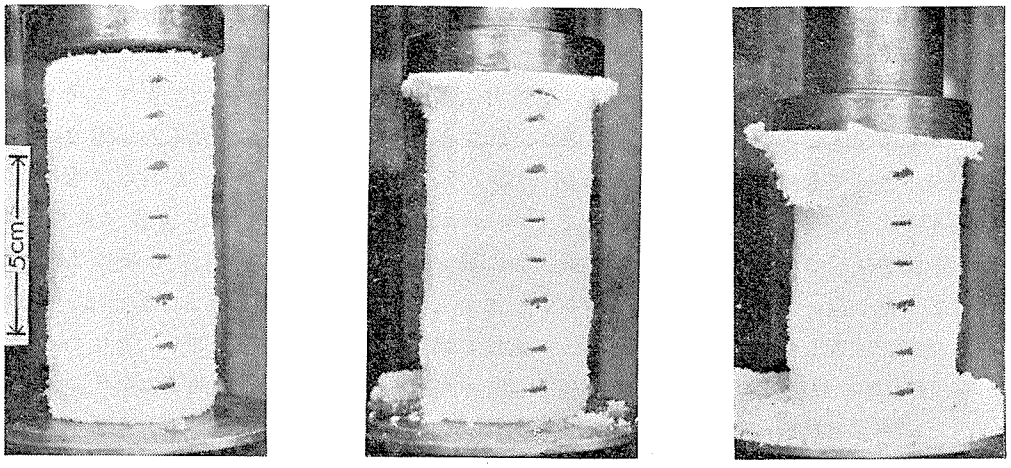
第 4 図



(a)　(b)　(c)

圧縮速度 24.5 mm/min. 雪密度 0.38, 温度−3°C. 始めの高さ 9.8 cm, 径 4.6 cm. 破壊変形
最大反抗力 17 kg. (1.0 kg/cm²).

第 5 図



(a)　(b)　(c)

圧縮速度 39 mm/min. 雪密度 0.39, 温度 0°C. 湿る, 始めの高さ 10.4 cm, 径 4.6 cm,
破壊変形, 最大反抗力 9.6 kg (0.58 kg/cm²).

端面で破壊されることもある。そして，ある程度圧縮が進むと，柱が縦に割れることが多い。

雪の円柱でなく雪塊を使うと，圧縮板の部分だけが雪の中に沈み，鉛直の壁をもつた穴が出来る。そして，穴の底の下には，はつきりした境界をもつた圧縮部が発達する。これは，圧縮板の下の雪が破壊されたことを示すものである。第 2 図の写真 (b) は雪塊の切断面に色水検査を施したときの有様である。真黒な部分が圧縮部である。落下する錘の実験の場合のものと殆んど差異がない。

第 5 図の写真は 0°C の少し湿つた雪の円柱を，大きな圧縮速度 39 mm/min. で圧縮した場

合である。破壊は上下両面で起つているが，湿つているので，上面で壊されて柱の周りに押出された雪は，すぐには落下せず，柱の上端から側方に舌の形になつて垂れ下つている。柱自体は，第4図の場合と同様，殆んど縮んでいない。圧縮速度の小さいときには，湿つた雪も亦，第3図の場合と同様，柱全体にわたつて一様に圧縮される。

III. 雪の反抗力に現われる変形速度と変形形式との関係

圧縮に対する雪の反抗力は，雪の試料をのせている受圧板によつて電流に変えられ，連続記録される。記録装置としては分解能の低い低速電流記録器（1 cm/10 sec の記録紙送りのマイクロレコーダー，全体の振れが 50 μA）と，分解能の高い高速電磁オツシログラフ（H 型振動子）とを用いたが，簡単さと経済とのために主としてマイクロレコーダーを使つた。先ず，圧縮速度を変えた場合，雪の反抗力がマイクロレコーダーの記録紙の上で，どのように変化するかについて述べる。

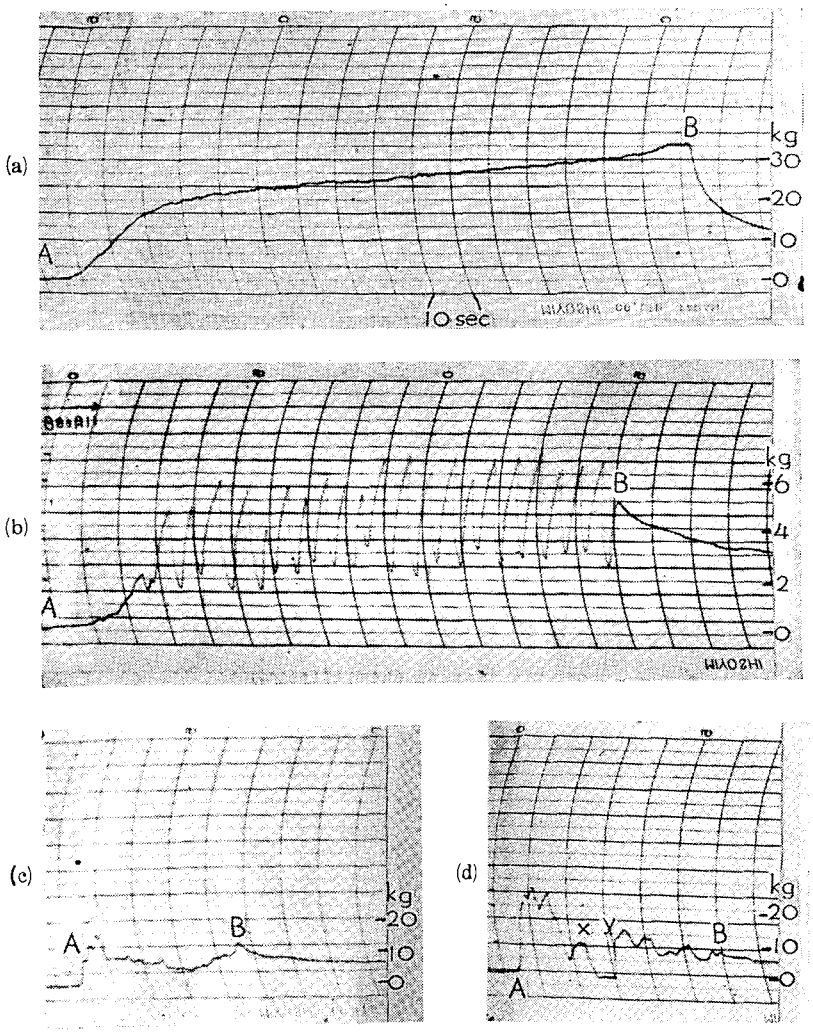
第6図は大小2種の圧縮速度で，しまり雪を圧縮した場合の反抗力をマイクロレコーダーで記録した結果の例である。A 点は圧縮板が雪に接触した瞬間，B 点は圧縮板の下降を停止した瞬間を示す。第6図(a)で明らかなように，圧縮速度が小さいときは，反抗力曲線は変動の少ない滑らかな連続曲線を描き，前節で述べた雪の柱全体が一様に圧縮される塑性変形が起る。雪の柱でなく雪塊を試料として使つても，反抗力曲線は同じで，圧縮板は雪の表面を摺鉢形に凹ませ，明確な圧縮部を作らない。ところが，低温実験室に保存しておいたもろい雪では，圧縮速度が小さくても，反抗力曲線は第6図(b)のような鋸歯形になる。一つの歯の終端の下降部分は不連続な陥没ではないかと疑わせる（マイクロレコーダーの振れは10秒置きに並んでいる地の曲線に沿つて弯曲し，又電流が瞬間的に減少しても針がそれに応ずるのに2秒程かかるので，力の速い変化は明瞭に現われない）。このとき，前節で説明したようにして，雪の柱はその端面で破壊しつつ高さを減じて行く。雪塊の場合ならば，圧縮板と同じ大きさの穴が出来，その底の下には圧縮部が現われる。圧縮速度を大きくすると，反抗力曲線は第6図(c), (d)のように，再び連続的になる。曲線(a)と同じ雪であるが，曲線(a)に比べると，変動が大きいけれども，曲線は連続である。しかし，力の大きさは曲線(a)に比べて小さい。そして，雪の柱も，雪塊も曲線(b)の場合と同様，やはり破壊によつて変形して行く。

第7図(a), (b), (c)は，夫々第6図の曲線(a), (b), (c)と同型の曲線の一部をオツシログラフで記録したものである。オツシログラフによれば，0.01 sec 以下の間に起る小さな変動でも記録されるので，オツシログラムの上でも滑らかな連続曲線となつていれば，それは，一応完全に連続的であると考えてよいであろう。曲線(a)は単純な水平な直線である。従つて，圧縮速度の小さいときの雪の反抗力は，流体の反抗力に似た不連続のない，而も変動の少ない反抗力であることが解る。

(b)曲線は鋸歯状曲線で，反抗力が連続的に増大してある値に達すると，突然に不連続的に陥没するということが繰返されることを示している。第6図のマイクロレコーダーによる記

録では分解能が低いため，この不連続的な陥没が明瞭には示されなかつたわけである。雪の破壊は，この反抗力の陥没の度毎に起るものと考えてよいであろう。

(c) 曲線は第6図(d)の曲線の一部 XY 間の記録の一部であるが，(b) 曲線と同性質のものである。ただ，反抗力が増大し始めてから陥没する迄の一つの鋸歯の幅が 0.3 秒程で，(b) の場合



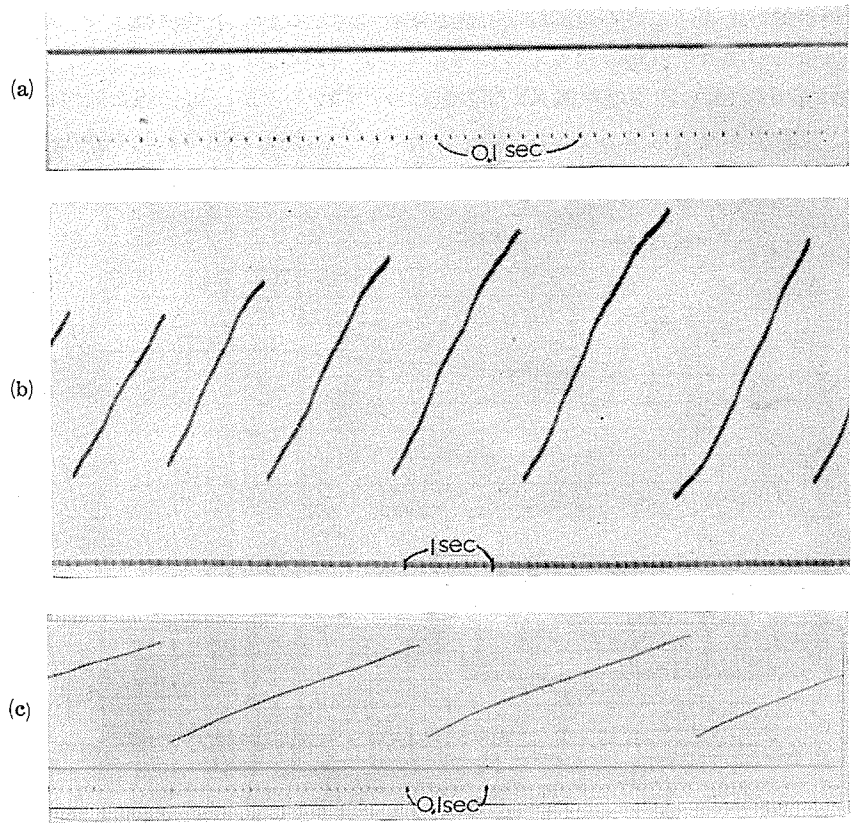
第 6 図　マイクロレコーダーによる反抗力曲線の記録の例

(a) 圧縮速度 **5.7 mm/min.** 塑性変形．雪密度 0.38，温度 −4°C，径 4.2 cm，高さ 9.5 cm の円柱が径 4.3 cm，高さ 8 cm になる。A で圧縮開始，B でやめる。

(b) 圧縮速度 **3.3 mm/min.** 破壊変形．雪密度 0.28，温度 −10°C，径 6.6 cm，高さ 7.6 cm の円柱が上端破壊して高さ 6.8 cm になる。

(c) 圧縮速度 **24.5 mm/min.** 破壊変形．雪密度 0.38，温度 −3°C，第4図の雪の円柱。

(d) 圧縮速度 **30 mm/min.** 破壊変形．(c) と同じ雪，途中 xy 間を切つて電磁オツシログラフに記録する。



第7図 電磁オツシログラフによる記録の例
(a) 塑性変形. 第6図(a)と同型の曲線の一部
(b) 破壊変形. 第6図(b)と同型の曲線の一部
(c) 破壊変形. 第6図(c), (d)と同型の曲線の一部
第6図(d)のxy間の記録の一部

の数秒に比べて短かい。第6図(c), (d)の曲線は連続しているが, それはマイクロレコーダーの分解能が低くて, このような細かい変動を忠実に追跡することが出来なかつたからのことで, その連続性は見かけの上のことにすぎない。この場合にも, 雪の変形は破壊によつて起ることが観察される。

第6図でみると, A点で圧縮板が雪に接触してから後暫くの間, 反抗力は非常に小さな値しか現われていない。これは雪の面が完全な平面でないため, 圧縮板が雪に接触し始めてから, その全面で完全に接触する迄に, ある時間がかかるためである。圧縮板の降下を停止したB点以後, 反抗力は急激には0にならず, ゆつくりと減少して行く。これは雪の粘性を原因とする反抗力の緩和現象を示すものである。

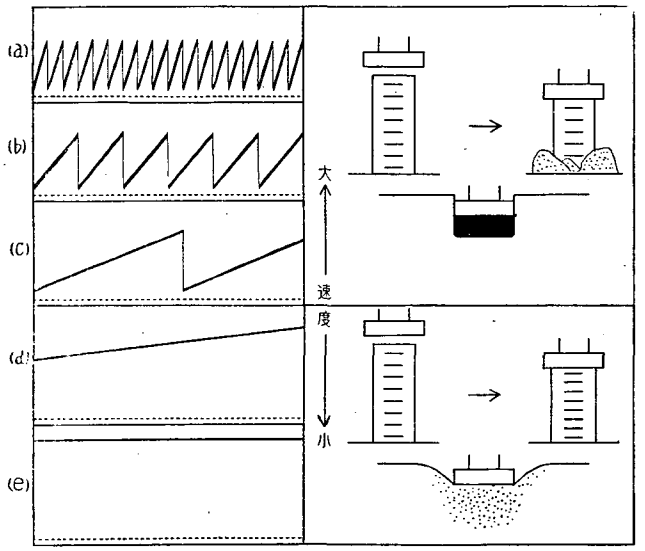
(a)の塑性変形では反抗力が連続的であり, (b), (c)の破壊変形では反抗力が鋸歯形であることが解つたわけである。このように, 変形形式が違うと, 反抗力の様相も非常に違う。一方,

反抗力の大きさの方は，圧縮速度の小さい塑性変形の場合に比べて，圧縮速度の大きい破壊変形では，非常に小さくなる。例えば，第2図の雪塊では，同じ程度の凹みに対して，(a)の塑性変形では反抗力が28.5 kgに達したのに，(b)の破壊変形では最大反抗力が(a)に比べて遙かに小さい9.4 kgであつた。又第3図の雪の円柱の塑性変形では，反抗力が82 kgに達したのに，第4図，第5図の同じ雪の円柱の破壊変形では，最大反抗力が夫々17 kg，9.6 kgという小さいものであつた。このことについては後に**V.**の(2)で詳しく述べる。

IV. 変形形式の一方から他方への移行

以上，変形速度の大きいときと小さいときとで，変形形式に大きな差異があることを説明したが，次の問題は変形速度を連続的に変化して行つた場合，一方の形式から他方の形式にどのようにして移行するかということである。それを反抗力曲線によつて考えることにする。

説明の便宜上，変形速度を大きな値から小さな値に減らして行く場合をとる。前節で説明したように，変形速度が大きいときには，反抗力曲線は鋸歯状曲線を示す。このような場合，先ず想像されることは，変形速度を減少して行くにつれ，曲線の歯の高さが次第に低くなつて行つて遂に0となり，塑性変形の連続曲線に移行するということではあるまいか。しかし，事実はそうではない。第7図の(b), (c)曲線からも解るように，圧縮速度を減らしても，鋸歯の高さが低くなるという傾向は全く見られない。ただ，隣り合つた鋸歯の間隔が速度の減少と共に，次第に広くなつて行き，且つ高さも高くなつて行くのである。その有様を第8図の(a)から(c)までに示してある。この範囲では，図の右側に模型的に表わしたように，雪は**II.**で説明

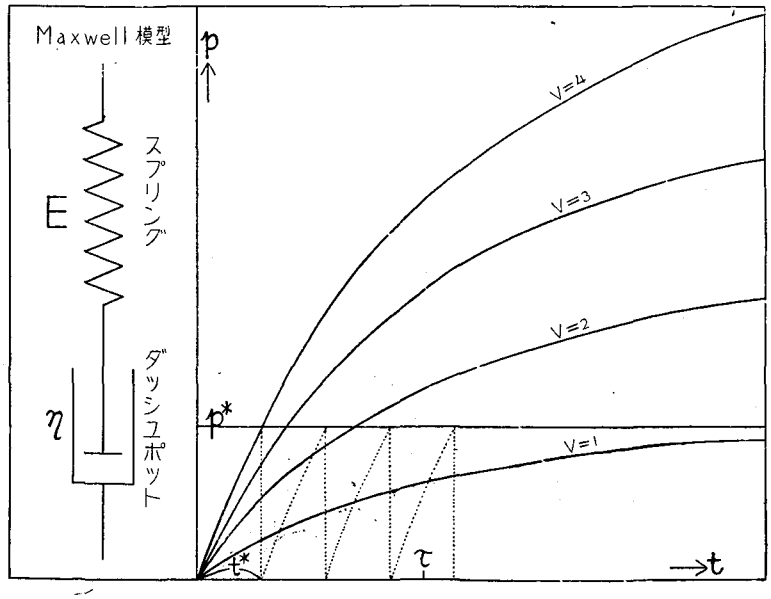


第8図　変形速度と変形形式及び反抗力曲線との関係の模式図。
(a), (b), (c)は破壊変形，(d), (e)は塑性変形。

した破壊による変形を行なうわけである。しかし，更に圧縮速度が遅くなつて，一つの鋸歯の幅が測定時間を越えるようになると，記録される反抗力曲線は(d)図のような次第に上昇する連続曲線になる。破壊は鋸歯の右端，急激に反抗力が陥没するときに現われるものであつて，(d)図のように測定時間中にそれが起らなければ，雪は図の右側に模型的に示したような塑性変形をするだけである。更に圧縮速度が小さくなると，鋸歯の上昇部分の上昇は非常に緩かになり，反抗力曲線は殆んど水平な直線となる。

結局，雪の変形は，破壊によつて間歇的に中断される連続的な塑性変形の連鎖であると考えられる。一つの塑性変形の期間は，変形速度が小さい程長く，観測している間に破壊が起らない程にそれが長くなれば，その変形形式が塑性変形と見られるであろう。野外に自然に堆積した積雪層は破壊を起すことなく最後まで塑性変形を続けるが，それは，積雪期間の間には破壊が一度も起らない程に，圧縮速度が小さくなつているからであると，一応考えることが出来る。しかし，次に説明するように，もう少し立入つて考察すると，変形速度がある値 v^* 以下になれば，永久に破壊は起らないという事情も成り立つことが解つて来る。積雪層の場合は，このような場合に属するものと考えられる。

雪の機械的性質が Maxwell 模型と Voigt 模型とを直列につないだ Burgers 模型で表わされることは，吉田[10]，小島[11]や，de Quervain[9]等が確めたのであるが，ごく近似的には一個の Maxwell 模型（第9図の左側に示す）によつても表わすことが出来る。Maxwell 模型を一定速度 v で変形するとき，模型の応力 p は次の式で表わされる。



第 9 図 Maxwell 模型と，それを一定速度 v (=1, 2, 3, 4) で変形させたときの応力 p の変化曲線，p^* は破壊応力，t^* は $v=4$ のときに現われる鋸歯状波の時間間隔，τ は緩和時間。

$$p = E\tau v\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad (1)$$

ここにtは変形し始めてからの時間，τは模型の緩和時間（$\tau=\eta/E$；ηは模型のダッシュポットの粘性係数，Eは模型のスプリングの弾性係数）である。変形速度vが異なれば，pも異なる。第9図の右側に，4個の異なるvの値に対してのpの曲線を表わしてある。

Maxwell模型のスプリングはpなる応力のもとに，それに対応する変形をするわけであるが，pがある限度p^*に達し，変形がそれの耐え得る最大限に達すれば，破壊するであろう。第9図で各曲線がp^*と印した水平線と交わる点で，スプリングの破壊の時刻t^*が示される。図から明らかなように，変形速度vが大きい程，t^*は小さく破壊は早く起ることになる。

雪をMaxwell模型で代表する限り，このスプリングの破壊が雪の破壊に対応するものと考えてよいであろう。ただ，雪と模型とについては次のような対応が考えられる。前に説明した通り雪の柱を圧縮して行つて，柱の端面で破壊が起ると，破壊された部分の雪は周囲に押出されてしまい，残つた柱の部分が直接に圧縮をうけるようになる。又，雪塊に圧縮板をあてるときには，圧縮板の下の雪が破壊される毎に，破壊された雪は圧縮板の下に圧縮部を作りつつ蓄積し，圧縮部は圧縮板の力を，まだ破壊されていない圧縮部の下の雪に伝える役をするだけになる。いずれの場合も，これをMaxwell模型の場合に引直して考えれば，次のようになるであろう。

スプリングが破壊すると，応力pは0となるが，同時にスプリングは又元の形に修理される。そして模型は最初と全く同じようにして一定速度vの変形をうけるようになり，応力pも再び増大して行く。このことが繰返されれば，応力pは0とp^*との間を上下し，pと時間tとのグラフは第9図の点線で表わした鋸歯状曲線になる筈である。（第9図の鋸歯状曲線は$v=4$の場合について書いてある）。そして，まさに，雪を比較的速い速度で圧縮し，雪に破壊変形を起させたときは，雪はこのような鋸歯状の反抗力曲線を示したのであつた。

模型の場合，鋸歯状曲線の一つの歯の幅はt^*に等しい。そしてvが小さくなる程，t^*は大きくなるので，歯の幅も広くなる。雪を圧縮するときも，反抗力の鋸歯状曲線の歯の幅は圧縮速度が小さくなると共に広くなつた。そして，圧縮速度が充分に小さくなれば，雪は遂に破壊しなくなり，反抗力曲線に急激な陥没は現われなくなつた。このことも亦Maxwell模型によつて説明される。

(1)式で時間tを無限大にとると，pは$E\tau v$に等しくなる。従つて，変形速度vが

$$v^* = p^*/E\tau \qquad (2)$$

より小さければ，スプリングの変形は破壊変形に達することなく，スプリングは永久に破壊しない。第9図の$v=1$の場合がそれである。先に注意したように，雪をMaxwell模型で代表することにすれば，観測時間の長短に拘わらず，破壊が観測されない状態の存在が証明されるのである。それで，雪の場合には，このv^*に相当する変形速度が二つの異なる変形形式の境界，即ち，破壊変形と破壊を伴なわない塑性変形との境界を定める変形速度とみるのが妥当であろ

う。変形速度 v がそれを越えると，破壊が起り得るようになるという意味で，この v^* を限界変形速度，略して限界速度ということにする。

雪を近似的に Maxwell 模型によつて代表されるとみて，雪の破壊を上記のようにして説明することは，筆者を含む吉田その他の者が今迄にも何回か行なつて来たことである[7),8),17)]。しかし，それは雪に関する他の現象の研究において，たまたま現われた破壊現象を説明しようとする試みにすぎなかつた。今ここに，筆者の雪の変形形式の移行の系統的な研究によつて，その説明に確実な根拠が与えられたと考えてよいであろう。

限界変形速度 v^* の実験的決定には，しかしながら，先に注意した観測時間の問題がある。一定速度で圧縮して行つても破壊が起らないということを確定するためには，圧縮を無限に長く続けなければならない。このようなことはもとより不可能である。筆者は試料の雪の円柱としては高さ 10 cm のものを用い，2～3 cm 圧縮することを標準として測定を行なつた。用いた圧縮速度の最小値は 1 mm/min. であつたから，最長の測定時間は 20～30 分であつた。このような場合には，変形量が非常に大きいため雪が変質して固くなり，又反抗力が非常に大きくなつて圧縮速度を一定に保つことが難しかつた。従つて，雪の応力が破壊応力 p^* に達する迄の時間 t^* が，この程度の測定時間に比べて遙かに長い場合には，実際には破壊変形を行なうのにそれを塑性変形と判定することが起るであろう。つまり，v^* は測定時間の長さに依存することになる。しかし，以上は積雪を単一の Maxwell 模型で近似して行なつた考察であつて，事実はもつと複雑な事情にある。例えば，雪は応力をもつ状態にあると，破壊しなくても変質し，固くなることが知られている。従つて，測定中に雪は変質を続けているのである。これらの色々な複雑な現象が起るため，限界速度 v^* の決定があいまいになる。v^* の決定に，測定時間がどう影響するかは，余り問題にならないであろう。

以上，積雪を単一の Maxwell 模型で代表させることにより，反抗力曲線が塑性変形では連続的になり，破壊変形では鋸歯状になること，及び限界速度 v^* の存在することが説明されたわけであるが，この説明では反抗力が常に一つの破壊応力 p^* を越えないことになる。しかし，実際には，塑性変形の場合は，反抗力が，破壊変形の鋸歯の頂の値よりも遙かに大きくなる。このことは，積雪がいくつかの Maxwell 模型の並列な連なりで表わされるとすると，よく説明される。このことは，後に **VI.** で詳しく述べる。

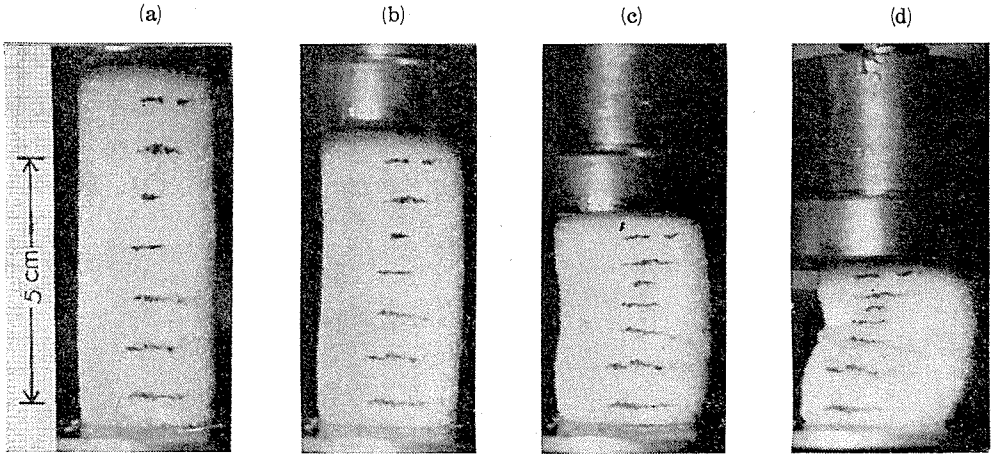
V. 雪の圧縮実験の結果の詳細

(1) **圧縮実験中に起る雪の変質**。雪は外から力をかけないまま放置しておいても，昇華現象によつて変質して行くが，その変質速度は非常に小さい[18)~21)]。しかし，雪にそれが破壊されない程度の力をかけて歪を測り，弾性係数を求める実験を何度も行なうと，実験が繰返される度に，弾性係数が大きくなつて行くことが知られた[11),22)]。この事実は，雪に力がかかつていると，例えそれが破壊を起させない程小さくても，雪は変質して固くなることを示すものである。従つて，ここに行なつたような一定速度で雪を圧縮する実験においても，実験を行なつて

いる間に雪は変質して固くなつて行くと考えなければならないであろう。

III. の第6図(a)の塑性変形の反抗力は，圧縮が続いている間上昇し続けている。実際に，塑性変形をする雪の圧縮をいつまでも続けていると，反抗力はどんどん大きくなり，遂に雪は圧縮板の降下を止め，駆動装置をスリップさせてしまうようになる。前節で行なつたように，雪を単一の Maxwell 模型で代表すれば，反抗力は一定値に漸近的に近づき，いつまでも増大を続けることはない筈である。こういう点からも，前節の考え方は，大筋の所は表わしているとはいえ，尚多くの訂正を必要とするであろう。

第10図の写真は，雪の円柱をその高さが半分以下になる迄も，圧縮したときの有様を示している。最後の状態(d)では，雪の柱は曲つた上，かなり横の方向に太つてしまつた。しかも，上下の端面のところでは，横の方向へ拡がり，圧縮板のために妨げられているのが認められる。これは雪の柱の中の応力の均一性が乱されていることを証明するものである。通常，測定は，(b)の状態あたり迄の圧縮で止めているのであるが，(b)では上記のようなことが，まだはつきりとは認められない。しかし，いくらかは起つているに違いない。これは現在の所，すべての圧縮実験に共通な，避けられない欠陥であると同時に，雪が圧縮と共に変質して行くことを示す事柄でもある。



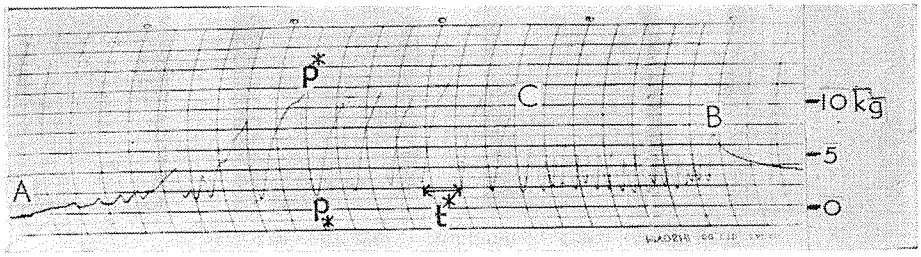
第10図　圧縮速度 1.9 mm/min，雪密度 0.30，温度－16°C.

第11図　雪塊の圧縮．圧縮速度 3.3 mm/min，圧縮板の直径 5.9 cm，雪密度 0.28，温度－4.8°C，圧縮を進めるうちに，変形形式が破壊変形から塑性変形に移行した例，A で圧縮開始，B でやめる．雪塊表面に 1.3 cm の深さの凹みが出来，1.3 cm の厚さの圧縮部が生じた。

第11図に示した反抗力曲線も亦雪が圧縮中に変質することを示す例である。これは雪塊に圧縮板をめりこませたときのものであるが，圧縮速度が限界速度以上であつたため，雪は破壊変形を始めた。しかし，変形が進むにすれ，鋸歯状曲線の鋸歯はその高さと幅とを増して行き，遂に最後の段階では，それ以上圧縮を進めても曲線の陥没は起らず，変形は塑性変形に移行してしまつたような様相を示した。以上のような一つの測定中に変形形式の移行が起るのは，圧縮速度が限界速度に近いときに限られ，これは寧ろ稀な場合である。しかしこれも亦，圧縮中に雪が変質することを示す例であると考えてよいであろう。

(2) **破壊変形の反抗力の大きさと圧縮速度 v との関係。** 第12図は，雪の円柱をA点で，1.1 mm/min. の速度で圧縮し始め，C点で圧縮速度を2倍以上の2.75 mm/min. に増したときの反抗力曲線である。鋸の歯は，その高さも幅も，圧縮速度の増大と共に急に減少している。歯の幅 t^* が狭くなることは，前節に述べたようなMaxwell模型による考え方で説明出来るが，歯の低くなることはそれでは説明されない。しかし，とにかくこの事は事実で，次の第13図から第16図までの図にこれらの関係をまとめて表わしてある。

第13図の横軸は圧縮速度 v，縦軸は1 cm² あたりの反抗力 p を表わしている。v が小さいときは，雪は塑性変形のみをうけるが，このときの p は次第に連続的に上昇して行くだけである。従つて，図には圧縮を中止した時の p の最大値を印し，印の下には点線をつけ，印の上には矢印をつけた。点線は，始め小さかつた p がこの印の所まで増大したこと，矢印は尚圧縮を続ければ p はもつと大きくなるということを示すためのものである。v が大きくなつて破壊変形が起るようになり，反抗力曲線が鋸歯状波を描くようになつた場合に対しては，鋸歯の頂と

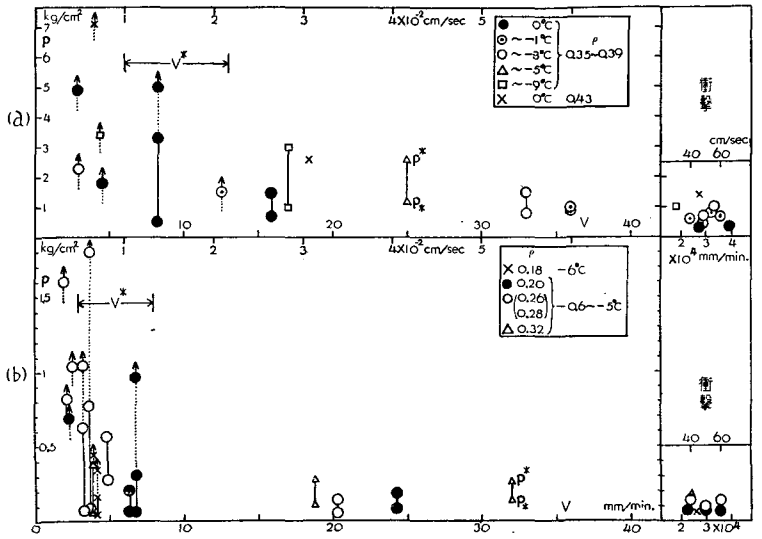


第12図 雪円柱の圧縮．円柱の直径5 cm，高さ3.9 cm，AC間圧縮速度 1.1 mm/min. CB間圧縮速度 2.75 mm/min，雪密度 0.28，温度 −22.2°C.

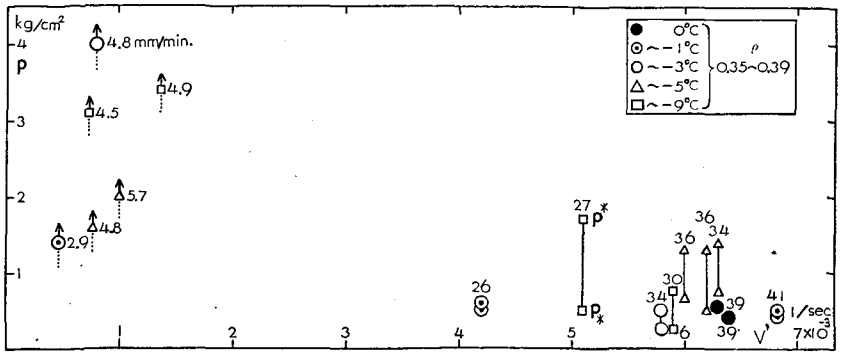
谷とにあたる p の値 p^*，p_* の夫々の平均値を印し，その二つを直線で結んだ。鋸歯の頂とは鋸歯の上昇部が昇りつめた点，谷とは頂から下降して再び上昇し始める陥没部の最下点である。従つて鋸歯の右側の下降部の高さは p^*-p_* となる。又，第11図の場合のように，始め破壊変形をしていたのが塑性変形に移行する変形形式移行の場合がある。このような場合は，始めの破壊変形の鋸歯の頂と谷とを表わす印（第11図のように，鋸歯の振幅が次第に大きくなつて行くので，塑性変形に移る最終鋸歯の頂と谷の値をとつて示した）の上に，点線でつないだ矢印

のある印をつけた。矢印のある点が圧縮を中止したときの p の値である。

筆者は雪の圧縮実験と平行して，雪の上に円筒形の錘を落し，雪を衝撃的に変形させる実験も行なつた。そして，その短い衝撃過程における雪の反抗力をオッシログラムにとつた[7]。落下する錘が雪を圧縮する速度は，この実験の圧縮板の下降速度に比べると非常に大きく，毎秒数十糎になる。それで，このときの雪の反抗力を，速度のスケールを別にして，第13図の右端に書き入れておいた。（この場合は，一定速度の圧縮ではないので，速度として，錘が雪面に達してから雪の中にめりこんで止まるまでの平均速度をとつた。又反抗力は，その間の位置平均の反抗力の 1 cm² 当りの値をとつた。文献 7) の VII. 参照）

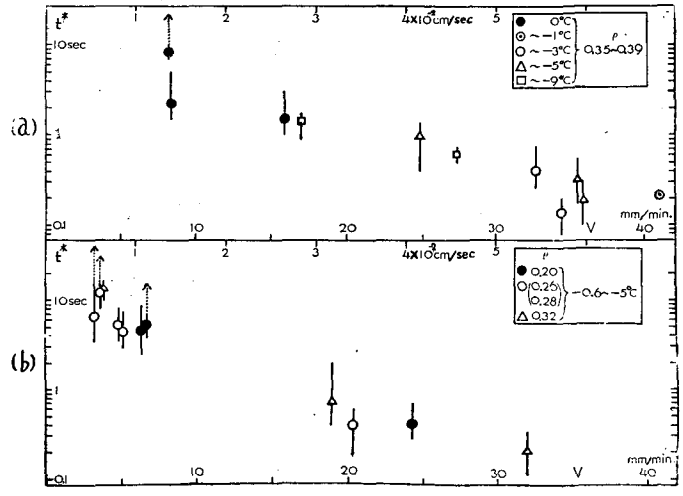


第13図　雪塊の場合の雪の反抗力 p と圧縮速度 v との関係，点線と矢印のついた印は塑性変形の場合を示す。p^* は鋸歯の頂，p_* は鋸歯の谷の値を示す。ρ は雪の密度，v^* は塑性変形と破壊変形の境界の速度，(a) 硬い雪，(b) 軟かい雪。

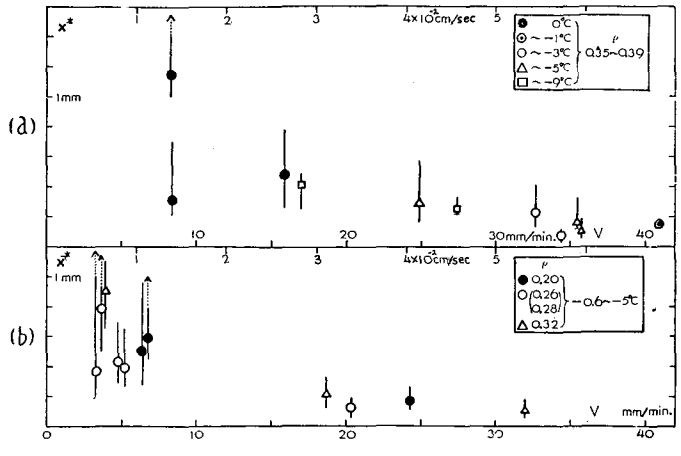


第14図　円柱の場合の，雪の反抗力 p と歪速度 v' との関係。各点の肩の数字は圧縮速度 v. p^* は鋸歯の頂，p_* は鋸歯の谷の値を示す。ρ は雪の密度。

第13図を全般的に見ると，圧縮速度 v が大きくなるにつれて，雪の反抗力が小さくなることが解る。しかし，v が 15 mm/min. 位以上になると，減少度は小さくなり，衝撃圧縮に対する反抗力のような大きな v に対する p の値も，それ程小さくはない。これに反し，v の値が 7～8 mm/min. 以下のときには，v の減少と共に p は急激に増大する。このような，v の大小に対しての反抗力 p の大きな差異は，いうまでもなく，変形形式の違いに基づくものである。そして，変形形式の違いを定める限界変形速度 v^* は，第11図に示したような変形形式移行を伴なう反抗力が頻繁に現われる附近にあるのであろう。第13図(a)の硬い雪で 7～13 mm/min., (b)の軟かい雪で 3～7 mm/min. の附近である。又第6図(b)と第12図に示した反抗力曲線の雪



第15図 鋸歯状波の時間間隔 t^* と圧縮速度 v との関係
(a) 硬い雪，(b) 軟かい雪。



第16図 鋸歯状波の距離間隔 x^* と圧縮速度 v との関係
(a) 硬い雪，(b) 軟かい雪。

（低温実験室に保存しておいた雪）は非常にもろい雪で，1.1 mm/min. でも破壊変形を示した。雪の反抗力が圧縮速度によつて変るということは，除雪などのような実用問題にも関連して重要な事柄である。

第13図は，圧縮板が雪を圧縮して行く速度 v そのものと p との関係を示したものであるが，第14図には，雪の円柱について，その歪の増加速度 v' をとり，それと p との関係を表わした。円柱の始めの高さを l_0，ある時刻での高さを l とすれば，$s=(l_0-l)/l$ として，$v'=ds/dt$ である。第13図と同様な関係が認められる。第13図(a)と第14図に，雪の温度の違いを異なる印で示した。温度が高い程 p が小さいという傾向が見られた。又温度が高い所で，p^*-p_* の線が狭くなり，一点で表わされる程のものもあるが，これは鋸歯状性が温度が高くなるにつれ次第に崩れて来ることを示している。これは後に(5)で取扱う。

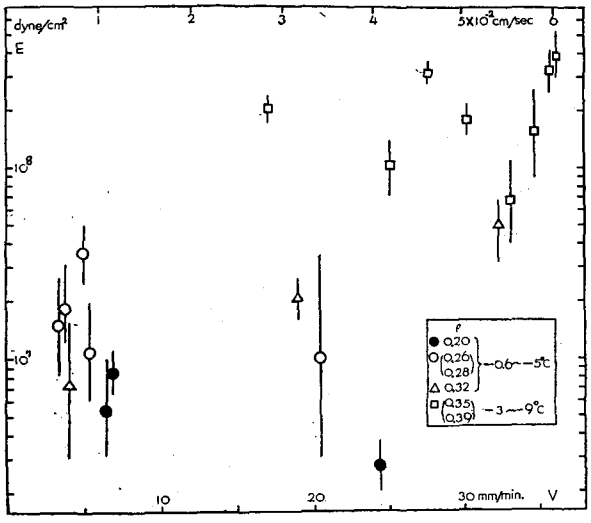
(3) 鋸歯状反抗力の鋸歯の幅 t^*，x^* と圧縮速度 v との関係。 鋸歯状反抗力の幅が圧縮速度と共に減少することは前に述べた（第12図）。第15図に，時間で表わした歯の幅 t^* と，圧縮速度 v との関係を表わした。一つの曲線に関しても，t^* は一定値ではなく，ある値の範囲に分散するので，その分散範囲を直線の長さで示してある。v の増大と共に t^* は急激に減少する。v が小さい所で上向きの矢印をつけたものは，圧縮の途中で変形形式が破壊変形から塑性変形に変つた場合を示している。

第16図では，t^* の代りに鋸歯の幅として，それを距離で表わしたもの x^* を使つている。x^* は t^* に v を乗じて得られる。x^* も亦 v の増加と共に減少するが，t^* の減少の仕方に比べれば，遙かに緩漫である。図から解るように，x^* の値は1 mm の数分の一である。雪の粒子の大きさも普通この程度のものである。従つて，雪は大体それを構成している粒子の大きさの程度の圧縮をうける度毎に破壊するということになる。

(4) 雪の弾性率 E と圧縮速度 v との関係。 雪を Maxwell 模型で表わすことは，雪を粘弾性物質とみることであるが，その弾性の係数 E は鋸歯状反抗力の歯の上昇部の傾斜から求められる。**IV.** の(1)式で時間 t を小とすれば，$p=Evt$ となる。従つて，鋸歯の陥没の深さ p^*-p_* を，鋸歯の幅を距離で表わした x^* と円柱の高さ l との比，即ち歪 x^*/l で割れば，E が得られる。（雪塊の場合は，$E=(p^*-p_*)(1-\nu^2)/Dx^*$ で与えられる。但し p^*-p_* は力の単位で表わし，D は圧縮板の直径，ν はポアソン比である。積雪では ν が0.2位[23]とされているので，$1-\nu^2=1$ として計算した。）

第17図に，この E と v との関係を表わす。E の値もある範囲に分散するので，その範囲を縦線の長さで表わした。E は v によつて余り変化しないことが示されている。これは，雪を Maxwell 模型で表わすことの正当さに対する一つの証拠とみてよいであろう。

E は 10^7，10^8 dyne/cm^2 の程度の大きさであるが，これは吉田[24]，小島[11],[22]が静的に雪を圧縮して定めた E の値とほぼ一致している。



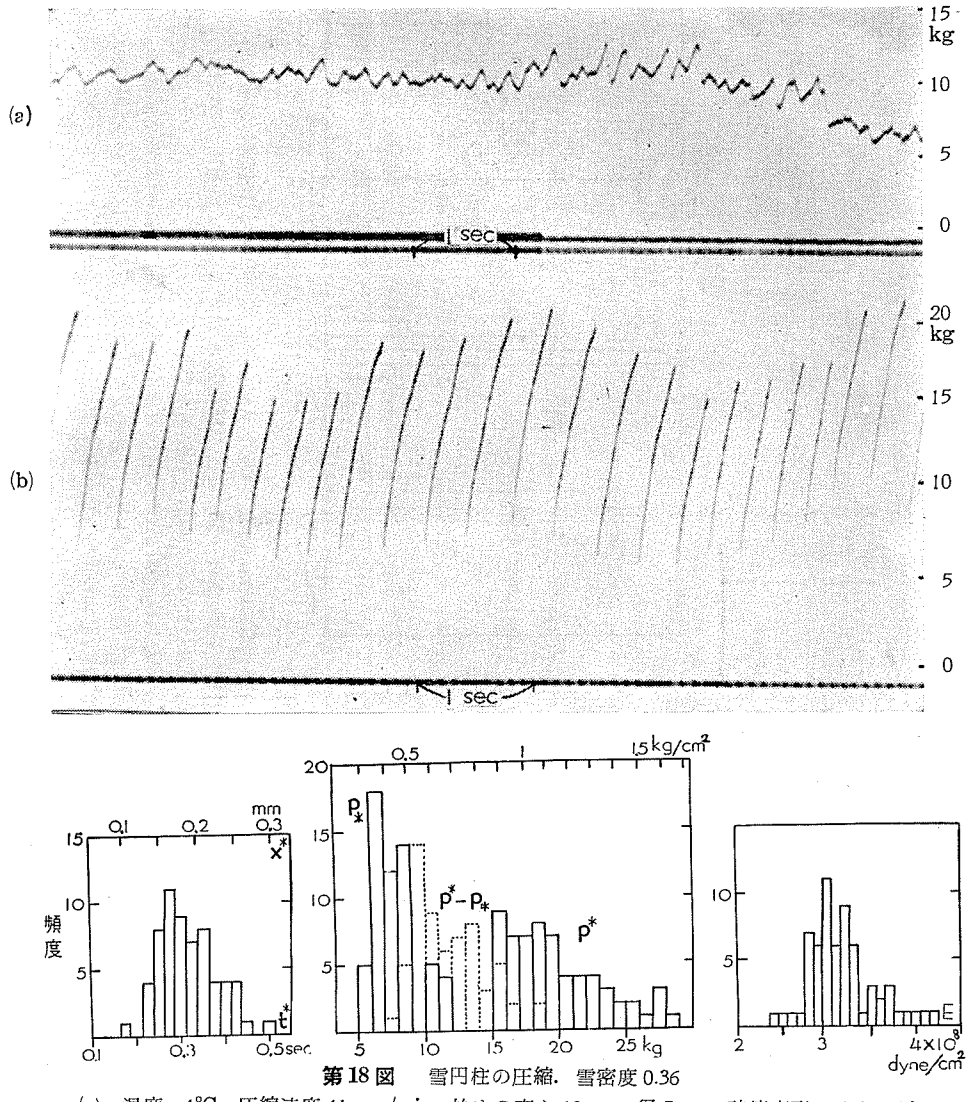
第17図 破壊変形の場合の各鋸歯状波から得られた弾性率 E と圧縮速度 v との関係。

(5) **鋸歯状反抗力の鋸歯の特性値の分布。** 以上に述べたように，鋸歯状反抗力の歯の特性，即ち p^*, p_*, t^* 或いは x^*, E などは歯の一つ一つについて同一ではなく，ある値の範囲内に分布している。第18図の(b)は35.5 mm/min. の圧縮速度で雪の円柱を圧縮したときの反抗力曲線であるが，その歯の各々について，p^*, p_*, t^* などを求め，その頻度分布を表わしたのが(b)の下の三つの図である。左端の図は，歯の時間間隔 t^* (或いは距離間隔 x^*) の頻度分布，右端の図は弾性率 E の頻度分布を示す。中央の図には p^*, p_* 及び p^*-p_* の頻度分布が表わされている。5 kg から 12 kg にわたる実線部分が p_*, 15 kg 以上の実線部分が p^* である。p^*-p_* は歯の右端，反抗力の陥没する高さであるが，これは点線で示してある。このように，歯の特性値はかなり広い範囲に分布している。先に述べたような雪を単一の Maxwell 模型で代表する理論では，このような特性値の分散は説明出来ない。従つて，この理論は大体の様子を説明するだけのもので，尚多くの訂正をする必要がある。

第18図(b)の反抗力曲線は温度−4.5℃のときのものである。同じ雪を殆んど同じ圧縮速度で，温度が−1.0℃のときに圧縮したら，(a)の曲線が得られた。歯の高さ p^*-p_* が小さくなると共に，E も小さくなつている事が解る。このように，雪の温度が高いときには，鋸歯の幅 p^*-p_* が小さくなつて，鋸歯状性が崩れて来る。第5図の0℃の場合には，殆んど滑らかな曲線が得られた。そして，写真から解るように，破壊された雪は，柱の上端面から舌状に伸び出している。つまり，雪が湿つて流動性が増したため，このような現象が起つたのであろう。

前述のように，筆者は雪塊の上に円筒形の錘を落して，錘に及ぼされる雪の反抗力の研究を行なつた[4)~8)]。反抗力は一般に複雑な変化を示した。しかし，雪塊を自然位置のままでなく，横倒しに置いて錘を落すと，反抗力は始めから終りまでほぼ一定の値の簡単なものになること

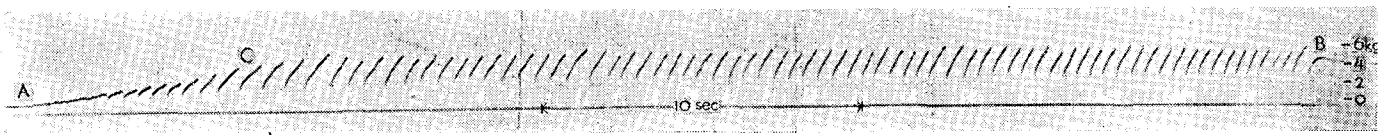
を知つた。そして，この型の反抗力をA型反抗力と名づけた。積雪は水平ないくつかの層から成つていて，一つの層それ自身はほぼ一様であるが，それでもある程度の層組織をもつている。従つて，一つの層といえども鉛直方向には完全に一様であるとは云えない。しかし，水平方向には一様である。それで雪塊を横倒しに置いて，錘を層組織に平行に落せば，錘の雪中への沈みの深さの如何に拘わらず，常に同じ組成の雪が抵抗することになる。筆者は，反抗力が

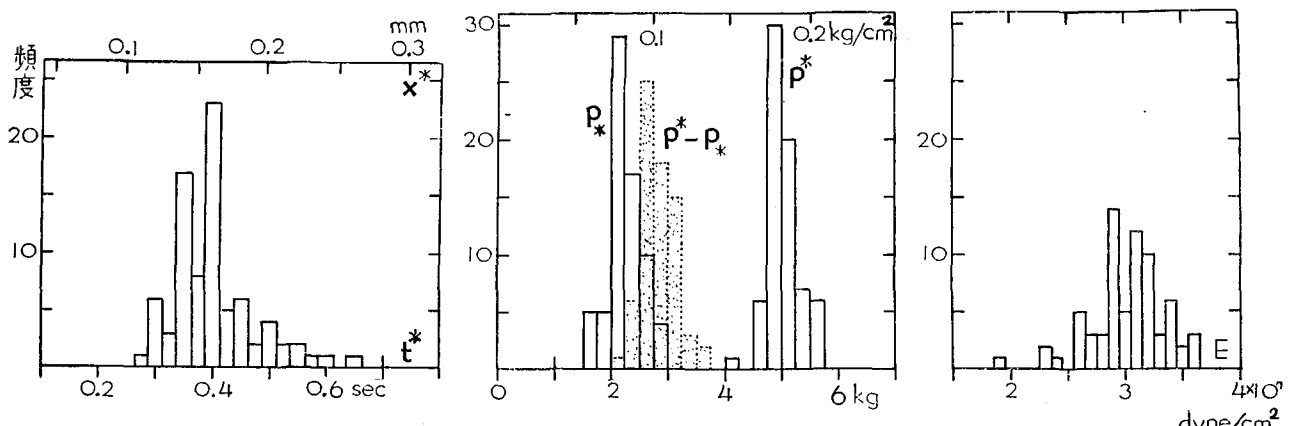


第18図　雪円柱の圧縮．雪密度 0.36

(a)　温度−1°C．圧縮速度 41 mm/min．始めの高さ 10 cm，径 5 cm．破壊変形ではあるが，鋸歯状がくずれている。

(b)　温度−4.5°C．圧縮速度 35 mm/min．始めの高さ 9.6 cm，径 4.7 cm．破壊変形で鋸歯状がはつきりしている。下段に特性値の分布を示す。t^* は時間間隔，x^* は距離間隔，p_* は鋸歯の谷，p^* は鋸歯の頂，p^*-p_* は鋸歯の高さ，E は弾性率。





第19図　雪塊の圧縮．圧縮速度 24 mm/min．雪塊を横倒しにして，層に平行に圧縮．圧縮板の直径 5.9 cm．雪密度 0.20，温度−3.7°C．A で圧縮開始，B でやめる。雪塊表面に 1.4 cm の深さの凹みが出来，1.9 cm の厚さの圧縮部が生じた。
上段は鋸歯形反抗力曲線，下段はその特性値分布。t^* は時間間隔，x^* は距離間隔，p_* は鋸歯の谷，p^* は鋸歯の頂，p^*-p_* は鋸歯の高さ，E は弾性率．いずれも CB 間の 70 箇の鋸歯について分布をとる。

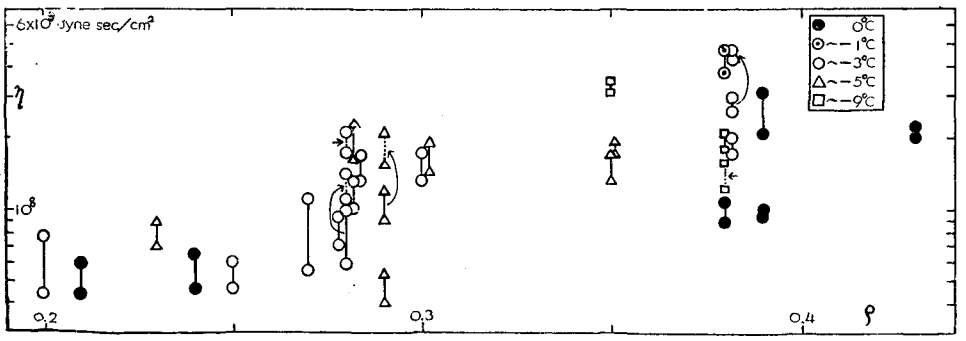
A 型になるのは，このためであると解釈した。

第 19 図の反抗力曲線は，雪塊を横倒しに置いて 24 mm/min. の速度で圧縮したときのものである。鋸歯状ではあるが，非常に一様であつて，その下に掲げた鋸歯の特性値の分布も余り分散していない。まさに，落下する錘の A 型反抗力に対応するものが得られたわけである。

(6) 塑性変形のときの粘性係数 η と雪の密度 ρ との関係。 圧縮速度が小さく雪が塑性変形をするときには，その初期を除けば，変形は主として粘性によるものと考えられる。それで，雪の円柱について得られた塑性変形の反抗力曲線の後半部について p/v' の値を求め，それを粘性係数 η とした。p は 1 cm² 当りの雪の反抗力で，v' は雪の円柱の歪の変化速度である。(雪塊の場合は，$\eta=p(1-\nu^2)/Dv$ で与えられる。p は雪の反抗力で，D は圧縮板の直径，ν はポアソン比である。(4) と同じく，$1-\nu^2=1$ として計算した。)

しかし，反抗力曲線は第 6 図 (a) のように，その後半部でも尚緩やかにではあるが，上昇を続けるので，η の値も次第に増大する。それで η をその変化範囲で表示することにする。第 20 図は横軸に圧縮前の雪の密度 ρ を，縦軸に η をとつて両者の関係を示したものである。η が ρ の増大と共に増大することが認められる。又，雪の温度を異なる記号で表わしてあるが，温度が低い程 η は大きくなる傾向が見られる。又，圧縮を一度中止して，暫くたつてから再び圧縮を始めると，η の値は一般に大きくなる。これは，既に筆者等が以前に指摘したことのあるものである[22]。第 20 図には，この η の値の増加を矢印で示しておいた。

小島は野外に積つた自然積雪の沈降を詳細に調べて，雪の粘性係数 η を決定した[1)~3)]。それによると，η の値は密度 0.2～0.4，温度 0～—5°C の雪について，10^{10} dyne·sec/cm² 以上である。第 20 図の値も，ほぼ同じ密度，温度の雪についてのものであるが，η は 10^8～10^9 dyne·sec/cm² の程度であつて，小島の得た値に比べると遙かに小さい。第 20 図の場合の歪の変化速度 v' は $0.5\sim1.5\times10^{-3}$ 1/sec の程度であるが，小島の場合は 10^{-7} 1/sec の程度で非常に小さい。粘性係数は v' の減少と共に著しく増大する傾向をもつようである。



第 20 図　塑性変形の場合の，粘性係数 η と雪の密度 ρ との関係
矢印は再圧縮したことを示す。

(7) **積雪の緩和曲線。** 圧縮板の下降をとめ，変形を一定のところで抑えたままにしておくと，反抗力が次第に減少して行く。反抗力曲線の B 以後がそれである。これが積雪の緩和曲線であるが，四つの例について時間の対数をとつて第21図(a)に示す。塑性変形，破壊変形，又円柱，雪塊いずれの場合も大体同じような減少のしかたである。

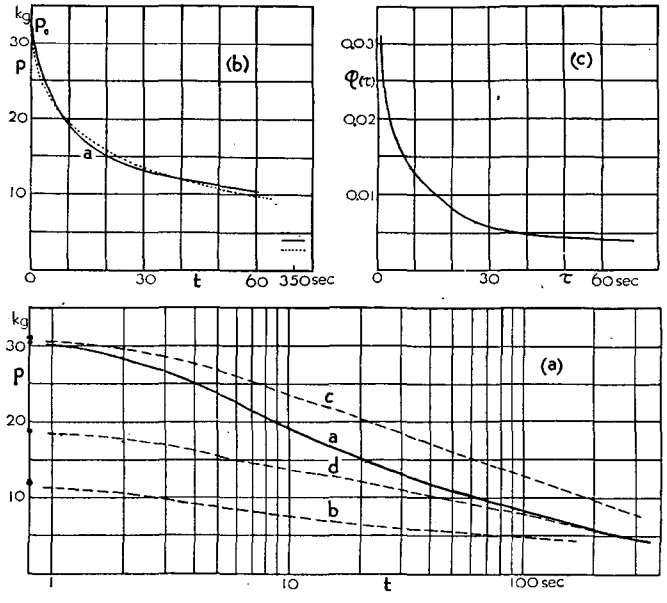
積雪が，第9図のように単一の Maxwell 模型で表わされるものとすると，緩和曲線は次の式で表わされる。

$$p = p_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3)$$

p_0 は圧縮をとめた瞬間の反抗力，τ は反抗力 p が p_0/e になる時間で，緩和時間と呼ばれるものである。第21図に示したように，積雪の緩和曲線は，(3)に比べて前半は減少のしかたが急であるが，後半は非常に緩かである。大浦[5]はこの緩和曲線を長時間にわたつて観測し，詳細に分析している。筆者は高々十数分にわたつて測定したのであるが，1～2分までの範囲では，緩和曲線は大体次の式で表わされる。

$$p = p_0 e^{-\sqrt{t/a}} \qquad (4)$$

この a は(3)式の τ と同じく，p が p_0/e になる時間である。第21図(a)の実線の例については $a=40$ 秒で，(4)の曲線を(b)の点線で示してある。実線の緩和曲線と割合よく合つている。



第21図 (a) 積雪の緩和曲線 a：円柱，塑性変形，密度 0.36，温度−6°C
b：同じ円柱，破壊変形
c：雪塊，塑性変形，密度 0.28，温度−1.8°C
d：同じ雪塊，破壊変形
(b) 積雪の緩和曲線，点線は $p_0 e^{-\sqrt{t/40}}$ の曲線
(c) 分布函数 $\varphi(\tau)$.

従つて，積雪が単一の Maxwell 模型で表わされるものでないことが解る。そこで多くの Maxwell 模型が並列に連つた模型で表わされるとすると，緩和曲線は次のようになる。

$$p = p_0 \sum a_i e^{-t/\tau_i} \qquad (5)$$

$\tau_i\,(i=1,2,3\cdots\cdots)$ は各要素の緩和時間，a_i は各要素の寄与の割合を示すものである。又，τ_i が連続的に分布しているとすると，

$$p = p_0 \int_0^\infty \varphi(\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} d\tau \qquad (6)$$

で表わされる。$\varphi(\tau)$ は分布函数である。

(4) の曲線について，$\varphi(\tau)$ を求めてみよう。簡単な計算から，函数 $\int_0^\infty \varphi(\tau) e^{-\frac{t}{\tau}} d\tau \left(= e^{-\sqrt{t/a}}\right)$ が $\varphi\left(\frac{1}{\tau}\right)/\tau^2$ のラプラス変換になつていることが解る。従つて，次が得られる。

$$\varphi(\tau) = e^{-\frac{\tau}{4a}}/2\sqrt{\pi\tau a} \qquad (7)$$

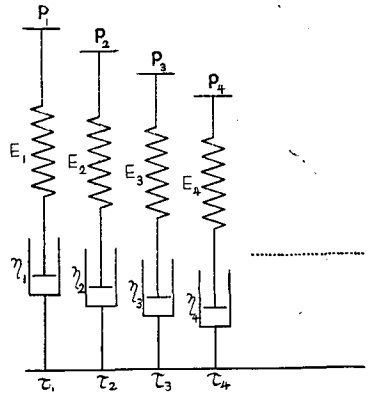
第 21 図 (b) の点線について，$\varphi(\tau)$ を計算したものを，同図 (c) に示す。τ が大きくなる程，$\varphi(\tau)$ は減少している。又 (4) の式を用いたため，$\tau=0$ で $\varphi(\tau)$ が無限大になつているが，この辺は近似であるため確かではない。

VI. 考　　察

先に **IV.** で，積雪を単一の Maxwell 模型で代表することにより，圧縮速度 v が限界速度 v^* より速いときには，鋸歯形の反抗力曲線が現われて破壊変形が起り，圧縮速度 v が限界速度 v^* より遅いときには，連続的な反抗力曲線が現われて塑性変形が起ることを説明した。これによると，破壊変形の場合の反抗力 p は，v の大小に関することなく，0 と一定値 p^* との間を往復することになり，塑性変形の場合の反抗力 p は常に p^* より小さい或る値に漸近的に近づかなければならないことになる。しかし，実際は，第 13 図，第 14 図から解るように，塑性変形の場合の p は，p^* より遙かに大きな値に迄増大を続けるし，破壊変形の場合の p^* は，v が小さくなると共に大きくなつて行く。このように，変形速度が小さい場合に大きな力で塑性変形が起ることとしては，積雪の沈降力として大きな力が生ずる現象がある。又変形速度が大きい場合に小さな力で破壊変形が起ることとしては，一寸としたきつかけで雪崩が起るという現象がある。従つて，この種の問題は積雪の力学的性質に関する重要な問題である。つぎにこの点について理論的な考察を加えてみようと思う。

積雪を構成する氷粒は複雑なつながり方をしている。従つて，積雪の変形が始まつたばかりで，まだ変形が小さいときには，力をうけずに浮いた状態にあり，反抗力には関与しない氷粒が存在するであろう。変形が進むと，雪はつまつて来て，今まで遊んでいた氷粒も次第に反抗力に関与するようになる。このような積雪の構造は，第 22 図の Maxwell 模型群で代表することが出来よう。即ち，長さの異なる多くの Maxwell 模型が並んだもので，圧縮が始まると，先ず左端の模型が縮み，暫らくすると，その右隣りの第 2 の模型が縮むという具合にして，圧

縮の進行と共に反抗力に参加する模型の数が増して行く。圧縮速度 v が限界値 v^* を越えなければ，模型は破壊しないので，v がどの模型の v^* よりも小さければ，破壊する模型は一つもない。従つて，この模型群の変形は塑性変形を表わすことになるが，模型群全体の反抗力は，それに参加する模型の数が増加することによつて，いつまでも増大を続ける。かくして，単一の Maxwell 模型では説明出来なかつた塑性変形における反抗力 p の連続的な増大が説明されるわけである。

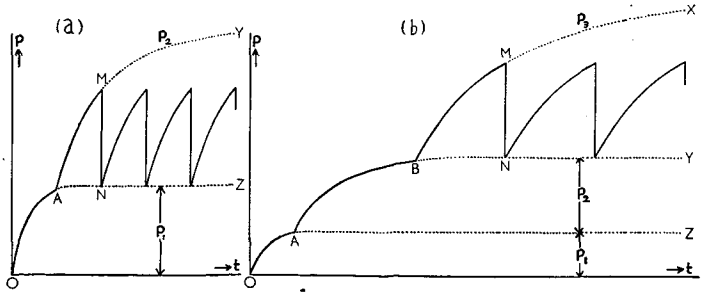


第22図 長さの異なる Maxwell 模型群が並列に並んだ模型。

次に，圧縮速度 v が大きくて，破壊変形が起る場合，反抗力 p の最大値が v の減少と共に増大することを説明しよう。**IV.** の (1) 式でも述べたが，単一の Maxwell 模型の反抗力は，

$$p_i = E_i v \tau_i \left(1 - e^{-\frac{t_i}{\tau_i}}\right) \qquad (8)$$

で表わされる。(i は各模型の番号，E_i，η_i，τ_i は夫々弾性係数，粘性係数，緩和時間，t_i は i 番目の模型の圧縮開始の時から測つた時間。) ここに，各模型について，その限界速度 v_i^* の間には $v_1^* > v_2^* > v_3^* > \cdots$ の関係があると仮定する。先ず，$v_1^* > v > v_2^*$ のような速度 v で圧縮したとすると，模型 1 は破壊することなく，p_1 は第 23 図 (a) の曲線 OAZ のように変化する。A 点で模型 2 の圧縮が始まると，p_2 が現われて p_1 に重なり，p の値は曲線 AM にそつて増大して行く。しかし，$v > v_2^*$ なので模型 2 はやがて破壊しなければならない。その破壊点を M 点とすると，p はここで急激に N 点，即ち p_1 の値に落ちる。前に **IV.** で説明した理由により模型 2 は直ちに修繕されて，作動し始める。そして，N 点を出発点として，前回と全く同じことが繰返される。かくして，第 23 図 (a) の鋸歯状実線によつて反抗力 p が表わされることになる。**IV.** で用いた単一の Maxwell 模型では，p は M 点から 0 の値まで下降したが，ここでは 0



第23図 (a) 圧縮速度 v が速くて，p_1+p_2 で生ずる鋸歯状反抗力曲線。
(b) v が遅くなつて $p_1+p_2+p_3$ で生ずる鋸歯状反抗力曲線。

でないN点で止まつている。実験によつて観測されたpの鋸歯状曲線も，その鋸歯の谷p_*は0にまで達してはいないのである。

圧縮速度vが更に減少して，$v_2^*>v>v_3^*$の条件を満足するようになると，模型1のみならず模型2も破壊することなく，反抗力pは第23図(b)の実線OABMN……で表わされることになる。vが小さくなつたので，p_1の値は(a)の場合よりは小さい。しかし，(a)の場合には作動しなかつた模型3が作動し始め，その反抗力p_3をp_1+p_2の上に重ねるので，破壊の起る点Mは(a)の場合よりも高くなり得るわけである。vが更に減少すれば，第4，第5の模型が作動するようになり，鋸歯の頂は益々高くなつて行く。そして，最初の鋸歯の頂の現われる時刻は次第に遅れて行き，遂に，塑性変形に対応する状態に移行する。

V. の(7)で説明したような，長さのすべて等しいMaxwell模型群を用いるのでは，破壊変形における鋸歯の頂が圧縮速度の減少と共に増大することを，説明するのは非常に困難である。この節のような模型を用いたにしても，まだ甚だ不完全ではあるが，一応の説明は与え得るものと考えてよいであろう。

終りに，この研究に際し色々と御指導をいただいた吉田順五教授，低温科学研究所応用物理部門の方々に感謝の意を表す。尚，この研究は文部省科学研究費によつて行なわれたものである。

文　献

1) 小島賢治 1955 積雪層の粘性圧縮 I. 低温科学，物理篇，***14***，77.
2) ―― 1956 積雪層の粘性圧縮 II. 低温科学，物理篇，***15***，117.
3) ―― 1957 積雪層の粘性圧縮 III. 低温科学，物理篇，***16***，167.
4) 木下誠一 1953 雪の中に落下する物体に及ぼされる抵抗. 低温科学，***10***，13.
5) ―― 1955 衝撃による積雪の破壊 I. 低温科学，物理篇，***14***，95.
6) ―― 1956 衝撃による積雪の破壊 II. 低温科学，物理篇，***15***，149.
7) ―― 1957 衝撃による積雪の破壊 III. 低温科学，物理篇，***16***，119.
8) Yosida, Z. and Colleagues 1957 Physical studies on deposited snow. III. Mechanical properties. (2). Contributions from the Institute of Low Temperature Science, No. 11.
9) De Quervain, M. 1946 Kristallplastische Vorgänge im Schneeaggregat. II. Mitteilungen aus dem eidg. Institut für Schnee- und Lawinenforschung.
10) 吉田順五 1953 雪の粘弾性及び雪の破壊抵抗. 低温科学，***10***，1.
11) 小島賢治 1954 積雪の粘弾性. 低温科学，***12***，1.
12) 大浦浩文 1955 積雪沈降力の増加に関するレオロジー的な考察. 雪氷，***17***，13.
13) Kornfeld, M. and Ryvkin, M. 1940 On the brittleness of liquids. Journ. Phys. USSR. ***2***，183.
14) Landauer, J. K. 1955 Stress-strain relations in snow under uniaxial compression. Research Paper, 12, S.I.P.R.E.
15) 斎藤錬一 1945 積雪粒子の構造と力学的性質. 気象集誌，***23***，1.
16) 古川巖・白川与志美 1948 積雪の微動圧迫抗力の研究　押しつぶしに耐える力. 雪氷，***10***，128.
17) 吉田順五 1957 雪の一生. 楡書房版.
18) 吉田順五・小島賢治 1950 雪の結晶の変形 I. 低温科学，***5***，75.
19) 小島賢治 1953 雪の結晶の変形 II. 結晶の種類と温度による変形の変異. 低温科学，***9***，187.

20) 小島賢治 1953 雪の結晶の変形 III. 変形に及ぼす温度勾配の影響. 低温科学, **9**, 205.
21) Yosida, Z. and Colleagues 1955 Physical studies on deposited snow. I. Thermal properties. Contributions from the Institute of Low Temperature Science, No. 7.
22) Yosida, Z. and Colleagues 1956 Physical studies on deposited snow. II. Mechanical properties (1). Contributions from the Institute of Low Temperature Science, No. 9.
23) Edwin Bucher 1948 Beitrag zu den theoretischen Grundlagen des Lawinenverbaus. Beiträge z. Geolo. Schweiz, Hydro., Lief., 6.
24) 吉田順五・笹谷雅信・内海威彦 1948 雪の弾性と剛度. 低温科学, **4**, 11.
25) 大浦浩文 1957 雪洞の天井を支える梁にかかる力. 低温科学, 物理篇, **16**, 55.

Résumé

The resisting force of snow against the compression to which it was subjected was registered electrically by the experimental apparatus shown in fig. 1. The speed v of compression was chosen within the range 1~40mm/min. It was found that the snow was deformed in two different manners according to whether v lies above or below a value v^* in the above-mentioned range. When $v>v^*$ the snow was deformed in a destructive manner being fractured intermittently on the surface through which the compressive force was applied to it. The curve of resisting force p took an appearance of the teeth of a saw (fig. 7 (b) and (c)); the sudden depressions of the curve at the right end of each tooth correspond to the intermittent fractures. When v was gradually lowered the saw-teeth on the curve became broader and broader, their height increasing slowly at the same time, and finally, when v passed v^* over to its smaller side the teeth became so broad and flat that no depression representing the fracture occurred. In the latter case the snow was continuously deformed in a plastic manner. The deformation for $v>v^*$ and that for $v<v^*$ will be called here "destructive" and "plastic" respectively.

Plastic type

The series of photographs in fig. 3 shows the plastic type deformation of a snow pillar (snow density ρ: 0.38, temperature T: −3°C, compression speed v: 4.8 mm/min); the resisting force p continued to rise, at first rapidly and then slowly, without any discontinuous depression (fig. 6 (a)). It reached such a large value as 4 kg/cm^2 in the last stage of the experiment. The displacements of each mark put on the surface of the pillar showed that it shortened almost uniformly over its whole length.

When a rigid disc was pushed into a block of snow at a low speed, the disc sank into it making a conical depression on its surface. Fig. 2 (a) shows the vertical section of such a deformed block sprayed with coloured water. (ρ: 0.26, T: −2.3°C, v: 2.6 mm/min). The snow was most deeply tinted below the bottom of the depression; the tint diffused outwards showing no distinct boundary of the tinted region. The resisting force p of the snow block was continuous in just the same manner as in the above case of a snow pillar.

Destructive type

The series of photographs in fig. 4 show the destructive type deformation of a snow

pillar during its compression (v: 24.5 mm/min, ρ and T: the same as in fig. 3). The snow pillar was destroyed at its bottom and the destroyed snow was squeezed out to be piled up around the foot of the pillar. The marks on the surface of the undestroyed part of the snow pillar kept their relative positions unchanged; this showed that the remaining part itself was not shortened. The resisting force appeared as saw-toothed waves (fig. 7 (b) and (c)). Its maximum value, that is, the value at the crests of the teeth, was 1 kg/cm,^{2} a strikingly small value as compared with that found in the above described case of plastic deformation.

Fig. 2 (b) shows the tinted cross section of a snow block into which a rigid disc was pushed at the speed of 5.2 mm/min. The disc made a hole having vertical side wall. There appeared a sharply stained region, the region of compressed snow, below the bottom of the hole; such an appearance is quite in contrast to the diffusely stained region in the case of plastic deformation. The destroyed snow which had been squeezed out in the case of a pillar collected below the disc in this case to form the region of compressed snow. The resisting force showed the appearance of saw-teeth; its maximum value was much smaller than that found in the case illustrated by fig. 2 (a).

To cause a destructive deformation in the case of a wet snow a larger compressing speed was needed than in the case of dry. The curve of resisting force still showed a saw-toothed feature but it largely lost its regularity (fig. 18 (a)). In the case of wet snow pillar the destroyed snow was squeezed out in the form of a tongue as shown in fig. 5.

The relation between the resisting force p and the compression speed v.

Since p seemed to increase indefinitely as time went on in the plastic case it was impossible to assign a definite value of p for a given value of v. But p tended always to take a larger value as v was increased. In the case of destructive deformation, p changed up and down between the maximum p^* and the minimum p_*; the mean values of p^* and p_* are plotted against v in figs. 13 and 14. The marks in the enclosure at the right bottom corner of these figures represent the resisting force of snow when it is compressed destructively by a falling body at high speeds of a few tens of cm per sec. Both p^* and p_* become smaller as v is enlarged. The boundary velocity v^* at which the plastic deformation passes over to the destructive one is 3～8 mm/min in the case of soft snow (ρ: 0.2～0.3) and 7～12 mm/min in the case of hard snow (ρ: 0.35～0.43).

The time interval t^* between two successive ruptures, that is, the breadth of one saw-tooth of the curve of resisting force, multiplied by v gives the displacement x^* of the compressing plate during that interval. The relations between t^*, x^* and v are shown respectively in figs. 15 and 16. x^* is almost equal to or a few times as large as the size of the ice particles composing the snow.

The relations between v and the elastic coefficient E of the snow computed from the slope of the rising part of each saw-tooth are shown in fig. 17. The values of E are almost equal to those obtained by other workers by the static method.

The characteristic quantities t^*, x^*, p^*, p^*-p_*, p_*, E of the saw-teeth of the curve of resisting force are not the same on each of the teeth; the frequencies with which

values of the characteristic quantities appear are graphed in figs. 18 and 19.

For plastic deformation of snow the viscosity coecffiient η is computed by the formula $\eta=p_1/\dot{\varepsilon}$, where p_1 and $\dot{\varepsilon}$ are respectively the stress and the increasing rate of the strain of snow at the last stage of the experiment. η is plotted against snow density ρ in fig. 20. The value of η here is very small as compared with that found in the case of compression due to its own weight of the natural snow cover.

The main features of the above-stated experimental results, such as the appearance of the saw-toothed curve of resisting force by the destructive deformation and its passing over to the plastic one with the decreasing compressing velocity, were explained by representing the snow by Maxwellian models. In that explanation the Maxwellian models were assumed to be destroyed when the stress produced in them reached some certain magnitude.