



Title	スキーの研究 (4)
Author(s)	藤岡, 敏夫; HUZIOKA, Tosio
Citation	低温科学. 物理篇, 18, 59-76
Issue Date	1959-11-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17957
Type	departmental bulletin paper
File Information	18_p59-76.pdf



ス キ ー の 研 究 (4)*

藤 岡 敏 夫

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和34年7月受理)

I. ま え が き

筆者は、さきに簡単な装置をスキーにとりつけ、スキーが滑走中に雪からうける抵抗を記録した¹⁾。抵抗は大体一定であるが、それに短週期で変動する抵抗が重畳されていた。筆者は、この短週期の変動は、スキーの下にくりこまれる雪が間歇的に破壊されるためにおこるものであろうとのべ、吉田²⁾はこの考えにもとづいて理論的考察をおこなった。このたびの実験で、この間歇的な破壊に関係をもつとおもわれる雪の割れ目を、スキーによつて圧縮された雪の中にはつきりみいだすことができた。もつとも、実験につかつた雪のすべてにおいて割れ目がはつきりみとめられたわけではない。温度がほぼ -0.5°C 、密度がほぼ 0.1 gr/cm^3 のこしまり雪について、以下にのべるような規則正しい配列の割れ目が観察されたのである。スキーの抵抗の原因には多様な現象が予想される。ここに報告する割れ目の現象は一応そのうちのひとつとみるべきではあろう。しかし、また一方、第IV節でのべる理由により、この割れ目には一般性もあると考えられる根拠も存在する。

実験は、北海道雨竜郡幌加内村母子里にある北大演習林でおこなわれた。尚簡単のため、吉田のスキーの研究(2)、筆者のスキーの研究(1)、(3)を、それぞれ報告(2)、(1)、(3)とよぶことにする。

II. スキーによる雪の歪

図版 I-1 の写真は、スキーで斜面を直滑降した時のシュプールを、シュプールをふくむ鉛直面で切つた雪の断面である。使用したスキーは、報告(3)にものべたイタヤ単板のもので、滑走面には、ラツカーを2度塗りしてある。図版 I-1 のうえで、滑走面は SS の面にそつて、右上から左下にすべつた。V は鉛直線、M は 1 cm 目盛りの物差しで、10 cm 毎に区切りの線が入れてある。線 ABC'D'DE は、スキーの予定のコースに、コースおよび雪面に垂直に、あらかじめいれておいた着色面の切口である。報告(3)にしたがつて、この切口を着色線とよぶ。着色線 A は、B 点から上の部分で、スキーによつて坂下の方に曲げられている。滑走面のおつた面 SS と、点 B をとおひ、SS に平行な線との間の雪の層は、スキーによつて破壊圧

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 532 号

縮をうけた層，すなわち圧縮層³⁾である。圧縮層のなかの着色線 BE は，小さなくいちがい C'C と，大きなくいちがい D'D とによつて，3つの部分 BC', CD', DE にわかれたが，3つの部分は，おのおのほぼ直線に近い。

図版 I-1 の雪の断面を，インクと焰の方法³⁾で着色して図版 I-2 がえられた。インクで濃く染められた線は，元来は，雪の表面に平行に走つていたものである。それが，図版 I-2 では約 9 cm の幅の区割に分割され，階段状に配列されている。このことは，スキーによる雪の圧縮は，連続的なものではなく，間歇的なものであるという，はじめにのべた予想とあつている。区割の分割線がさきへのべた割れ目である。

スキーの速度は 7.0 m/sec であつた。区割の幅は 9 cm であるから，この予想が正しいとしたら，間歇的な抵抗は， $9/700=0.013$ sec 毎にあらわれるはずである。実際，報告 (2), (3) にしめたように，間歇的な抵抗は，この程度の週期をもつてあらわれる。なお，図版 I-1 の C, D 点での着色線のくいちがいが，区割の分割線と一致していることに注意すべきである。分割線 (割れ目) と SS 面の垂直線との角は 20° である。

着色線，インクの線の変形の程度からもわかるように，スキーによる雪の歪は非常に大きなものである。現在の段階では，一般の歪は，それが無限に小さいものでないかぎり，實際上解析をおこなうことができない。しかし，このスキーによる雪の歪は，つぎにのべるような特別な性質のために，大きくても解析をおこなうことができる。

図版 I-2 のインクの線は，区割内で多少弯曲してはいるが，近似的には直線とみなされ，かつ，すべて互に平行である。そして，圧縮されるまえには，これらの線は，みな，雪の表面に平行な直線であつた。また，図版 I-1 の着色線も 3つの直線部分 BC', CD', DE にわかれた。以上のことから，スキーは，平行な直線が平行な直線にかわるような歪を雪に与えたことがわかる。このような特別な歪は，均質歪 (homogeneous strain) とよばれ，無限に小さくしなければならぬという制限なしに，よくしらべられている⁴⁾。第 V 節以下で均質歪の理論によつて，この雪の歪を考察する。

III. 歪の発達の経過

前節でみたのは，スキーが通りすぎたあとにのこつた歪である。つまり，歪の最終段階である。この最終歪に達するまでに，どのような経過をたどるかをみるために，次の実験をおこなつた。

平地の平らな雪の上に，締具をとりさつたスキーをならべ，ロープの一端を手にした 1 人がスキーのつてしやがむ。ロープの他の端をもつた他の 1 人が，スキーの前方約 2.5 m のところにたち，ロープをたぐつて，スキーを 2 m 程すべらせる。スキーヤーは，ストックをたよりに，静かにスキーから下りる。雪には，あらかじめ，図版 I-1 にみられるような着色面を 20 cm 間隔になん枚もいれておく³⁾。シュプールをふくむ鉛直面で雪を切ると，図版 I-3 がえられる。図版 II-4 は，インクと焰の方法で，今の断面を着色したものである。

図版 I-3 の第 1 番目の着色線 (1) は、スキーの進行方向にまげられ、たくさんの小さな屈曲をしめしているが、大きくいちがいはない。着色線 (2) となると、全体としての曲りかたもひどく、大きくいちがいがあらわれている。それからあとにつづく (3) 以下の着色線の形は着色線 (2) の形とおなじである。前節でのべたように、このくいちがいは、圧縮された雪の区割の分割線である割れ目に相当すべきものであるが、事実、図版 II-4 でみると、着色線 (2) のくいちがいに対応して、2 から 6 までの点線でしめした 5 本の割れ目のはいつている。ここからスキーのうしろにむかつて、割れ目はほぼ規則的に配列しており、図版 II-4 では、26 番目までかぞえることができる。着色線 (1) には、大きくいちがいはなく、それに対応して、着色線を横切る割れ目もない。割れ目は、スキーの頭部の弯曲 (トップバンド) の付け根の下附近から発生している。

図版 I-3 あるいは II-4 にあらわれている雪の変形を、スキーの頭部から後部にかけてすすみながらみれば、それが雪の歪の発達経過をしめすことは明らかである。左下にむかつて斜にはしる割れる目の列が、スキー頭部の弯曲部の付け根の所で急にはつきりとあらわれはじめていることは、付け根の前と後とで、歪の様式に大きな差のあることをしめしている。この歪の様式が急にかわる線 LL を、便宜上、歪境界線とよぶことにする。

歪境界線の前にある着色線 (1) には、小さな屈曲がみられる。この屈曲は、歪境界線のうしろにならぶ割れ目をともなう破壊にくらべては、規模の小さな破壊がおこつたためかもしれない。あるいは、雪は連続的な塑性変形をするのであるが、雪のもつ層構造のため、塑性変形が層ごとに多少ことなつて生じたのかもしれない。それはともかく、原因はとわず、ただ歪だけを考える立場にたてば、近似的に、着色線 (1) は連続的に全体として弯曲したとしてもよいであろう。そうすると、歪境界線にいたるまでは、雪の歪は連続的に増加するものと考えることができる。これは、また、インクの線が、この部分で連続的に弯曲していることからいえることである。なお、インクの線は、着色線 (1) の前方 4 cm ほどの所で折れまがつている。この折れまがりの点をつないだ線を歪開始線とよぶことにしよう。雪は、この歪開始線のところで歪をうけはじめたわけである。歪開始線は圧縮層の前縁にあたる。

図版 I-3, II-4 は、大人用のスキーに、体重 30 kg の子供をのせてすべらせたときにえられたものである。おなじスキーに、体重 60 kg の大人をのせてすべらせると、図版 II-5, II-6 のようになる。図版 II-5 の着色線 (2) は、図版 I-3 の着色線 (1) に相当するが、やはり割れ目やくいちがいはみられない。着色線 (3), (4) には沢山のくいちがいがみえる。インクで染めた図版 II-6 をはじめて見たとすれば、圧縮層のなかに規則的なならぶ割れ目は見定められないかもしれない。しかし、図版 II-4 と見比べれば、着色線のくいちがいと一致して斜めにはしる割れ目の列をみることができであろう。このように、スキーにのる人の体重によつて、割れ目の密度はちがつてくる。また雪の性質によつてもちがう。多数の割れ目が入つたために、着色線が一見なめらかに弯曲しているのであらうと考えられる場合もある。結局、図版 I-3 は普通なら見逃しがちな着色線のくいちがいや割れ目を、体重の軽い子供をのせることによつて

はつきりと見えるようにしたものである。

重い大人のばあいには細かすぎて判別しにくい歪を、子供をつかうことによつて、引伸ばしたのが図版 I-3, II-4 であるということが出来る。肉眼ではみられない物体を、虫眼鏡で拡大することにも似ている。以後、図版 I-3, II-4 をもとにして、スキーによつて生ずる雪の歪を論ずるが、このような意味で、定性的にはかなり一般性のある議論と考へてよいと思う。

IV. 割れ目

図版 I-3 の歪境界線 LL のうしろ、スキーにそつてならぶ割れ目の傾きは、後にゆくほど次第に鉛直方向に立つようになる。図版 II-4 について測定してみると、割れ目が鉛直線となす角は、はじめのうちは 35° ぐらいであるが、スキーの中程で 20° ぐらいになる。中程をすぎると、割れ目は次第にぼやけてきて、スキーの後端のあたりでは、ほとんどみわけがつかないくらいになる。さきに、スキーの平均抵抗に重畳する間歇的な抵抗は、この割れ目と関連があるであろうとのべた。しかし、間歇的な抵抗は多くのばあいに見られるのに対して、図版 II-4 II-6 のような割れ目が、スキーの通りすぎた後の雪に、はつきりとみとめられる場合は、わりあいに珍しいのである。これは、次のように考えれば説明がつくのではあるまいか。

すべての場合、歪境界線のところで割れ目はできると考へる。しかし、図版 II-4 でスキーのうしろにゆくほど、割れ目がぼやけてゆくことからわかるように、割れ目には、その上を通るスキーの水平部分によつて消される性質がある。もし、今の実験に用いた雪が割れ目の消えにくい特別な性質をもつもので、一般の雪では割れ目が消される性質が強いとすれば、間歇的な抵抗は観測されても、割れ目は観測されないばあいが多くなるであろう。割れ目はできて間歇的な抵抗の原因になつても、すぐに消されてしまい、あとにのこらず、雪を切断して観察しても認めることができないからである。実際、筆者の実験したところでは、平地の雪面上でスキーを引張る実験で、スキーの頭部近くに割れ目を見ることは間々あつたが、スキーが通りすぎてしまつたあとのシュプールの切断面に割れ目をみることは極めて稀であつた。図版 I-2 にみられるほどにはつきりした割れ目が通りすぎたスキーの後にみられるのはよほど珍しい。第 I 節まえがきでのべた、割れ目には一般性があるという根拠は、このようなことである。

割れ目の方向は、スキーのうしろにゆくにつれて次第に鉛直に近づき、しかも弯曲しないで、直線のままである。これは、スキーの水平部の滑走面との摩擦によつて、圧縮層内の雪がそのたて幅全部にわたつて、一様な単純剪断歪をうけることをしめしている。

第 II 節でのべたのは、斜面を直滑降ですべつた場合であり、前節でのべたのは、平地で水平にスキーをすべらせた場合である。斜面と水平面とのちがいのほかに、スキーの速度にも大きなちがひがある。図版 I-1, I-2 のばあいの斜面の傾斜角は 16° であり、スキーの速度は 7.0 m sec であつた。図版 I-3, II-4 の場合の速さは 10 cm/sec である。そして、雪の切断面にあらわれた割れ目の間隔も、斜面の場合は 9 cm 、平地の場合は 3 cm というようにかなりちがう。また、割れ目と割れ目との間の区劃内のインクの線も、斜面の場合は、雪面に対してかな

り傾いているが、平地のばあいにはほぼ平行である。しかし、両者のあいだの類似性から考えて、両方とも、定性的にはおなじと考えてよいであろう。すなわち、図版 I-2 にしめされているような雪の歪は、図版 I-3, II-4 でスキーの頭部から後部にかけてみられるような変化を経てきたものとしてよいであろう。

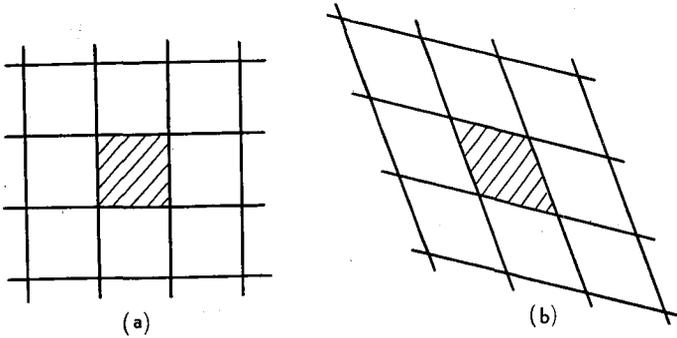
V. 均質な歪

自然積雪のなかでは平行であるべきインクの線が、直滑降したスキーの下につくられた圧縮層のなかでも、なお、平行であるとのべた。また、第 II, 第 III 節の平地の水平積雪の上でスキーをすべらす実験でも、同様なことがみられた。つまり、圧縮層の雪は、割れ目によつて分けられた斜めの区劃を一つの領域として考えるならば、その領域内においては、平行な直線は平行な直線に変形するような歪をうけたのである。このような歪が第 II 節でのべた均質な歪である。この節と、第 VI, 第 VII 節で、均質歪理論の要点を説明し、第 VIII 節以下で再びスキーによる雪の歪にたちかえろう。

均質歪の特性は、

1. 直線は変形後も直線で、
2. 互に平行な直線は、変形後も互に平行のままである、

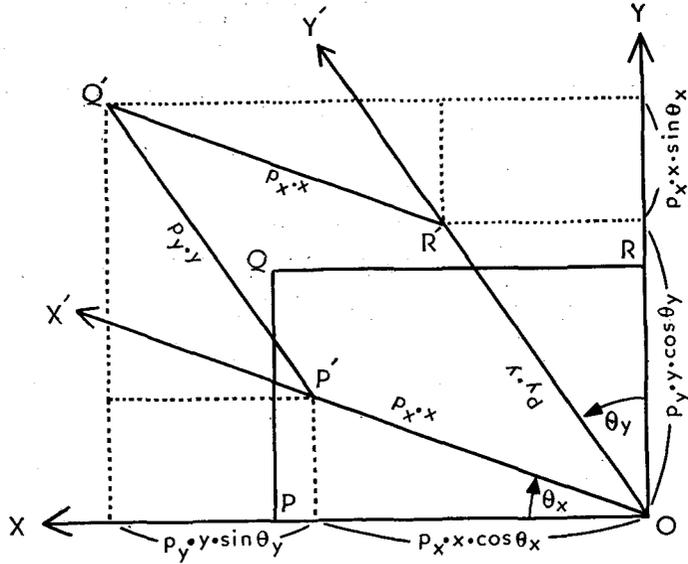
ということである。ただし、直線の方角および平行線間の間隔は、変形によつてかわる。



第 1 図 均質な歪 1.

結局、均質歪は、第 1 図 (a) の直行する格子を、(b) のように斜交する格子にかえる歪である。(a) の斜線をほどこした正方形の一つの格子目は、この変形によつて、(b) の斜線をほどこした平行四辺形にかわる。(a) にある他のすべての正方形も、(b) では、斜線をほどこされた平行四辺形とおなじ形と大きさを持ち、互に平行位置にある平行四辺形にかわる。したがつて、直交格子から斜交格子への均質歪は、一つの正方形から、一つの平行四辺形への変形と考えてもよい。

つぎに、均質歪を数学的にとり扱う方法をのべる。第 2 図に、点 O より左向に x 軸を、鉛直上向に y 軸をとつてある。 x 軸の向は、掲載した写真のスキーのすすんだ方向と一致させ



第2図 均質歪 2.

左向にした。任意の一点 Q の座標を (x, y) とする。点 Q から x, y 軸に下した垂線の足を、それぞれ P, R とすると、 $OP=x, OR=y$ である。均質歪によつて、点 Q は点 Q' に、 x 軸は x' 軸に、 y 軸は y' 軸に、点 P, R は点 P', R' にそれぞれうつつたとする。また、図の上で矢印の方向にしめした x と x' との角、 y と y' との角を、それぞれ θ_x, θ_y とする。さらに、 x 軸、 y 軸上では 1 の長さであつたものが x', y' 軸軸上では p_x, p_y の長さにかつたとする。 $OP'=x', OR'=y'$ で、点 Q' は x', y' 軸に関して (x', y') の座標をもつが、この Q' 点の座標を、 x, y 軸の座標についてかけば、第2図からわかるように、

$$\left. \begin{aligned} x' &= p_x \cdot x \cdot \cos \theta_x + p_y \cdot y \cdot \sin \theta_y, \\ y' &= p_x \cdot x \cdot \sin \theta_x + p_y \cdot y \cdot \cos \theta_y, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

である。 a, b, c, d を

$$\left. \begin{aligned} a &= p_x \cdot \cos \theta_x, & b &= p_y \cdot \sin \theta_y, \\ c &= p_x \cdot \sin \theta_x, & d &= p_y \cdot \cos \theta_y, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

とおくと、(1)式は

$$\left. \begin{aligned} x' &= ax + by \\ y' &= cx + dy \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。これが2次元の均質歪を数学的にあらわした式である。

スキーによる雪の歪のばあい、歪をうけるまえのインクの線の方角と、着色線の方角とがそれぞれ x 軸、 y 軸の方角である。そして、歪をうけた後の両種の線の方角が、 x' 軸、 y' 軸の方角になる。したがつて、雪のばあいの θ_x, θ_y は、変形の前後の両種の線の方角を比較する

ことによつてきめられる。インクの線も着色線も平行にたくさんある。その間隔の変化を測定すれば p_x, p_y がもとめられる。それで、(2)式によつて a, b, c, d を計算すれば、スキーによる雪の歪に対する(3)式をかくことができる。

均質な歪は、常数 a, b, c, d によつて、そのすべてが定まるが、(3)式のままでは、その歪がどんな特徴をもっているかを直観的にとらえることが仲々むずかしい。つぎの節でのべる歪楕円をつかうと、その点がわかりやすくなる。

VI. 歪 楕 円

均質歪のばあい、正方形は平行四辺形になると同時に、位置が移動する。しかし、物質の物理的変化としての歪それ自体には、位置の移動は関係がない。それで、第3図のように、正方形 $P_0Q_0R_0S_0$ が、その中心を動かさずに平行四辺形 $PQRS$ にかわつたと考えても一般性は失われない。座標原点を正方形の中心にとり、均質歪は前節の(3)式であらわされるとする。

正方形 $P_0Q_0R_0S_0$ の辺の長さを2とし、正方形に内切する円をえがくと、この円は半径1の単位円になる。正方形 $P_0Q_0R_0S_0$ が平行四辺形 $PQRS$ になると、単位円 O は、この平行四辺形に内切する楕円になる。この楕円を歪楕円とよぶ。歪楕円の長軸を AA 、短軸を BB とし AA, BB の半分の長さ、 $\overline{OA}, \overline{OB}$ を A, B とすると、(2)式の a, b, c, d を用いて、

$$\left. \begin{aligned} (A+B)^2 &= (a+d)^2 + (b-c)^2, \\ (A-B)^2 &= (a-d)^2 + (b+c)^2, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

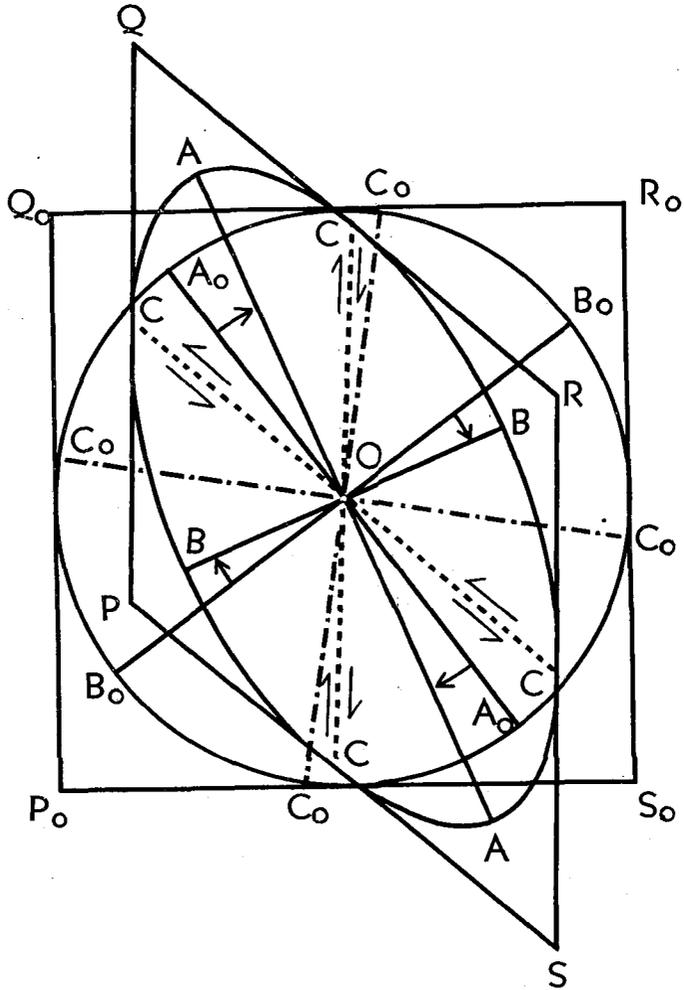
の関係が証明される。

楕円の半径のうち、最大のものが半長軸 A 、最小のものが半短軸 B であるが、これら2つの半径は、変形前は、いずれも単位円の半径で1の長さをもっていた。したがつて、長軸 AA 、短軸 BB の方向は、この均質歪によつて、物質が最大ののび、最大のちじみをうけた方向である。

歪楕円の長軸、短軸のもう一つの特徴は、これら変形前にも直交していたことである。互に直交する2直線は、一般に均質歪によつて直角ではなくなる。しかし、特別な1組の直線だけは、直交性をうしなわないことが証明される。それが、歪楕円の長軸、短軸になる2直線なのである。歪楕円の長軸、短軸が変形前にもつていた方向は、歪の2つの主軸の方向とよばれる。歪の2つの主軸が x 軸となす角を $a, a+\pi/2$ 、歪楕円の長軸、短軸が x 軸となす角を $a', a'+\pi/2$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} \tan(a'+a) &= \frac{b+c}{a-d}, \\ \tan(a'-a) &= \frac{c-b}{a+d}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

の関係がある。 a, a' は、第2図にしめした θ_x とおなじく、 x 軸より時計まわりにはかる。 $a, a'+\pi/2$ の2つの角のうち、どちらが長軸の角になるかは、平行四辺形の形によつてさだめ



第 3 図

なければならない。長軸の方向がきまれば、2つの歪の主軸のうち、どちらが歪楕円の長軸の変形前の位置であるかを、図の上できめることもできる。第3図には、歪の2つの主軸を A_0A_0' 、 B_0B_0' としてあるが、このうちの A_0A_0' が歪楕円の長軸 AA' に、 B_0B_0' が短軸 BB' にかわつたのである。それぞれの軸の廻転 $a'-a$ も、矢印をつけて記入しておいた。

均質歪の4つの基本的な量 a, b, c, d から、歪楕円の特徴をしめす4つの量 A, B, a, a' を導いたわけであるが、 a, b, c, d の代りに、これらを使つて、均質歪をあらわしてもよいわけである。しかも、この方が、直観的な歪楕円に直接結びついているという点で、わかりやすい。

VII. 最大剪断歪

歪楕円によつて、均質歪の特性はすべてきまる。次に、その性質のうちの重要なものとして、剪断歪を考えてみよう。

歪の2つの主軸の方向は、変形前に直交していて、変形後も、歪楕円の長軸、短軸と、互に直交する方向にかわつた。このように、変形後も直角をたもつ2つの直線は、特別なばあいを除いて、歪の2つの主軸以外には存在しない。直交する任意の2直線は、一般に、変形後互に $\pi/2 - \beta$ の角をはさむようになる。直角から β だけ角度が小さくなるわけである。このとき $r = \tan \beta$ を剪断歪の変形前の直交2直線に関する成分という。

剪断歪の成分 r は、はじめに考えた直交2直線の方向によつて、ちがつた値をとるのであつて、あらゆる方向の剪断歪の成分を綜合したものが剪断歪である。歪の主軸に関する r は0で、これが剪断歪の最小値である。歪楕円に外切する矩形の2つの対角線 CC は、歪をうける前は、直交していたのであるが、 r の最大値は、この直交2直線に関しておこる。そして、その値は、

$$r_{\max} = \frac{A^2 - B^2}{2AB} \quad (6)$$

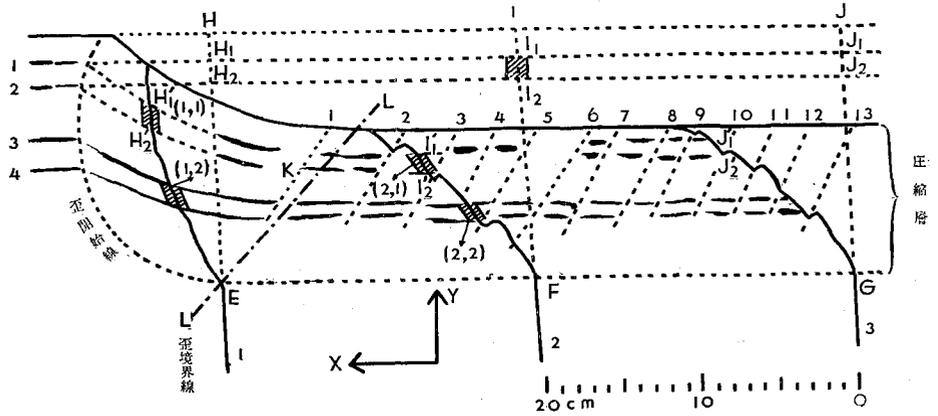
である。第3図には、 r_{\max} を与えるはじめの2直交直線が、 C_0C_0 として鎖線でしめされている。

フックの法則が成立するような微小歪のばあいならば、剛性率 G と剪断歪の成分 r との積が、その方向の剪断応力の成分となるが、今あつかつているような大きな歪の場合には、そのような簡単な関係はなりたたない。しかし、剪断歪の成分が大きいほど、剪断応力も大きくなるということとはできる。したがつて、剪断応力が最大なのは、 r_{\max} の方向であると考えてよい。第3図に、最大剪断応力の方向を、 r_{\max} の方向 CC にそつて、矢印でかきいれた。

VIII. 均質変形理論による雪の歪のとりあつかい

第4図には、図版I-3にあらわれた着色線(1), (2), (3)の形と、図版II-4にあらわれたインクの線、圧縮層の輪かく、割れ目がかきいれてある。インクの線としては、明瞭なものだけをえらび、上から順に1, 2, 3, 4と番号をつけた。

着色線(1), (2), (3)と、圧縮層の下の境との交点をE, F, Gとする。点E, F, Gより下では、各着色線は変形をうけず、直線のままである。この直線部分を上に延長して、自然積雪の表面(点線)とまじわる点を、それぞれ、H, I, Jとすると、HE, IF, JGが着色線(1), (2), (3)の変形前の形になる。インクの線1の自然積雪のなかにある部分を、自然積雪の表面に平行に右に延長して、HE, IF, JGとまじわる点を、それぞれ、 H_1, I_1, J_1 とする。インクの線2についても、おなじようにして3つの点 H_2, I_2, J_2 をさだめる。点 H_1, H_2 は、スキーによつて雪が変形をうける以前に、着色線(1)が1番、2番のインクの線とまじわつていた点である。



第4図 スキーによる圧縮層 (図版I-3, II-4による)

I_1, I_2, J_1, J_2 についてもおなじである。点 H_1, H_2 は、スキーによる雪の変形のために、インクの線 1, 2 と着色線 (1) との交点 H_1, H_2 にうつつたわけである。おなじように、 I_1 は I_1' に、 I_2 は I_2' に、 J_1 は J_1' に、 J_2 は J_2' にそれぞれうつつた。

(1) 着色線 (2) の近傍における歪

着色線 (2) は、すでに、歪境界線のうしろにあつて、その近傍では、スキー頭部による歪は完了している。まず、この完了した歪を考察してみよう。

いま、着色線 (2) の変形前の位置に、変形前のインクの線 1, 2 に上下を境された正方形を考える。第4図の点 I_1, I_2 のあいだにかいた正方形である。この正方形は、歪によつて、点 I_1, I_2 で上下をはさまれた平行四辺形にかわつたわけである。この平行四辺形の上下の辺は、インクの線 1, 2 と一致し、左右の辺は傾いた着色線 (2) に平行である。正方形の中心と、平行四辺形の中心を一致させて、第3図に関して説明したことをおこなえば、ここにおこつた歪の性質をすることができる。便宜上、この正方形、平行四辺形にかこまれた雪の部分、(2, 1) と名づける。

θ_x はインクの線 1, 2 が水平方向となす角であり、 θ_y は着色線 (2) の $I_1 I_2$ の部分が鉛直方向となす角にひとしい。(事実上、着色線を完全に鉛直にいれることはむずかしい。しかし、鉛直方向との傾きは小さいので、ここでは着色線は鉛直であるとみなす)

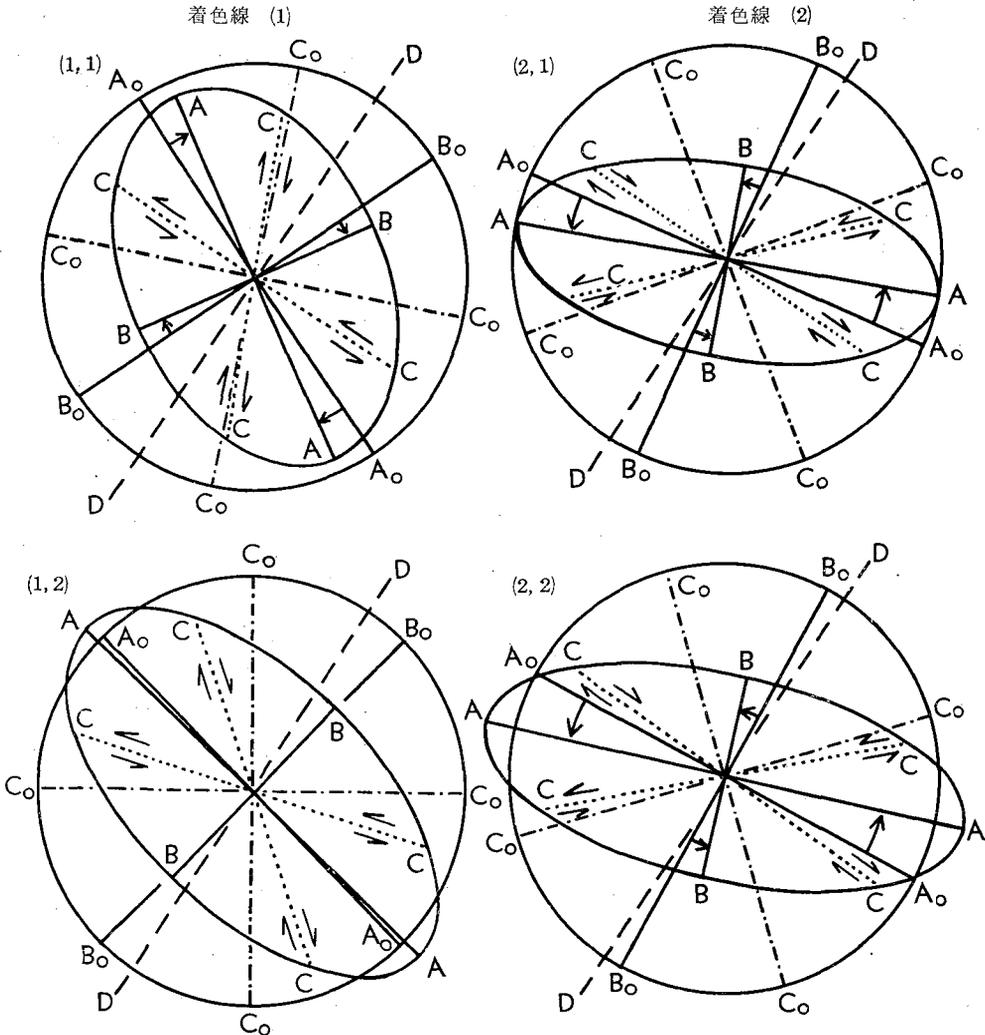
鉛直のちぢみ p_y は、インクの線 1, 2 の歪前の間隔と、歪後の着色線(2)の方向にとつた間隔との比 $\overline{I_1' I_2'} / \overline{I_1 I_2}$ としてもとめられる。水平方向のちぢみ p_x は、歪前後の着色線 2, 3 の水平方向の間隔の比にはほひとしい。すなわち、 $\overline{I_1' J_1'} / \overline{I_1 J_1}$ が p_x である。

このようにしてきめられた $\theta_x, \theta_y, p_x, p_y$ をもちいて、(2), (3), (4), (5), (6) 式によつて計算をおこなえば、歪の主軸、歪楕円、最大剪断歪などを求めることができる。全くおなじことを (2, 2) の部分、すなわち、インクの線に上下をはさまれた正方形と、この正方形が変形し

た平行四辺形についておこなうことができる。第5図の右側に、(2, 1), (2, 2) についてもとめた歪楕円, r_{max} の方向などがしめしてある。

(2) 着色線(1)の近傍における歪

スキーマによつておこされる雪の歪は、歪開始線のところではじまり、歪境界線のところではほぼ完了する。第4図の着色線(1)は、歪開始線と歪境界線との中間の、歪発達領域にあるので、この線の近傍の歪をしらべれば、歪の発達する経過を考えるのに役立つであろう。ただ、



第5図 圧縮層の雪の歪。A₀A₀, B₀B₀は歪の主軸。A.A, B.Bは歪楕円の長軸、および短軸。C.Cは最大剪断歪 r_{max} の方向。C₀C₀はC.Cの変形前の方向。D.Dは割れ目の方向。歪の主軸から歪楕円の長軸、短軸に向う矢印は、廻転 $\alpha' - \alpha$ 。C.Cをはさむ矢印は最大剪断応力の方向。

歪発達領域では、平行直線が平行直線にかわるという均質歪の条件は完全には満足されていない。しかし、図版 II-4 あるいは、それをうつした第 4 図からみて、インクの線は、この領域でもほぼ平行にはしつている。それで、この領域においても、小さな部分を考える時は、均質な歪がおこっているといつても、実際からひどくかけはなれることはないであろう。

歪をうけるまえ、着色線 (1) のうえで、インクの線 1, 2 のあいだにあつた正方形 H_1H_2 は平行四辺形 H_1H_2 にかわる。この部分の歪を (1, 1) となす。平行四辺形の上下辺は、インクの線 1, 2 と一致し、左右の両辺は、着色線の H_1H_2 部分に平行である。 θ_x, θ_y は、平行四辺形の上下辺、左右辺が水平、鉛直兩軸となす角度をはかればもとめられ、 p_y は $\overline{H_1H_2}/\overline{H_1H_2}$ にひとしい。

p_x の値を正確に定めることは困難であるが、つぎのようにすれば、少くともその近似値はえられるであろう。インクの線を右の方えたとすると、第 1 の割れ目と交つたあとは水平になる。例として、インクの線 2 をたどり、これと第 1 の割れ目との交点を K としよう。歪をうけるまえ、 H_2 から K をへて I_2 にいたる長さは $\overline{H_2I_2}$ にひとしかつたわけであるが、 H_2 と K との間と、 K と I_2 との間とはちぢみの度あい p_x がちがうはずである。 K と I_2 との間はすでに歪完了の状態にあり、この区間に対しては、まえにもとめた I_2 点における p_x の値をそのままあてはめてもよいであろう。この p_x の値で $\overline{KI_2}$ をわれば、 $\overline{KI_2}$ の部分が歪をうけるまえにもつていた長さとなり、それを $\overline{H_2I_2}$ から引けば、 H_2 と K との間のインクの線が、はじめにもつていた長さとなる。したがつて、その長さで、 H_2 から K までのインクの線の長さを割ると、 H_2 と K との間に対する p_x の平均値 $\overline{p_x}$ がえられる。ここで、 p_x は H_2 から K までの間、直線的に増大して、 K 点で、 I_2 点での p_x の値に一致すると仮定する。すると、平均値 $\overline{p_x}$ の値がわかつているのであるから、 H_2 点における p_x の値がきまつてくる。

このようにして定めた $\theta_x, \theta_y, p_x, p_y$ をもちいてもとめた (1, 1) の部分の歪楕円が、第 5 図左側の上の図である。インクの線 3, 4 と、着色線 (1) とできまる部分 (1, 2) についての歪楕円は、その下にかいてある。

IX. 歪の概観

第 1 表に、第 5 図の歪楕円の特性に関する数値をかかげた。 $\alpha' - \alpha$ は歪の部分全体としての廻転角、 S/S_0 は歪楕円の面積 S と、歪楕円に変化した単位円の面積 S_0 との比で、 S は πAB ,

第 1 表 圧縮層内における歪楕円の特性

		θ_x	θ_y	p_x	p_y	A	B	α	α'	$\alpha' - \alpha$	τ_{\max}	S/S_0
インク線(1) と(2)の間	(1, 1)	22°	0°	0.70	0.85	0.93	0.60	58°	68°	10°	0.45	0.56
	(2, 1)	0	35	1.00	0.60	1.00	0.45	26	12	-14	0.88	0.45
インク線(3) と(4)の間	(1, 2)	14	22	0.82	0.90	1.09	0.55	47	46	-1	0.74	0.60
	(2, 2)	0	40	1.00	0.70	1.14	0.48	30	14	-16	0.97	0.55

S_0 は π であるから、 $S/S_0 = AB$ である。

第5図には、長軸、短軸の廻転 $a'-a$ が矢印でしめしてある。着色線(1)のうえの(1, 1)と着色線(2)のうえの(2, 1)とでは、廻転方向が反対で、(1, 1)の $a'-a$ は 10° 、(2, 1)の $a'-a$ は -14° である。つまり、雪はまず、スキーの頭部によつて、時計の針とおなじ方向にまわされ、ついで、それと逆の方向に大きくもどされ、歪が完了したときには、反時計まわりに廻転した状態にある。以上は、雪の表面にちかい、インクの線1, 2にそつてのことであるが、それより深い、インクの線3, 4にそつては、着色線(1)のところでは廻転はほとんど0であるが着色線(2)のところになると、まえと同様、反時計まわりに廻転した状態になつている。

(1, 1)の歪楕円は、その全体が単位円の内部にあり、この部分の雪が、あらゆる方向に縮められたことを示している。第1表によると、(1, 1)の A は0.93で B は0.60である。つまりAA方向に7%、BB方向に40%ちぢんだわけである。この(1, 1)がさらに歪をうけて、(2, 1)の状態になると、 A は1.00となつて、水平にちかいAA方向では、のびちぢみがないことになる。しかし、鉛直に近いBB方向では、0.45と半分以下にちぢまつた。

インクの線3, 4にそつての(1, 2)、(2, 2)では、 A の値は1よりも大きく、AA方向にのびが生じたことをしめす。ただし、BB方向には、前と同様大きなちぢみがある。

ここで、AA方向、BB方向といつても、これらの方向は、雪に附着しているのではないことに注意しなければならない。(1, 1)のAA方向が(2, 1)でのAA方向になるのではない。第1表にみられるように、(1, 1)の長軸の変形前の方向 a と、(2, 1)の長軸の変形前の方向 a とはことなつている。もしも、(1, 1)のAAの方向が(2, 1)でもAAの方向になるのであれば、これら2つの a は、一致しなければならない。

着色線(3)およびそれ以後の着色線の形は着色線の形とほとんどかわらない。すなわち、歪境界線以後では、歪の発達はほとんどとまる。ただ、細かくみると、着色線の傾きが、スキーの後方にゆくほど、少しづつ、スキーの進行方向にむかつて強くなつている。圧縮層の全体の厚さは、水平部圧縮層全体にわたつてかわらない。したがつて、歪境界線以後では、圧縮層全体が、単純剪断歪をうけたわけである。この単純剪断歪をおこすものは、スキーの底面と圧縮層の上面との間の平面摩擦である。

X. 歪と割れ目との関係

圧縮層の割れ目は、図版II-4および第4図にみられるように、スキーの頭部弯曲の付け根で発生する。第1の割れ目は、着色線(1)と(2)との中間にあり、これら2つの着色線については、歪楕円がいられているので、これらの歪楕円を利用して、割れ目と歪との関係をしらべてみよう。

まず、最初に予想されることは、割れ目が最大剪断歪 r_{max} の方向におこるのではないかということである。ことに、割れ目があらわれたあと、歪はほとんど発達しないので、割れ目の方向が、割れ目が生じてしまつた後の着色線(2)に関する r_{max} の方向に近いことが予想され

る。 r_{\max} の方向は2つあるが、すべりの向は、第5図に矢印でしめたとおり、両者で反対である。実際の雪の割れ目にそうすべりでは、スキーの前方がわにある部分が、後方がわにある部分に対して下方にすべる。今の場合は、 r_{\max} の2つの方向のうち、この雪のすべりの方向とあうものを選ぶべきである。

ところが、第5図(2, 1), (2, 2)からもわかるように、割れ目の方向DDは、 r_{\max} の方向CCからは全く外れている。割れ目があらわれる以前の着色線(1)に関する(1, 1), (1, 2)の歪楕円にいたつては、実際の雪のすべりとは逆のすべりを与える r_{\max} の方向に近くさえなつている。かくして、割れ目は、最大剪断応力によるものではないと考えなければならない。

割れ目の方向DDと、着色線(2)についての歪楕円(2, 1), (2, 2)の短軸の方向とをくらべると、これら2つの方向が非常に近いことに気がつく。割れ目は、着色線(2)より前方に生じているので、割れ目が生じたときのBBの方向は、第5図(2, 1), (2, 2)にしめされているよりも、もつと傾いていたかもしれない。(1, 1), (1, 2)でのBBの傾きが(2, 1), (2, 2)におけるものよりも大きいことは、このことと符合している。ところで、AA方向は、BB方向に垂直であるが、前節でのべたように、(2, 1), (2, 2)の歪楕円は、AA方向に雪がのびたことをしめしている。それで、AA方向ののびによつて、雪が切断されたと考えれば、その切断面はBB方向と一致し、したがつて、また、割れ目の方向DDとも一致することになる。すなわち、割れ目は、剪断歪によるのではなく、引つぱりの脆性破壊(brittle fracture)によるのである。実際、雪の抗張力試験では、ひつぱりに垂直な面にそつて、試料が切断されることが多い。

XI. スキー頭部のうける抵抗

前節でのべたように、割れ目は、AA方向のひつぱりによつて発生するが、雪はBB方向すなわち、割れ目の方向にひどく圧縮されている。そして、この圧縮のおこつた圧縮層の下端の境界線は明瞭であつて、それから下にある雪には、見たところ、なんの変化もみうけられない。これによく似た現象が、雪に円筒形の錘りを落下させた時にもみられる。錘りは、雪のなかに、ある深さめりこんでとまるが、錘りの底面の下には、境界のはつきりした、ある厚さの圧縮層が発生している。(このことについては、木下⁵⁾のくわしい研究がある。)それで、スキー頭部による上記の割れ目方向の圧縮を、割れ目の方向に錘りが落ちたと想像したときの圧縮とおなじであると考えてよいであろう。

錘りの落下した距離と錘りの重さとの積は、錘りが雪に対しておこなつた仕事である。この仕事は、雪を圧縮するために必要なエネルギーにひとしい。それ故、錘りを雪面上適当な高さからおとしてスキーでつくられたとおなじ圧縮層ができるようにすれば、スキーの頭部が雪を圧縮するためについやしたエネルギーを知ることができる。このエネルギーからさらに、スキーの頭部に対する雪の抵抗がもとめられるわけである。ただ、スキーの頭部は、雪を圧縮するばかりでなく、雪を切断して割れ目をつくるためにもエネルギーをついやす。しかし、このエネルギーは、雪の圧縮のエネルギーにくらべて小さいと考えられるので、省略してもよい。

スキー頭部の抵抗を以上の考えによつて導きだすことは、すでに報告(3)においておこなつたことがある。ただ、その時は、雪が雪面に垂直な方向に圧縮されると考えた。それが以上のように、実際は斜め下方に圧縮されることがわかつたわけである。しかし、つぎに説明するように、圧縮方向を、雪面に垂直としても、斜であるとしても、結果としては、おなじ抵抗値を与えるのである。

平地積雪のうえで、子供をのせてスキーをすべらした実験の時に、同じ雪に、直径14 cm、2 kgの目方の円筒形の錘りを、雪面上1 cmからおとしたところ、錘りは雪に8 cmめりこみ、錘りの下には、おもりとおなじ直径をもつ厚さ9.5 cmの圧縮層が形成された。 $2 \times 9 = 18 \text{ kg-wt}\cdot\text{cm}$ のエネルギーによつて、 $\pi \times 7^2 \times 9.5 = 1460 \text{ cm}^3$ の体積をもつ圧縮層がつくられたわけである。木下の得た結果から、圧縮層の体積は、それを作るに用いたエネルギーに比例することが導かれる。このことから、今の場合、圧縮層の1 cm³にたいして $w = 0.012 \text{ kg-wt}\cdot\text{cm}/\text{cm}^3$ のエネルギーがついやされたことが知られる。第4図によると、水平部圧縮層の割れ目の方向の厚さは11.4 cmである。スキーの幅は9 cmであるが、このスキーが1 cmすすむ毎に $u = 11.4 \times 9 \times 1 \times \cos 35^\circ = 84 \text{ cm}^3$ の圧縮層がつくられる。35°は割れ目が鉛直線となす角度である。この u は、また、 $u = (11.4 \times \cos 35^\circ) \times 9 \times 1$ 、とかくこともできるが、11.4 cm \times cos 35°は、圧縮層の鉛直方向の厚さ h にひとしい。すなわち、圧縮が雪面に垂直に行われようと、斜めに行われようとおなじ結果になる。かくして $wu = 1.03 \text{ kg-wt}\cdot\text{cm}$ が、スキーを1 cmすすめるために、スキー頭部がおこなつた仕事となり、それを1 cmで割つた1.03 kg-wtがスキー頭部の抵抗となる。

この子供をのせた実験では、スキーの全抵抗を測定しなかつたが、体重60 kgの大人をのせて行つた多くの実験では、全抵抗が6~7 kg-wtとでた。子供の目方は30 kgで大人の半分であるから、全抵抗も半分とすると、全抵抗は3 kg-wtとなる。それで、そのうち1 kg-wtが頭部の抵抗、残り2 kg-wtが水平部の抵抗ということになる。

スキーの頭部が雪にふれていた長さは20 cmで、その面積は150 cm²であつた。したがつて、スキーの頭部は、平均して、 $1.03 \text{ kg-wt}/150 \text{ cm}^2 = 7 \text{ gr-wt}/\text{cm}^2$ の圧力を雪に及ぼしたことになる。

以上の推論には次のような欠陥がある。雪はスキーによつて、最後には割れ目の方向に圧縮されたという結果になるが、ここにいたるまでの経過においては、他の方向に圧縮をうけたのである。このことは、圧縮の途中の一段階をしめす第5図の着色線(1)に関する歪楕円の位置と形とからわかる。一方、錘りを雪におとす実験では、雪は常に鉛直方向にのみ圧縮をうけつつ最終圧縮に達している。この点で錘りの実験結果を、スキーのばあいにあてはめることに對して、なお検討すべきことが残つているわけである。しかし、このための狂いはあるとしても、それほど大きなものではなからうと予想する。

XII. 総 括

スキーによつて、雪がどのように変形されるかをしらべ、それによつて、スキーの抵抗の発生機構を解明する目的でおこなつた実験である。あらかじめ、雪のなかに、雪面に垂直方向と平行方向とに着色面を平行に何枚もいれておき、スキーによつておこされたこれらの面の変形をしらべれば、雪の変形がわかる。垂直方向の面としては、雪に金属板をさしこみ、ひきぬいたあとのせまい隙き間に、ペンカラの粉をおとしこんで着色面をつくつた。雪面に平行な面としては、積雪の層状組織をインクで染めだしたものをつかつた。斜面を直滑降したあとにのこされた雪の変形、また、平地にスキーをすべらせて、途中でとめたばあいの変形をしらべた。後者によると、雪の変形の発達過程がわかる。

スキーによつて変形されたあとも、上記2種の着色線は直線をたもち、かつ互に平行のままであることがわかつた。すなわち、雪は均質歪をうけるわけである。それで、有限な均質歪の理論を用いて解析し、雪が斜め下向に一樣な圧縮をうけることを見出した。また、この圧縮の方向には割れ目が生じたが、その割れ目は、割れ目に垂直な方向の伸張によつて生ずることをたしかめた。圧縮の度合から、スキーの頭部による雪の変形のために、スキーがうける抵抗の平均値がわかる。また、平均値にかさなる抵抗の変動は、割れ目の発生にともなうものであるとして説明される。スキーのうける全抵抗から、これらの抵抗を差引いたのこりは、スキーの滑走面と雪とのあいだの摩擦による抵抗である。

なお、上記のように着色面によつて、雪の歪をしらべるためには、着色面が変形後に接近しすぎることなく、明瞭に区別されなければならない。また、割れ目も明瞭に発生することが望ましい。このようなことのため、実験は、特に上記の目的にあう性質の雪が地上にある時におこなつた。今回の実験に用いた雪の密度と温度とを表にして次にかかげる。

第2表 積雪の密度と温度

d	斜 面		平 地	
	ρ	t	ρ	t
0	0.05	0	0.04	0
10	0.10	-0.1	0.07	-0.5
20	0.21	-0.2	0.11	-4.5

d は雪面に垂直にとつた深さ (cm), ρ は雪の密度 (gr/cm^3), t は雪の温度 ($^{\circ}\text{C}$).

終りに御指導下さつた低温科学研究所の吉田順五教授、御協力下さつた大浦浩文教授、小島賢治助手、木下誠一助手、若浜五郎助手に感謝の意を表す。尚、この研究は文部省科学研究費によつておこなつたものである。

文 献

- 1) 藤岡敏夫 1954 スキ－の研究 (1). 低温科学, 物理篇, **12**, 37.
- 2) 吉田順五 1954 スキ－の研究 (2). 低温科学, 物理篇, **12**, 51.
- 3) 藤岡敏夫 1957 スキ－の研究 (3). 低温科学, 物理篇, **16**, 31.
- 4) Jaeger, J. C. 1956 *Elasticity, Fracture and Flow*. Methuen, London. 23.
- 5) 木下誠一 1955 衝撃による積雪の破壊 I. 低温科学, 物理篇, **14**, 95.
 ———— 1956 衝撃による積雪の破壊 II. 低温科学, 物理篇, **15**, 149.
 ———— 1957 衝撃による積雪の破壊 III. 低温科学, 物理篇, **17**, 119.

Résumé

As a skier advances the heads of his ski depress the snow and the bodies (flat part) of the ski slide on the depressed snow. In order to learn how the snow was deformed by the depression and the sliding, two groups of coloured planes "horizontal" and "vertical" were placed in the snow before it was traversed by the skier. (Here and hereafter the words "horizontal" and "vertical" will respectively be used in the sense "parallel" and "perpendicular" to the snow surface.) They served as reference planes in that they revealed the deformation of snow by their own deformation. The snow is of stratified nature and that stratification itself gave horizontal planes. When the snow was cut vertically and the cut plane was sprayed with coloured water and blazed with fire, the stratification showed as many coloured lines on that plane. The vertical planes were placed artificially. A metal plate was pushed vertically into the snow to make a crevice in it. In that crevice was dropped red-coloured powder (iron oxide). The powder stuck to the walls of the crevice making a red-coloured vertical plane.

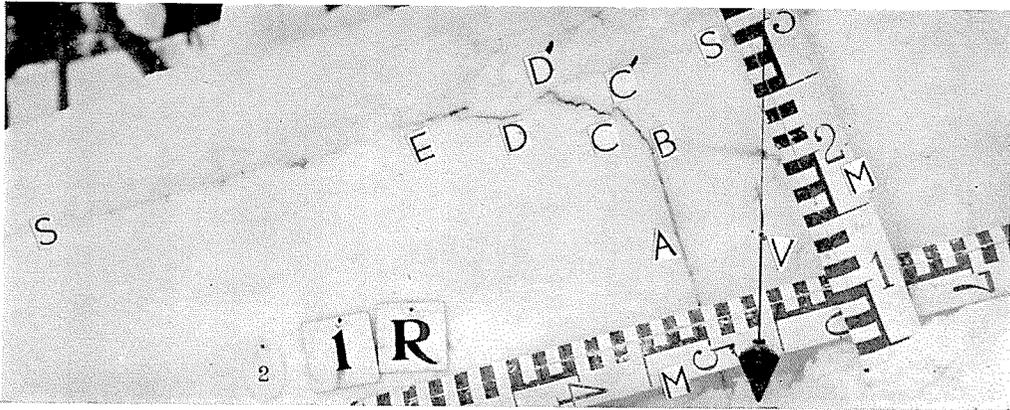
Photo. 1 of Pl. I shows the vertical section cut in the snow along the track of ski. The line marked A is the section of the red-coloured vertical plane described above. The line is bent forwards in its top part above point B. The ski depressed the snow to line SS and compressed it down to the level of point B. The bent part of line A lies in this layer of compressed snow; it is divided into three segments at two kinks CC' and DD'. When the above section of snow was sprayed with coloured-water, horizontal coloured lines made their appearance in Photo. 2. They show that the layer of compressed snow is divided into many parallelogrammic domains by a train of oblique white lines. The kinks CC', DD' of line A of Photo. 1 are coincident with two of these white lines. It should be noted that the coloured horizontal lines are straight and parallel to one another within any one parallelogrammic domain. Those lines had been straight and parallel also before the snow was deformed by the ski. Therefore the strain undergone by the snow was of the type which is called "homogeneous strain".

What could be learned in the way described above was the deformation left behind in the snow by the ski which had traversed it. In order to know in what way the deformation was developed at the head of the ski the author made the following experiment. A man stood on skis on a horizontal (in the actual sense) surface of snow

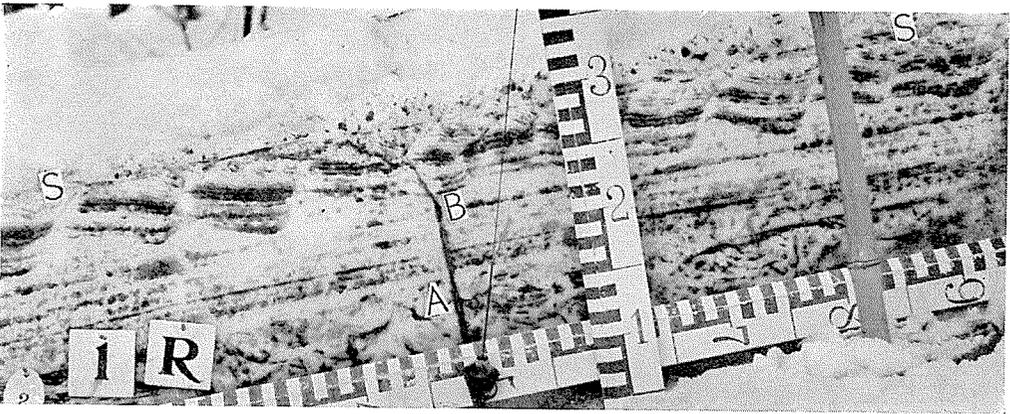
and another pulled him with a rope two or three meters. Then the snow was cut where the skis stopped. Photo. 3 of Pl. I and Photo. 4 of Pl. II show the cut surface of snow in this case. From them it is clear that the order of change from the head to the tail of the ski in the forms of the coloured lines shows how the deformation of the snow was developed under the ski. Except under the bent head of the ski the geometrical arrangement of the coloured lines is almost the same as in the cases of Photos. 1 and 2. The deformation of the snow is finished almost completely by the time when the body—flat part of the ski—passes over it; the body needs only to slide upon the snow layer depressed by the head. But the body causes a slight shear deformation in the snow. The white lines dividing the depressed layer of snow into parallelogrammic domains as shown in Fig. 4 come gradually to stand perpendicularly towards the tail of the ski.

On the basis of the theory of finite homogeneous strain, the deformation of snow was analysed near points (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) of Fig. 4. Fig. 4 is a diagrammatic copy of Photos. 3 and 4. The analysis was achieved by the use of the slopes of and the spaces between the coloured lines. The ellipses of strain at those points are shown in Fig. 5. The oblique white lines of Fig. 4 (here represented by oblique dashed lines) dividing the layer of compressed snow into domains must be something like cracks or sliding planes. In Fig. 5 the directions of maximum shear and those of the white lines are shown respectively by dashed lines marked CC and DD. The two kinds of dashed line do not coincide; the white lines in the snow are not the results of shear strain. The white lines DD stand perpendicular to the major axis AA of the strain ellipses which is the direction of maximum elongation. Therefore the white lines most likely represent the cracks caused by the internal elongation of the snow. The direction of the white lines coincides with the minor axis BB of the strain ellipse which is the direction of maximum contraction. After all the skis advance on snow by dividing it into small blocks and giving them a simple compression.

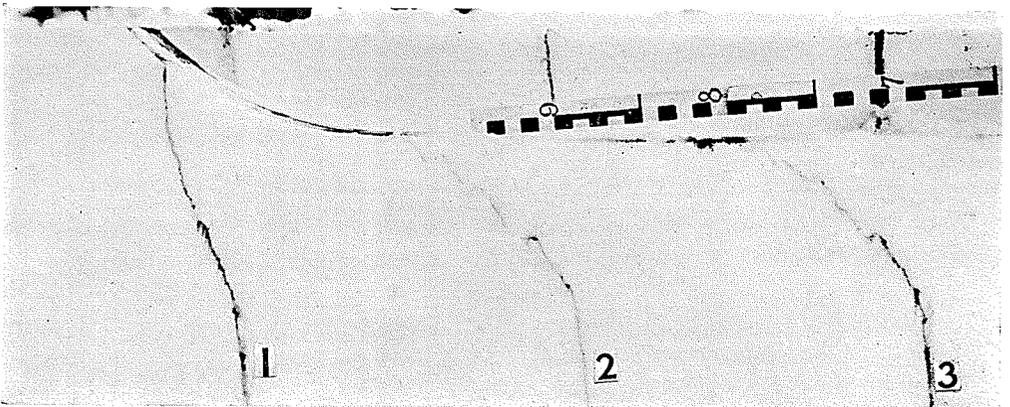
The energy needed for the compression of snow can be known by the experiment of dropping a cylindrical weight upon the snow. From that energy the work done by the head of the ski to compress the snow was calculated, which gave the resistance of snow to the head of ski (=the total resistance minus the sliding resistance of the body of ski). That resistance was found to be 1 kg-wt in the case of Fig. 4. The total resistance of ski is generally composed of two parts: a nearly constant part and small fluctuations superposed upon it. The constant part is caused by the compression of snow at the heads of skis as well as the sliding resistance to their bodies. The fluctuations are supposed to be due to the intermittent occurrence of the above noted cracks.



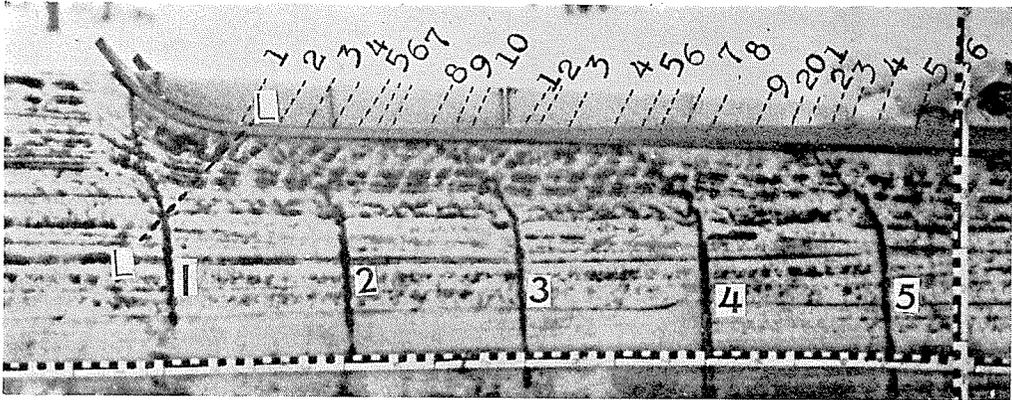
1. 斜面の傾斜 $\theta=16^\circ$, スキーヤーの体重 $w=60$ kg, スキーの速度 $v=7.0$ m/sec.



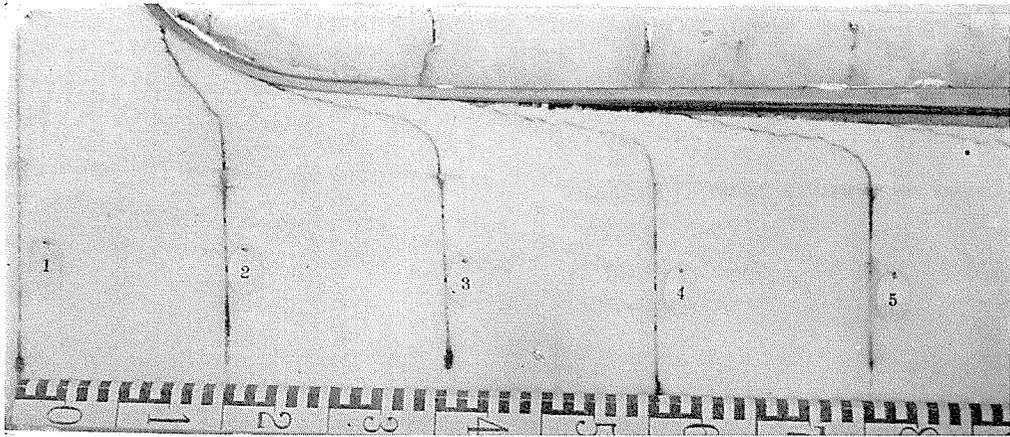
2. 1を着色.



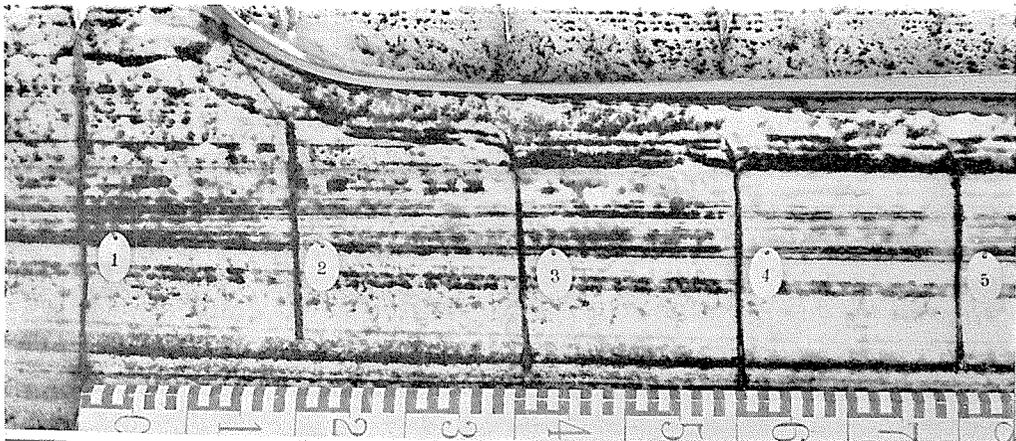
3. $\theta=0^\circ$, $w=30$ kg, $v=10$ cm/sec.



4. 図版 I-3 を着色。



5. $\theta = 0^\circ$ $w = 60$ kg, $v = 10$ cm/sec.



6. 5 を着色。