



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	斜面積雪の粘性流動 I
Author(s)	小島, 賢治; KOJIMA, Kenji
Citation	低温科学. 物理篇, 19, 147-164
Issue Date	1960-12-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17973
Type	departmental bulletin paper
File Information	19_p147-164.pdf



斜面積雪の粘性流動 I*

小島賢治

(低温科学研究所 気象学部門)

(昭和 35 年 8 月受理)

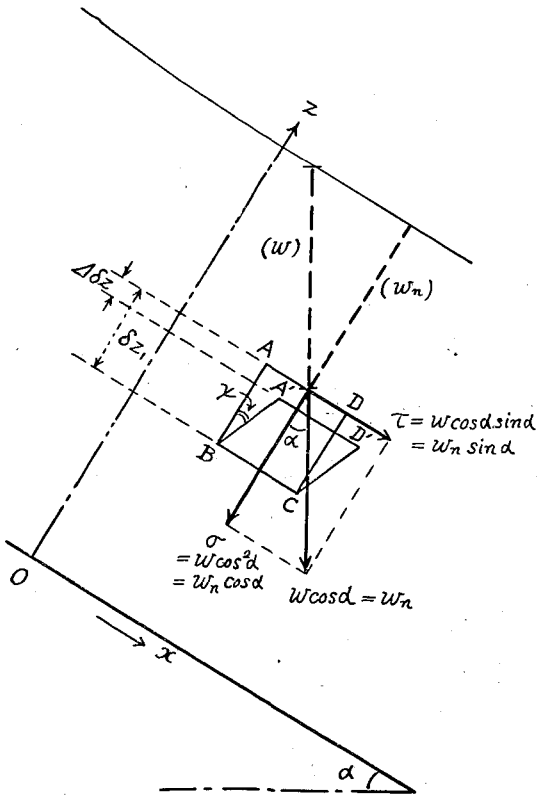
I. 斜面積雪層の圧縮粘性率と斜面に沿う流れの粘性率

水平な地面に積って水平な成層をなす積雪の雪自身の荷重による自然の圧縮（いわゆる沈降現象）の過程では、雪の各部分は平均して鉛直下方に変位するだけである。これに対して斜面積雪では、その各部分は鉛直下方より斜面の下手へ傾いた斜め下方へ向つて変位する。この

ような雪の動きを記述するため、斜面（地面）上に原点 O を持つ直角座標 Ox, Oy, Oz を考える。 Ox は斜面に沿う最大傾斜の方向に、 Oy は斜面に沿う水平方向にとり、 Oz は斜面に垂直上向きにとる。斜面が十分に広く、傾斜が到る所一様であれば、雪の y 方向への変位はなく、 xz 平面内だけで雪の動きを考えればよいし、又、雪の変位も変位速度も x に関係せず z だけの関数である。

或る点 (x, z) にある雪の部分は x 方向の速度成分 $\dot{u}(z)$ と層に垂直な z 方向の速度成分 $\dot{v}(z)$ とをもつて運動すると思えば、 $\partial \dot{v}(z)/\partial z$ はこの雪部分の圧縮歪速度 $\dot{\epsilon}$ をあらわし、 $\partial \dot{u}(z)/\partial z$ は斜面に沿う流れの速度の z 方向の勾配或は剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ をあらわす。

$\dot{\epsilon}(z)$ と $\dot{\gamma}(z)$ は夫々 z 点を含んで斜面に平行な平面に働く垂直応力 $\sigma(z)$ と接線応力 $\tau(z)$ とに比例するも



第 1 図 斜面積雪層に作用する応力

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 571 号

のと仮定し

$$\dot{\varepsilon}(z) = \frac{1}{\eta'_c} \sigma(z) \quad (1)$$

$$\dot{\gamma}(z) = \frac{1}{\eta_s} \tau(z) \quad (2)$$

とにおいて、 η'_c を圧縮粘性率、 η_s を(剪断)粘性率と呼ぶことにする。

第1図のように、積雪内部に y 方向に単位の幅を持ち、底辺 δx とこれに垂直な辺 δz_1 とが夫々 x, z 軸に平行な直方体 ABCD 部分を考える。斜面の傾きは水平面に対して α とする。□ABCD 部分はそれより鉛直上方に積っている雪の重さのために圧縮と「変形」を行なつて平行四辺形 A'BCD' のような形に変わる。AD 面より鉛直上方に、水平単位面積当り w gr の雪が積っているとすると、傾いている面 AD の単位面積については $w \cos \alpha$ の荷重が鉛直下方に働く。これを AD 面に対する垂直応力 $\sigma = w \cos^2 \alpha$ と層に平行な接線応力 $\tau = w \cos \alpha \sin \alpha$ とに分解し、□ABCD は σ によつて z 方向に圧縮され、 τ によつて x 方向の流れによる剪断変形を起すと考えることが出来る。ところで、 $w \cos \alpha$ は斜面に垂直に測つた上層積雪水量 w_n の重さに等しい。即ち、

$$\sigma = w_n \cos \alpha \quad (3)$$

$$\tau = w_n \sin \alpha \quad (4)$$

とすれば、(1), (2) 式の σ と τ にはこの (3), (4) から求められる値を使えばよいことになる。

□ABCD の厚さ δz_1 が Δt 日間に $\Delta \delta z$ だけ縮み、密度が ρ_1 から $\Delta \rho$ だけ増して ρ_2 になつたとすると、(1) 式はこの場合、

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \delta z}{\delta z_1} / \Delta t = \frac{\Delta \rho}{\rho_2} / \Delta t = \frac{1}{\eta'_c} w_n \cos \alpha \quad (5)$$

となる。或は、 δz と ρ の Δt 日間の平均を $\bar{\delta z}$ 、 $\bar{\rho}$ として

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \delta z}{\bar{\delta z}} / \Delta t = \frac{\Delta \rho}{\bar{\rho}} / \Delta t = \frac{1}{\eta'_c} \bar{w}_n \cos \alpha \quad (5')$$

とすれば、 η'_c この間の平均の圧縮粘性率となる。 \bar{w}_n は垂直上層荷重の平均値で、毎日の値 $w_n(t)$ が解つていれば $\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} w_n(t) dt$ によつて求める。

一方、 $\angle ABA' = \phi$ とすると、(2) 式は次のように書くことも出来る。

$$\dot{\gamma} = \tan \phi / \Delta t = \frac{1}{\eta_s} w_n \sin \alpha \quad (6)$$

$\dot{\gamma}$ の実際の求めかたは次の章で述べる。弾性圧縮におけるポアソン比 ν に対応して、雪の粘性圧縮におけるポアソン比を ν' とすると、 η'_c と η_s との関係は

$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\eta'_c}{\eta_s} = \frac{2(1-\nu')}{1-2\nu'} \quad (7)$$

であらわされる。圧縮粘性率を η_c とせず η'_c と書いたのは、圧力 σ による横方向 (x, y 方向) のふくらみが自由である場合の粘性率 η_c と区別したためである。 η'_c と η_c とは次の関係で結ばれる。

$$\frac{\eta'_c}{\eta_c} = \frac{1-\nu'}{(1+\nu')(1-2\nu')} \quad (8)$$

$\nu'=0$ では $\eta'_c=\eta_c$, $\nu'=0.2$ では $\eta'_c=1.1\eta_c$, $\nu'\rightarrow\frac{1}{2}$ 即ち体積変化がない場合に近づくにつれ η'_c/η_c は無限大に近づく。但し(7)式も(8)式も雪の等方性と一様な歪を仮定した場合に成立つものである。

密度 ρ の水平積雪層の圧縮粘性率 $\eta'_c(\rho)$ は

$$\eta'_c(\rho) = \eta'_{c0} e^{k\rho} \quad (9)$$

であらわされることを筆者は前に報告¹⁾した。そして、この関係式をもとにして、積雪深の時間的变化、密度の垂直分布及びその時間的变化等を論じた。これを山地の積雪に応用するためには、斜面積雪に対しても(9)式を用いてよいか否かを確かめる必要がある。斜面積雪の沈降と之に伴う斜面方向の流れについては既に R. Haefeli²⁾の研究があり、国内では桜井俊輔³⁾の測定結果が報告されている。筆者はここでは上に述べたような目的により、先ず斜面とその近くの水平面の積雪層の雪荷重による圧縮速度を同時に測定し、それぞれの圧縮粘性率 η'_c を比較した。これと共に斜面に沿う粘性流れの速さ $\dot{u}(z)$ を測定し、その勾配 $\partial \dot{u}(z)/\partial z$ から粘性率 η_c を求めた。

場合によつては、斜面積雪はその全体が下の地面の上を滑ることがある。例えば、1960年1月～3月の51日間に、傾斜26～29°の斜面で11cmの滑りを筆者は観測した。しかし、この報告では雪の下面での滑りは取扱わない。地面からの高さの違う部分の間の相対的な変位としてあらわれる粘性流動だけを取上げることにする。

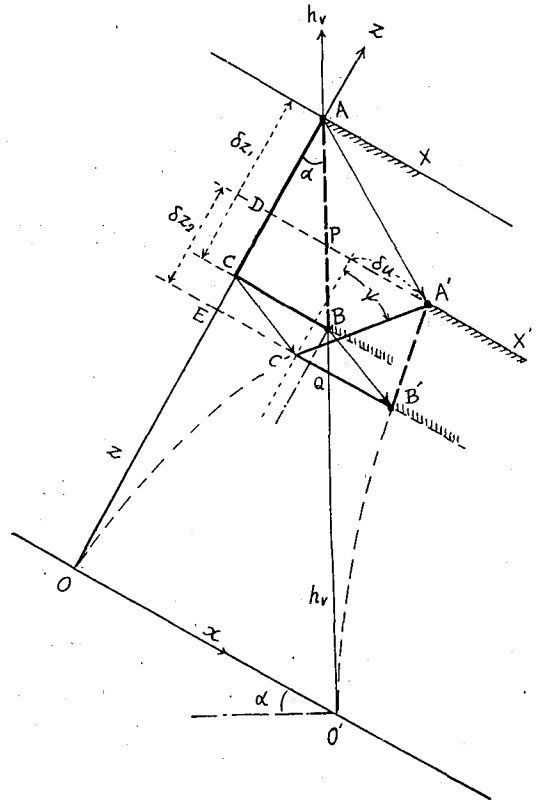
II. 測定法

雪に地面にとどく穴を掘り、斜面の最大傾斜方向に沿つて雪の鉛直壁を作る。この壁の面に沿つて下振り(錘をつけた糸)をたらし、糸に並行に鉛直線を雪の壁に刻む。雪の表面には最大傾斜方向に直角な水平直線を刻む。長さ110cmの雪切鋸をこの水平直線にあてがい、鋸の面が鉛直に保たれるように注意し乍ら、壁面の鉛直線に沿つてまっすぐ切り下す。これによつて、積雪の内部にOy軸(前節)に平行で鉛直な切目が入ることになる。第5図には新に雪につけた直後の鉛直切目の写真を示した(Vと記号をつけたのが切目である)。用いた雪切鋸が左側に立てかけてある。切目と平行に下振りの細い糸sが下つている。切目を入れる前に、雪の鉛直壁について、各層の高さ z_i 、厚さ δz_i 、密度 ρ_i 等を測り、温度分布も測定しておく。それから適当日数経た後、前回の切口から積雪の深さにはほぼ等しい距離だけ掘進んで、前回の壁に平行な鉛直壁を新に作る。前回に雪に切入んだ鉛直の切目は、今度の壁面では鉛直方向から傾いた曲線となつてあらわれる(例えば第6図)。切目が自然の状態では不明瞭なときは、壁面に色水の霧を吹きつけると切目は特によく色水で着色するので容易にはつきりした曲線として見ることが出来る。ここで、再び下振りを用い、下端が切目の下端と一致するような鉛直線を雪に刻むか、或は物指をその位置に鉛直にたてる。鉛直高10cm毎に、或は層の境界面に沿つて、

曲つた切目の(斜面に平行に測つた)鉛直線からのずれを測定する。次に、前回と同様に、各層の境界の高さ z_2 、厚さ δz_2 、密度 ρ_2 等を測る。各層の上層雪荷重 w_n もこれらの測定値から求めることが出来るから、(5)式によつて圧縮粘性率 η_c を各層毎に計算する。実際の計算に當つては、層の自重による応力も考慮するため、 w_n には層の積雪水量の $\frac{1}{2}$ すなわち $\frac{1}{2}\rho_1\delta z_1$ も含めた。

札幌の積雪の断面には、第6図の写真のように、一回の降雪で出来る層の上下には大抵それぞれ特徴のある境界線がみられるので、各層の位置の変化を追うのが容易である。山地の積雪の断面では、積雪全体を適当な厚さの層に区分するための目安が自然の状態のままでは得難いことが多い。そのような場合には雪の断面に水でうすめたインク(15~20%)の霧をかけてあらわれる縞模様によつて層を分けた(例えば第4図)。厚いざらめ雪の層はインクに着色され難いが、その部分は、ざらめ自体が示す縞模様を利用した。これらの平行な縞は1ヵ月後の断面でも再び似た特徴をもつてあらわれるから、それによつて層の位置或は厚さの変化がわかる。初回の断面の或る層の境界線(例えばインク線——仮にXと名付ける)と鉛直切目との交点Aと、次回の断面での対応する境界線X'と変形した切目との交点A'とから、A点の変位 $\overline{AA'}$ を知ることが出来る。

変形した切目の元の鉛直位置からのずれの測定値から、(2)式に用いる剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ を求めるには次のようにした。第2図に示したように、鉛直線 $O'h_v$ と或る層の上下の境界面との交点A、Bが Δt 後にそれぞれA'、B'に移つたとする。斜面上に原点を持ち、斜面に垂直な座標軸 Oz がAを通るようにとり、A'層、B'層(A'点を通つて斜面に平行な平面をA'層と呼ぶ事にする)と Oz 及び $O'h_v$ との交点をそれぞれD、E及びP、Qとする。B層と Oz との交点をCとすると、はじめに垂直線 Oz の上のCにあつた雪は $BB'CC'$ であるような点C'に移動する筈である。C'はB'層上にあり、 $CC'B'B$ は平行四辺形である。即ち、初めに垂直線 Oz 上にあつた \overline{AC} はこれと ψ だけ傾いて $\overline{A'C'}$ に移り \overline{AC} と垂直であつた層 \overline{CB} は $\overline{C'B'}$ に平行移動する。



第2図 斜面積雪の圧縮と変形。(O'h_vは鉛直線、Ozは斜面に垂直、αは斜面の傾き)

(2)式によつて τ と関係づけられる歪 γ は、 Oz 上の点 z の変位の x 成分を $u(z)$ として

$$\gamma = \frac{\delta u(z)}{\delta z}$$

で与えられる。今の場合、 $\delta u = A'D - C'E$ であるが、 δz として始めの層の厚さ $AC = \delta z_1$ をとるか変形後の厚さ $DE = \delta z_2$ をとるかによつて γ は異なる値をとることになる。ここではその平均 $\bar{\delta z} = \frac{1}{2}(\delta z_1 + \delta z_2)$ を用いることにした。 Δt 日間の平均歪速度を $\bar{\dot{\gamma}}$ とすると、この間の平均粘性率 η_s は

$$\eta_s = \bar{w}_n \sin a / \bar{\dot{\gamma}} = \bar{w}_n \sin a / \left(\frac{\Delta(\delta u / \bar{\delta z})}{\Delta t} \right) \quad (10)$$

で与えられる。ところで、実際に測定するのは $u(z)$ ではなく、鉛直線 $O'h_v$ のずれ u' 、即ちこの場合には $A'P$ と $B'Q$ である。雪層の上下の相対変位 $\delta u'$ の測定値から δu を求めるには、第2図から簡単な幾何学的考察により次の関係を用いればよいことがわかる。

$$\begin{aligned} \delta u &= \delta u' + \delta v \tan a \\ \delta v &= \delta z_1 - \delta z_2 \end{aligned} \quad (11)$$

斜面積雪の測定を行なつた場所は札幌の北大構内と函館本線昆布駅の附近の斜面である。札幌では低温科学研究所の構内に、幅12 m、長さ10 m、傾斜の平均 $9^{\circ}10'$ の実験斜面を作りその中央部を利用した。向きは東向きである。

昆布では高さ約70 mの台地の北向斜面上で上端から斜距離30 m下で測定を行なつた。傾斜は $26 \sim 29^{\circ}$ で多少凹凸があり、芝草が生えている。

III. 測定結果

a) 圧縮粘性率

札幌の雪について、水平な地面の上の積雪層と実験斜面の積雪層の圧縮の速さを密度増加から求めた。第1表Aは1959年1月の積雪のうち、斜面積雪の粘性率 η_s を求めた層について、密度変化ならびにそれから求められる圧縮粘性率等を斜面と平地との各層毎に比較したものである。水平な積雪の測定は実験斜面となりあつたテニスコートで行なつた。

若し、どの層に関しても鉛直に測つた積雪水量が斜面と水平面との間に差が無ければ、層に対する垂直応力 σ の斜面での値は平地におけるより2%余小さい筈で、密度も同じ層を同時刻に比較すれば、斜面の方がやはり2%程度小さいことが予想された。実測の結果は表にある通り平地と斜面とで差が無かつた。そして、 σ の値にも差が無かつたのである。つまり鉛直方向には斜面の方が余計に雪が積つていたわけである。粘性率 η_s は対応する層について斜面と平地とで殆んど一致した値になつた。第1表Bは1960年の札幌の積雪につき上と同様の比較を行なつたものである。歪速度 $\dot{\gamma}$ は斜面の方が幾分小さいが、積雪水量 w_n は斜面の方が多く、 σ もやはり斜面における方が大きかつた。圧縮粘性率 η_s は若干斜面の雪についての値が大きい。しかし、層の厚さが斜面の方が厚いため、対応する層の位置が斜面における方が高く、温

第1表 斜面と水平な地面上の積雪層の圧縮粘性の比較 (斜面傾斜 $9^{\circ}10'$)

A. 1959年, 札幌 (Jan. 12~Jan. 24, D-25のみ Jan. 7~Jan. 24)

層名	密度		平均密度 $\bar{\rho}$ gr·cm ⁻³	期間 Δt days	歪速度 $\dot{\epsilon}$ = $\Delta\rho/\bar{\rho} \cdot \Delta t$ day ⁻¹	垂直応力 $w_n \cos \alpha$ gr·cm ⁻²	圧縮粘性率 η'_c = $w_n \cos \alpha / \dot{\epsilon}$ gr·day·cm ⁻²	η'_c 比 (η'_c (斜面) η'_c (水平))	雪温 \bar{T}_s °C
	ρ_1 gr·cm ⁻³	ρ_2 (Jan. 24) gr·cm ⁻³							
J-9 (斜面 水平)	0.122	0.246	0.184	12.0	5.63×10^{-2}	2.46	4.37×10	9.98	-4
	0.120	0.241	0.181	//	5.58 //	2.45	4.47×10		
J-5 (斜面 水平)	0.203	0.266	0.234	12.0	2.24×10^{-2}	4.18	1.87×10^2	1.00	-3.2
	0.203	0.265	0.234	//	2.21 //	4.14	1.88×10^2		
D-27 (斜面 水平)	0.242	0.264	0.253	12.0	7.25×10^{-3}	6.48	8.95×10^2	1.00	-1.5
	0.242	0.264	0.253	//	7.25 //	6.47	8.92×10^2		
D-25 (斜面 水平)	0.277	0.308	0.292	17.0	6.25×10^{-3}	7.32	1.17×10^3	1.03	-0.8
	0.278	0.310	0.294	//	6.42 //	7.33	1.14		

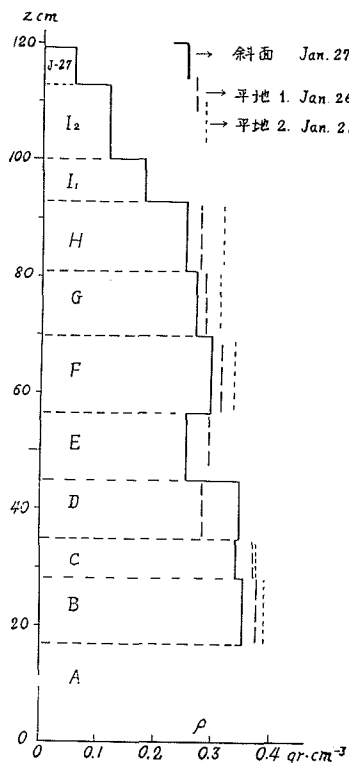
B. 1960年, 札幌 (Jan. 22~Jan. 30)

層名	ρ_1	ρ_2	$\bar{\rho}$	Δt	$\dot{\epsilon}$	$w_n \cos \alpha$	η'_c	η'_c 比	\bar{T}_s
J-18-20 (斜 平)	0.156	0.260	0.204	8.1	6.18×10^{-2}	3.30	5.35×10	1.18	-5
	0.146	0.266	0.206	//	7.20×10^{-2}	3.25	4.52×10		
J-17 (斜 平)	0.197	0.270	0.230	8.1	3.93×10^{-2}	5.17	1.31×10^2	1.07	-5.5
	0.187	0.261	0.224	//	3.95 //	4.82	1.22×10^2		
J-14 (斜 平)	0.241	0.306	0.274	8.1	2.93×10^{-2}	7.17	2.44×10^2	1.11	-4.0
	0.240	0.306	0.273	//	2.99 //	6.60	2.20×10^2		
J-2 (斜 平)	0.256	—	0.26	8.1	1.7×10^{-3}	9.75	5.7×10^3	(2.8?)	-3.5
	—	—	0.249	//	4.5×10^{-3}	9.14	2.0×10^3		
D-19-24 (斜 平)	0.345	0.368	0.357	8.1	6.98×10^{-3}	14.85	2.13×10^3	0.88	-1.6
	0.346	0.362	0.354	//	5.58 //	13.38	2.42×10^3		

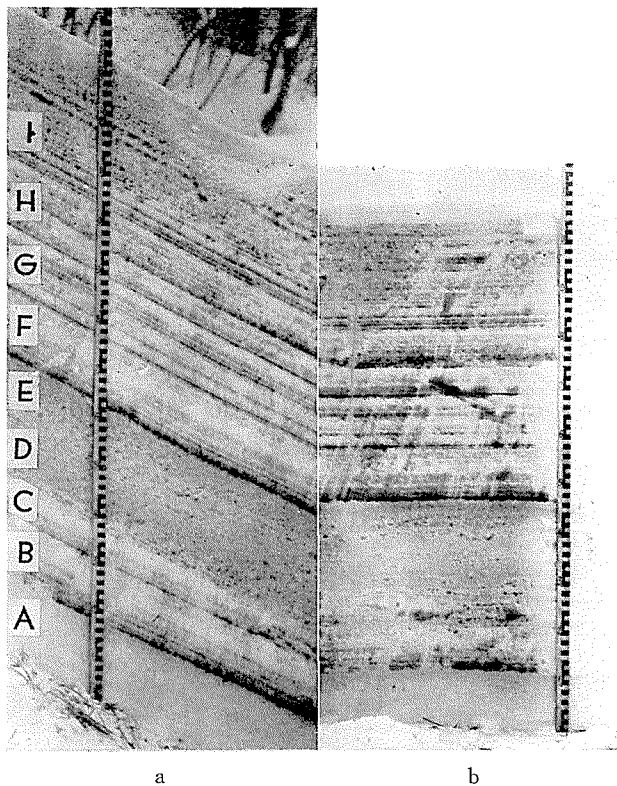
度が常に幾分低かつた。例えば、J-14とJ-17層とでは斜面の方が平均して 0.5°C ほど低かつたのである。温度が 0.5°C 低下すると雪の圧縮粘性率は約7%増すことを考慮すれば、第1表Bの結果からも、温度と密度とが同じ雪については、斜面でも水平面でも圧縮粘性率の値に変わりはないとみてよいであろう。

札幌の実験斜面は傾斜が小さいため、圧縮速度の平地との差がはつきりあらわれないので、昆布の傾斜 27° の斜面の積雪とその近くの水平な場所の雪の対応する層の密度を比較した。第4図aは1960年1月27日における斜面の雪の断面で、第4図bはその前日の平地の雪の切口である。層毎に下から順にA, B, C……等と記号をつけたがどの層が何時降つたかは不明である。第3図には斜面積雪の密度分布を実線で示し、対応する層の平地での密度を破線で示した。平地1と2と2本の破線が記入してある。2の方は幾分雪が深い場所で他の場所より密度も大きかつたようである。どの層についても斜面の密度の方が小さい。この密度の差を斜面と平地での同じ層に対する垂直応力 σ の違いから説明することを試みた。筆者は前に、平地積雪の密度 ρ は降積つた時の密度 ρ_0 と、それから現在までにその層が受けた荷重の時間的積算値 Q とにより次の関係式で決定されることを報告¹⁾した。

$$\eta'_{c0} \{ \bar{E}_s(k\rho) - \bar{E}_s(k\rho_0) \} = Q \tag{12}$$



第3図 斜面積雪と平地積雪の密度分布の比較。zは垂直高。
1960年 昆布



第4図 第3図の密度分布を測定した積雪の断面、昆布
1960、(a) 斜面、1月27日 (b) 平地、1月26日。

第2表 斜面と平地の積雪層の密度の比較
(1960、1月27日、昆布、斜面傾斜27°)

層名	密度		上層積雪荷重 σ (Jan. 26)		σ_h/σ_s	$(\rho_h - \rho_s)$ calc. gr·cm ⁻³	$(\rho_h - \rho_s)$ obs. gr·cm ⁻³
	(Jan. 26) gr·cm ⁻³	(Jan. 27) gr·cm ⁻³	w_n gr·cm ⁻²	$w_n \cos \alpha$ gr·cm ⁻²			
H 斜面 平地	$\rho_s =$ $\rho_h = 0.276$	0.248 (0.280)	$\sigma_h = 3.0$ $\sigma_h = 3.8$	$\sigma_s = 2.7$	1.4	0.019	0.028~ (0.032)
G 斜面 平地	0.286	0.268 (0.290)	$\sigma_h = 5.7$ $\sigma_h = 7.2$	$\sigma_s = 5.1$	1.4	0.019	0.018~ (0.022)
F 斜面 平地	0.314	0.297 (0.316)	$\sigma_h = 8.8$ $\sigma_h = 10.8$	$\sigma_s = 7.8$	1.4	0.019	0.017~ (0.019)

\bar{E}_i は logarithmic integral, η_{∞} , h は (9) 式で使ったのと同じものである。密度範囲 0.2~0.4 gr/cm³の間では上の式であらわされる Q と ρ との関係は、ほぼ次の式で近似できる。

$$\log_{10} Q = A + 7.4 \rho \tag{12}$$

A は温度によつて異なる常数である。同時に平地と斜面に積つた雪層につき、同じ日数経過し

た後の密度をそれぞれ ρ_h , ρ_s とし、それまでにこれらが受けた積算荷重を Q_h , Q_s とすると、どちらにも同じ (12) 式が適用出来るとすれば

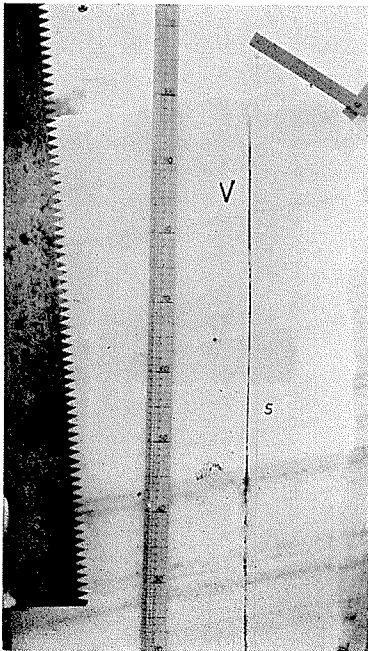
$$\log_{10} \left(\frac{Q_h}{Q_s} \right) = 7.4 (\rho_h - \rho_s) \quad (13)$$

となる筈である。第3図に示した例では Q_h と Q_s とは不明である。しかし、仮に積雪水量が常に一定の割合で増加したものとすれば、 ρ_h と ρ_s とを測定したときにその層が受けていた垂直荷重を σ_h , σ_s として

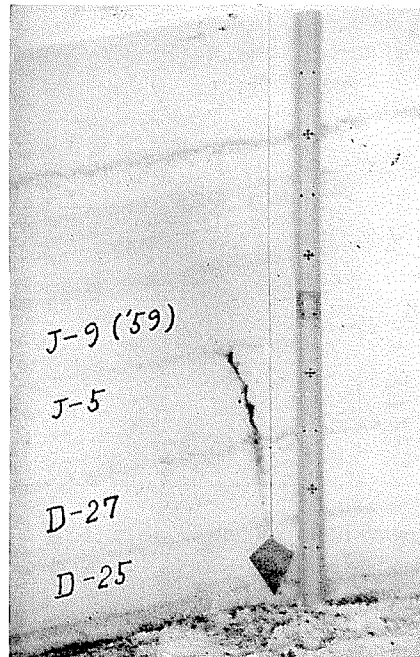
$$Q_h/Q_s = \sigma_h/\sigma_s$$

とおいてもよい。 σ_h と $\sigma_s = w_n \cos a$ の測定値ならびにその比を (13) 式に入れて計算して求めた密度の適い $(\rho_h - \rho_s)_{calc.}$ と測定値 $(\rho_h - \rho_s)_{obs.}$ とを F, G 及び H の3層につき第2表に示した。F と G の2層については、計算値と測定値とがほぼ一致している。F層より下の層は融雪の影響を大きく受けたざらめ雪であるので比較の対称としなかつた。

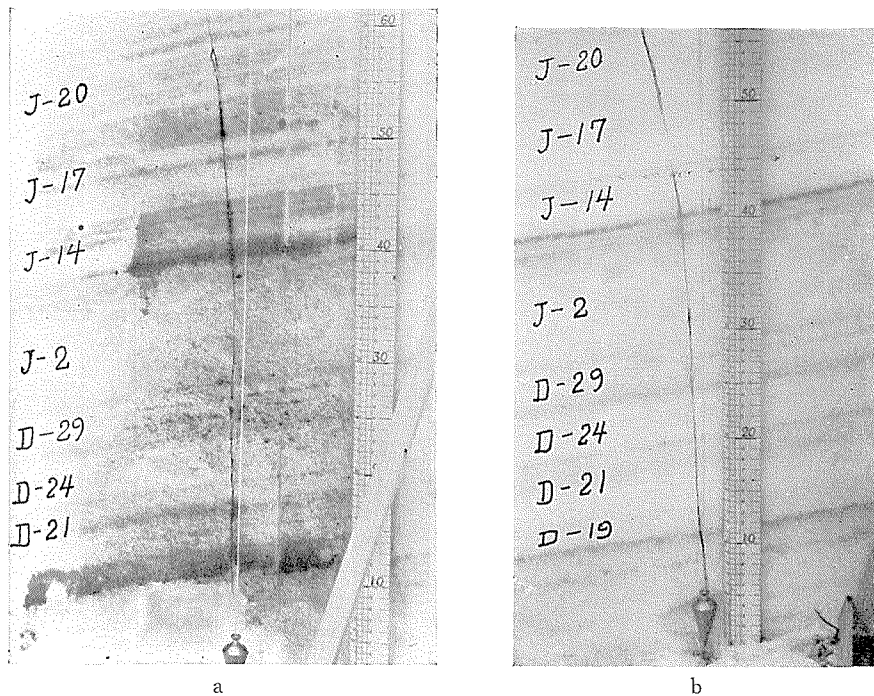
以上の事柄から、斜面の積雪の粘性圧縮を論ずる際にも、粘性率 η と密度 ρ との関係は平地積雪について得られた (9) 式を用いればよく、又、平地の場合の上層積雪荷重の代わりに (3) 式によつて求められる上層荷重の垂直成分を用いればよいことが確かめられた。但し、斜面で鉛直に測つた積雪水量は必ずしもその附近の平地の積雪水量に等しくない。一般に斜面の鉛直水量の方が多いことに注意すべきであろう。その差額は層によつて異なり、降積るときの風向や風速に左右されるようである。



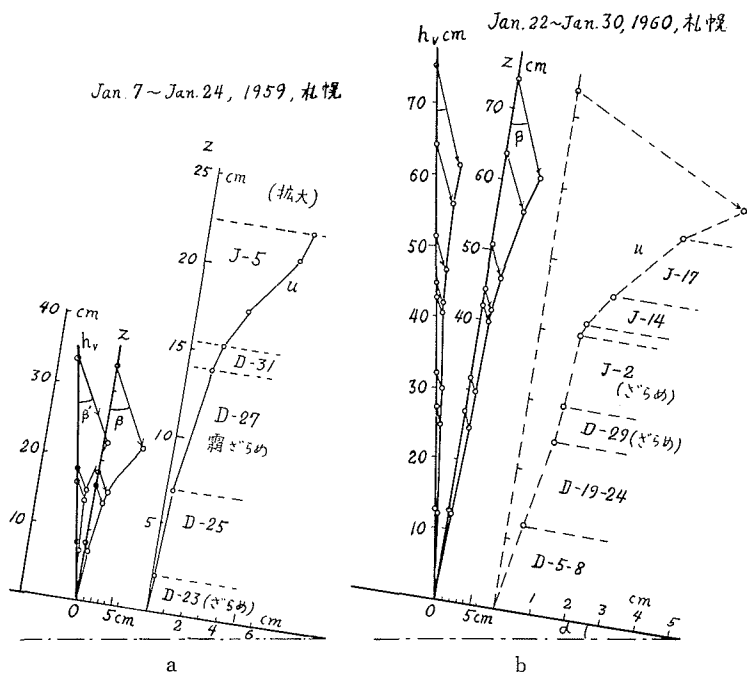
第5図 鋸による鉛直切目 (V) の例。左側にたて掛けてあるのは、この目的の為に作った鋸。



第6図 斜面積雪の鉛直切目の変形。
1959年1月7日～1月24日。札幌。



第7図 斜面積雪に鋸でつけた鉛直切目の変形。札幌の実験斜面。
1960年 (a) 1月30日 (8日後)。 (b) 2月6日 (15日後)。



第8図 斜面積雪の鉛直線 Oh_v と斜面に垂直な直線 Oz の変形。矢印は直線 Oh_v, Oz 上の各点の変位を示す。破線のグラフは Oz の変形の拡大

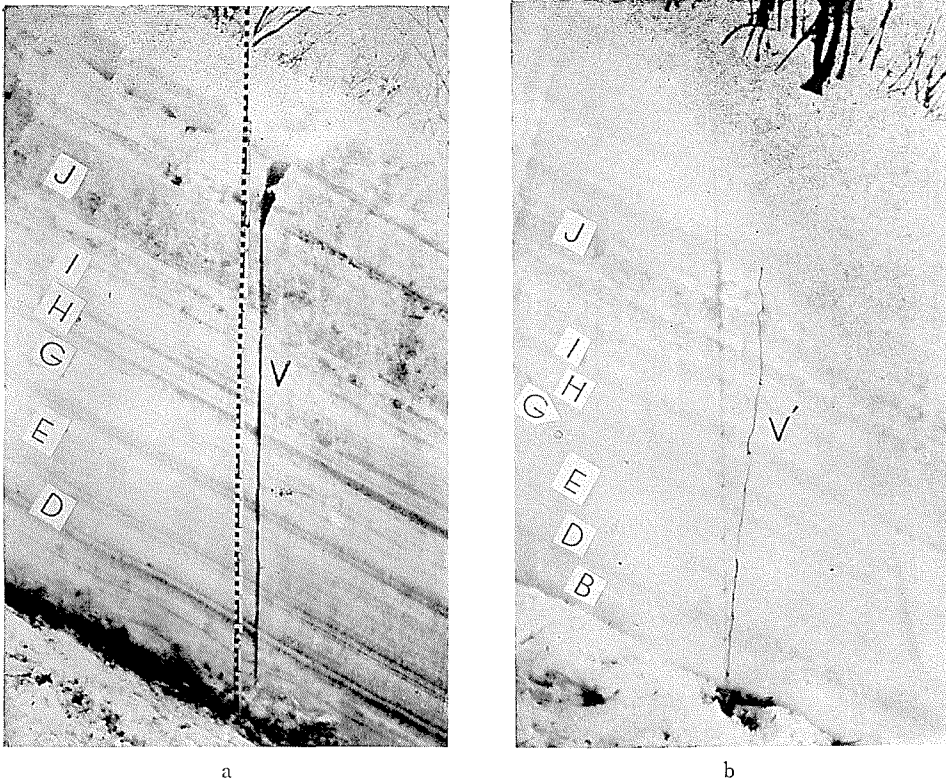
第3表 斜面積雪の斜面に沿う粘性流れ

A. 札幌, 実験斜面, 1959年1月7日~1月24日 (J-9層のみ1月10日~14日)

層	雪質	層の厚さ		平均 $\bar{\delta z}$ cm	相対 変位 δu cm	歪 $\bar{\gamma}$ = $\delta u/\bar{\delta z}$	期間 Δt days	歪速度 $\bar{\dot{\gamma}}$ = $\bar{\gamma}/\Delta t$ day ⁻¹	応力 τ = $w_n \sin \alpha$ gr·cm ⁻²	粘性率 η_s = $\tau/\bar{\dot{\gamma}}$ gr·day·cm ⁻²	圧縮粘性率 η'_c gr·day·cm ⁻²	κ	ポアソン 比 ν'	平均 密度 $\bar{\rho}$ gr·cm ⁻³	温度 T_s °C
		δz_1 cm	δz_2 cm												
J-9	新雪	11.0	7.4	9.2	2.5	0.27	4.1	6.6×10^{-2}	0.13	2.0	5.7	2.85	0.23	0.09	-5
J-5	しまり雪 (霜混り)	15.4	6.9	11.1	4.1	0.37	17.0	2.2×10^{-2}	0.55	2.5×10	7.8×10	3.1	0.26	0.19	-4
D-27	霜だらめ	8.3	7.1	7.7	1.1	0.14	17.0	8.2×10^{-3}	0.92	1.1×10^2	6.0×10^2	5.4	0.39	0.24	-2
D-25	霜だらめ	5.8	4.9	5.3	0.3	0.057	17.0	3.4×10^{-3}	1.18	3.5×10^2	1.2×10^3	3.4	0.29	0.29	-0.8

B. 札幌, 実験斜面, 1960年1月22日~1月30日

層	雪質	δz_1 (Jan. 22)	δz_2 (Jan. 30)	$\bar{\delta z}$	δu	$\bar{\gamma}$	Δt	$\bar{\dot{\gamma}}$	τ	η_s	η'_c	κ	ν'	$\bar{\rho}$	T_s
J-20	しまり雪	10.5	5.1	7.8	1.6	0.21	8.1	2.5×10^{-2}	0.53	2.1×10	5.8×10	2.5	0.17	0.20	-5
J-17	〃	12.8	9.4	11.1	1.7	0.15	〃	1.8×10^{-2}	0.83	4.5×10	1.3×10^2	2.9	0.24	0.23	-6.0
J-14	〃	6.4	4.9	5.6	0.7	0.13	〃	1.5×10^{-2}	1.15	7.4×10	2.5×10^2	3.3	0.28	0.27	-4.4
J-2	水みち入り 小だらめ	10.4	10.1	10.2	0.15	0.015	〃	1.8×10^{-3}	1.57	8.5×10^2	2.7×10^3	3.2	0.27	0.26	-3.8
D-19-24	しまり雪	13.2	12.7	12.8	0.5	0.040	〃	5.0×10^{-3}	2.39	4.8×10^2	2.2×10^3	4.4	0.35	0.34	-1.8

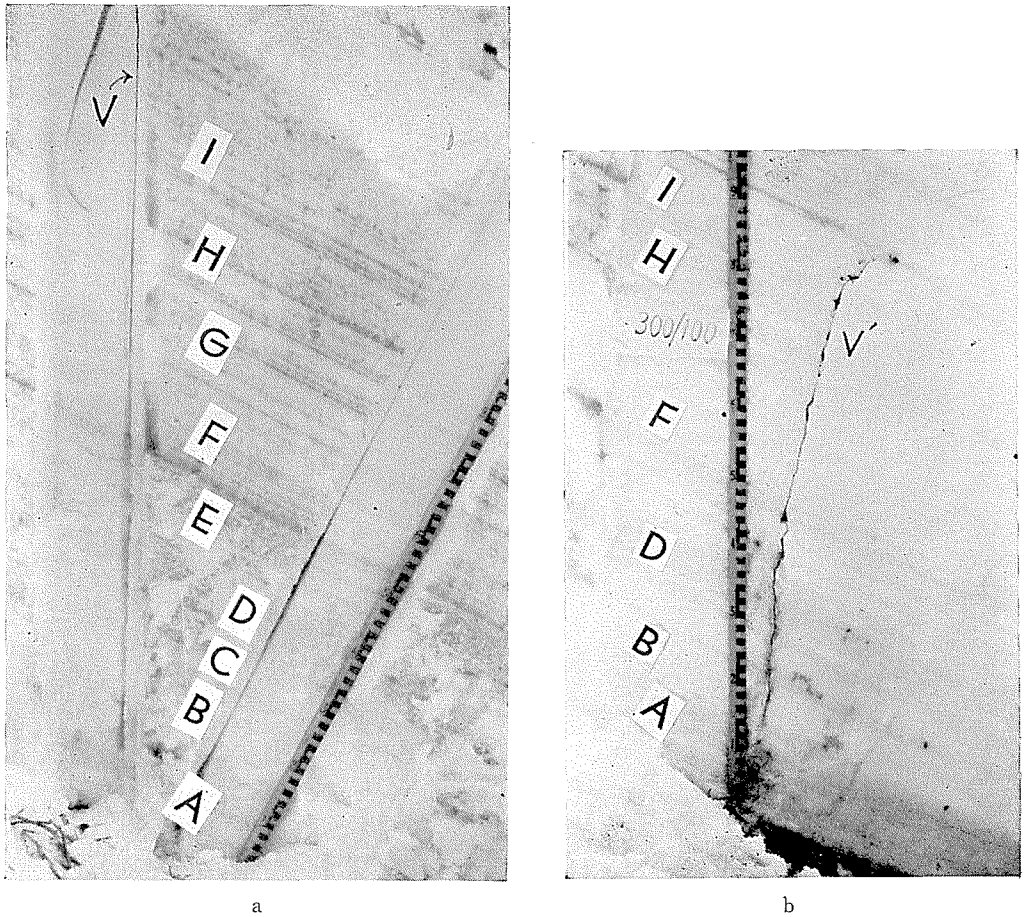


第9図 斜面積雪の成層と鉛直線の変形。1959年、場所：昆布。(a) 2月12日（インクで着色した面）。(b) 3月18日。Vは雪切鋸による鉛直線切目（但し切目を入れたのは前日）。V'は変形した切目。

b) 斜面に沿う粘性流れ

第6図は1959年1月24日に札幌の実験斜面の積雪に作った鉛直断面である。1月7日に雪につけた鉛直切目が、ここでは傾いた曲線として写っている。第7図aは同じ斜面で1960年1月30日に作った積雪断面の一部である。ここで曲線として写っている切目は1月22日に鉛直に入れた鋸による切目である。同じ切目の2月6日における形を第7図bに示した。第8図には第6図と第7図aに示した鉛直線の曲りと、前節IIで述べたようにして求めた垂直線の曲りとをグラフで示した。(a)は1959年、(b)は1960年の測定結果である。はじめにひとつの鉛直線上及び垂直線上にあつた各層の境界点の変位を矢印で示してある。これらは、はじめの位置と終りの位置とを直線で結んだものである。層による剪断歪 γ の違いをはつきり示すために、(a)、(b)各々につき、垂直線の曲りだけを拡大して右側に記入した。(b)図では z 目盛は変えず u だけを拡大してある。第3表A、Bには各層の剪断粘性率 η とこれを求めるのに用いた各種の測定値を一覧表にして示した。

第9図aは昆布の斜面積雪の1959年2月12日の断面の写真で、Vと記号をつけてある縦

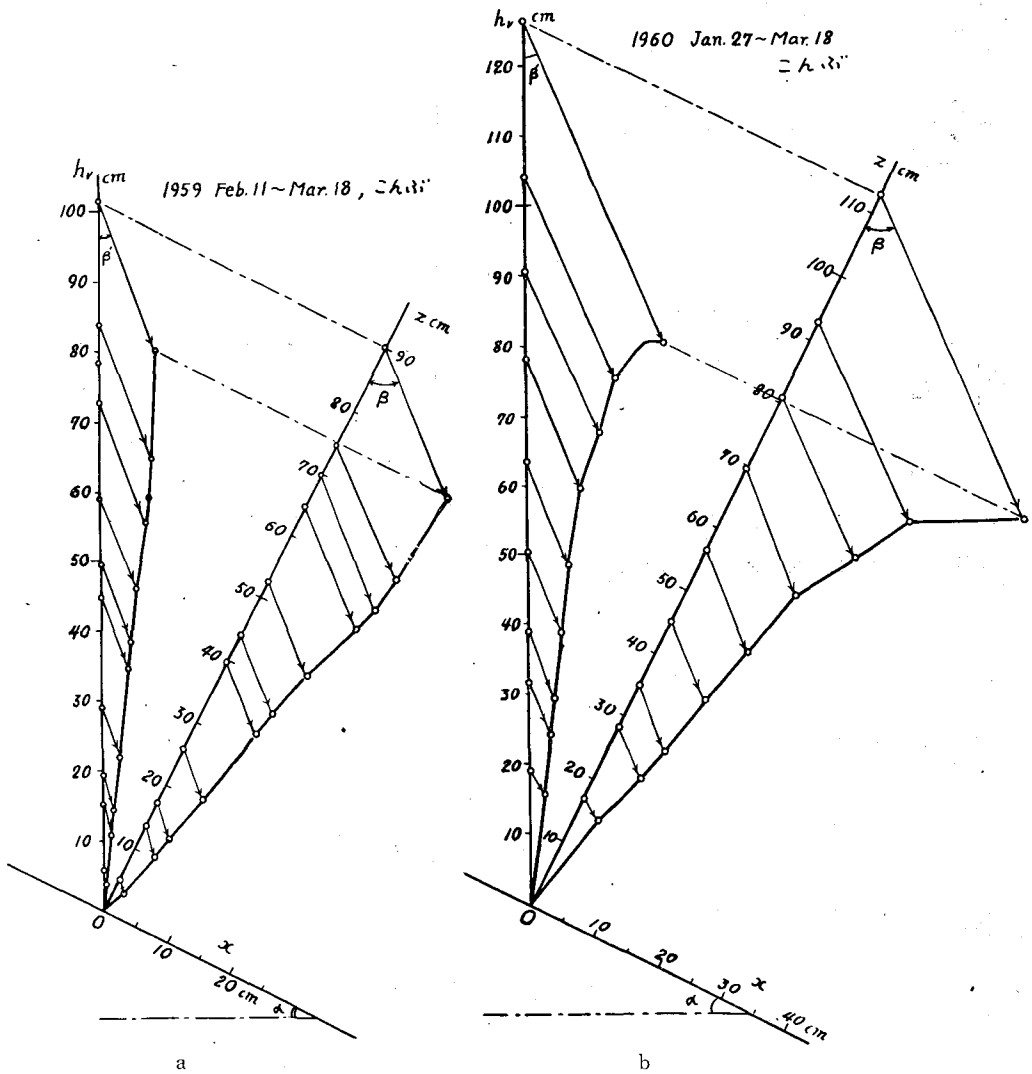


第10図 斜面積雪の成層状況と鉛直線の変形。1960年，昆布。(a) 1月27日，(b) 3月18日。Vは鉛直切目，V'はVの変形したもの。

の黒い線は前日鉛直に切込んだ鋸による切目である。

第9図(b)は同じ斜面にそれから35日後に作った断面の写真である。Vは写真aにVと印した切目の傾いた状態である。第10図(a)は1960年1月27日にまえと同じ昆布の斜面の雪の断面に鉛直線Vを切込んだ状況である。第10図(b)はそれから51日経た3月18日の切目で、まえに入れた鉛直線が曲つている様子がよくわかる。第11図には第9図と第10図の断面についての測定結果をそれぞれ(a)と(b)とにグラフで示してある。測定したのは、ここでも鉛直線 Oh_v の元の位置からのずれであるが、それから求めた垂直線 Oz の変形後の位置も記入してある。矢印をつけた細い直線は鉛直線或は垂直線上にあつた点(層の境界)の変位をあらわす。昆布の斜面で得た粘性率 η_s 、 η_c 及びそれを求めるのに用いた測定値等は第4表に示した。

第12図は札幌と昆布とで求めた雪の剪断粘性率 η_s と雪の密度 ρ との関係をひとつにまと



第 11 図 斜面積雪の鉛直線 Oh_v と垂直線 Oz の変形。積雪内の各部分の変位を矢印で示す。(a) は四つの断面についての測定値の平均による。

めたものである。縦軸は対数目盛にとつた η_s ，横軸は密度である。この密度の値には、鉛直切目を入れた時の層の密度 ρ_1 と、鉛直線の傾きを測定した時の密度 ρ_2 との平均値をとつてある。ひとつの層について、その密度が増大するにつれて、 η_s が増す有様は測定されてないが、 $\log \eta_s$ は ρ にほぼ比例して増すことはこの図からうかがわれる。又、ざらめ雪では同じ密度のしまり雪にくらべて η_s が非常に大きい。これらの傾向は平地積雪の圧縮粘性率 η_c と密度 ρ との関係と同じである。ただ、しもざらめ層に限り、 η_c が大きい割には η_s はそれほど大きくない。

第4表 斜面積雪層 (傾斜 26~29°) の粘性縮みと斜面に沿う粘性流れ

A. 1959年2月11日~3月18日 場所: 昆布.

層	雪質	層の位置		層の厚さ	平均層厚	縮み	相対変位	歪	歪速度	応力	粘性率	圧縮粘性率	粘性率比	平均密度
		Feb. 11 z_1 cm	Mar. 18 z_2 cm	Mar. 18 δz_2 cm	$\bar{\delta z}$ cm	$\Delta \delta z$ cm	δu cm	$\bar{\gamma}$	$\dot{\bar{\gamma}}$ day ⁻¹	$w_n \sin \alpha = \tau$ gr·cm ⁻²	η_s gr·day/cm ²	η'_c gr·day·cm ⁻²	$\eta'_c/\eta_s = \kappa$	$\bar{\rho}$ gr·cm ⁻³
J	氷板入り 大ざらめ	90.3	74.8	13.8	14.8	2.0	1.4	0.094	2.7×10^{-3}	4.0	1.5×10^3			0.34
I	しまり雪	69.7	55.7	3.5	4.3	1.6	1.4	0.33	9.4×10^{-3}	6.0	6.4×10^2	1.0×10^3	1.5	0.30
H	ざらめ雪 一部しまり	64.6	52.2	9.2	10.6	2.9	3.25	0.31	8.8×10^{-3}	7.2	8.2×10^2	1.7×10^3	2.1	0.37
G	しまり雪	44.0	35.9	7.1	7.8	1.4	1.7	0.22	6.3×10^{-3}	8.7	1.4×10^3	2.5×10^3	1.8	0.35
F	ざらめ しまり	39.8	32.4	3.5	3.9	0.7	0.9	0.23	6.6×10^{-3}	9.7	1.5×10^3	3.2×10^3	2.1	0.41
E	しまり雪	25.7	20.6	11.8	13.0	2.3	2.9	0.23	6.6×10^{-3}	11.5	1.7×10^3	4.1×10^3	2.4	0.42
D	しまり雪	17.2	13.3	7.3	7.9	1.2	1.6	0.20	5.7×10^{-3}	13.6	2.4×10^3	5.9×10^3	2.5	0.42
C	ざらめ	13.6	10.1	3.2	3.4	0.4	0.7	0.20	5.7×10^{-3}	14.6	2.6×10^3	7.7×10^3	3.0	0.42
B	しまり雪	5.1	3.5	6.6	7.6	1.9	1.9	0.25	7.1×10^{-3}	15.7	2.2×10^3	3.8×10^3	1.7	0.39

B. 1960年, 1月27日~3月18日, 昆布.

	Jan. 27	Jan. 27	Mar. 18	Mar. 18	$\bar{\delta z}$	$\Delta \delta z$	Mar. 18	$\bar{\gamma}$	$\dot{\bar{\gamma}}$	$w_n \sin \alpha = \tau$	η_s	η'_c	κ	$\bar{\rho}$
		z_1	z_2	δz_2			δu							
I	{新 しまり雪	113.0	80.5	6.5	13.3	13.5	14.5	1.07	2.1×10^{-2}	3.5	1.6×10^2	3.5×10^2	2.2	0.26
H		93.0	73.0	8.2	10.1	3.8	4.6	0.46	9.0×10^{-3}	4.9	5.5×10^2	1.3×10^3	2.4	0.32
G	しまり	81.0	64.8	8.3	9.9	3.2	4.6	0.47	9.2×10^{-3}	6.4	6.9×10^2	1.8×10^3	2.6	0.33
F	しまり	69.5	56.5	10.5	11.7	2.5	3.1	0.27	5.3×10^{-3}	7.9	1.5×10^3	3.8×10^3	2.5	0.34
E	ざらめ	56.5	46.0	9.2	10.4	2.3	2.5	0.24	4.7×10^{-3}	9.5	2.0×10^3	4.4×10^3	2.2	0.28
D	ざらめ	45.0	36.8	8.9	9.6	1.3	1.8	0.19	3.7×10^{-3}	11.1	3.0×10^3	8.4×10^3	2.8	0.36
C	しまり	34.8	27.9	4.9	5.7	1.7	1.4	0.25	4.9×10^{-3}	12.2	2.5×10^3	4.2×10^3	1.7	0.35
B	しまり	28.2	23.0	8.0	9.6	3.2	2.6	0.27	5.3×10^{-3}	13.3	2.5×10^3	4.1×10^3	1.6	0.38
A	ざらめ	17.0	15.0	15.0	16.0	2.0	3.4	0.21	4.1×10^{-3}					0.32
		0.0	0.0											

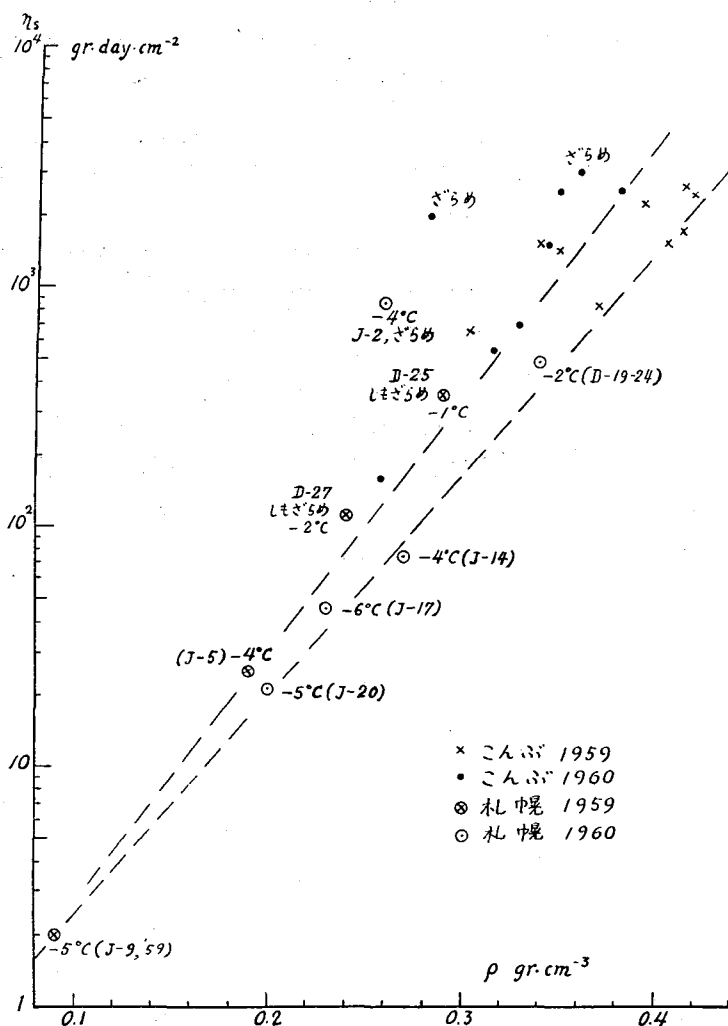
c) 圧縮粘性率と剪断粘性率との比及びポアソン比

第3表と第4表とは圧縮粘性率 η_c と剪断粘性率 η_s との比が $\kappa = \eta_c/\eta_s$ として掲げている。第3表の札幌の測定値に関しては、 κ の値は密度の大きい雪ほど幾分大きく、2.5~4.5の範囲にあった。ただ、しもざらめ組織が発達したD-27(59)層だけは、密度が小さい割合に κ が大きかった。これは、霜ざらめ雪では斜面上に垂直方向の雪粒子間の結合が斜面上に平行な方向の結合より密であるという組織の方向性に原因があるように思われる。弾性論のポアソン比に対応する粘性変形のポアソン比を ν とすると、その値は

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{\kappa - 2}{\kappa - 1}$$

によつて求めることが出来る。札幌の実験斜面での測定から得た ν の値は

第3表に示した。第4表には昆布の測定結果による κ の値を掲げているが、一般に札幌での値より小さい。中には $\kappa < 2$ 従つて $\nu < 0$ という不都合な値になつた層も幾つかあつた。この斜面には斜面の雪の移動圧を測るための柱が立ててあつた。第4表A(1959)の測定値はこの柱の上方2mで、B(1960)の測定値は柱から上3mの地点で求めたものである。粘性率の大きい雪の流れは、この程度の距離では柱の影響を受けて抑えられていたのかも知れないのである。第3表と第4表とにあげた全部の結果から κ 又は ν と密度 ρ との間のはつきりした関係を定めることは出来なかつた。しかし、普通のしまり雪の組織を持つた雪の粘性流動を論ずる際には ν



第12図 斜面積雪層の斜面上に沿う流れの粘性率 η_s と層の密度 ρ との関係。縦軸は対数目盛。

の値は大体において0.2ないし0.3とみてよいであろう。もともと、雪の組織は等方性ではなく、一様だと思われる雪の層についてみても、よく調べると細かい粗密の層が重つて出来ていることが多い。従つて、若し実験的に雪の柱を単純圧縮して直接ポアソン比を求めても、その柱が積雪中にあつたとき、柱の軸が水平であつたか鉛直であつたか等、軸の向きによつて違つた値を得ることになるであろう。又、これと同じ雪について、斜面での圧縮歪と変形歪とから ν を求めたとしても、それは必ずしも単純圧縮による値と一致しないと思われる。

d) 斜面積雪各部分の変位の方向

第11図では地面からの高さの違う各部分の変位ベクトル(矢印)が互にほぼ平行である。このことは圧縮粘性率 η_0 と斜面に沿う流れの粘性率 η_s との比 κ が各層の間で著しい差が無かつたことによる。例えば、1960年昆布での測定結果によると、第4表Bにある通り、D層より上の6層に関しては η_0 と η_s との値はそれぞれ350-8400 gr-day/cm²及び160-3000 gr-day/cm²の範囲にわたつて居り、D層の η_0 は上部のI層の η_0 の24倍に達している。ところが、 η_0 と η_s との比 κ は2.2~2.8という狭い範囲内にあつた。仮に積雪の上層から下層まで到るところ κ 一定、即ち、 $\kappa(z)=\kappa_1$ とすると、各部分の変位ベクトルは完全に平行になり、斜面に垂直な方向 Oz となす鋭角 β は、(7)式の左辺で $\dot{\gamma}/\dot{\epsilon}=\tan \beta$ であることから

$$\beta = \tan^{-1}[\kappa_1 \cdot \tan a]$$

で与られる。変位ベクトルと鉛直方向となす角 β' は

$$\begin{aligned} \beta' &= \beta - a \\ &= \tan^{-1}[\kappa_1 \tan a] - a \end{aligned}$$

となる。 $\kappa_1=2.3$ 、 $a=27^\circ$ とすれば $\beta \approx 50^\circ$ 、 $\beta' \approx 23^\circ$ となるが、第11図では $a=27^\circ$ で β' は 20° ないし 24° である。ただ、この κ_1 の値は、前項でも述べたように、札幌の雪について得た値より小さい。今後更にいろいろな斜面で各種の雪質についての測定が必要であろう。

最後に、この研究に対して種々御指導を賜つた大浦浩文教授に厚く感謝する。研究費は文部省科学研究費によつた。

文 献

- 1) 小島賢治 1957 積雪層の粘性圧縮 III. 低温科学, 物理篇, **16**, 167.
- 2) Haefeli, R. 1939 Schneemechanik mit Hinweisen auf die Erdbaumechanik. Beiträge zur Geologie der Schweiz-Geotechnische Serie-Hydrologie, Lieferung **3**, 63.
- 3) 桜井俊輔 1941 傾斜面に積つた積雪層の移動測定 (特に匍行と沈行). 雪氷, **3**, 429.

Résumé

The behavior of viscous flows of snow deposited on a uniform slope was studied. Axes, Ox , Oy and Oz , were taken in such a situation that the bed surface of the slope was the xy -plane; Ox was directed downwards, Oy directed horizontally and Oz directed upwards perpendicular to the surface of the slope. Since the flow can be assumed as uniform along x direction and independent of the coordinate y , velocity of flow of any part of the snow depends only on the height z above the bed. Let x - and z -components of displacement of snow at a height z during a time interval Δt be denoted by $\Delta u(z_1) = \dot{u}(z_1) \Delta t$ and by $\Delta v(z_1) = \dot{v}(z_1) \Delta t$ respectively, and let those of snow at a height $z_1 + \delta z$ be denoted by $\Delta u(z_1) + \delta \Delta u$ and $\Delta v(z_1) + \delta \Delta v$ respectively. $\delta \Delta v$ is equal to decrease in thickness of the snow layer existing between z_1 and $z_1 + \delta z$ during Δt and $\frac{\delta \Delta v}{\delta z \cdot \Delta t}$ represents strain rate $\dot{\varepsilon}$ of compression of the layer. The gradient of velocity $\frac{\delta \Delta u}{\delta z \cdot \Delta t}$ of flow at the layer represents the rate in shear strain $\dot{\gamma}$. $\dot{\varepsilon}$ and $\dot{\gamma}$ were assumed to be respectively in proportion to normal stress σ and tangential stress τ exerted across the $z = z_1$ plane which is parallel to the slope. If the weight of snow overlying the layer is w gr on a horizontal unit area, then $\sigma = w \cos^2 a$ and $\tau = w \cos a \sin a$, where a is the angle of the slope. The following relations may be introduced:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\delta \Delta v}{\delta z \cdot \Delta t} = \frac{1}{\eta'_c} w \cos^2 a \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\delta \Delta u}{\delta z \cdot \Delta t} = \frac{1}{\eta_s} w \cos a \sin a, \quad (2)$$

where η'_c is a coefficient of viscosity in compression and η_s is that in shear deformation. $\dot{\varepsilon}$ and $\dot{\gamma}$ and w were measured in 1959 and 1960 on each of snow layers deposited on two different slopes of different angles. η'_c and η_s of those snow layers were calculated by eqs. (1) and (2). One slope was constructed artificially to have an area $12 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ and an angle $9^\circ 10'$, the other one was a natural slope with an angle between 27° and 29° .

The following method was used to measure $\dot{\varepsilon}$ and $\dot{\gamma}$ of the snow layers. A wide pit was made in the snow cover and a vertical flat wall parallel to xz plane was made. A plane cut vertical and perpendicular to the wall was made in the interior of snow layer by means of a saw. At first, a vertical line was marked on the wall along a string with a plumb bob at its end. Then a cut was made in such a way that the cut plane contained the vertical line marked on the wall. The plane was cut perpendicular to the wall. A saw was devised for this purpose with a length of 110 cm. Positions of boundaries between every two snow layers and their densities were measured on the wall of snow. After Δt days another new vertical wall was made being parallel to and somewhat distant from the first wall. The cross section between the plane cut by the saw and the second wall was found to present a curved line bent downwards as shown by photographs in Figs. 6, 7, 9 and 10 of the text. Relative displacement $\delta \Delta u$ and $\delta \Delta v$ at two points, z_1 and $z_1 + \delta z$, lying on one and the same line Oz perpendicular to the bed were calculated from

the measurements of displacement from the first position of the vertical cut line.

The values of $\dot{\gamma}$, $\dot{\epsilon}$, η_s and η'_c of each snow layer decided in the way described above are shown in Tables 1, 3 and 4. Deformation of the vertical cut plane and displacement of each portion of snow observed in every case are shown by diagrams in Fig. 8 and Fig. 11 of the text. Fig. 12 shows the relation between the coefficient of shear viscosity η_s of any snow layer and its density ρ . It was found that $\log \eta_s$ increases in proportion to the increase in ρ . The ratio η'_c/η_s of snow observed at Sapporo was within a narrow range 2.5~3.5 though each η'_c and η_s changed within in a wide range 5.7~2750 and 2.0~850 gr·day·cm⁻² respectively. It should be noticed that several snow layers composed of depth hoar had somewhat larger value of η'_c/η_s than ordinary compact snow or granular snow. The coefficient of viscosity of compression η'_c of each of the snow layers on horizontal flat ground was compared with that of a corresponding layer on the neighbouring slope. That is, the comparison was made between every two layers deposited at the same time on the level ground and on the slope. The considerable difference between them could not be found. The direction of displacement of every part of the snow cover on a slope was found to be almost parallel. The angle β ($<90^\circ$) between the direction of the displacement of any point and the normal Oz can be approximately represented by

$$\beta = \tan^{-1} [\bar{\kappa} \tan \alpha],$$

where $\bar{\kappa}$ is an average value of the ratio $\eta'_c/\eta_s = \kappa$ of all the layers on a slope and α is the angle of the slope.