



Title	氷の塑性変形について II : 単結晶氷の塑性変形の転位論的解釈
Author(s)	若浜, 五郎; WAKAHAMA, Gorow
Citation	低温科学. 物理篇, 20, 77-100
Issue Date	1962-03-10
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/17984">https://hdl.handle.net/2115/17984</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	20_p77-100.pdf



## 氷の塑性変形について II\*

—— 単結晶氷の塑性変形の転位論的解釈 ——

若 浜 五 郎

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和36年11月受理)

### I. ま え が き

前報告 I<sup>1)</sup>では、長方形の単結晶氷の薄片を一定速度で圧縮(引張り)したとき、氷が示す反抗力の時間的変化について簡単にのべた。圧縮をはじめると、反抗力は0から直線的に急激に増大する。圧縮が進行すると、力の増加率は、はじめの値から次第に減少しはじめ、やがて反抗力がある値に達すると、それ以後、力は増加しなくなり、反抗力曲線は横ばいとなる。

得られた反抗力曲線を解析するための準備として、報告 I の後半に、氷における転位、転位網、転位の増殖源などについて、くわしくのべた。これに基いて、本報告では単結晶氷の反抗力の時間的変化を、転位論的な立場で考えてみることにする。

氷の塑性変形を論ずるとき、最も重要な量の1つとして、臨界剪断応力がある。氷の臨界剪断応力を求めた例は、従来も2, 3あるが、人によってばらつきが大きい。そこで、まず、氷の臨界剪断応力を実験的に求める。それにひきつづいて、反抗力の増大過程、および、反抗力が一定値に保たれる定常変形過程について、転位論的な解釈を行なう。定常変形過程を利用すると、任意の大きさの応力に対応する氷の転位の移動速度が求められる。これらについて、以下、順次のべることにする。

### II. 氷の臨界剪断応力

前報告 I の第 VIII 節でのべたように、距離  $l$  の2つの不動点を結ぶ転位線、すなわち、フランク・リード源 (F-R 源) に剪断応力  $\tau$  が働くばあい、 $\tau > Gb/l$  ならば転位線の増殖がおこなわれるが、 $\tau < Gb/l$  だと増殖はおこらない。ここに、 $G$  はその物質の剛性率、 $b$  はその転位のバーガース・ベクトルの大きさで、いずれも常数である(今後、簡単のために、2つの不動点間の距離が  $l$  の F-R 源を「長さ  $l$  の F-R 源」、あるいは単に「F-R 源 ( $l$ )」とよぶことにする)。

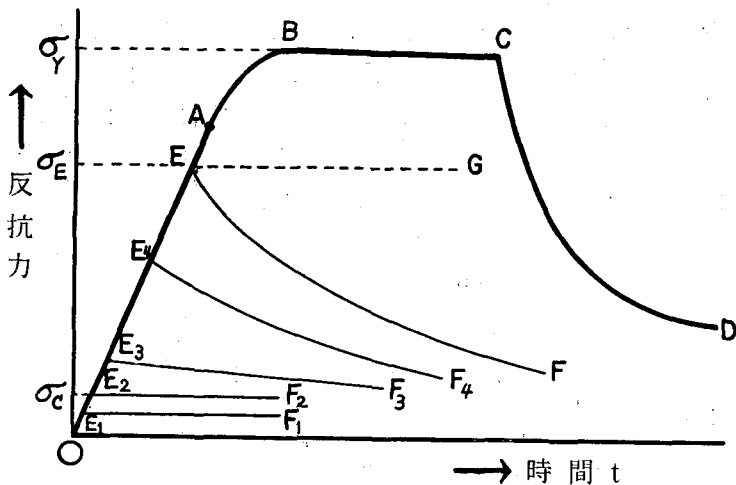
報告 I の第 VI 節でのべた転位網の模型では、F-R 源の長さ  $l$  は、暗に、すべて互に相等しいとして議論してきたが、実際には、 $l$  は大小様々な値をもっていると考えられる。 $l$  の頻度分布がどんな型のものであるかはわからないが、今、そのうちの最も長い  $l$  を  $l_0$  とする ( $l$  の頻

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第607号

度分布に関しては、報告 IV<sup>2)</sup> で詳しくのべる予定である)。この氷に力を加えたばあい、切り面にそう剪断応力  $\tau$  が

$$\tau = \tau_c = Gb/l_0 \quad (2.1)$$

をこえた瞬間から、この F-R 源 ( $l_0$ ) は転位の増殖をはじめ、切りによる氷の塑性変形がおこる。すなわち、氷の臨界剪断応力  $\tau$  は、その氷に含まれている F-R 源のうち、最大の長さをもつ F-R 源の長さ  $l_0$  によってきまるのである。一般に、 $l_0$  の大きさは氷の試料ごとにちがうと考えられるので、厳密にいえば、氷の臨界剪断応力は、1つ1つの試料によってことなり、また、試料の大きさにも左右されることが予想される。実験的に氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  の大きさを求める試みは、従来も 2, 3 の研究者によってなされたが、その値はまちまちである。たとえば、Weinberg は、 $\tau_c$  は多分  $1 \text{ kg/cm}^2$  以下だろうと報告し (Dorsey<sup>3)</sup> の教科書による)、Steinemann<sup>4)</sup> は、 $-2.3^\circ\text{C}$  の温度において、 $\tau_c$  は  $200 \text{ gr/cm}^2$  以下だろうとのべている。最近、Butkovich-Landauer<sup>5)</sup> は、市販氷と氷河氷に小さな力をかけて、 $-1^\circ\text{C} \sim -19^\circ\text{C}$  の温度範囲でのクリープ試験を行なった。Butkovich らは、 $10 \text{ gr/cm}^2$  でいどの小さな応力でも、氷が塑性変形することを見出した。ただし、そのときの氷の変形速度は極めて小さい。 $-11^\circ\text{C}$  における剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  は、 $\dot{\gamma} \sim 10^{-10} \sim 10^{-11} (\text{sec}^{-1})$  のていどで、そのため、実験時間は数百ないし千時間という長時間にわたっている。臨界剪断応力  $\tau$  を求めるために行なった従来の実験は、すべてクリープ試験によったものである。筆者は、単結晶氷を一定速度で圧縮 (引張り) しつつ、その途中で圧縮を止めたときにおこる応力緩和の現象を利用し、次のようにして、氷の臨界剪断応力を求めた。



第1図 一定速度で氷を圧縮したばあいに氷が示す抵抗力曲線 OABC と、その途中で急に圧縮を中断したとき氷が示す応力緩和曲線 CD, EF, E<sub>3</sub>F<sub>3</sub>, E<sub>4</sub>F<sub>4</sub>. 抵抗力が直線的に増大する過程 OA 上の 1 点 E で、圧縮を中断しても、応力は EF にそって緩和するので OA 部分は弾性変形の過程ではない。OA 上、抵抗力が小さいときに圧縮を中断するほど、緩和速度も小さくなり、ある一定値  $\sigma_c$  以下で中断すると、応力はもはや緩和しなくなる。このことを利用して、氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  を求めた。

第1図の曲線 OABCD は前報告 I の第2図の曲線 II に相当する氷の反抗力——時間曲線である。氷を1時間に数パーセントていどの一定の歪速度で圧縮(引張り)したばあい、時間の経過とともに、力は O 点から急激に増大する。力は最初、時間とともにほぼ直線的に増加するが、次第に直線関係が破れ、力の増加率は漸次減少する。やがて力が B 点に達すると、それ以後は、力は横ばい状態となり、ほぼ一定の値  $\sigma_Y$  に保たれる。変形は一定速度で行なわれているので、この図の時間軸は氷の歪に比例する量を表わしていると考えてもよい。それで、一般に、反抗力曲線の最初の直線部分  $\overline{OA}$  (あるいは近似的に OAB の部分) は、力と歪とが比例していると考え、この部分を「弾性変形部分」、また、力が横ばいになる点 B を「降伏点」、それに対応する応力  $\sigma_Y$  を「降伏応力」とよんでいる。

ところが、同一の氷の試料を、いろいろな値の一定の歪速度  $\dot{\epsilon}$  で圧縮(引張り)したばあい、報告 I の第2図の曲線 II, III のように、 $\dot{\epsilon}$  の大小によって B 点に対応するいわゆる降伏応力  $\sigma_Y$  の値が変る。もし、 $\sigma_Y$  が真の降伏応力ならば、 $\dot{\epsilon}$  のいかにかかわらず、常に一定不変であるはずである。 $\sigma_Y$  が  $\dot{\epsilon}$  によって変るのは  $\sigma_Y$  が真の降伏応力ではなく、従って OAB の部分が弾性変形部分でない1つの証拠である。そこで、 $\overline{OA}$  が弾性変形部分でないことを直接確かめるために、次のような実験を行なった。

単結晶氷の試料を一定速度で圧縮し(引張り)、力がまだ直線的に増大する  $\overline{OA}$  の範囲内のある1点、たとえば図の E 点に達したとき、圧縮(引張り)を中断すると、力は EF にそって緩和する。もし、氷が  $\overline{OA}$  部分で弾性変形しているのならば、E 点で引張り(圧縮)を中断したばあい、力は図の破線  $\overline{EG}$  にそって一定に保たれるはずである。氷の薄片の代りに、薄いガラス板、または金属板などを圧縮し、同一の条件の下で圧縮を中断すると、力は時間が経過しても変化しないで、EG にそって一定に保存されることがたしかめられた。このことから、反抗力が直線的に増大する部分  $\overline{OA}$  は、弾性変形部分でなく、従って、 $\sigma_Y$  も降伏応力でないことがわかる。

今のべたように、反抗力が  $\overline{OA}$  上の1点 E に達したとき圧縮を中断すると、力は EF にそって減少するので、E 点における力  $\sigma_E$  の 1/10 ていどになったとき、再び圧縮する。力が  $\sigma_E$  に達したとき再度圧縮を中断する。このような操作を何回かくり返していると、試料の表面にかすかに之り線が見えてきて、氷がたしかに塑性変形したことを示す。これは、力の直線的増大部分  $\overline{OA}$  が弾性変形部分ではなく、この範囲で氷はすでに塑性変形をおこしている最も直接的な証拠である。

それでは、氷が塑性変形をおこすに要する真の降伏応力は、どのていどの値であろうか。そこで、応力緩和の現象を利用して次のような実験を行ない、氷の降伏応力を求め、それから臨界剪断応力を計算した。

薄片の厚さを通常の 1 mm ていどから、2~3 mm ていどにまして、底面内に働く剪断応力が小さくなるようにして引張り試験を行なった。引張り開始後まもない、まだ力のごく小さい図の  $E_1$  点で引張りを中断すると、予想通り力は緩和せず、 $\overline{E_1F_1}$  にそって一定に保たれた。次

に、同じ試料をもう少し引張って力をわづかにまし、図の  $E_2$  点で中断すると、力は前と同様、最初はほとんど一定に保たれたが、数分後にわづかに減少しはじめた。さらに引張りを行なって、図の  $E_3$  点まで力をましたところで再び中断すると、力は最初からゆっくり緩和し、50~60 分後には  $E_2F_2$  における力よりも減少した。力を次第にますにつれて、応力の緩和速度も増大し、引張り中断時の力  $\sigma_R$  の  $\frac{1}{e}$  に減衰するに要する時間(緩和時間)は、 $\sigma_R$  が大きいほど小さくなる(応力緩和に関する詳細な議論は、別の機会<sup>9)</sup>にゆずることとする)。

力が  $E_1$  点に対応する値  $\sigma_{21}$  のときは、氷は弾性的に変形しているのであるが、 $E_2$  点に対応する値  $\sigma_{22}$  になると、氷は塑性変形をはじめることがわかった。応力緩和をはじめる限界の力を  $\sigma_c$  とすると、 $\sigma_{21} < \sigma_c < \sigma_{22}$  である。上にのべたような実験によって  $\sigma_c$  を求めることは容易である。この  $\sigma_c$  に対応する底面の剪断応力  $\tau_c$  ( $\tau_c = \frac{1}{2} \sigma_c \sin 2\theta$ ,  $\theta$ ; 引張り方向と、試料の  $c$  軸とのなす角)が、氷の臨界剪断応力であり、これが本節のはじめにのべた(2.1)式の  $\tau_c = Gb/l_0$  の  $\tau_c$  にひとしいのである。ただし、氷には特定の向き方向がないこと<sup>10)</sup>が知られているので、 $\tau_c$  は底面内の最大剪断応力の方向にそっておくと考える。

このようにして求めた氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  を第1表に示した。試料はすべて、アラスカの氷河から採取された良質の単結晶氷であり、実験温度は  $-10^\circ\text{C}$  である。

第1表に見られるように、 $\tau_c$  は用いた氷の試料によってちがう。ただし、試料第20番、21番のばあい、剪断応力が  $500 \text{ gr/cm}^2$

第1表 氷の臨界剪断応力 ( $\tau_c$ )  
温度:  $-10^\circ\text{C}$

試料番号	$\theta$	$\sigma_c$	$\tau_c$
20	44.4°	~500 gr/cm <sup>2</sup>	~1.0 kg/cm <sup>2</sup>
21	34.5	~500	~1.1
22	37.7	~200	~0.42

であっても、長時間ののちには、わづかではあるが緩和する傾向があった(1時間に数パーセントのていど)。これは、これらの試料の臨界剪断応力が  $500 \text{ gr/cm}^2$  よりも、もつと小さいことを示している。そこで、 $-10^\circ\text{C}$  における氷の臨界剪断応力は、このばあいの最低値  $200 \text{ gr/cm}^2$  をとることにした。この値は、 $-2.3^\circ\text{C}$  において Steinemann<sup>4)</sup> が得た値とはほぼ一致している。一方、さきにのべたように、Butkovich-Landauer<sup>5)</sup> は、 $10 \text{ gr/cm}^2$  ていどの剪断応力を加えても氷(多結晶氷)は非常に緩慢ではあるが塑性変形することを見出している。しかし、剪断応力が  $10 \text{ gr/cm}^2$  に対応する F-R 源の長さは(2.1)式から求められように、1 mm 以上である。こんなに長い F-R 源が氷体内に安定に存在することは考え難いので、このような低応力下における変形は、通常の底面 $\tau$ によるのではなく、何か別の機構によると考える方が妥当であろう。Butkovich らも  $100 \text{ gr/cm}^2$  以下の低応力下における氷のクリープ曲線を解析した結果、変形が空孔拡散などの過程によっておこることを主張している。筆者が上に与えた  $\tau_c \sim 200 \text{ gr/cm}^2$  というのは、あくまでも、転位の発生、移動に伴って生ずる底面 $\tau$ に関する臨界剪断応力の意味であることに注意を向けたい。なお、第1表に掲げた  $\tau_c$  の値は、試料に加える歪速度の大小によって、ほとんど変化しないこともたしかめられた。

### III. 反抗力の増大過程

前節において、氷を一定の歪速度で変形させたばあい、氷が示す反抗力は、変形の初期の段階において、時間の経過とともにほぼ直線的に増大するが、その部分で氷は弾性変形をしているのではないことを示した。本節では、この一見弾性変形に見える第1図のOA部分、力が次第に一定値 $\sigma_Y$ に近づく遷移部分AB、および力が横ばいになる部分BCを、報告Iで仮定した転位や、フランク・リード源などを用いて解釈してみよう。ただし、簡単のために、同報告の第VIII節で議論した転位の相互作用、消滅作用については考えないことにする。

今、第2図(a)に示したような、長さ $l_0$ の長方形の単結晶氷を、長さの方向( $x$ 方向)に一定速度 $\dot{x}_0$ で圧縮したばあいについて考えてみよう。試料の左端に密着した圧縮板Pは、一定速度 $\dot{x}_0$ で $x$ 方向に向って前進する。試料の右端には、受圧板Qと、それに接して受圧器の受圧部分の長さ $L_0$ の棒Rがある。圧縮板Pが前進すると、PとQとの間にはさまれた氷は単純圧縮をうける。Pは常に一定速度 $\dot{x}_0$ で $x$ 方向に向って前進するが、受圧棒Rは、そのとき氷に加わっている圧縮力 $\sigma$ に比例した変形量 $\Delta L$ だけ縮んで短くなる。棒Rが $\Delta L$ 縮むことによって線歪型受圧器に生ずる電圧 $\Delta V$ は、棒Rの歪 $\Delta L/L_0$ に常に比例して変化するように作られているので、 $\Delta V$ の変化を記録すれば、直ちに氷がうけている力、および棒Rの歪の変化を知ることができる。第1図に示した反抗力曲線は、この $\Delta V$ の時間的変化を記録したものである。

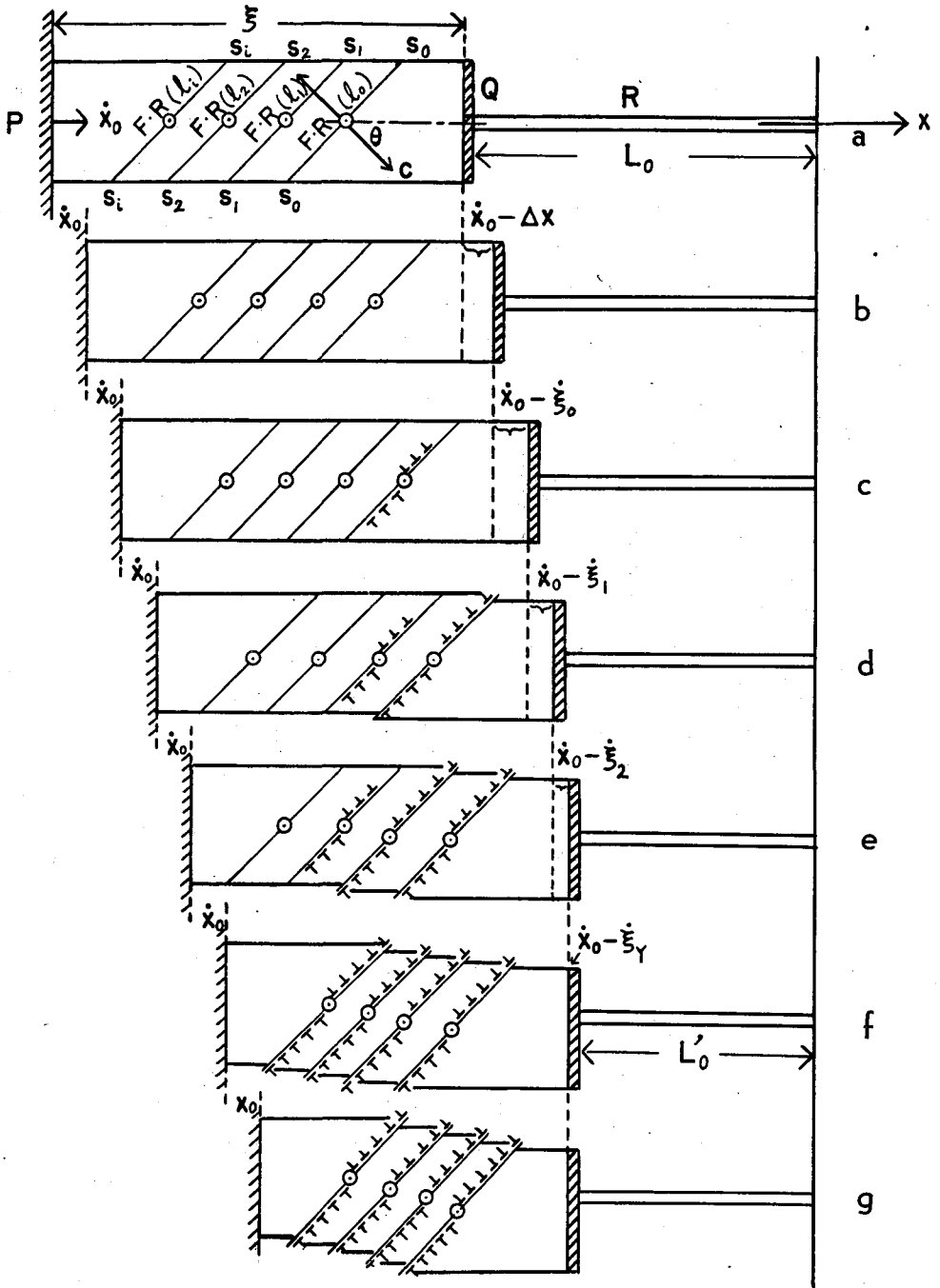
圧縮方向( $x$ 方向)と試料の結晶主軸方向( $c$ 軸方向)とのなす角を $\theta$ とすると、図に示したように、すべての結晶底面 $s_0s_0$ ,  $s_1s_1$ ,  $s_2s_2$ などは $x$ 方向と $(\frac{\pi}{2}-\theta)$ の角をなして交わる。報告Iの第VIII節において、氷には転位が網目状に連結して存在し、そのうちの底面内に含まれた転位がフランク・リード源(F-R源)になりうることをのべた。図aの底面 $s_0s_0$ ,  $s_1s_1$ などの上にかいた白丸は、それぞれの底面内に含まれるF-R源を表わし、その長さを $(l_0)$ ,  $(l_1)$ ,  $(l_2)$ , ...で示した。ここで $l_0$ は、この試料に含まれるF-R源の長さの最大値とし、 $l_0 > l_1 > l_2 > \dots$ とする。この氷を圧縮したばあい、試料に生ずる状態の変化を同図のb, c, ...gに示した。

#### (1) 弾性変形

圧縮をはじめた直後は圧縮量が小さいので、氷内部の応力は小さい。前節でのべたように底面(りり面)内に働く剪断応力 $\tau$ が小さくて、 $\tau < Gb/l_0 (= \tau_c)$ である間は、試料内に存在するすべてのF-R源は活動できず、氷はただ弾性変形 $\Delta x$ をおこすだけである。このときの状態を図bに示した。圧縮をはじめてから $t$ 時間後における圧縮板Pの変位は $\dot{x}_0 t$ であり、棒Rに生じた圧縮量 $\Delta L$ は、 $\Delta L = \dot{x}_0 t - \Delta x$ である。この間、反抗力は $\Delta L$ に比例して直線的に増大する。第1図に示した反抗力曲線の、最初の直線部分 $\overline{OE_2}$ が、弾性変形による氷の反抗力の増大部分である。

#### (2) フランク・リード源(F-R源)からの転位の発生とりり変形

りり面に働く応力 $\tau$ が $Gb/l_0 (= \tau_c)$ をわづかでもこえると、最大の長さ $l_0$ のF-R源( $l_0$ )が先



第2図 単結晶氷を一定速度で圧縮したばあい、氷の塑性変形が転位の発生、移動によっておこることを示した模型図。

a 圧縮前の状態。P, Qの間にはさまれた長方形の部分が単結晶氷の薄片。 $\xi$ ; 薄片の長さ,  $\theta$ ; 圧縮

方向に対する結晶方位。 $s_0s_0, s_1s_1$ などは結晶底面を表わし、それぞれに丸印で示したF-R源( $l_0, l_1$ )などが含まれている。Pは一定速度でx方向に前進する金属板で、受圧板Q, 受圧棒R(長さ $L_0$ )とともに試料を圧縮する。Pを一定速度 $\dot{x}_0$ でx方向に前進させて試料を圧縮したばあい、氷と受圧部分における状態の変化を図b以下に示した。

- b 圧縮をはじめてから、単位時間後における状態。F-R源は、まだ全然活動をはじめていない。氷には、弾性変形 $\Delta x$ が生じ、受圧棒Rは $(\dot{x}_0 - \Delta x)$ だけ圧縮される。
- c 応力がまして、臨界剪断応力 $\tau_c$ をこえた直後の、氷が塑性変形に入ったときの状態。F-R源( $l_0$ )が転位の増殖活動をはじめ、発生した転位群は、底面 $s_0s_0$ 上を移動する。そのために生じた氷の変形速度を $\dot{\xi}_0$ とすると、受圧棒Rの圧縮速度は $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_0)$ となる。
- d さらに、F-R源( $l_1$ )が活動をはじめたときの状態。F-R源( $l_0, l_1$ )から発生した転位による氷の変形速度を $\dot{\xi}_1$ とすると、棒Rの圧縮速度は $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_1)$ となる。 $\dot{\xi}_1 > \dot{\xi}_0$ なので、棒Rの圧縮速度はやや減少する。
- e さらに、F-R源( $l_2$ )が活動しはじめ、氷の変形速度は $\dot{\xi}_2$ に増大する。棒Rの圧縮速度は、 $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_2)$ に減少する。以上のような経過をたどりながら、氷体中で活動するF-R源の数は次第に増加し、逆に、受圧棒Rの圧縮速度 $(\dot{x}_0 - \dot{\xi})$ は減少する。
- f,g F-R源( $l_y$ )源が活動をはじめ、氷の変形速度 $\dot{\xi}_y$ が、圧縮板Pの前進速度 $\dot{x}_0$ にひとしくなったときの状態。棒Rの圧縮速度は、 $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_y) = 0$ となるので、Pが前進しても、棒Rはもはや圧縮をうけず、一定の長さ $L_0$ に保たれる。氷は、圧縮された分だけ変形してしまうから、反抗力(または、氷に加わる力)は一定に保たれる。これが、定常変形の過程であって、定荷重変形における定常クリープに対応する。各F-R源から発生した転位は、次々に表面にぬけでて、そこに迂り線を形成する。

づ活動をはじめて、次々に転位を増殖する。このときの $\tau_c$ が第II節でのべた氷の臨界剪断応力である。図cに、 $\tau$ が $\tau_c$ をこえた直後における状態を示す。F-R源( $l_0$ )から発生した一連の転位は、底面上を外側に向って速度 $v_0$ で移動する。

転位論によると、結晶体が力をうけておこす迂り変形は、結晶体内に元来存在していた転位および、あらたに発生した転位が迂り面上を移動し、外部に散逸することによって行なわれる。全体の変形量は、迂り面内での転位の走査面積の総和によってきまり、変形が進行するのは、結晶体に存在する転位の総数およびその走査面積が時間とともに増加することによっておこなわれるのである。

氷の結晶内に元来存在している転位は、報告Iの第VI節でのべたように、転位網を形成して自由に動き得ないので、直接迂り変形に寄与するのは、F-R源から増殖される転位によるものと考えられる。

F-R源から増殖された転位群は、そのとき底面に働いている応力 $\tau$ と、温度 $T$ によってきまる速度 $v$ で底面上を移動する。転位群のあいつぐ転位間の平均間隔を $\delta$ 、迂り面内のある1点を $t$ 時間の間に通過する転位の数を $n$ とすると、 $n\delta = vt$ なる関係が成り立つ。この $n$ はF-R源から $t$ 時間の間に増殖された転位の数にひとしいと考えることができるので、F-R源から単位時間内に発生する転位の数、すなわち転位の発生速度 $\dot{n}$ は

$$\dot{n} = v/\delta \tag{3.1}$$

で与えられる。

臨界剪断応力 $\tau_c$ よりも大きな応力 $\tau_c$ が迂り面に働いているばあい、活動しうるF-R源は長さ $l$ が、 $\tau_c$ に対応する $l_0 (l_0 = Gb/\tau_c)$ 以下の、 $l_s = Gb/\tau_c$ よりは長い範囲、すなわち、 $l$ が $l_0 \geq l \geq$

$l_s$  の範囲にあるものだけである。F-R 源 ( $l_0$ ), ( $l$ ), ( $l_s$ ) から発生する各転位群における転位の平均間隔をそれぞれ  $\delta_0$ ,  $\delta$ ,  $\delta_s$  とすると、一般に  $\delta_0 \sim \delta \sim \delta_s$  であって、 $\delta$  はそのとき活動している F-R 源のうちで最も短い F-R 源の長さ  $l_s$  によってきまると考えられている。 $\tau_s$  に対応する転位の移動速度を  $v_s$  とすると、(3.1) 式によって

$$\dot{n} = v_s / \delta_s \quad (3.2)$$

となる。すなわち、ある瞬間に、長さ  $l$  が  $l_0 \geq l \geq l_s$  なる範囲にある任意の F-R 源 ( $l$ ) から単位時間に発生する転位の数  $\dot{n}$  は、そのとき活動している最短の F-R 源 ( $l_s$ ) からの転位の発生速度  $\dot{n}_s$  にひとしい。一方、 $\delta_s$  は近似的に  $\pi l_s$  にひとしいと考えられるから、(3.2) 式により

$$\dot{n} \sim v_s / \pi l_s \quad (3.3)$$

あるいは、 $l_s = Gb / \tau_s$  なる関係を用いて

$$\dot{n} \sim v_s \tau_s / \pi Gb \quad (3.4)$$

となる。

一方、バーガース・ベクトルの大きさが  $b$  にひとしい転位が、面積  $A$  の迂り面 ( $A = a \cdot d$ ,  $a$  は迂り方向の長さ、 $d$  は迂り面の幅) 上を移動して面積  $B$  だけ走査したとき、その迂り面にそっておこる迂り量  $s$  は

$$s = b(B/A) \quad (3.5)$$

である。この関係を用いて、迂り面に応力  $\tau$  が加わったとき、1つの F-R 源 ( $l$ ) が増殖活動をはじめてから  $t$  時間後におけるこの迂り面での迂り速度  $\dot{s}$  を求めてみよう。転位の走査面積の時間的増加速度を  $\dot{B}$  とすると

$$\dot{s} = b(\dot{B}/A) \quad (3.6)$$

である。 $\dot{B}$  は時刻  $t$  において、F-R 源 ( $l$ ) から発生し、すでに迂り面を移動中の転位と、 $t=t$  以後に発生する転位が単位時間内に走査する面積の総計である。 $t=t$  の瞬間にすでに迂り面上に存在する転位の数は  $\dot{n}t$  本だから、約  $\dot{n}t$  本の転位が速度  $v$  で迂り面上を移動することになる。F-R 源から発生したばかりの転位の幅は一般に迂り面の幅  $d$  に比して小さいが、ある時間たったのちにはほぼ  $d$  にひとしいと考えてもよいから、 $\dot{B}$  は近似的に

$$\dot{B} \sim v \cdot d \cdot \dot{n} \cdot t \quad (3.7)$$

これを(3.6)式に代入すると、F-R 源 ( $l$ ) が活動することによって、時刻  $t=t$  において生ずる迂りの速度  $\dot{s}$  は

$$\begin{aligned} \dot{s} &= b(\dot{B}/A) \sim b(vd\dot{n}t/ad) \\ &= b\dot{n}t/a \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。(3.3) 式あるいは(3.4) 式を用いて、この式はまた

$$\dot{s} \sim bv^2t/\pi al \quad (3.9)$$

あるいは

$$\dot{s} \sim v^2 \tau t / \pi a G \quad (3.10)$$

と書くこともできる。

### (3) 反抗力の増大過程

以上のべたことを用いて、氷の反抗力の増大過程の説明をこころみてみよう。

応力  $\tau$  が、氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  ( $\equiv \tau_0$ ) をこえた直後には、第2図 **c** に示したように、F-R 源 ( $l_0$ ) だけが転位の増殖活動を行なっている。応力  $\tau_c$  に対応する転位の移動速度を  $v_0$  とすると、F-R 源 ( $l_0$ ) が活動をはじめてから  $t$  時間後における、このりり面でのりり速度  $\dot{s}_0$  は、(3.10) 式によって

$$\dot{s}_0 = v_0 \tau_c t / \pi a G \quad (3.11)$$

である。この式の時間  $t$  は、上にのべたように、F-R 源 ( $l_0$ ) が転位の増殖活動をはじめた瞬間を  $t=0$  とし、それ以後の経過時間をあらわしている。この第3項では、時間  $t$  はすべて、この意味で用いることにする。

薄片のりり面は、圧縮方向と  $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  の角をなして交っているから、 $\dot{s}_0$  の圧縮方向の成分、すなわち、薄片の圧縮方向の変形速度  $\dot{\xi}_0$  は

$$\dot{\xi}_0 = \dot{s}_0 \sin \theta \quad (3.12)$$

である。(3.11)、(3.12) 式により

$$\dot{\xi}_0 = v_0^2 \tau_c t \sin \theta / \pi a G \quad (3.13)$$

この式で、 $\tau_c$  は小さいので、転位の移動速度  $v_0$  も小さいであろう。従って、F-R 源 ( $l_0$ ) が転位の増殖活動をはじめてから  $t$  時間後における氷の変形速度  $\dot{\xi}_0$  は極めて小さく、薄片に生ずる歪はごく小さい。そのため、氷は、あたかも剛体のごとく振舞い、単位時間内に受圧棒 R が圧縮される量 ( $\dot{x}_0 - \dot{\xi}_0$ ) は、圧縮板 P の前進速度  $\dot{x}_0$  にほぼひとしい。これは、受圧棒 R が一定速度  $\dot{x}_0$  で圧縮されるのと同じことなので、受圧器にあらわれる力は、時間の経過とともに直線的に増大する。

$t=t_1$  において、応力  $\tau$  が、 $\tau_1 = Gb/l_1$  をこえたとする。このとき、 $l_0$  の次に長い F-R 源 ( $l_1$ ) が転位の増殖をはじめる。

$t=t_1+t'_1$ 、すなわち、F-R 源 ( $l_1$ ) が活動をはじめてから  $t'_1$  時間後における、F-R 源 ( $l_1$ ) だけによる薄片の圧縮変形速度  $\dot{\xi}'_1$  は、(3.13) 式を求めたのと全く同様にして

$$\dot{\xi}'_1 = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta \cdot t'_1}{\pi a G} = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta \cdot (t - t_1)}{\pi a G} \quad (3.14)$$

となる。ここに  $v_1$  は、応力  $\tau_1$  に対応する転位の移動速度である。このとき、F-R 源 ( $l_0$ ) からの転位の発生速度は、(3.4) 式のところでのべたように、 $\dot{n}_0$  ではなくて、 $\dot{n}_1$  にひとしいから、F-R 源 ( $l_0$ ) による圧縮変形速度  $\dot{\xi}_0$  は

$$\dot{\xi}_0 = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta \cdot (t_1 + t'_1)}{\pi a G} = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta \cdot t}{\pi a G} \quad (3.15)$$

となる。従って、 $t=t_1+t'_1$  における氷の圧縮変形速度  $\dot{\xi}_1$  は、 $\dot{\xi}_0 + \dot{\xi}'_1$  にひとしく

$$\dot{\xi}_1 = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta}{\pi a G} (t_1 + 2t'_1) = \frac{v_1^2 \tau_1 \sin \theta}{\pi a G} (2t - t_1) \quad (3.16)$$

となる。(3.13), (3.16)式において,  $\tau_1 > \tau_0$ ,  $v_1 > v_0$  だから,  $\dot{\xi}_1 > \dot{\xi}_0$  となり, それに応じて, 受圧棒 R の圧縮速度は  $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_0)$  から  $(\dot{x}_0 - \dot{\xi}_1)$  に減少する。氷体内における力の増加率もそれに対応して, やや減少する。このときの状態を第2図 **d** に示した。

同じような経過をたどって, さらに短い長さの F-R 源 ( $l_2$ ), ( $l_3$ ), …… が順次, 転位の増殖活動をはじめめる。簡単のために, F-R 源 ( $l_i$ ) が活動をはじめてから, 次に短い F-R 源 ( $l_{i+1}$ ) が増殖をはじめるまでに要する時間  $t_i$  を, すべて一定値  $t_0$  にひとしいとする。最初の F-R 源 ( $l_0$ ) が活動をはじめてから  $t$  時間後に, 氷り面上の応力  $\tau$  が  $\tau = \tau_n$  に達して, F-R 源 ( $l_n$ ) が活動をはじめたときの氷の圧縮変形速度  $\dot{\xi}_n$  は, (3.16)式を求めたのと同様にして

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_n &= \frac{v_n^2 \tau_n \sin \theta}{\pi a G} \left\{ t + (t - t_0) + (t - 2t_0) + \dots + (t - nt_0) \right\} \\ &= v_n^2 \tau_n (n+1) \sin \theta \cdot (2t - nt_0) / 2\pi a G \end{aligned}$$

となる。ここに  $v_n$  は, 応力  $\tau_n$  に対応する転位の移動速度である。この式で  $t \sim nt_0$  だから

$$\dot{\xi}_n \sim \frac{v_n^2 \tau_n \cdot n \sin \theta}{2\pi a G} \cdot t = \frac{v_n^2 \tau_n \cdot \sin \theta}{2\pi a G t_0} t^2 \quad (3.17)$$

となる。この式は, F-R 源 ( $l_0$ ) が活動しはじめ, 氷りによる塑性変形がはじまった瞬間 ( $t=0$ ) からの経過時間  $t$  の増大にともなって, 薄片の変形速度が急激に増加することを示している。時間  $t$  の経過につれて, 応力  $\tau$  がまし,  $\tau$  がますと, 転位の移動速度  $v$  も増加する。今かりに,  $\tau \propto t$ ,  $v \propto \tau$  と仮定すると (この仮定は, のちにのべるように, 大体正しいことがわかる), 薄片の変形速度  $\dot{\xi}$  は, 塑性変形をはじめてからの経過時間  $t$  のほぼ 5 乗に比例して増加することになる。

逆に, 受圧棒 R の圧縮速度  $(\dot{x}_0 - \dot{\xi})$  は急速に減少する。このため, 氷体内の応力の増加率は急激に減少し, 抵抗力曲線は, 第1図の AB 部分のような傾向をたどるのである。このようにして, 転位の数, および移動速度の増加による氷の変形速度は, 急速に一定値  $\dot{x}_0$  に近づき, ついには  $\dot{\xi} = \dot{x}_0$  に到達するはずである。

このように考えると, 氷の抵抗力—時間曲線の最初の直線部分 (第1図の  $\overline{OA}$ ) は, 弾性変形および, それにひきつづいておこる塑性変形の初期の段階に対応することがわかる。また抵抗力の増加率が急激に減少する遷移部分 (第1図の AB) は, 転位の走査面積が加速度的に増加することによっておこる軟化部分である。

#### IV. 定常変形過程

前節では, 一定速度  $\dot{x}_0$  で前進する圧縮板が薄片を圧縮するとき, 薄片や受圧棒 R におこる変化の過程をくわしくのべた。薄片の変形速度  $\dot{\xi}$  は, 時間がたつにつれ, 0 から加速度的に増大し, ついには  $\dot{\xi} = \dot{x}_0$  に到達する。逆に, 受圧棒 R の圧縮速度  $(\dot{x}_0 - \dot{\xi})$  は急速に減少し,  $\dot{\xi}$  が

$\dot{\alpha}_0$  にひとしくなった瞬間に 0 となる。それ以後は、圧縮板 P が、一定速度  $\dot{\alpha}_0$  で薄片を圧縮しつづけるにもかかわらず、受圧棒 R は、もはや圧縮をうけることがなく、ある一定の長さ  $L_0$  に保たれる。第 2 図 f, g に、このことを示した。

$\dot{\xi}$  が  $\dot{\alpha}_0$  にひとしくなったということは、氷体内に発生した転位による変形速度が、外から氷に加える圧縮速度に等しくなったことで、変形が定常状態に入ったことを意味する。第 1 図の B 点は、 $\dot{\xi} = \dot{\alpha}_0$  になって、変形が定常状態に入った点であり、力の横ばいする部分  $\overline{BC}$  は、定常変形過程に対応する。

次に、薄片が定常変形に入る瞬間の薄片の変形速度  $\dot{\xi}_Y (= \dot{\alpha}_0)$  を求めてみよう。

$\dot{\xi} = \dot{\alpha}_0$  になる直前に活動しはじめた F-R 源の長さを  $l_Y$ 、迂り面に働く剪断応力を  $\tau_Y$  とすると

$$\tau_Y = Gb/l_Y \quad (4.1)$$

である。 $\tau_Y$  は、そのときまでにすでに活動をはじめた F-R 源の長さ  $l_0, l_1, l_2, \dots$  のすべてより短い  $l_Y$  の長さをもつ F-R 源 ( $l_Y$ ) を活動させるに要する臨界剪断応力である。 $\dot{\xi} = \dot{\alpha}_0$  になってから以後は、応力がそれ以上増すことがないので、 $l_Y$  よりも短い F-R 源 ( $l_{Y+1}, l_{Y+2}, \dots$ ) は増殖活動を行なわない。

$\tau_Y$  によってきまる転位の移動速度を  $v_Y$  とすると、このときにおける氷の変形速度  $\dot{\xi}_Y (= \dot{\alpha}_0)$  は、(3.17) 式を求めたのと同様にして

$$\dot{\xi}_Y (= \dot{\alpha}_0) = \frac{v_Y^2 \tau_Y (Y+1) \sin \theta}{2 \pi a G} \cdot l_Y \quad (4.2)$$

または

$$\dot{\xi}_Y = \frac{v_Y^2 \tau_Y \sin \theta}{2 \pi a G l_0} \cdot (l_Y)^2 \quad (4.2')$$

となる。ここに  $l_Y$  は、F-R 源 ( $l_0$ ) が活動をはじめてから、F-R 源 ( $l_Y$ ) が活動し始めるまでに要する時間、すなわち、氷が塑性変形をはじめてから定常変形過程に入る瞬間までの、反抗力の増大する時間である。

定常変形過程に入ると、やがて試料の表面に迂り線が現われ、次第にその数と明瞭度とを増す。これらの迂り線は、上にのべた F-R 源 ( $l_i$ ) ( $l_0 \geq l_i \geq l_Y$ ) から発生した転位が、次々に表面にぬけ出した結果形成されたものと考えられる。

これまでの議論において、圧縮板 P の速度  $\dot{\alpha}_0$  を、より大きな値  $\dot{\alpha}'_0$  にすると、氷の変形速度  $\dot{\xi}$  が  $\dot{\alpha}'_0$  にひとしくするには、さらに大きな応力  $\tau'_Y$  が必要となることは明らかである。従って、 $\tau'_Y$  に対応する  $\sigma'_Y$  も、 $\sigma_Y$  より大きな値となる。報告 I の第 2 図のところでのべたように、いわゆる降伏応力  $\sigma_Y$  が、圧縮速度  $\dot{\alpha}_0$  の大小に応じて変化するのは、このようにして説明することができる。

以上のように考えると、反抗力が横ばいになる部分 (第 1 図の  $\overline{BC}$ ) は、転位の発生、移動による氷の変形速度が、外部から与える変形速度にひとしくなった定常的な変形部分である。降伏応力と考えられていた  $\sigma_Y$  は、氷の真の降伏応力ではなく、単に、氷の試料に加える変形速

度によってきまる応力にすぎないのである。今後、この $\sigma_Y$ を、氷の「定常変形応力」、 $\sigma_Y$ に対応する迂り面での剪断応力 $\tau_Y$ を、「定常変形剪断応力」とよぶことにする。

## V. 定常変形過程における氷の歪速度と応力との関係

### (1) 転位論的に求めた氷の歪速度と応力との関係

前節において、定常変形過程に入った直後における氷の変形速度 $\dot{\epsilon}_Y$ を導き、(4.2)式にそれを示した。すなわち

$$\dot{\epsilon}_Y (= \dot{\epsilon}_0) = \frac{v_Y \tau_Y N_Y \sin \theta}{2 \pi a G} \cdot t_Y \quad (5.1)$$

である。ここに、 $a$ ；迂り面の迂り方向の長さ、 $G$ ；氷の剛性率、 $\tau_Y$ ；定常変形剪断応力、 $v_Y$ ； $\tau_Y$ に対応する転位の移動速度、 $\theta$ ；圧縮方向に対する薄片の結晶方位、 $t_Y$ ；応力が、臨界剪断応力をこえてから、 $\tau_Y$ に達するまでに要する時間、 $N_Y$ ；定常変形過程に入る直前までに活動をはじめたフランク・リード源(F-R源)の総数で(4.2)式の $(Y+1)$ にひとしい。

前節で、定常変形時の氷の変形速度 $\dot{\epsilon}_Y$ を導いたとき、すべての迂り面での迂り速度は、(3.8)式で与えられると考えた。これは薄片の変形が定常状態に入る瞬間まで、各迂り面上のF-R源から発生した転位群が、まだ1本も表面にぬけ出していないことを暗に仮定していたことになる。実際には、定常変形に入るところには、F-R源から出た転位群のうちのいくつかは、第2図d, eの底面 $s_0s_0$ ,  $s_1s_1$ のところに示したように、表面を通して外部に散逸しはじめているにちがいない。事実、薄片が定常変形に入ってからしばらくすると、光学顕微鏡の下でも迂り線が見えはじめる。これは、各F-R源から発生した転位が次々に表面にぬけ出した結果形成されたものである。光学顕微鏡の分解能は $1\mu$ のていどだから、もっと分解能の大きい光学系、たとえば電子顕微鏡で観察すれば、光学顕微鏡で見るとはるか以前に迂り線が見えるはずである。このように、転位が外部にぬけ出すと、上にのべた(3.8)式は成り立たなくなり、従って、(4.2)式あるいは(5.1)式も成り立たなくなる。そこで、次に、転位が次々に表面にぬけ出しはじめてからの、氷の変形速度について考えてみよう。

F-R源から発生した転位が、迂り面の端から次々に外部に散逸するときには、単位時間内にF-R源から発生する転位の数 $\dot{n}$ と、外部に散逸する転位の数がひとしい。そのため、この転位群による迂り面での迂り速度 $\dot{s}$ は、時間に無関係で、つねに

$$\dot{s} = b \dot{n} \quad (5.2)$$

となる( $b$ は転位のバーガース・ベクトルの大きさ)。定常変形に入ってから、1時間ていどの時間がたったのちには、上にのべたように、各F-R源から発生した転位群は、ほとんどすべて表面を通して、外部にぬけはじめていると考えられる。この状態における氷の薄片の変形速度 $\dot{\epsilon}_Y$ は

$$\dot{\epsilon}_Y = \sum_{i=0}^Y \dot{s}_i \sin \theta = \sum_{i=0}^Y b \dot{n}_i \sin \theta$$

(3.4)式を用いて、上式は

$$\dot{\xi}_Y = b \sin \theta \cdot N_Y \cdot \left( \frac{v_Y \tau_Y}{\pi G b} \right)$$

$$\therefore \dot{\xi}_Y = N_Y v_Y \tau_Y \sin \theta / \pi G \quad (5.3)$$

となる。ただし、 $N_Y = Y + 1$ で、定常変形時に活動中のF-R源の総数である。

定常変形時における薄片の、圧縮軸方向の歪速度を $\dot{\epsilon}_Y$ 、試料の圧縮方向の長さを近似的に一定とし、それを $\xi^0$ とすると、 $\dot{\epsilon}_Y = \dot{\xi}_Y / \xi^0$ である。

これと(5.3)式から

$$\dot{\epsilon}_Y = N_Y v_Y \tau_Y \sin \theta / \pi G \xi^0 \quad (5.4)$$

この式は、同じ長さ、同じ結晶方位をもつ試料を単純圧縮(引張り)したばあい、定常変形時の歪速度 $\dot{\epsilon}_Y$ が、 $N_Y$ 、 $v_Y$ 、 $\tau_Y$ によってきまることを示している。

ここで取扱っている定常変形過程は、一定荷重をかけたばあいの定常クリープ変形と同じ過程と考えられる。そこで、 $N_Y$ 、 $v_Y$ 、 $\tau_Y$ の添字の $Y$ を省いて、一般に定常変形時になりたつ式として、(5.4)式を次のように書いてもよい。

$$\dot{\epsilon} = N v \tau \sin \theta / \pi G \xi^0 \quad (5.5)$$

これが転位論的な立場から導いた、氷の定常変形時における歪速度の式である。この式でわかるように、迂り面に働く剪断応力 $\tau$ を大きくすると、歪速度 $\dot{\epsilon}$ も増加するが、 $\dot{\epsilon}$ は $\tau$ の一次関数ではない。 $\tau$ をますと、転位の移動速度 $v$ 、および活動しうるF-R源の数 $N$ がともに増加するからである。言いかえると、迂り面に応力 $\tau$ が加わると、 $\tau$ の大きさによって、活動しうるF-R源の数 $N$ 、および転位の移動速度 $v$ がきまり、(5.5)式によって、そのときの氷の歪速度 $\dot{\epsilon}$ がきまるのである。このように、 $N$ 、 $v$ はともに応力 $\tau$ の関数だから、定常変形時の歪速度 $\dot{\epsilon}$ は、結局応力 $\tau$ によってきまる。そこで、(5.5)式の $N \cdot v \cdot \tau$ をまとめて、 $f(\tau)$ で、また、他の常数をまとめて $\beta$ で書きあらわすと

$$\dot{\epsilon} = \beta f(\tau) \quad (5.6)$$

となる。氷の $\dot{\epsilon}$ が、 $\tau$ とどのような関係にあるかは、従来2, 3の人によって実験で求められた。また、上にのべた定常変形の過程を利用すれば、簡単な実験で $f(\tau)$ が求められる。次に、 $\dot{\epsilon}$ と $\tau$ との関係を少しくわしくのべてみよう。

## (2) 実験的に求めた氷の歪速度と応力との関係

従来、単結晶氷の定常変形時における剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ と、応力 $\tau$ との関係は、2, 3の研究者によって調べられている。たとえば、Steinemann<sup>4)</sup>は、単結晶氷について、クリープ試験を行なった結果、定常剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ は、 $\dot{\gamma} = k\tau^n$ という式に従って、剪断力 $\tau$ とともに増大することを見出した。ただし、 $n$ の値は1.5~3.9の範囲にばらついた。また、Butkovich-Landauer<sup>5)</sup>は、迂りやすい結晶方位の単結晶氷のばあい、 $\dot{\gamma} = k\tau^{2.49}$ 、迂りをおこし難い方位のばあい、 $\dot{\gamma} = k\tau^{2.76}$ 、一般の多結晶氷のばあいは、 $\dot{\gamma} = k\tau^{2.96}$ という法則をえた。このように、氷の剪断歪速度は、応

力のほぼ 2.5~3 乗に比例して増加することが知られている。筆者も、つぎのようにして、氷の歪速度と応力との関係を求めた。

第 IV 節でのべたように、長さが  $\xi$  なる単結晶氷の薄片を、一定速度  $\dot{x}$  で圧縮したとき、薄片の定常変形時における圧縮方向の歪速度  $\dot{\epsilon}$  は、 $\dot{x}/\xi$  にひとしい。そのとき、底面に働いている剪断応力  $\tau$  の大きさは、定常変形剪断応力  $\tau_r$  にひとしいから、 $\dot{\epsilon}$  と  $\tau$  との関係は、この実験ですぐ求められる。しかし、圧縮軸方向の歪  $\epsilon$  は、底面 $\rightarrow$ りによって生ずる剪断変形の結果としてあらわれる見かけの量にすぎない。それゆえ、Steinemann や Butkovich らの行なったように、 $\rightarrow$ りによる剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  と、剪断応力  $\tau$  との関係を求める方が、 $\dot{\epsilon}$  と  $\tau$  との関係を求めるよりも適当であろう。それには、 $\dot{\epsilon}$  と  $\dot{\gamma}$  との間になりたつ関係を求め、それをういて実験でえられる  $\dot{\epsilon}$  と  $\tau$  との関係を、 $\dot{\gamma}$  と  $\tau$  との関係になおせばよい。

等方均質体の単純圧縮(または引張り)のばあいには、圧縮軸方向の歪速度  $\dot{\epsilon}$  と剪断歪速度との間に

$$\dot{\gamma} = \sqrt{3} \dot{\epsilon} \quad (5.7)$$

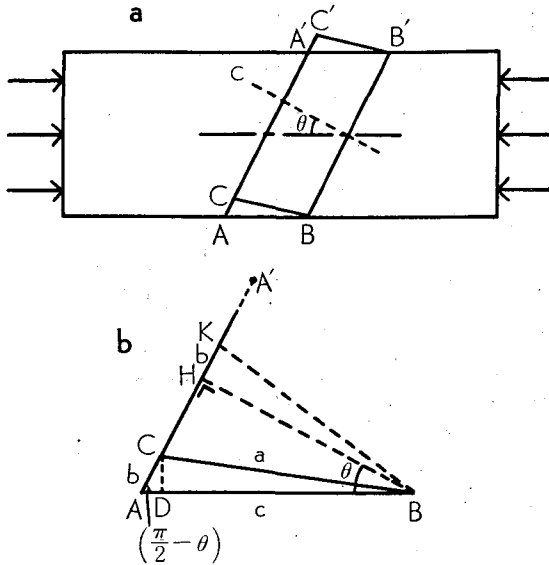
という関係が求められている (Nye<sup>9)</sup>, 1953)。しかし、筆者が単純圧縮(引張り)を行なったのは単結晶氷の薄片であって、非等方体である。単結晶氷の塑性変形は、唯一の $\rightarrow$ り面である結晶底面での $\rightarrow$ りだけによって行なわれるので、等方体についてなりたつ上の関係を、ここでそのまま使うわけにはいかない。そこで、つぎに、単結晶氷のばあいになりたつ、 $\dot{\epsilon}$  と  $\dot{\gamma}$  との関係を求めてみた。

第 2 図に示したのと同様、結晶主軸 (c 軸) を面内にふくむ長方形の単結晶氷の薄片を、その長軸にそって単純圧縮したばあいを考える。第 3 図 a に、それを模型的に示した。圧縮軸と、薄片の c 軸とのなす角を  $\theta$  とする。今、2 枚の結晶底面 AA', BB' ではさまれる平行四辺形 ABB'A' の部分に着目してみよう。薄片を圧縮すると、すべての底面で $\rightarrow$ りをおこし、薄片の形がかわる。ある一定量だけ圧縮したとき、平行四辺形 ABB'A' の A 点は、底面上の 1 点 C に、A' 点は C' 点にうつって、ABB'A' は CBB'C' になったとする。 $\rightarrow$ りは並進的に進行するから、底面 AA' の長さは、変形後も圧縮前の長さに保たれ、 $\overline{AA'} = \overline{CC'}$  である。したがって、 $\overline{AC} = \overline{A'C'}$  となり、CBB'C' も平行四辺形となる。図 a の三角形 ABC の部分を拡大して、図 b に示した。 $\triangle ABC$  の各辺の長さを、図のように、 $a, b, c$  とする。このうち、 $b$  は、上にのべたように、底面 AA' にそう $\rightarrow$ り量にひとしい。三角形の頂点 C から、底辺 AB に垂線を下し、その足を D とすると、圧縮による軸方向の歪  $\epsilon$  は、 $\epsilon = \overline{AD}/\overline{AB}$  である。ここに、 $\overline{AB} = c$ 、 $\overline{AD} = b \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = b \sin \theta$  だから

$$\epsilon = b \sin \theta / c \quad (5.8)$$

となる。

つぎに、点 B から、底面 AA' に垂線を下し、その足を H とする。圧縮によって点 H が底面 AA' の点 K に来たとすると、 $\overline{HK}$  の長さは、もちろん  $\overline{AC}$  の長さにひとしく、 $\overline{HK} = b$  である。剪断歪  $\gamma$  は、定義により、 $\gamma = \overline{HK}/\overline{BH}$  である。ここに、 $\overline{BH} = c \cos \theta$ 、 $\overline{HK} = b$  だから



第3図 圧縮軸に対する結晶方位が $\theta$ の単結晶氷の薄片を単純圧縮したばあいの、剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ と、軸方向の歪速度 $\dot{\epsilon}$ との関係を求めるための図。

- a 2枚の底面AA', BB'ではさまれる平行四辺形が、ある一定量圧縮したのちに、平行四辺形CBB'C'になったとする。
- b 図aの $\triangle ABC$ の部分拡大した図。 $\triangle ABC$ の頂点Cから底辺ABに下した垂線の足をDとすると、軸方向の歪 $\epsilon$ は、 $\epsilon = AD/AB$ である。一方、B点から底面AA'に下した垂線の足をHとし、H点は、圧縮後、K点に来たとすると、剪断歪 $r$ は、 $r = HK/BH$ である。

$$r = b/c \cos \theta \tag{5.9}$$

となる。

(5.8), (5.9)式から、 $b, c$ を消去すると

$$r = \epsilon / \sin \theta \cos \theta \tag{5.10}$$

となる。したがって、圧縮軸に対する結晶方位が $\theta$ なる単結晶氷を単純圧縮したばあい、剪断歪速度 $\dot{\gamma}$ と、軸方向の歪速度 $\dot{\epsilon}$ との間には、次の関係がなりたつことがわかる。

$$\dot{\gamma} = \dot{\epsilon} / \sin \theta \cos \theta \tag{5.11}$$

$\dot{\epsilon}$ は定常変形時の歪速度だから、 $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_r / \xi = \dot{x}_0 / \xi$ である。よって、 $\dot{\gamma}$ は

$$\dot{\gamma} = \dot{x}_0 / \xi \sin \theta \cos \theta \tag{5.12}$$

となる。そのときの迂り面の剪断応力 $\tau$ は、定常変形剪断応力 $\tau_r$ だから、 $\dot{\gamma}$ も $\tau$ も定常変形を行なうことによって得られる。そこで、 $\dot{x}_0, \theta$ をいろいろ変えて、 $\dot{\gamma}$ と $\tau_r$ とを実験で求めた。ただし、この際次のような注意をして行なった。

今までの議論においては、迂り面の両端はつねに自由表面であると、暗に仮定してきた。

しかし、実際には  $\theta$  が大きくて  $90^\circ$  に近いほど、また、試験の圧縮(引張り)方向の長さ  $\xi$  と幅  $\eta$  との比  $\xi/\eta$  が小さいほど、切り面の端は、圧縮板あるいは受圧板と接触する機会が多くなるために、切り面からの転位の散逸が自由でなくなり、転位の堆積その他の影響が大きくなる。逆に、 $\theta$  が小さく、 $\xi/\eta$  が大きいほど、切り面の両端は自由になるから、このようなおそれが少なくなる。 $\theta$  をあまり小さくして、0 に近くしてしまうと、単純な切りによる変形をおこし難くなってしまふので、実際には  $\theta$  を  $20^\circ \sim 45^\circ$  にえらび、また、変形方向に長い形の試料を用いて実験しやすい引張り試験を主として行なった。

$\tau$  が臨界剪断応力  $\tau_0$  より小さいときは、 $\dot{\gamma} = 0$  でなければならないことを考慮に入れて、実験で得た  $\dot{\gamma}$ ,  $(\tau - \tau_0)$  を両対数目盛のグラフ用紙に記入したのが第4図である。かなりのばらつきはあるが、点はほぼ図の直線に沿っていると見てよいであろう。それで、 $\dot{\gamma}$  と  $(\tau - \tau_0)$  とは、近似的に

$$\dot{\gamma} = \beta(\tau - \tau_0)^n \tag{5.13}$$

という関係にあることがわかる。直線の傾斜から  $n$  を求めると、 $n \sim 3.0$  である。よって、(5.13)式は

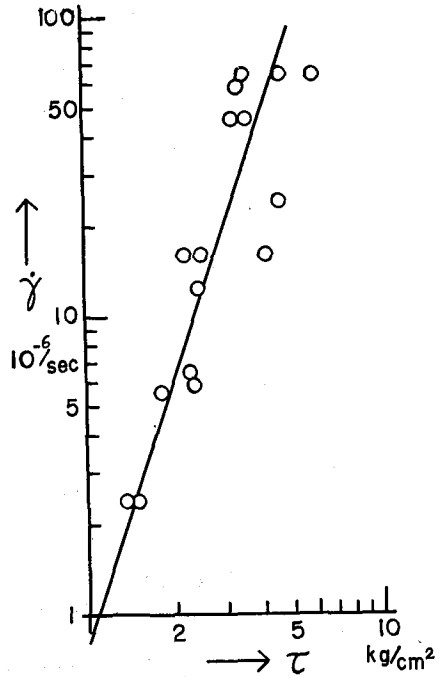
$$\dot{\gamma} = \beta(\tau - \tau_0)^3 \tag{5.14}$$

ここに  $\beta \sim 7.3 \times 10^{-25} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right) / \left( \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} \right)^3$

となる。この式は、 $\tau \gg \tau_0$  の応力  $\tau$  の下では、氷の剪断歪速度が  $\tau$  の三乗に比例して増大することを示している。これは、前にのべた Steinemann や Butkovich らの結果とほぼ一致した結果である。(5.11)式を用いて、 $\dot{\gamma}$  を  $\dot{\epsilon}$  になおすと

$$\dot{\epsilon} = \beta \sin \theta \cos \theta (\tau - \tau_0)^3 \tag{5.15}$$

(5.14), (5.15)式が、実験的に求めた、単結晶氷の定常変形時における歪速度と応力との関係である。(5.15)式は、前項(1)で転位論的に導いた式(5.5), (5.6)に対応する式である。(5.6)式:  $\dot{\epsilon} = \beta f(\tau)$  の  $f(\tau)$  は、実験によって、近似的に  $\tau^3$  の形をもつことがわかったのである。



第4図 単純引張り試験によって求めた単結晶氷の剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  と、応力  $\tau$  との関係。縦軸、横軸とも対数目盛である。

## VI. 氷の転位の移動速度

## (1) 氷の転位の移動速度と応力との関係

本節では、前節で求めた氷の歪速度と応力との関係を利用して、任意の応力に対応する転位の移動速度を求めてみよう。

前節の(5.5)式、(5.15)式から $\dot{\epsilon}$ を消去して、整理すると

$$v = \frac{\pi G \beta \xi^2 \cos \theta}{N} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^3}{\tau} \quad (6.1)$$

がえられる。ここに、 $G$ 、 $\beta$ 、 $\tau_c$ は常数で、 $G \sim 3 \times 10^{10}$  dyne/cm<sup>2</sup>、 $\beta \sim 7.3 \times 10^{-25} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right) / \left( \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} \right)^3$ 、 $\tau_c \sim 2 \times 10^8$  dyne/cm<sup>2</sup>である。また、 $N$ は、定常変形時に活動しているF-R源の総数である。これは、薄片の大きさや結晶方位によって変化する量なので、議論するときには不便である。そこで、定常変形時に活動中のF-R源の、結晶主軸方向にそう単位長さ当りに含まれる数を考え、それを $N_0$ とする。 $N_0$ は、定常変形時に活動しているF-R源を含む底面間の平均間隔を $h$ とすると

$$N_0 = 1/h \quad (6.2)$$

で与えられる。長さ $\xi$ 、結晶方位が $\theta$ の単結晶氷の薄片が定常変形を行なっているとき、活動するF-R源の総数、すなわち、(6.1)式に含まれる $N$ は、 $N \sim \xi \cos \theta / h$ である。よって

$$N_0 = \frac{1}{h} \sim N / \xi \cos \theta \quad (6.3)$$

これを用いて(6.1)式を書きなおすと

$$v = \frac{\pi G \beta}{N_0} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^3}{\tau} \quad (6.4)$$

となる。

第V節でのべたように、 $N$ は応力 $\tau$ の函数である。従って、 $N_0$ も $\tau$ の函数である。もし $N_0$ と $\tau$ との函数関係が求まると、それを(6.4)式に代入することによって、転位の移動速度 $v$ と、応力 $\tau$ との一般的な関係がえられる。そこで、次に、 $N_0$ と $\tau$ との関係について考えてみよう。

第III節において、単結晶氷をある一定の速度 $\dot{\epsilon}_0$ で圧縮したばあい、F-R源( $l_0$ )が活動をはじめたのち、 $\dot{\epsilon}_0$ によってきまるある一定の時間間隔 $t_0$ 経過するごとに、F-R源( $l_1$ )、( $l_2$ )、…が順次活動しはじめると仮定した(この仮定は、F-R源の長さの頻度分布にも関係があるので、報告IVで、くわしく議論する予定である)。 $\tau$ が、第1図のOAに示したように、 $\tau_T$ のすぐ近くまで、時間 $t$ とともに直線的に増大することを考慮すると、上の仮定は、定常変形に入るまでに活性化するF-R源の数が、応力に比例して増大することを要請する。 $\tau < \tau_c$ では活動するF-R源がないことを考慮に入れると

$$N_0 = k(\tau - \tau_c) \quad (6.5)$$

となる。(6.2)式により、 $N_0=1/h$ であるから、実際には、定常変形時に表面に生じた迂り線の平均間隔  $h$  を測定して  $N_0$  を求める。 $\tau=\tau_r \sim 3.2 \times 10^6$  dyne/cm<sup>2</sup> のときの  $h$  が約  $15 \mu$  であったことから、(6.5)式の  $k$  を求めると

$$k \sim 2.2 \times 10^{-4} \left( \frac{\text{cm}}{\text{dyne}} \right)$$

となる。

(6.5)式を(6.4)式に代入すると

$$v = \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^2}{\tau} \quad (6.6)$$

がえられる。これが求めようとした、氷の転位の移動速度と剪断応力との一般的な関係式である。ただし

$$\beta \sim 7.3 \times 10^{-25} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right) / \left( \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} \right)^3$$

$$k \sim 2.2 \times 10^{-4} \left( \frac{\text{cm}}{\text{dyne}} \right)$$

である。

$\tau \gg \tau_c$  のとき、(6.6)式は

$$v \sim \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \tau \quad (6.7)$$

となる。すなわち、 $\tau \gg \tau_c$  のばあいには、氷の転位の移動速度は、迂り面(底面)に働く剪断応力の大きさに比例した速さで迂り面上を移動することがわかった。

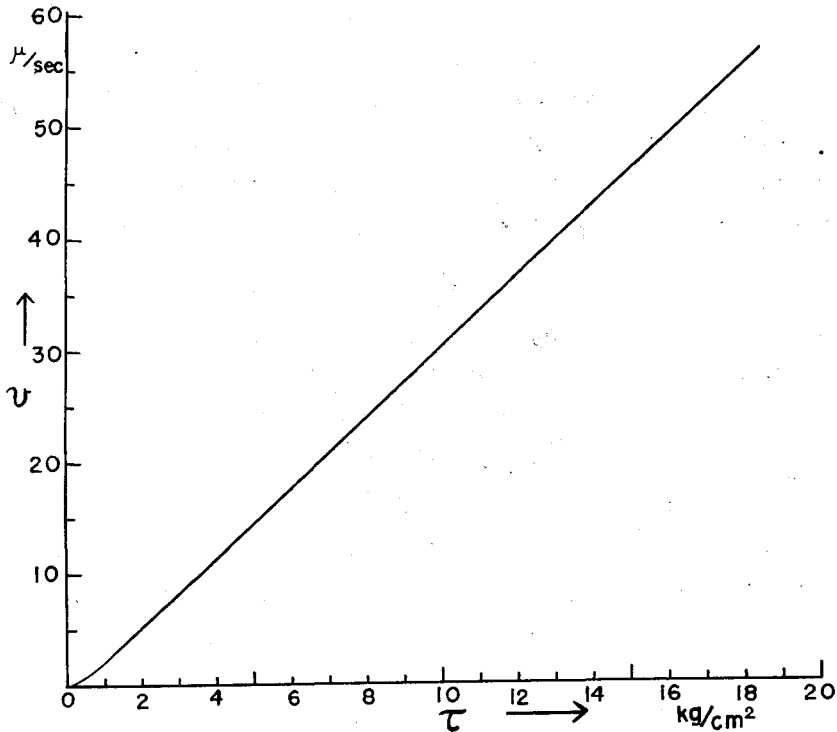
## (2) 氷の転位の移動速度

前項で導いた(6.6)式を用いると、任意の大きさの剪断応力  $\tau$  に対する転位の移動速度を計算することができる。 $G$ 、 $\beta$ 、 $k$  などの値を(6.6)式に代入すると

$$v \sim (3.1 \times 10^{-10}) \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^2}{\tau} \quad (6.8)$$

となる。この式によって求めた  $\tau$  と  $v$  との関係を示した。温度が  $-10^\circ\text{C}$  における氷の転位の移動速度は、0 から、破壊強度に対応する約  $60 \mu/\text{sec}$  にいたるまで、ほぼ直線的に変化する。もちろん、これらの値は、 $-10^\circ\text{C}$  より高い温度において、もっと大きな値になるはずであるが、転位の移動速度の温度依存性に関しては、現在実験中で、それについては別の機会にのべることにする。

金属における転位の速度が、通常数 m/sec のていどであるといわれているのに反し、氷のそれがこのように小さな値なのは、金属と氷における結合方式の相違、実験に用いる応力の相違(金属では通常数  $\text{kg}/\text{mm}^2$  ていどの応力が使われる)、剛性率のちが(氷の剛性率は、一般の金属のそれより1桁小さい)などによるのであろう。



第5図 氷の結晶における転位の移動速度  $v$  と、切り面に働く剪断応力  $\tau$  との関係。

## VII. ま と め

前報告 I では、氷の転位、転位網、転位の増殖源などについて、くわしくのべた。それに基づいて、本報告では、単結晶氷を一定速度で圧縮(引張り)してえられる抵抗力曲線を、転位論的な立場で考えてみた。それと同時に、氷の転位の移動速度、氷の臨界剪断応力などを実験で求めた。それらをまとめると次のようなことがいえる。

(1) 氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  を実験で求めた結果、 $\tau_c \sim 200 \text{ g/cm}^2$  の値をえた。

(2) 氷を圧縮してえられる抵抗力曲線は、力の増大部分と、力が一定に保たれる定常部分とに分けられる。力の増大部分は一般に、弾性変形の部分といわれているが、実際にはこの部分で氷はすでに塑性変形をおこしていることを、いくつかの実験で示した。

(3) 氷の変形はすべて、転位が発生、移動することによって、氷が切る結果と考えた。抵抗力の増大過程、定常過程を、このような立場で解釈し、第2図にそれを模型的に示した。抵抗力の増大過程は、転位の発生、移動による氷の変形速度  $\dot{\epsilon}$  が、外部から氷に与えられる圧縮速度  $\dot{\epsilon}_0$  より小さい過程に対応する。転位の増殖源から発生する転位の数と速度とが、圧縮の進行とともにますので、 $\dot{\epsilon}$  は加速度的に増大する。やがて、 $\dot{\epsilon}$  が  $\dot{\epsilon}_0$  にひとしくなると、抵抗力の増加はそこで停止する。これが抵抗力曲線の定常部分である。

(4) 定常変形過程での氷の歪速度  $\dot{\epsilon}$  を転位論的に求めたところ

$$\dot{\epsilon} = Nv\tau \sin \theta / \pi G \xi \quad (5.5)$$

がえられた。ここに、 $N$ ; 活動中のフランク・リード源の総数、 $\tau$ ; 切り面にそう剪断応力、 $v$ ; 転位の移動速度、 $\theta$ ; 圧縮方向に対する結晶方位。 $G$ ; 氷の剛性率、 $\xi$ ; 試料の長さ、である。

(5) 圧縮方向に対する結晶方位が  $\theta$  なる単結晶氷を単純圧縮(または引張り)したばあいの剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  と、圧縮軸方向における歪速度  $\dot{\epsilon}$  との間には

$$\dot{\gamma} = \dot{\epsilon} / \sin \theta \cos \theta \quad (5.11)$$

の関係があることを示した(第3図参照)。

(6) 定常変形過程における氷の剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  と剪断応力  $\tau$  との関係を実験的に求めた結果(第4図),

$$\dot{\gamma} = \beta(\tau - \tau_c)^3 \quad (5.14)$$

がえられた。ただし、 $\beta \sim 7.3 \times 10^{-25}$  (CGS),  $\tau_c$ ; 氷の臨界剪断応力。

(7) 転位論的に求めた圧縮軸方向の歪速度  $\dot{\epsilon}$  と応力  $\tau$  との式(5.5)式と、塑性論で求めた  $\dot{\epsilon}$  と剪断歪速度  $\dot{\gamma}$  との関係(5.11)式、および、実験でえた  $\dot{\gamma}$  と  $\tau$  との関係(5.14)式を用いて、氷の転位の移動速度  $v$  と応力  $\tau$  との関係;  $v = f(\tau)$  を求めた。(6.6)式がそれである。

$$v = \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^2}{\tau} \quad (6.6)$$

ここに  $k \sim 2.2 \times 10^{-4}$  (CGS)。応力  $\tau$  が臨界剪断応力  $\tau_c$  よりずっと大きいばあいには、 $v$  は  $\tau$  に比例する。

(8) (6.6)式によって、任意の応力  $\tau$  に対応する転位の移動速度  $v$  を求め、第5図にそれを示した。 $v$  は 0 から、破壊応力に対応する  $60 \mu/\text{sec}$  までいどにいたるまでを、 $\tau$  に応じて直線的に変化する。

おわりに、終始御指導をいただいた吉田順五教授に厚く御礼を申し上げます。また、原子力研究所の鈴木秀次博士には、いろいろと御批判、御討論していただいたことに感謝致します。なお、この研究に用いた費用の一部は、文部省科学研究費から支出された。

## 文 献

- 1) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について I. 低温科学, 物理篇, **20**, 57-76.
- 2) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について IV. 低温科学, 物理篇, **20**, 117-130.
- 3) Dorsey, N. E. 1940 Properties of ordinary water substance. Reinhold Pub. Co., New York.
- 4) Steinemann, S. 1954 Results of preliminary experiments on the plasticity of ice crystals. Jour. Glaciol., **2**, 404-412.
- 5) Butkovich, T. R. and Landauer, J. K. 1960 Creep of ice at low stresses. SIPRE Research Report, **72**, 1-6.
- 6) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について III. 低温科学, 物理篇, **20**, 101-116.

- 7) Glen, J. W. and Perutz, M. F. 1954 The growth and deformation of ice crystals. *Jour. Glaciol.* **2**, 397-403.
- 8) Butkovich, T. R. and Landauer, J. K. 1959 The flow law for ice. SIPRE Research Report, **56**, 1-7.
- 9) Nye, J. F. 1953 The flow of ice from measurements in glacier tunnels, laboratory experiments and the Jungfraufirn borehole experiment. *Proc. Roy. Soc., London, A*, **219**, 477-489.

(註) 一般的な教科書としては

Cottrell, A. H. 1953 *Dislocations and plastic flow in crystals*. Oxford.

### Résumé

As stated in the previous paper (Plastic deformation of ice, I), the dislocations in single crystals of ice make three dimensional networks and the dislocations located in the basal planes of the crystals act as Frank-Read sources generating new dislocation loops when subjected to shear stresses. The generated dislocation loops expand causing slips on the basal planes to which the main part of the plastic deformation is due. Taking account of such a nature of the dislocations in the basal planes, and, taking advantage of certain theorems in the theory of dislocation, the author interprets the results which he obtained by his own experiments upon the deformation of single crystals of ice.

(1) Experimental results concerned with the relaxation of stress. As described in the previous paper, a thin plate of a single crystal of ice, when extended or compressed laterally at a strain rate  $\dot{\epsilon}$  below a certain critical value, gives such a strain-time curve as shown by OABCD in Fig. 1 of the text. The relaxation of stress  $\sigma$  shown by the last portion CD of that curve results from stopping the extension or compression at point C. The relaxation of stress occurs also when the extension or compression is stopped in the first stage OA of rising stress; for instance, if the extension or compression is stopped at  $E_1$ , the stress  $\sigma$  declines along curve  $E_1F_1$ . As will be shown afterwards, the relaxation of stress occurs on account of slips on the basal planes of ice crystals; the relaxation can be regarded as an indication of plasticity. Therefore the stress in the first stage OA of the curve can never be a purely elastic one although it rises in a straight line as is also the case with a purely elastic body.

The lower the point lies at which the extension or compression is stopped on line OA, the more slowly the stress relaxes and finally the relaxation becomes unobservable when the stress at that point comes to be less than a value  $\sigma_c$ . The value  $\sigma_c$  depends on the angle  $\theta$  between the c-axis of the ice crystal and the direction of extension or compression, being given by  $\sigma_c = \tau / \sin \theta \cos \theta$  when  $\tau$  is put equal to 200 gr-wt/cm<sup>2</sup> at  $-10^\circ\text{C}$ . From this fact it may be said that the smallest shear stress  $\tau_c$ , the critical shear stress, at which the basal planes of ice crystal begins to slip, lies around the value of 200 gr-wt/cm<sup>2</sup>.

(2) Generation and motion of dislocations in the basal planes during the compression. The series of figures marked a, b, c, ... in Fig. 2 of the text illustrates how slips develop in a plate of ice crystal when it is compressed laterally. The arrow C indicates the c-axis

of the ice crystal which makes angle  $\theta$  with the direction of compression. Metal plate P attached to the left end of the ice plate moves rightwards at constant speed  $\dot{x}_0$  while another metal plate Q at its right end pushes metal rod R connected with a force-measuring device (not shown in the figure). The oblique straight lines marked  $s_0, s_1, s_2, \dots$  represent 'active basal planes' in each of which a Frank-Read source indicated by dotted circle is located. As stated in the previous paper, a basal plane cannot always act as a slip plane even though it is provided with Frank-Read sources, because dislocations in the neighbouring basal planes may interfere with the motion of the dislocations in the basal plane in question. But some of the basal planes will chance to be free from such interferences making themselves slip planes; those are above called 'active basal planes'.

For a Frank-Read source to begin generating new dislocations it needs to be acted upon by shear stress of the magnitude  $\tau = Gb/l$ , where  $G$ ,  $b$  and  $l$  are respectively the rigidity of ice, the strength of Burgers vector and the length of the Frank-Read source. Let it be assumed that the Frank-Read sources in the active basal planes  $s_0, s_1, s_2, \dots$  are respectively of lengths  $l_0, l_1, l_2, \dots$  and  $l_0 > l_1 > l_2 \dots$ . Then the stress  $\tau_i = Gb/l_i$  needed for the Frank-Read source in  $i$ -th active basal plane to begin working increases as the number  $i$  becomes larger.

When metal plate P at the left end of the ice plate in Fig. 2 begins to move there begins to appear on every basal plane a shear stress  $\tau$  given by  $\sigma \sin \theta \cos \theta$ ,  $\sigma$  being the normal stress in the direction of the compression which is recorded on the force measuring device. But, as long as  $\tau$  remains below  $\tau_0 = Gb/l_0$ , no Frank-Read source works and the ice plate is compressed elastically. The second figure **b** of Fig. 2 shows the ice plate in this state. Then there comes the state of the third figure **c** of Fig. 2 where  $\tau$  exceeded  $\tau_0$  and the Frank-Read source in basal plane  $s_0$  has begun generating new dislocations to cause a partial slip on that basal plane. The rate  $\dot{n}$  of production of the new dislocations as well as their expanding velocity  $v$  are dependent on shear stress  $\tau$ ; the smaller  $\tau$  is, the smaller both  $\dot{n}$  and  $v$  are. Therefore the reduction in the length  $\xi$  of the ice plate due to the slips occurring on basal plane  $s_0$  is not enough to cancel the compression caused by the moving plate P. On that account  $\sigma$ , consequently  $\tau$  also, keeps increasing to bring into play successively the Frank-Read sources in basal planes  $s_1, s_2, \dots$  as illustrated in figures **d** and **e** of Fig. 2. The first rise of  $\sigma$  from point O to point A in Fig. 1 is caused by such mechanisms as stated above. The critical shear stress  $\tau_c$  referred to in the previous article can be put equal to  $\tau_0$  introduced here, because any  $\tau$  greater than  $\tau_0$  should relax due to the slips on the basal planes if plate P stops moving and the agency to increase  $\tau$  disappears.

The horizontal part BC of the stress-time curve in Fig. 1 corresponds to the states of the ice plate shown in figures **f** and **g** of Fig. 2. The stress  $\sigma$  ceases to change because it has reached  $\sigma_Y$  which stress is just large enough to cause slips on as many basal planes as needed to cancel the compression by the moving plate P. All the Frank-Read sources having lengths longer than  $l_Y = Gb/\tau_Y$  are causing slips which contract the ice plate by the same amount as plate P shortens it. Here  $\tau_Y$ , the value of the steady shear stress, is given by  $\tau_Y = \sigma_Y \sin \theta \cos \theta$ . At that steady plastic deformation, if the length of the ice plate is

denoted by  $\xi$ , the increasing rate  $\dot{\varepsilon} = \dot{\xi}/\xi$  of the strain of contraction is shown to be given by

$$\dot{\varepsilon} = \frac{Nv\tau_Y \sin \theta}{\pi G \xi}, \quad (1)$$

where  $N$  represents the number of the Frank-Read sources with lengths longer than  $l_Y$ .

(3) Shear stress  $\tau$  and the increasing rate  $\dot{\gamma}$  of shear strain. The increasing rate  $\dot{\varepsilon}$  of the strain of contraction and the increasing rate  $\dot{\gamma}$  of the shear strain on the basal planes are connected with each other by the formula

$$\dot{\gamma} = \dot{\varepsilon} / \sin \theta \cos \theta \quad (2)$$

because the ice plate contracts only because of the slips on the basal planes. Since  $\sigma_Y$  increases with increase in the speed of the moving plate P, consequently with increase in  $\dot{\varepsilon}$ , as stated in the previous paper, the relationship between  $\tau_Y$  and  $\dot{\gamma}$  can be found by measuring  $\sigma_Y$  at different speeds of plate P. The results of the measurement are shown by small circles in Fig. 4 of the text. Although the small circles are scattered in the figure, they are positioned near the straight line drawn there, which yields as the relationship between  $\dot{\gamma}$  and  $\tau$  the formula

$$\dot{\gamma} = \beta (\tau - \tau_c)^3, \quad (3)$$

$\beta$  being equal to  $7.3 \times 10^{-25} (\text{cm/sec}) / (\text{dyne/cm}^2)^3$ . Here the general symbol  $\tau$  for shear stress is used instead of  $\tau_Y$ , because  $\dot{\gamma}$  should depend upon the value of shear stress itself irrespective of whether the shear stress is changing or not ( $\tau_Y$  is the symbol for the steady shear stress which does not change with time).

(4) Shear stress  $\tau$  on the basal planes and the advancing speed  $v$  of dislocations. By the use of formulae (2) and (3), formula (1) is transformed into

$$v = \frac{\pi G \xi \beta \cos \theta}{N} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^3}{\tau}. \quad (4)$$

Number  $N$  of the basal planes on which slips are occurring due to the activation of the Frank-Read sources located in them is assumed to increase in proportion to  $(\tau - \tau_c)$ . Number  $N$  will be proportional also to  $\xi \cos \theta$ , because the spacing between the adjacent slipping basal planes will be determined only by the shear stress  $\tau$ . Then  $N$  is given by

$$N = k \xi \cos \theta (\tau - \tau_c), \quad (5)$$

where  $k$  is a constant to be determined by experiments. Formula (4) is then transformed into

$$v = \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \frac{(\tau - \tau_c)^2}{\tau}, \quad (6)$$

the formula connecting the advancing speed  $v$  of the dislocations with  $\tau$  and the characteristic quantities of ice crystal. When  $\tau > \tau_c$ , as is usually the case, the above formula is written as

$$v = \frac{\pi G \beta}{k} \tau. \quad (7)$$

The spacing  $h = \xi \cos \theta / N$  between two adjacent slipping basal planes is given by the

spacing between the slip lines observable on the surface of the compressed plate of ice crystal. The actual microscopic observations on the slip lines gave  $15\mu$  as the value of  $h$  for  $\theta=20^\circ\sim 45^\circ$  and  $\tau=3.2\text{ kg-wt/cm}^2$  at  $-10^\circ\text{C}$ . From that experimental value of  $h$  and by the use of formula (5), the value of  $k$  is given as

$$k = 2.2 \times 10^{-4} \text{ cm/dyne.}$$

By putting into formula (6) the numerical values of the constants  $G$ ,  $\beta$  and  $k$ , the values of  $v$  were calculated for different values of  $\tau$  and the curve relating  $v$  with  $\tau$  was drawn in Fig. 5 of the text. The largest shear stress that the basal planes of ice crystal can stand without fracture will be  $20\text{ kg-wt/cm}^2$  or thereabout. Then, as seen from that figure, the greatest speed the dislocations in ice crystal can have turns out to be  $60\sim 80\mu/\text{sec}$ . This value of  $v$  is extremely small compared to the advancing speed of dislocations in metals which is known as to be of the order of  $\text{m/sec}$ .