



Title	氷の塑性変形について III : 氷の応力緩和
Author(s)	若浜, 五郎; WAKAHAMA, Gorow
Citation	低温科学. 物理篇, 20, 101-116
Issue Date	1962-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17985
Type	departmental bulletin paper
File Information	20_p101-116.pdf



氷の塑性変形について III*

— 氷の応力緩和 —

若 浜 五 郎

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和36年11月受理)

I. ま え が き

粘性的性質と弾性的性質とを同時にもつ物質は、粘弾性物質といわれる。粘弾性物質を一定速度で圧縮し、途中で急に圧縮をとめて歪をある一定値に保つと、その物質の示す反抗力は、時間がたつにつれて減少する。これは、応力緩和といわれる現象で、粘弾性物質にみられる特長的な現象のひとつである。氷も、ひとつの粘弾性物質であって¹⁾、応力緩和の現象をあらわすことが知られている。

木下²⁾、Landauer³⁾らは、多結晶氷の1種である積雪の応力緩和現象を観測し、それを利用して、積雪の力学的性質を研究した。しかし、ふつうの氷の応力緩和を系統だって研究した例は、今のところ、見当たらないようである。そこで筆者は、氷にどのような形で応力緩和がおこるかを実験的にしらべた。氷の応力緩和現象を研究することは、氷の力学的な性質を知るための有力な手段だからである。

単結晶氷の応力緩和現象については、報告 I⁴⁾ の第 III 節で簡単にのべた。また、この現象を利用して、氷の臨界剪断応力を求めた(報告 II⁵⁾、第 II 節参照)。この報告では、報告 I、II でのべた、氷における転位の概念を用いて、氷の応力緩和現象に関する1つの解釈をこころみる。

応力緩和曲線をうるための実験は、すべて -10°C の低温実験室内でおこなった。実験に用いた試料の作りかた、大きさなど、また圧縮(引張り)装置は、報告 I でのべた通りなので、同報告の第 II 節を参照されたい。

II. 単結晶氷の応力緩和

(1) 単結晶氷の応力緩和曲線

大きな単結晶氷の塊から、長さ 4 cm、幅 1 cm、厚さが 1~2 mm 程度の薄片を切り出す。この単結晶氷の塊は、アラスカの氷河で採取され、当研究所へ運搬された良質の氷である。作った薄片を、報告 I の第 II 節でのべた実験装置を用いて、単純圧縮(引張り)を行なった(実験は、単純圧縮と単純引張りとの2種類の試験を行なったのであるが、今後は簡単のため、圧

* 北海道大学低温科学研究所業績第 608 号

縮についてだけのべる。単に圧縮と書くときは、単純圧縮と単純引張りとを意味することにする)。このとき、圧縮に対して氷が示す反抗力の時間的変化については、報告 I の第 III 節にのべた通りである。(同報告第 2 図の曲線 II, III を参照)。薄片を圧縮しつつ、途中で急に圧縮を止めると、氷はある一定の歪を保ったまま変形をとめる。このとき、氷の反抗力が、一般に、時間の経過とともに急激に減少し、応力緩和の現象を示す。薄片の圧縮方向に対する結晶方位や、薄片に与える実験条件などによっては、応力がなかなか緩和しないこともある。

多くの粘弾性物質の応力緩和は、次に示した式に従って、時間の経過とともに、指数函数的におこることが知られている。

$$\sigma = \sigma_R e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (2.1)$$

ここに、 σ_R は、圧縮中断直前の応力、 σ は、圧縮中断から t 時間後の応力、 λ は、 σ が σ_R の $1/e$ に減少するまでに要する時間 (応力緩和時間) である。

いろいろな氷の試料についてえられた応力緩和曲線を解析したところ、単結晶氷の応力緩和は、(2.1) 式に従わないことがわかった。

また、緩和時間も、短いばあいは数分ていどから、長いばあいは、事実上無限大まであって、その値はいろいろにかわる。緩和時間の大小は、主として、試料の結晶主軸 (c 軸) 方向と圧縮方向とのなす角 θ によってきまる。 θ が 90° 、すなわち、c 軸に直角な方向から底面にそって圧縮するばあいが、最も緩和しにくく、数十時間たっても、応力は $1/e$ に達しない。 $\theta = 0^\circ$ 、すなわち、c 軸に平行に圧縮したばあいも緩和しにくく、緩和時間は通常 2~3 時間ていどである。これに反して、 θ が 45° に近いときには、応力は、わずか 5~6 分で $1/e$ に減少してしまう。このようなちがいは、主として、結晶底面 (送り面) に働く剪断応力の大小、および、送り面の両端が自由表面であるか否か、などの原因によっておこるものと考えられる。それについては後の第 3 項でまたふれることにする。

このように、単結晶氷の応力の緩和のしかたは、 θ の大小によって大きく変化する。しかし多数の緩和曲線を解析したところ、緩和時間に大小のちがいがあただけで、応力緩和曲線の形は、つねに

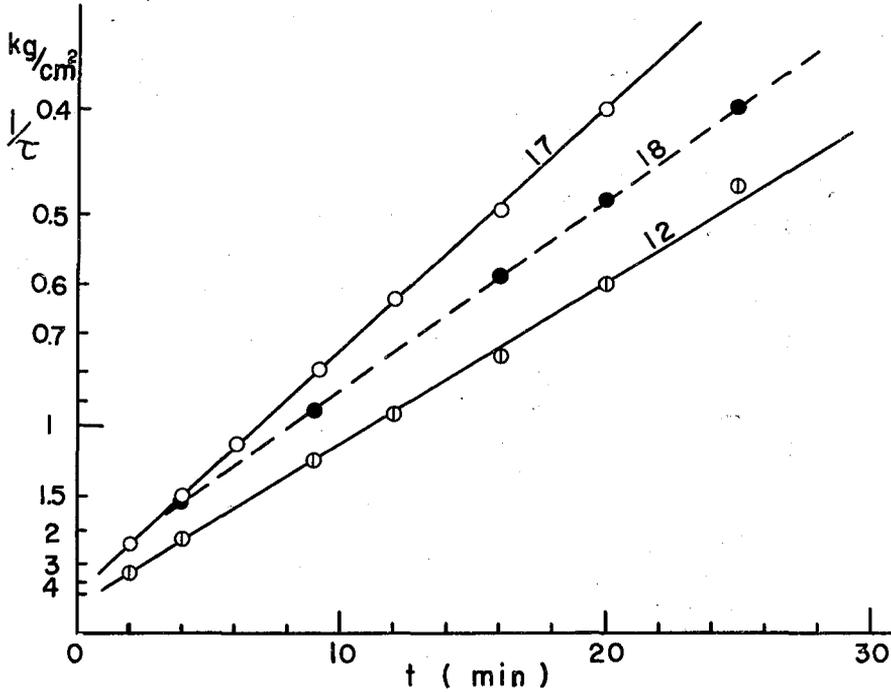
$$\frac{1}{\sigma} = At + B \quad (2.2)$$

であることがわかった。ここに、 $B = \frac{1}{\sigma_R}$ 。上式をかきなおして

$$\sigma = \sigma_R \left(\frac{1}{A't + 1} \right) \quad (2.3)$$

とも書ける。ただし、 $A' = A\sigma_R$

第 1 図に、単結晶氷の応力緩和曲線の例を示した。この図では、反抗力 σ の代わりに、送り面の剪断応力 τ を用いてある。縦軸は τ の逆数で、横軸には、圧縮中断後の経過時間 t が目盛



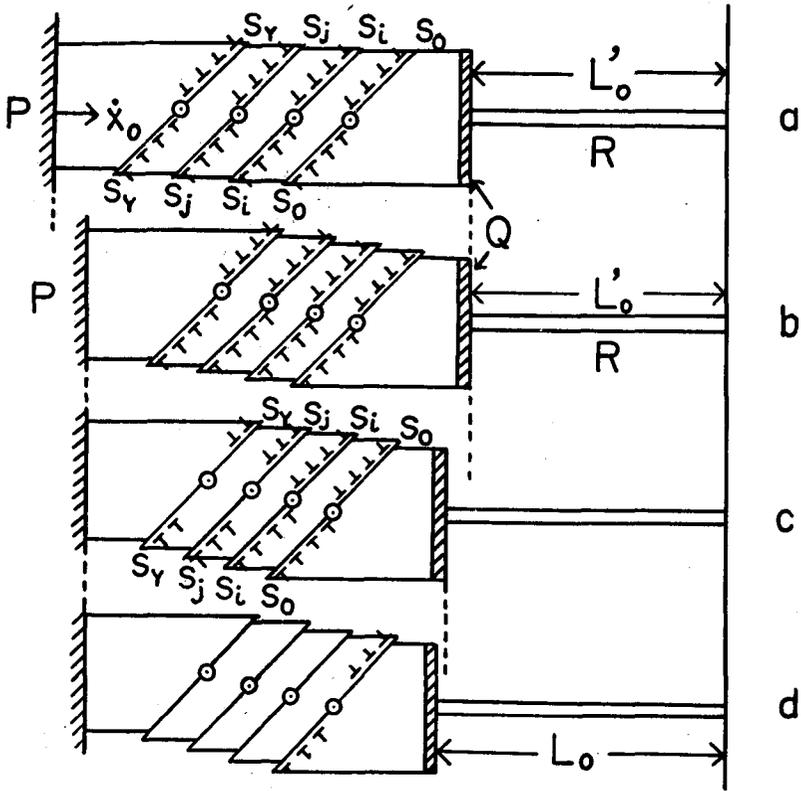
第1図 単結晶氷の応力緩和曲線の例。縦軸は応力 σ の逆数、横軸は圧縮中断後の経過時間。各緩和曲線につけた数字は試料の番号である。

っている。この図から、応力は、(2.2)式に従って緩和することがわかるであろう。

次に、単結晶氷の応力緩和現象を、報告 I, II でのべた考えをそのまま用いて、転位論的な立場で考えてみよう。

(2) 単結晶氷の応力緩和の機構

単結晶氷の薄片を、ある一定の速度で圧縮し、氷が定常変形の段階に達したときの状態を第2図 a に示した。これは、報告 II の第2図 f, g に示したのと全く同じ状態である。圧縮板 P は、一定の速度 $\dot{\epsilon}_0$ で薄片を圧縮している。長さが $l_0 \sim l_Y$ の範囲にあるすべての F-R 源は、転位の増殖活動をつづけ、各 F-R 源から発生した転位は、切り面上を一定速度 v_Y で移動し、次々に表面にぬけだしている。転位の発生、移動による氷の変形速度 $\dot{\epsilon}_Y$ は、圧縮板 P の前進速度 $\dot{\epsilon}_0$ に丁度ひとしく、そのため、受圧棒 R はある一定の長さ L_0 に保たれたままである。このとき、急に圧縮板 P を止めて、圧縮を中断した瞬間を、図 b に示した。氷内部の応力状態は、定常変形時のと全く同一である。切り面には、定常変形剪断応力 τ_Y が、そのまま働いているので、長さが $l_0 \sim l_Y$ の F-R 源は依然として活動をつづけている。受圧棒 R も、定常変形時の長さ L_0 を保ったままである。F-R 源から発生した転位は、圧縮中断の瞬間にも、定常変形時と同じ速度 v_Y で、各切り面を移動している。このため、薄片も、定常変形時と同じ速度 $\dot{\epsilon}_Y$ で変形しつづける。圧縮中断後のある微小時間 δt の間に、薄片は $\dot{\epsilon}_Y \delta t$ だけ変形する。ところ



第2図 転位を用いて、単結晶氷の応力緩和機構を説明する図。P、Qの間にはさまれた長方形の部分が単結晶氷の薄片。 $s_0s_0, s_0s_i, s_0s_j, s_0s_y$ は、結晶底面を表わし、その上に記入した白丸印は、それぞれの底面内に含まれるF-R源を示す。 s_0s_y 上のF-R源は長さが l_y のF-R源(l_y)、 s_0s_j 上の白丸はF-R源(l_j)をあらわす。

- a 長さが $l_0 \sim l_y$ の範囲のすべてのF-R源が転位を増殖しつつ、転位の発生、移動による薄片の変形速度 $\dot{\epsilon}_y$ が、圧縮板Pの前進速度 v_0 にひとしく、薄片が定常変形をつづけている。受圧棒Rは、長さがある一定値 L'_0 のまま保たれている。
- b 圧縮板Pを止めて、薄片の圧縮を中断した瞬間。定常変形時に活動していたF-R源は、そのまま活動しつつ、発生した転位もそれまでと同じ速度で送り面上を移動する。受圧棒Rは、定常形時の長さ L'_0 にひとしい。
- c 各F-R源から発生した転位が、次々に薄片の表面にぬけ出るために、薄片はちぢみつつける。圧縮板Pが静止しているので、薄片のちぢんだ分だけ受圧棒Rがのびる。薄片が棒Rからうける力が減少するため、F-R源は短いものから順次活動を停止する。活動をつづけるF-R源の数が少なくなり、また、送り面に働く剪断応力が低下するため、転位の移動速度も小さくなる。こうして、氷のちぢむ速度は次第に減少する。
- d 応力緩和の末期の状態。大部分のF-R源は活動を停止し、送り面にのこっている少数の転位は、ゆっくり移動するだけとなる。受圧棒Rは、ほぼ、負荷のないときの長さ L_0 にもどる。

が、今は、圧縮板Pが止まっているので、薄片の変形量 $\dot{\epsilon}_y dt$ にひとしい分だけ、受圧棒Rが伸びる。

報告 II の第 III 節でのべたように、薄片の反抗力曲線は、受圧棒 R の歪; $\epsilon_R = \Delta L/L_0$ を電圧に変換してとり出し、その時間的変化を記録させたものである。定常変形時の反抗力 σ_Y は、そのときの棒 R の歪; $\frac{L_0 - L_0'}{L_0} = \Delta L_0/L_0$ に比例した力を示している。これは逆に、薄片が棒 R から、 $\sigma_Y = A \frac{\Delta L_0}{L_0}$ (A は常数) の力をうけているといってもよい。今、棒 R が $\dot{\epsilon}_Y \delta t$ だけ伸びたので、薄片がうける力は、 $\sigma_Y = A \frac{\Delta L_0}{L_0}$ から、 $\sigma_{Y-1} = A(\Delta L_0 - \dot{\epsilon}_Y \delta t)/L_0 = \sigma_Y - A \frac{\dot{\epsilon}_Y \delta t}{L_0}$ に減少する。これに対応して、剪断応力も τ_Y から $\tau_{Y-1} = \tau_Y - A' \dot{\epsilon}_Y \delta t$ (A' は常数) に減少するので、F-R 源 (l_Y) は転位の増殖活動を停止する。 τ が減少するために、転位の移動速度も、 v_Y から v_{Y-1} に減少する。F-R 源 (l_Y) が機能を停止したのちも、すでに発生した転位群は、その迂り面上を速度 v_{Y-1} で移動しつづける。また、F-R 源 (l_0) ~ F-R 源 (l_{Y-1}) は依然として転位を増殖しつづけているので、上にのべたと全く同じ過程によって、氷はさらにちぢみ、その結果、受圧棒はのび、氷内部の応力は減少する。このようにして、F-R 源 (l_Y) にひきつづき、F-R 源 (l_{Y-1})、(l_{Y-2})、…… が次々に機能をとめるため、氷体内の転位の数は急速に減少し、同時に転位の移動速度も減少しつづける。このときの状態を図 c に示した。

薄片の変形速度 $\dot{\epsilon}$ は、単位時間内に迂り面上を移動した転位の走査面積の総和でさまる。今考えている過程では、転位の移動速度も、転位の数も、ともに減少する一方なので、薄片の変形速度 $\dot{\epsilon}$ も次第に小さくなる。それに応じて、受圧棒 R の伸びる速度が、漸次減少する結果薄片がうける力も次第にゆっくりと減少するようになる。このようにして、報告 II の第 1 図の曲線 CD に示したように、はじめは急速に進行した応力緩和が、次第にゆるやかとなり、ついにはほとんど緩和しなくなる。応力緩和の末期の状態を、図 d に示した。迂り面に働く剪断応力は、非常に小さくなって、大部分の F-R 源はすでに機能を停止している。すでに発生した転位は、迂り面上をゆっくりと移動し、徐々に氷体外にぬけ出している。迂り面に働く剪断応力があまり小さくなると、転位が氷体外にぬけ出すことは困難になると考えられる。氷体内の不純物に妨害されたり、転位同士の相互作用によって、動けなくなるものも、かなりあるにちがいないからである。応力が、氷の臨界剪断応力より小さくなると、転位は事実上停止する。それ以後は、主に熱的な原因によって、わずかつつ氷体外に散逸するだけとなる。

以上のべてきたことは、定常変形中に圧縮を中断したばあいの単結晶氷の応力緩和についてであった。定常変形に達する前の、反抗力の増大過程に薄片の圧縮を中断したばあいにも上にのべたのと同じような過程をへて、応力緩和がおこると考えられる。

(3) 転位論的に導いた単結晶氷の応力緩和の式と実験式との比較

前項では、定常変形中に圧縮を中断したばあいの、単結晶氷の応力緩和の機構を、転位を用いて定性的に説明した。本項では、応力緩和現象を前項のように解釈したばあい、応力はどうのような形で減少すべきかを論じ、それと、実験でえられた緩和曲線とを比較対照してみよう。本項でも、主として、定常変形中に圧縮を中断したばあいにおこる応力緩和について考えることにする。

単結晶氷の薄片の定常変形時には、薄片の各辺り面に、定常変形剪断応力 τ_Y が働いている。このとき転位を増殖している F-R 源は、長さ l が、氷の臨界剪断応力 τ_c に対応する l_0 から τ_Y に対応する l_Y までの、 $l_0 \geq l \geq l_Y$ の範囲のものである。薄片の圧縮を中断して、応力が緩和しはじめると、前項でのべたように、F-R 源は、長さの短いものから順次、増殖活動を停止する。いま、応力緩和の比較的初期の段階（たとえば、第 2 図 c の状態）で、F-R 源 (l_{j+1}) が活動を停止した直後の状態を考えてみよう。このとき、長さが $l_{j+1} \sim l_Y$ の範囲の、比較的短い F-R 源はすでに活動を停止し、 l_j 以上の、 $l_j \leq l_i \leq l_0$ の範囲にある比較的長い F-R 源 (l_i) だけが活動している。辺り面に働く剪断応力は、F-R 源 (l_j) の臨界剪断応力 τ_j にひとしく、薄片中のすべての転位は τ_j によってきまる速度 v_j で辺り面上を移動している。

氷の転位の移動速度 v は、報告 II の第 VI 節にのべたように、数 μ/sec ~ 数十 μ/sec で、非常に小さな値である。このため、ある F-R 源が活動を停止したのち、すでに発生した転位がすべて薄片の外にぬけ出すまでには、一般にかなり長い時間 T を要すると考えられる。F-R 源が活動を止めても、すでに発生した転位の、薄片の変形への寄与を無視するわけにはいかない。いま、薄片の辺り面の辺り方向の長さを a 、その F-R 源が活動を停止してから、すでに発生した転位がすべて氷体外に散逸しおわるまでの転位の移動速度の平均を \bar{v} とする。すると、上の時間 T は $T = a/\bar{v}$ となる。筆者の行なった実験では、 $a \sim 1 \text{ cm}$ 、また、定常変形剪断応力 τ_Y は通常 3 kg/cm^2 のていどであったから、 \bar{v} は、 τ_Y に対応する速度の $1/2$ のていどで $5 \mu/\text{sec}$ である。よって、上記の時間 T は、 $T \sim 33$ 分となる。特別な結晶方位をもった試料のばあいをのぞくと、一般に応力緩和時間は、前にものべたように分 10 以内のことが多かった。これは、圧縮中断後 10~20 分ていどの間は、すでに活動を停止した F-R 源 (l_{j+1}) ~ (l_Y) も、実質的にはまだ、氷の変形に寄与していると考えて、ほぼ差し支えないことを意味する。

このように、圧縮中断後の、F-R 源 (l_{j+1}) が活動を停止した瞬間における氷の変形の過程を、近似的に、定常変形過程の単なる延長と考えることができる。ただ、このときは、応力 τ_Y が τ_j に、転位の速度 v_Y が、 v_j にそれぞれ減少していることがちがっている。そこで、定常変形時になりたつ、報告 II の (5.4) 式: $\dot{\epsilon}_Y = \frac{N_Y v_Y \tau_Y \sin \theta}{\pi G \xi^0}$ の、 τ_Y を τ_j に、 v_Y を v_j に書きなおせば、そのときの薄片の歪速度 $\dot{\epsilon}_j$ がえられる。

$$\dot{\epsilon}_j = \frac{N_Y v_j \tau_j \sin \theta}{\pi G \xi^0} \quad (2.4)$$

この式で、 ξ^0 は、圧縮中断時の薄片の長さとする。 N_Y は、定常変形時に活動しうる F-R 源の総数で、報告 II の第 VI 節でのべたように、定常変形剪断応力 τ_Y の函数である。同報告の (6.3)、(6.5) 式、および、 $\tau = \sigma \sin \theta \cos \theta$ の関係を用いると、

$$N_Y = k(\sigma_Y - \sigma_c) \xi^0 \sin \theta \cos^2 \theta \quad (2.5)$$

となる。今ここでは、定常変形時に薄片の圧縮を中断するばあいを考えているのだから、圧縮

中断時の薄片の反抗力 σ_R は、定常変形応力 σ_Y にひとしい。従つて、圧縮中断時に活動していた F-R 源の総数を N_R とすると、 $N_R = N_Y$ である。(2.5) 式の N_Y を N_R 、 σ_Y を σ_R に書きなおして、

$$N_R = k(\sigma_R - \sigma_c) \xi^0 \sin \theta \cos^2 \theta \quad (2.6)$$

がえられる。

(2.4) 式の v_j は、応力 τ_j に対応してきまる転位の移動速度である。報告 II の第 VI 節で、転位の移動速度 v と、応力 τ との関係を求めたときの (6.6) 式によつて、 v_j は

$$v_j = \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \frac{(\tau_j - \tau_c)^2}{\tau_j} \quad (2.7)$$

で与えられる。ここに、 β 、 k は常数である。(2.6)、(2.7) 式を、(2.4) 式に代入し、さらに、 $\tau = \sigma \sin \theta \cos \theta$ の関係を用いて τ を σ に書きなおすと、 $\dot{\epsilon}_j$ は

$$\dot{\epsilon}_j = \{\beta(\sigma_R - \sigma_c)(\sin 2\theta)^4 / 16\} \cdot (\sigma_j - \sigma_c)^2 \quad (2.8)$$

となる。この式は、応力緩和の初期の段階で、つねになりつつから、添字の j をはずして、

$$\dot{\epsilon} = \{\beta(\sigma_R - \sigma_c)(\sin 2\theta)^4 / 16\} \cdot (\sigma - \sigma_c)^2 \quad (2.9)$$

と書いてもよい。

一方、前項で説明したように、緩和時における薄片の歪速度 $\dot{\epsilon}$ は、応力の緩和速度 $\dot{\sigma}$ に比例して減少する。 a' を比例常数とすると、

$$\dot{\epsilon} = -a' \dot{\sigma} \quad (2.10)$$

である ($a' > 0$)。

(2.9)、(2.10) 式から

$$\dot{\sigma} = -\{\beta(\sigma_R - \sigma_c)(\sin 2\theta)^4 / 16 a'\} \cdot (\sigma - \sigma_c)^2 \quad (2.11)$$

がえられる。これが、応力緩和の初期の段階における、薄片の反抗力の減衰速度を与える式である。いまある薄片 (結晶方位 θ) が、応力 σ_R で定常変形しているとき、途中で薄片の圧縮を中断したばあいについて考える。(2.11) 式の右辺の中括弧の中は、ある一定値となるから、これを a で表わすと、

$$\dot{\sigma} = -a(\sigma - \sigma_c)^2 \quad (2.12)$$

これを解くと、

$$\frac{1}{\sigma - \sigma_c} = at + c$$

初期条件：圧縮を中断した瞬間、 $t=0$ で $\sigma = \sigma_R$ を用いると、積分常数 c は、 $c = \frac{1}{\sigma_R - \sigma_c}$ となる。よつて、上式は

$$\frac{1}{\sigma - \sigma_c} = at + \frac{1}{\sigma_R - \sigma_c} \quad (2.13)$$

ただし

$$a = \beta(\sigma_R - \sigma_c)(\sin 2\theta)^4 / 16 a'$$

これが、応力緩和現象を転位論的に考えて得た、定常変形過程からの、単結晶氷の応力緩和を表わす式である。

定常変形過程からの、応力緩和の初期の段階では、一般に $\sigma \gg \sigma_c$ である。 $\sigma_R \geq \sigma$ だから、もちろん、 $\sigma_R \gg \sigma_c$ となる。そこで、 σ_c を、 σ_R 、 σ に比して無視すると、上式は

$$\frac{1}{\sigma} = at + \frac{1}{\sigma_R} \quad (\sigma_R, \sigma \gg \sigma_c) \quad (2.14)$$

あるいは、これを書きなおして、

$$\sigma = \sigma_R \left(\frac{1}{a\sigma_R t + 1} \right) \quad (\sigma_R, \sigma \gg \sigma_c) \quad (2.15)$$

となる。ただし、 $a \sim \beta \sigma_R (\sin 2\theta)^4 / 16 a'$ 。

(2.14)、(2.15) 式は、実験で求めた単結晶氷の応力緩和の式(2.2)、(2.3)と全く同じ型の式である。このように、転位論的に考えて得た単結晶氷の、定常変形過程からの応力緩和の式は応力が氷の臨界剪断応力よりかなり大きいばあい限り、実験で得た式と全く一致することがわかった。

(2.13) 式、あるいは(2.14)式は、定常変形中に圧縮を中断したばあいの、単結晶氷の応力緩和についてなり立つ式である。しかし、定常変形に達する前の、反抗力の増大過程に、薄片の圧縮を中断したばあいにも、近似的に上の式がなりたつと考えてもよいであろう。

(4) 単結晶氷の応力緩和時間

報告 II の第 1 図の曲線 E_2F_2 、 E_3F_3 、 E_4F_4 、 EF 、 CD に示したように、氷の応力緩和の速度、あるいは、応力が圧縮中断直前の値 σ_R の一定値分の $1/(1/n; n$ はある一定値) に減少するまでに要する時間 λ は、 σ_R が大きいほど小さくなる。一般に、 λ として、 σ が σ_R の $1/e$ に減少するまでに要する時間が用いられ、緩和時間といわれている。単結晶氷の応力緩和は、(2.1) 式に示したように、指数函数形 e^{-t} の型でおこらないので、緩和時間として上の定義を用いるのは意味がない。本節の第(1)項でのべたように、試料の結晶方位角 θ が 0 または 90° に近いとき、あるいは、 σ_R が小さいときに圧縮を中断したばあい、応力は容易には緩和しない。そこで、ここでは応力が σ_R の $1/2$ に減少するまでに要する時間を、便宜上、応力緩和時間となづけ、これを λ であらわすことにする。

λ が σ_R の大小によって変化するということは、氷の応力緩和時間が、氷に特有な常数でないことである。「氷の応力緩和時間は、何分ていどである」、というのは、あまり意味がない。

(2.14) 式によると、圧縮中断後、応力が $1/2$ に減少するまでに要する時間 λ は、

$$\lambda = \frac{16a'}{\beta(\sin 2\theta)^4} \cdot \frac{1}{\sigma_R^2} \quad (\sigma_R \gg \sigma_c) \quad (2.16)$$

となる。この式は、 $\sigma_R \gg \sigma_c$ のばあい、応力緩和時間 λ が、圧縮中断時の応力の自乗に逆比例することを示している。そこで、縦軸に λ 、横軸に $1/\sigma_R^2$ を目盛ったグラフに、数個の薄片につい

てえた λ , σ_R を記入してみた。第3図がそれである。記入した σ_R の値の最小値は $\sigma_R \sim 6\sigma_0$ であって、必ずしも $\sigma_R \geq \sigma_0$ の条件を充たしていないが、図にみられるように、 λ はほぼ σ_R^2 に逆比例していることがわかる。

(2.16)式は、同一の σ_R で応力緩和を行なうと、 λ は θ だけに關係することを示している。

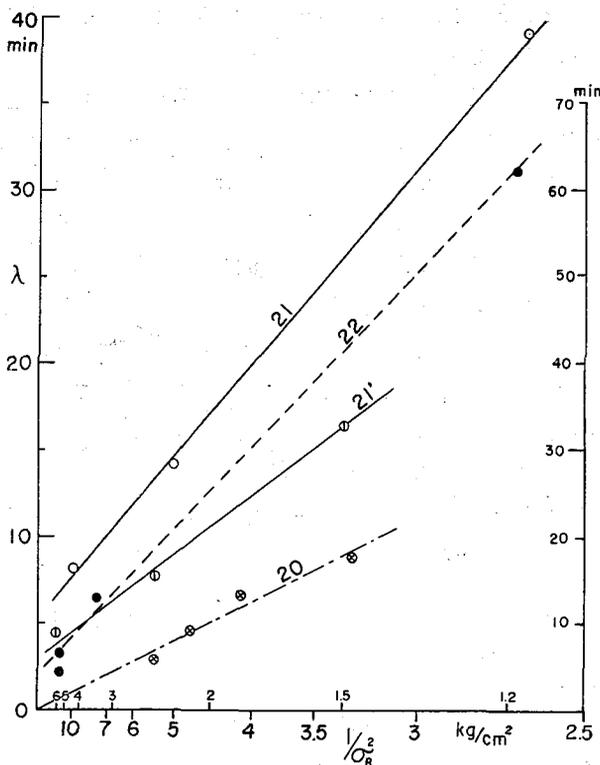
この式で、 θ が 45° のとき、すなわち、薄片の最大剪断応力面が、氷の γ 面に一致するばあい、 λ は最小値となって、応力が緩和しやすいことを示す。実験でも、本節の(1)のべたように、 $\theta \sim 45^\circ$ のばあい、応力は急速に緩和した。(2.16)式で θ が 45° からはずれるにつれて、 λ は大きくなり、 $\theta = 0^\circ$ および、 $\theta = 90^\circ$ のとき無限大となる。 λ が無限大ということは、応力が緩和しないことである。 θ が 0° , 90° にひとしいというのは、結晶主軸(c軸)方向、あるいは、c軸に直角な方向から薄片を圧縮するばあいに、それぞれ対応する。

このようなばあい、応力がなかなか緩和しないことは、実験的にたしかめられ、本節の(1)でのべた通りである。

このように、(2.16)式は、定性的にはあるが、実験事実をうまく説明する。この式で、実験結果を量的にも説明できるかどうかは、現在まだ実験中で、わからない。

III. 多結晶氷の応力緩和

一般に、多結晶氷は、いろいろな結晶主軸(c軸)方向をもつ小さな単結晶氷の粒の集合体である。1つの結晶粒の γ 面の両端は、通常、隣接する結晶粒と接しているの、互いに他の結晶粒の γ 面を妨害し、単結晶氷のように自由に変形することはできない。このため、応力緩和の過程も、単結晶氷のように単純でないことは、容易に想像できる。そこで、単結晶氷の



第3図 単結晶氷の応力緩和時間 λ が、圧縮中断の瞬間の反抗力 σ_R の自乗に逆比例することを示す図。縦軸には λ , 横軸には $1/\sigma_R^2$ を目盛である。各直線の近くにつけた数字は、薄片試料の番号である。このうち、21'は、薄片21番を、引張り試験したあと、 -10°C の温度に約16時間放置したのち再び使用したので、21'とした。右側の縦軸、および、横軸の上に書いた小さな字の目盛は、薄片22番だけに対する目盛である。

このように、(2.16)式は、定性的にはあるが、実験事実をうまく説明する。この式で、実験結果を量的にも説明できるかどうかは、現在まだ実験中で、わからない。

薄片と、形、大きさなどが同一になるように作った多結晶氷の薄片を用いて、多結晶氷の応力緩和曲線を求めた。

実験に用いた装置や方法は、単結晶氷のばあいと全く同一である。薄片は、主として、大きな市販氷の塊から切り出した。用いた市販氷の結晶粒は、一辺の長さが数 mm の五角あるいは六角形の断面をもち、長さが数 cm の細長い単結晶の柱で、ほぼ同方向に並んでいた。各結晶粒の c 軸は、柱の軸に垂直な横断面、あるいはそれに近い面内に含まれることが多かった。薄片は、結晶粒の断面が薄片の最大面積に平行になるように切りだした。薄片に含まれる結晶粒の c 軸は、薄片の面に平行か、あるいは平行に近いことになる。市販氷のほかに、少数ではあるが、「つらら」、あるいは、積雪を水につけ、凍結させて作った人工氷からも薄片を切り出した。このようにして作った多結晶氷の薄片を用い、単結晶氷のばあいと同様にして、多結晶氷の応力緩和曲線を記録した。

(1) 多結晶氷の応力緩和曲線の型

木下²⁾ は、積雪の柱を一定速度で圧縮したばあいの応力緩和を詳しく研究した。積雪のばあい、圧縮中断後数分間の間は、応力 σ が時間 t とともに、次式に従って減少する。

$$\sigma = \sigma_R e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (3.1)$$

ここに σ_R は圧縮中断直前の応力、 λ は、 σ が σ_R の $1/e$ に減少するまでの時間、すなわち、応力緩和時間である。積雪の応力緩和時間は、圧縮速度、圧縮量、温度などによってことなるが通常 5~6 分のていどであった。

筆者のえた多結晶氷の応力緩和曲線も、積雪のばあいと同様、圧縮中断後の 10~11 分の間は、近似的に (3.1) 式の $e^{-\frac{t}{\lambda}}$ の形であった。それ以後は、別の緩和時間をもった $e^{-\frac{t}{\lambda_2}}$ 、さらに数十分後には、また別の $e^{-\frac{t}{\lambda_3}}$ の形であることがわかった。

多結晶氷の応力緩和が、積雪と同じ形でおこるのは、積雪も一種の多結晶氷体であるから当然のことかも知れない。

積雪の応力緩和の式 (3.1) は

$$\sigma = \sum_i \sigma_i e^{-\frac{t}{\lambda_i}} \quad (3.2)$$

の形に変換できる。これは、木下²⁾ がのべたように、積雪の力学的性質が、性質のことなる多数の「マックスウェル物体」を並列に連結した模型で表わされることを示している。

筆者が求めた多結晶氷の応力緩和曲線の形は、上にのべたように、

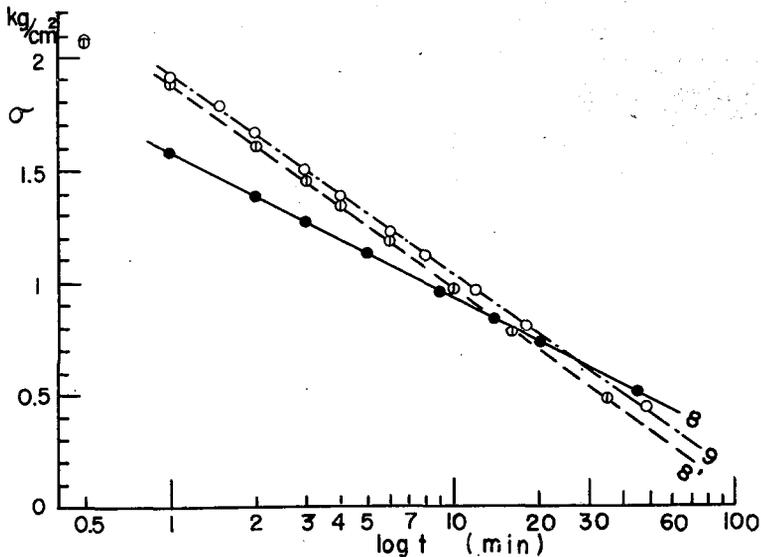
$$\sigma = \sum_i \sigma_i e^{-\sqrt{\frac{t}{\lambda_i}}} \quad (3.3)$$

であったが、これも結局、(3.2) 式の形に変換できる。すなわち、多結晶氷の力学的性質も、積雪と同様な模型で表わされることになる。

(3.2)式で表わされる模型は、形式的には簡単なものであるが、実際にこれを用いて、多結晶氷の物理的性質を論ずることは困難である。そこで、結晶氷の緩和曲線の(3.3)式よりも、もっと単純な数式的表示をさがし求めてみた。いろいろと試みたすえ、1~100分ていどの比較的長い時間の範囲で、応力は、

$$\sigma = B - A \log t \tag{3.4}$$

という単純な式に従って緩和することがわかった。第4図に、縦軸に応力 σ 、横軸に時間の対数 $\log t$ を目もったときの、多結晶氷の応力緩和曲線の例を示してある。応力緩和が、(3.4)式にほぼ従っていることがわかるであろう。



第4図 多結晶氷の応力緩和曲線の例。縦軸に応力 σ 、横軸に時間の対数 $\log t$ を目盛ってある。各曲線の右端につけた数字は薄片番号。このうち、8'は、圧縮試験したあと、 -10°C の温度に約1昼夜放置した薄片8を、再び使ったので、8'とした。

応力は、かなり長い時間にわたって、対数的に減衰することがわかるであろう。

(2) 多結晶氷の応力緩和曲線

単結晶氷の応力緩和は、圧縮中断後も、氷が迂り圧縮変形をつづけるためにおこる現象だと考えた。多結晶氷の応力緩和も、単結晶氷と同様に、圧縮中断後も何らかの形で、氷が塑性圧縮変形しつづけるためにおこるにちがいない。単結晶氷の変形は、単純な底面迂りだでおこると考えればよかったが、多結晶氷のばあいには、変形は単結晶氷のように簡単ではない。

多結晶氷は、結晶方位のことなる多数の小さな単結晶氷の粒の集合体である。結晶粒ごとに結晶方位がちがうため、それぞれの迂り面に働く剪断応力の大きさがことなる。報告IIの第V節でのべたように、氷の迂りによる変形速度は、迂り面に働く剪断応力の大きさによってき

まるので、多結晶氷では、結晶粒ごとに変形速度がちがってくる。また、各結晶粒は、結晶粒界を境にして、となりの結晶粒と接しているため、一般に、迂り面の両端は自由表面でない。各結晶粒内のフランク・リード源から発生し、迂り面内を移動する転位は、結晶粒界にぶつかるため、自由に外部にぬけ出すことができず、転位の堆積がおこる。このほか、結晶粒界が粘性流体に類似した性質をもっていて、結晶粒界にそう迂りがおこることも知られている。

以上のべたことは、すべて、多結晶氷の塑性変形に関係があるので、多結晶氷の塑性変形は、単結晶氷のばあい比べて、はるかに複雑である。

単結晶氷のばあいには、応力緩和の過程を転位論的な立場から考えて、薄片の歪速度 $\dot{\epsilon}$ と、そのとき薄片に働いている応力 σ との関係を導くことができた。それによると、 $\dot{\epsilon}$ は σ の自乗に比例する(第II節の第3項参照)。多結晶氷のばあいには、転位論の立場から、 $\dot{\epsilon}$ が σ のどのような函数になるかを求めるのは、上にのべた理由によって、今のところ困難である。そこで、ここでは、実験でえられた応力緩和曲線から、逆に、 $\dot{\epsilon}$ と σ との函数関係; $\dot{\epsilon}=f(\sigma)$ を求めるだけにとどめる。

前節の(2.10)式で与えたように、緩和時における薄片の歪速度 $\dot{\epsilon}$ は、応力の緩和速度 $\dot{\sigma}$ に比例して減少する。すなわち、

$$\dot{\epsilon} = -a \dot{\sigma} \quad (2.10)$$

一方、実験的にえた応力緩和の式:

$$\sigma = B - A \log t \quad (3.4)$$

から、応力緩和速度 $\dot{\sigma}$ を求めると、

$$\dot{\sigma} = -A/t \quad (3.5)$$

(3.4)式を用いて、(3.5)式の時間 t を消去し、えられた $\dot{\sigma}$ と σ との関係を(2.10)式に代入すれば、 $\dot{\epsilon}$ と σ との関係が求まる。簡単な計算の結果、

$$\dot{\epsilon} = k e^{\beta \sigma} \quad (3.6)$$

がえられる。ここに、 k , β は常数。

これが求むる $\dot{\epsilon}$ と σ との関係式である。すなわち、多結晶氷の歪速度 $\dot{\epsilon}$ は、応力 σ の指数函数である。

単結晶氷の応力緩和過程では、歪速度 $\dot{\epsilon}$ が応力 σ の自乗に比例した{(2.9)式}。これと、多結晶氷について得た結果を比べると、多結晶氷の歪速度の方が、単結晶氷よりも、はるかに強く応力の大きさに依存していることがわかる。これは、本節のはじめにのべたように、多結晶氷には、結晶粒界が存在するため、単結晶氷よりはるかに変形し難いことから考えて、当然のことであろう。歪速度が応力とともに指数函数的に増加するという関係は、金属の塑性変形や回復の理論においても、しばしば用いられる重要な関係である⁹⁾。

IV. ま と め

大きな単結晶氷および多結晶氷の塊から切り出した長方形の薄片を、1時間に数%ていど

のある一定の歪速度で圧縮(引張り)した。このとき、薄片の示す反抗力は、はじめは急速に増大するが、やがてある一定の値におちつく。変形の途中で圧縮を中断すると、反抗力は急速に減少し、応力緩和の現象を示す。この報告では、上のようにしてえた応力緩和曲線を解析し、報告 I, II でのべた氷における転位の概念を用いて、氷の応力緩和現象の解釈をこころみた。えられた結果をまとめると、次のようになる。

(1) 単結晶氷の応力緩和

i) 圧縮中断後、応力 σ は時間 t とともに、最初の値 σ_R から

$$1/\sigma = At + B \quad (B = 1/\sigma_R) \quad (2.2)$$

すなわち、

$$\sigma = \sigma_R \left(\frac{1}{At + 1} \right) \quad (2.3)$$

の形に従って減少する。第 1 図にこの関係を示した。

ii) 単結晶氷のばあいの、応力が緩和する過程を第 2 図に示した。これは、圧縮中断後も、氷体中に転位が発生し、移動することによって氷が変形をつづけ、その結果として応力が緩和するという考え方を示したものである。

iii) 報告 II でのべた氷の塑性変形に関する考えを用いると、応力緩和の過程では、氷の変形速度が応力の自乗に比例することになる。このことを利用して、計算で求めた応力緩和曲線の形が、実験でえた式(2.2)と同じ形になることを示した。

iv) 実験によると、圧縮中断時の応力 σ_R が大きいときほど、応力は早く緩和する。便宜上、応力が σ_R の 1/2 に減少するまでに要する時間 λ を単結晶氷の緩和時間と名づけ、これを、応力の緩和速度の目安にした。転位を考慮に入れた計算によると、 λ は σ_R^2 に逆比例することがわかる。実際に λ と σ_R^2 の関係を示したのが第 3 図である。近似的ではあるが、 λ が σ_R^2 に逆比例していることがわかった。

(2) 多結晶氷の応力緩和

i) 多結晶氷では、第 4 図に示したように、応力は、圧縮中断後 1~100 分の時間範囲について、

$$\sigma = B - A \log t \quad (3.4)$$

の形に従って緩和することがわかった。

ii) この応力緩和曲線の式から、薄片の歪速度 $\dot{\epsilon}$ と、応力との関係を求めたところ、

$$\dot{\epsilon} = k e^{\beta \sigma} \quad (3.6)$$

(k, β は常数) がえられた。これは、金属の塑性変形の理論などでもしばしば用いられる関係である。

おわりに、終始御指導をいただいた吉田順五教授に、深く感謝致します。なお、この研究に要した費用の一部は、文部省の科学研究費から支出された。

文 献

- 1) たとえば, Jellinek, H. H. G. and Brill, R. 1955 Visco-elastic properties of Ice. Jour. Appl. Phys., **27**, 1198-1209.
- 2) 木下誠一 1960 積雪における変形速度と変形形式との関係 III. 低温科学, 物理篇, **19**, 134-146.
- 3) Landauer, J. K. 1955 Stress-strain relations in snow under uniaxial compression. Jour. Appl. Phys., **26**, 1493-1497.
- 4) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について. I. 低温科学, 物理篇, **20**, 57-76.
- 5) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について. II. 低温科学, 物理篇, **20**, 77-100.
- 6) Cottrell, A. H. 1953 Dislocations and plastic flow in crystals. Oxford.

Résumé

(1) As stated in the previous two papers (Plastic deformation of ice, I and II), the stress in a plate of ice crystal begins to relax when movement is stopped of the metal plate attached to its end for compression. If time t is counted from the moment the compression is stopped, between t and the reciprocal of the relaxing stress τ (shear stress on the basal plane of the ice crystal) there is found the relationship

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_R} + At, \quad (1)$$

as shown by the straight lines in Fig. 1 of the text. τ_R is the value of τ at $t=0$.

In order to indicate how fast the stress relaxes, the relaxation half time λ in which the stress is reduced to half its initial value τ_R shall be introduced. λ is found to depend upon τ_R as well as upon θ , the angle between the c -axis of the ice crystal and the direction of compression. The larger τ_R is, the shorter λ becomes. When $\theta=0^\circ$, that is, when the ice crystal is so placed to have its c -axis in the direction of compression, λ is found to be 2 hours at -10°C , while it comes to be as long as 24 hours in case of $\theta=90^\circ$ at the same temperature. But, excluding the cases of the above two special angles, λ is short; for instance, λ lies within the range 5-10 minutes when θ is near 45° .

(2) Fig. 2 of the text shows schematically how the dislocations in the basal planes of the ice crystal disappear during the period of stress relaxation. Even when the metal plate P stops moving in the state of figure **b**, the ice plate is still shortening due to the slips on the basal planes caused by the shear stress τ_R , with the result that the metal plate Q at the right end of the ice plate begins to move leftwards. With that leftwards motion of plate Q, the force F on the measuring device (not shown in the figure) joined to the right end of rod R diminishes in proportion to the displacement D of plate Q. Since F is proportional to σ , the normal stress in the ice plate in the direction of compression, and, since D is linearly dependent upon ϵ , the strain of contraction of the ice plate, there holds the relationship

$$\dot{\epsilon} = a'\dot{\sigma} \quad (2)$$

As plate Q moves to the left the stress σ weakens and Frank-Read sources one after

another discontinue generating dislocations beginning with the source of the shortest length l_Y , the basal planes with such Frank-Read source stopping to slip at the same time. In figure **c** of Fig. 2, the generation of dislocations from the Frank-Read sources were stopped in the basal planes marked s_Y and s_j and only partial slips are occurring in them. In figure **d**, all the basal planes but one have ceased slipping.

The longest Frank-Read source of length l_0 stops generating dislocations when the shear stress acting on it is reduced to the critical shear stress τ_c introduced in the previous paper. Therefore, all the basal planes come to a standstill and the ice plate ceases to contract when σ drops to the value $\sigma_c = \tau_c / \sin\theta \cos\theta$.

Let it be supposed that τ has been reduced from $\tau_Y (= \tau_R)$ to τ_j and the Frank-Read sources having lengths ranging from l_Y to l_j have already stopped generating dislocations. Here τ_R is assumed to be equal to τ_Y which shear stress is the steady one causing the steady flow of the ice plate represented by horizontal part BC of the curve in Fig. 1 of the previous paper. In addition to that, it is assumed that τ_j is not far below τ_Y or τ_R and consequently the slipping basal planes have decreased in number by so little that their number is almost the same N_Y as at the beginning of relaxation. Under those assumptions equations (1), (3) and (4) of the previous paper take the shape of

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_j &= \frac{N_Y v_j \tau_j \sin\theta}{\pi G \xi}, \\ v_j &= \frac{\pi G \beta}{k} \cdot \frac{(\tau_j - \tau_c)^2}{\tau_j}, \\ N_Y &= k (\tau_Y - \tau_c) \xi \cos\theta.\end{aligned}$$

From those equations, using the general relation $\tau = \sigma \sin\theta \cos\theta$, one can deduce the differential equation

$$\hat{\varepsilon} = \{\beta (\sigma_R - \sigma_c) (\sin 2\theta)^4 / 16\} (\sigma - \sigma_c)^2 \quad (3)$$

The combination of this equation with the above equation (2) of the present paper gives

$$\dot{\sigma} = a (\sigma - \sigma_c)^2 \quad (4)$$

a being a constant equal to $\beta (\sigma_R - \sigma_c) (\sin 2\theta)^4 / (16 a')$. With the initial condition that $\sigma = \sigma_R$ at $t=0$, equation (4) yields the solution

$$\frac{1}{\sigma - \sigma_c} = at + \frac{1}{\sigma_R - \sigma_c} \quad (5)$$

In the early stage of relaxation that is being considered here, σ is usually much larger than σ_c . Then equation (5) can be written as

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_R} + at \quad (6)$$

which is the same form as equation (1) obtained by the experiments.

(3) The formula for the relaxation half time defined above in article (1) is obtained from equation (6) as

$$\lambda = \frac{16 a'}{\beta (\sin 2\theta)^4} \cdot \frac{1}{\sigma_R^2} \quad (7)$$

In Fig. 3 λ is plotted against $1/\sigma_R^2$; the experimental results agree well with equation (7).

As stated in article (1) λ is not more than 10 minutes for $\theta=45^\circ$ while it becomes as large as 2 hours for $\theta=0^\circ$ and 24 hours for $\theta=90^\circ$. In accord with these experimental results equation (7) gives a minimum value at $\theta=45^\circ$ and infinitely large values at $\theta=0^\circ$ and $\theta=90^\circ$.

(4) Compression experiments made on plates of polycrystalline ice cut out from large blocks of commercial ice gave curves of relation which can be formulated as

$$\sigma = B - A \log t. \quad (8)$$

As shown in Fig. 4, the experimental results agree very well with this equation. Equation (8) combined with equation (2) gives

$$\dot{\epsilon} = k e^{\beta\sigma}$$

relation of the same form as that used often for explaining the phenomena of recovery of polycrystalline metals.