HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	海氷の力学的性質の研究　VI ： 静荷重による曲げ
Author(s)	田畑, 忠司
Citation	低温科學. 物理篇, 20, 187-198
Issue Date	1962-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17990
Type	departmental bulletin paper
File Information	20_p187-198.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Tadashi TABATA 1962 Studies on Mechanical Properties of Sea Ice VI. Bending Tests of Sea Ice Beams. *Low Temperature Science, Ser. A, 20.* (With English résumé p. 197)

海氷の力学的性質の研究 VI*

——静荷重による曲げ——

田畑忠司
(低温科学研究所 海洋学部門)

(昭和36年11月受理)

I. まえがき

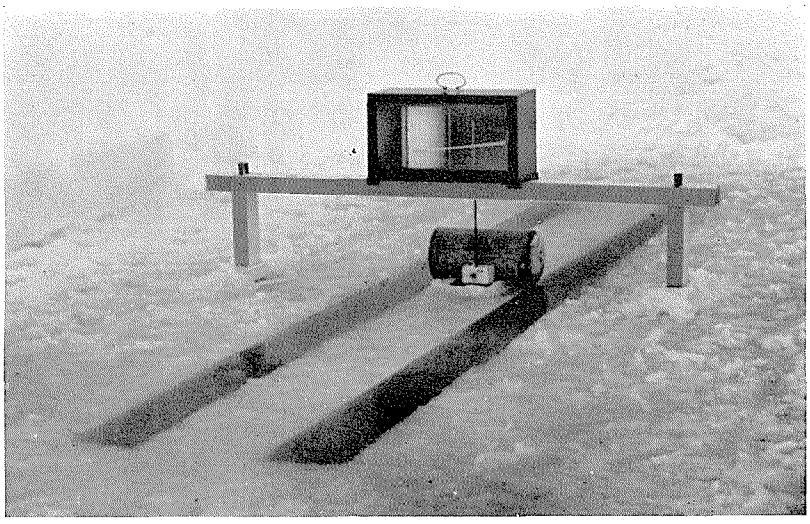
定着氷上で適当に海面を露出させると海に浮んだ海氷の梁を作ることができる。筆者は数年前から，この様な梁に静荷重を加えたときに生ずる撓みの時間的変化を測定して，海氷の粘弾性的性質を研究して来た[1]。その結果，海氷の粘弾性的性質は塑性学でいうところの Maxwell-Voigt 模型で近似させることも出来るということがわかった。もし海氷が Maxwell-Voigt 模型であらわされるならば，荷重を加えてからある時間経過したのちでは，海氷の梁の撓みの増加速度は一定の値になる。しかし撓みの実測結果を詳細に検討すると，撓みの増加速度は一定の値にならないで極めて僅かではあるが時間の経過とともに減少しつづける傾向がある。この傾向は1960年2月に紋別港内外の定着氷上で行なった測定によっても確められた。そのため，全く立場を変えて，海氷は時間とともに変化する粘性係数を有しているとして，上記の測定及びそれ以前に行なった測定結果をも具合よく解析することができた。

II. 測定方法

結氷板上に測定に用いようとする氷の棒の形を作図して，その両側の部分の氷を適当な幅で取除くと，第1図に示した様に両端が固定された氷の梁を得ることができる。1960年2月に北海道オホーツク海岸の紋別港の沿岸結氷上でこのような氷の梁をつくって測定を行なった。梁の中央に荷重を載せると梁は次第に沈下する。そのときに，写真に示した様に，梁の両側の氷板を基準にして梁の中央の沈下量の時間的変化を記録させた。沈下量は機械的に約100倍に拡大して自記円筒上に記録させた。一部の試料ではある時間沈下量を記録させたのちに荷重を取り去り，その後に沈下が回復する様子も記録させた。

測定に用いた梁の長さは3～4 m，幅は30～40 cm で厚さ，すなわち氷厚は20 cm 前後である。長さは測定前に，厚さと幅は測定終了後に氷の梁を氷板上に引き上げて測った。氷の温度は近くの氷板に埋設しておいた曲管寒暖計（球部の深さが表面から3.5, 16, 21 cm）で読み取

* 北海道大学低温科学研究所業績第600号



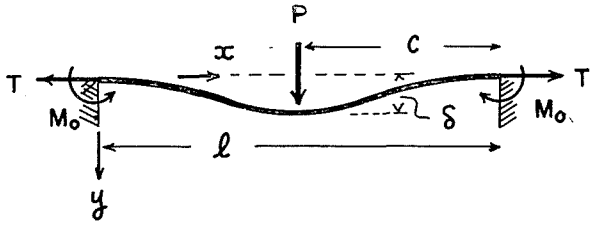
第 1 図　海氷の撓みを測定中の写真

った。露出した海面には測定中に氷が出来て，しまいには梁の沈下をさまたげる様になる。このため，1回の測定はほぼ2時間で打ち切った。氷の塩素量は測定に用いた梁自身もしくはその近傍から切りだした円筒試料（直径約 6 cm）の融解水についてモールの銀滴定法で測定して求めた。用いた荷重の重量は 12.8 kg で測定された梁の中央の沈下量の最大値は 0.15 cm であった。氷の温度は表面近くでは −1.5°〜−3.5°C，底面近くでは −0.8°〜−1.5°C で，一回の測定中にある点の温度が 0.2°C 以上変化することはなかった。

III. 氷の梁に生ずる歪

第1図に示されている氷の梁は海水に浮んでいるので，図のように集中荷重を加えたときの梁の沈下，すなわち，撓みを考えるときに梁自身の重量に原因する撓みは無視することができる。梁は撓むにつれて水中に没することになるので浮力が働き，その値は測定された最大の撓み 0.15 cm のときにおよそ 0.4 kg であった。浮力は梁の各部分の撓みの量に応じて作用するのであるが，その合計の最大値が加えた荷重の僅か 3% にすぎないので，浮力に相当する分だけ少ない荷重を加えたと考えても差支えないであろう。

測定に用いた梁は，第1図に示す様に両端が周囲の海氷に固定されていて不動と考えることができる。すなわち，荷重 P によって撓み δ を生ずると第2図に示すような張力 T を生ずる。したがって梁の内部には荷重 P による曲げに原因する歪と



第 2 図　梁に作用する外力

共に，張力 T によって梁の中立線の長さが変ることによる歪が生ずる筈である。

すなわち，氷の梁に作用している応力は，第2図に示したように，横荷重 P と軸方向の引張り応力 T，支持点 A，及び B における大きさがひとしく，互に反対方向に向いている偶力 M_0 とである。

このような場合の撓み曲線 y は，両端回転の梁に張力 T と横荷重 P が加わったときの撓み曲線 y_1 と，梁の両端に張力 T と偶力 M_0 が加わった場合の撓み曲線 y_2 を重畳したものとしてあらわされる。

両端回転の梁に軸方向の張力 T と横荷重 P が作用したときの撓み曲線の微分方程式は，第2図に示したように x 軸を梁の長さの方向に y 軸を鉛直下向きにとると，撓み量が小さいときには，

梁の左半分に対して

$$EI\frac{d^2y_1}{dx^2}=Ty_1-\frac{Pc}{l}x \tag{1}$$

右半分に対しては

$$EI\frac{d^2y_1}{dx^2}=Ty_1-\frac{P(l-c)}{l}(l-x) \tag{2}$$

となる。E は梁の弾性率，I は梁の慣性能率である。これらの式において $-\frac{T}{EI}=(ik)^2$ とおき，梁の両端では撓みがなく又，$x=c$ で(1)，(2)式はひとしい撓み及び撓み角を与えるという条件を用いると，

梁の左半分の撓み曲線は

$$y_1=-\frac{P\sinh kc}{Tk\sinh kl}\sinh kx+\frac{Pc}{Tl}x \tag{3}$$

右半分の撓み曲線は

$$y_1=-\frac{P\sinh k(l-c)}{Tk\sinh kl}\sinh k(l-x)+\frac{P(l-c)}{Tl}(l-x) \tag{4}$$

となる。

$c=\frac{l}{2}$ すなわち，梁の中央に荷重を加えたときには，(3)，(4)式はそれぞれ

$$y_1=-\frac{P\sinh\frac{kl}{2}}{Tk\sinh kl}\sinh kx+\frac{P}{2T}x \tag{5}$$

$$y_1=-\frac{P\sinh\frac{kl}{2}}{Tk\sinh kl}\sinh k(l-x)+\frac{P}{2T}(l-x) \tag{6}$$

となる。また梁の左端，すなわち $x=0$ における撓み角 $(\theta_1)_{x=0}$ は

$$(\theta_1)_{x=0}=\left(\frac{dy_1}{dx}\right)_{x=0}=\frac{Pl^2}{8EI}\frac{1-\operatorname{sech}u}{u^2} \tag{7}$$

となる。ここで $u^2=\frac{k^2l^2}{4}=\frac{Tl^2}{4EI}$ である。

次に梁の両端に張力 T と，方向が互に反対で大きさのひとしい偶力 M_0 とが働いたときの撓み曲線は，(3)又は(4)式で c が無限に零に近づき，また $Pc=M_0$ とした場合に相当する。したがって，$\sinh kc=kc$ とすると，撓み曲線は

$$y_2=\frac{l^2M_0}{4EIu^2}\left\{\left(\frac{x}{l}-\frac{\sinh kx}{\sinh kl}\right)+\left(\frac{l-x}{l}-\frac{\sinh k(l-x)}{\sinh kl}\right)\right\}$$

$$=\frac{l^2M_0}{4EIu^2}\left\{1-\frac{\cosh(u-kx)}{\cosh u}\right\} \tag{8}$$

となり，左端 $x=0$ における撓み角 $(\theta_2)_{x=0}$ は

$$(\theta_2)_{x=0}=\left(\frac{dy_2}{dx}\right)_{x=0}=\frac{M_0l}{2EI}\frac{\tanh u}{u} \tag{9}$$

である。今問題としている梁では両端が固定されているので曲げによって回転が生じない。すなわち，(7)，(9)式で $(\theta_1)_{x=0}=(\theta_2)_{x=0}$ である。これから偶力 M_0 を求めると

$$M_0=\frac{-Pl}{4}\frac{\cosh u-1}{u\sinh u} \tag{10}$$

となる。

求める撓み曲線は(5)式，又は(6)式と(8)式の重畳によって求められる。今，(10)式の M_0 を用いると，第2図の梁の左半分の撓み曲線は，

$$y=\frac{Pl^3}{16EI}\frac{1}{u^3}\left\{\frac{1-\cosh u-\cosh kx+\cosh(u-kx)}{\sinh u}+\frac{2ux}{l}\right\} \tag{11}$$

となる。故に梁の中心 $x=\frac{l}{2}$ における撓み量 δ は

$$\delta=(y)_{x=\frac{l}{2}}=\frac{Pl^3}{192EI}\cdot\frac{12}{u^3}\left\{u-\tanh u-\frac{(1-\cosh u)^2}{\sinh u\cdot\cosh u}\right\} \tag{12}$$

である。

(12)式の右辺の第1因子は張力 T がない場合の撓み量をあらわし，第2因子は張力 T による補正量である。

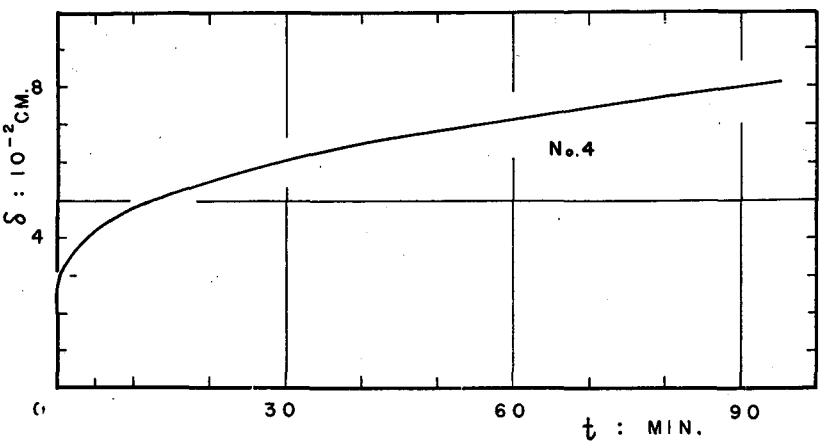
海氷の弾性率 E は，筆者の測定[1]によると，静荷重を加えた場合には $1\sim8\times10^3$ kg/cm² 程度である。また測定中に海氷の梁が破壊することはなかったので，第2図の軸方向の引張り力 T の最大値は海氷の引張り破壊に要する応力を越えないことは確かである。引張り強度は，筆者の測定[2]によると，氷の密度や温度の函数で，温度が上ると小さくなるが，−3°C ではたかだか 12 kg/cm² である。この測定中に氷の温度は −3°C より多少高かったので T は 12 kg/cm² 以下と考えることができる。梁の幅は 30〜40 cm，厚さは約 20 cm で長さは 300〜400 cm であったから，$u=\sqrt{\frac{T}{EI}}\cdot\frac{l}{2}$ の最大値は，たかだか 0.16 である。$u=0.16$ ならば，梁の中央の撓みを与える(12)式の右辺の第2因子は 0.996 である。すなわち，軸方向の張力 T による梁の撓

みの減少は 0.4% 以下である。

このように両端固定の海氷の梁の撓みに対する軸方向の張力 T の影響は小さい。それ故，$T=u=0$ として，すなわち曲げによって梁の中立線の長さが変らないとして梁の撓み量，梁の内部に生ずる歪などを求めても差支えない。

IV. 測 定 結 果

得られた時間—歪曲線の例を第3図に示した。荷重を加えた瞬間に弾性的な撓みが生じ，引き続いて撓みは時間と共に次第に増している。前節で述べたように，今の場合には軸方向の



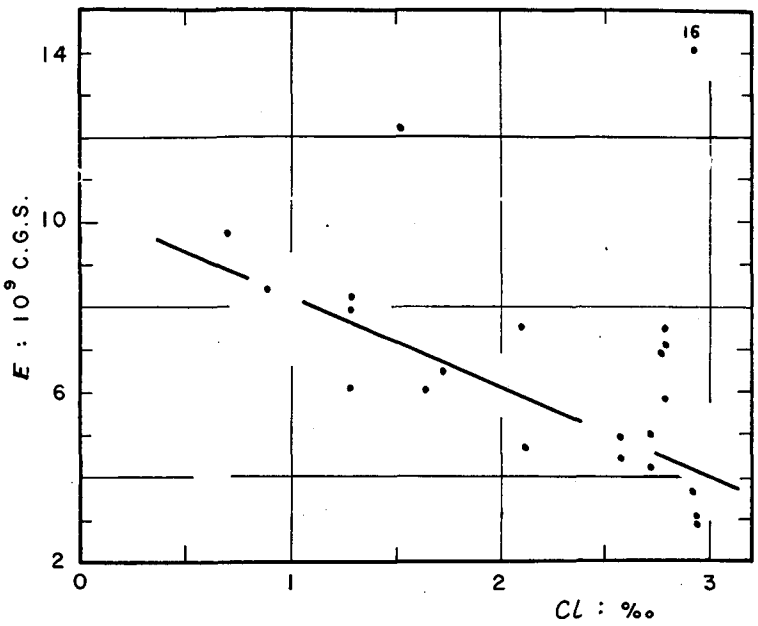
第 3 図 海氷の梁の撓み δ の時間的変化の一例

引張り力 T はないものと考えることができるので，荷重を加えたときに弾性的に生じた撓みの量 δ_E は，

$$\delta_E = \frac{Pl^3}{192I}\frac{1}{E} \tag{13}$$

であらわされる。P は横荷重で $P=12.8$ kg である。I は梁の慣性能率で梁の幅を W，厚さを h とすると $I=\frac{Wh^3}{12}$，l は梁の長さである。測定された弾性的撓み δ_E 及び (13) 式を用いて求めた弾性率 E と梁の塩素量の関係を第4図に示した。弾性率は，2～14×10^9 C.G.S のあいだを変化しているが，平均すると 6.5×10^9 C.G.S である。これらの結果は筆者が以前に報告した値と良く一致している。塩素量と弾性率の関係は，No. 16 の測定がなければ，塩素量がふえるにつれて弾性率が低下する傾向があることは明らかである。氷中のブライン量が多くなると塩素量が多くなるので，氷全体としての弾性率が小さくなることは当然期待される結果なので，No. 16 の弾性撓み δ_E の値が何らかの原因によって小さく測定されたために計算された弾性率が著しく大きくなったものとおもわれる。

第3図にあきらかなように梁の撓みは時間とともに増している。しかしその加速度は次第



第 4 図 海氷の静的弾性率と塩素量の関係

に小さくなっているので，海氷を粘性物質であると考えると，その粘性係数が時間の函数で，しかも時間が経つにつれて粘性係数が増していることがわかる。

今，時刻 t の時の撓みを δ，$t+dt$ における撓みを $\delta+d\delta$ とし，dt 時間のあいだでは粘性係数 $\eta(t)$ が変化しない，すなわち，撓み量の増加が直線的であるとすると，dt 時間中の撓みの増加量 $d\delta$ は

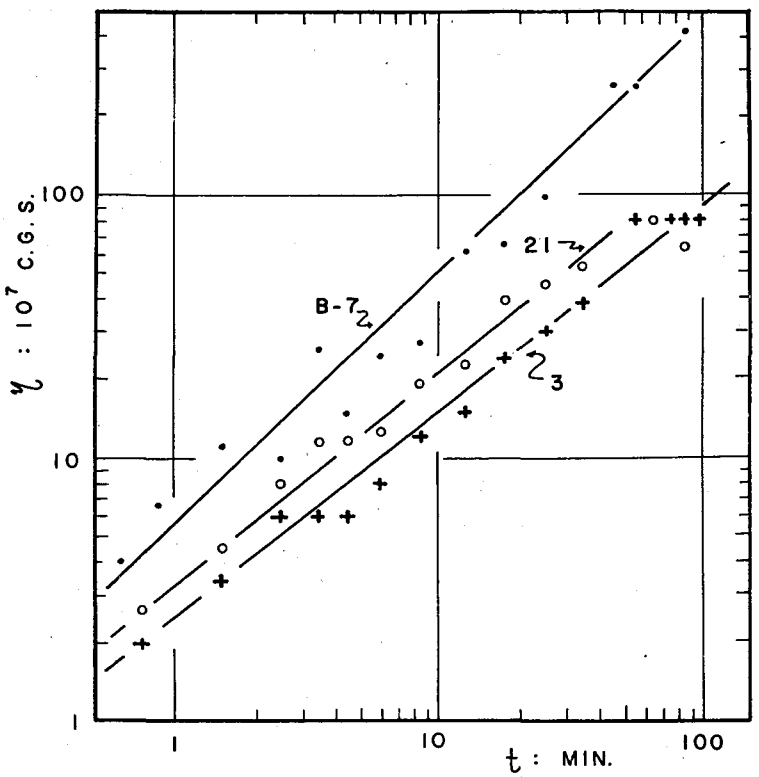
$$d\delta = \frac{Pl^3}{192I}\frac{dt}{\eta(t)} \tag{14}$$

であらわされる。第 3 図の撓みの増加曲線からいろいろの時刻における $\frac{d\delta}{dt}$ を読みとって (14) 式を用いると，それぞれの時刻における粘性係数 $\eta(t)$ を求めることができる。このようにして得られた粘性係数 $\eta(t)$ と時間 t との関係の例を示したのが第 5 図である。図では縦軸に粘性係数を，横軸には時間をいずれも対数目盛で示してある。図からわかるように，粘性係数は測定の始めの頃には 10^7 dyne·min/cm^2 の程度の大きさであるが，No. 21 の例では 10 分後に 10 倍，100 分後には凡そ 100 倍の大きさになっており，No. 3 の例では 100 分後に約 35 倍の大きさになっている。$\log\eta$ と $\log t$ が直線的な関係にあることから粘性係数 $\eta(t)$ は，

$$\eta(t) = at^b \tag{15}$$

という実験式であらわされることはあきらかである。第 5 図に示した No. 3, 21, B–7 の測定例では a はそれぞれ 2.5, 3.3, 5.6, b はそれぞれ 0.78, 0.82, 0.96 である。

1960 年 2 月に測定した 22 本の梁について求めた a 及び b の値と，1958 年 2 月に測定した



第 5 図 海氷の粘性係数 η と加重時間の関係の例
(ただし η は $\times 10^7$ dyne•min/cm²)

試料についても改めて計算した a, b の値を示したのが第 I 表である。表には (13) 式を用いて求めた弾性率，氷中の塩素量も同時に示してある。b の値は，0.40～0.97 のあいだにあり，それらの平均値は 0.67 であることがわかる。a 又は b の値と氷中の塩素量のあいだには意味のある関係は見出されなかった。

第 I 表 粘性係数 η と加重時間の関係をあらわす比例常数と静的弾性率及び塩素量 (ただし $\eta = at^b$ で η は 10^7 dyne•min/cm² であらわす)

	測定番号	a	b	塩素量 ‰	弾性率 $\times 10^9$ dyne/cm²
FEB. 1960	1	1.6	0.66	2.9	3.6
	2	2.1	0.71	2.7	5.0
	3	2.5	0.78	2.6	4.4
	4	2.7	0.66	2.6	4.9
	5	1.0	0.56	3.0	3.0
	6	3.0	0.57	2.7	4.2
	7	1.0	0.65	3.0	2.9

	測定番号	a	b	塩素量 ‰	弾性率 $\times 10^9$ dyne/cm^2
FEB. 1960	8	—	—	2.8	7.1
	9	26.2	0.81	2.8	5.8
	10	55.0	0.66	2.8	7.5
	11	11.2	0.54	2.5	6.5
	12	8.1	0.97	0.7	6.9
	14	11.5	0.70	0.7	9.8
	15	6.0	0.50	1.5	12.2
	16	10.3	0.63	2.9	14.1
	17	5.2	0.66	0.9	8.4
	18	3.5	0.84	1.6	6.1
	19	3.4	0.71	2.1	4.7
	20	4.1	0.63	1.3	6.1
	21	3.3	0.82	1.3	7.9
	22	5.6	0.87	1.3	8.2
FEB. 1958	B 1	23.5	0.67	1.5	3.3
	B 2	44.0	0.40	0.6	4.1
	B 3	7.1	0.50	1.5	5.8
	B 4	6.6	0.87	0.9	8.4
	B 5	5.5	0.54	0.9	8.1
	B 6	—	—	0.8	8.3
	B 7	5.6	0.97	2.5	5.3
	B 8	8.1	0.57	—	7.9
	B 9	5.2	0.57	3.0	4.8
	B 10	5.5	0.56	2.9	4.8
	平均	9.6	0.67	1.98	6.46

曲げのときに梁の x 方向に作用する応力を σ_x, 同じ方向の歪を ε とすると

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_x}{\eta(t)}$$

の関係があり，$\eta(t)$ は (15) 式によってあらわされるので

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_x}{at^b} \tag{16}$$

となる。また，この測定の場合には

$$\sigma_x = \frac{M}{I}\frac{h}{2}$$

であらわされる。M は曲げモーメントで h は梁の厚さ，すなわち，氷厚である。したがって応

力 σ_x は梁の内部の位置と荷重のみに関係する量である。(16)式を積分して，歪の時間的変化をあらわす式として

$$\varepsilon = \frac{\sigma_x}{a(1-b)} t^{1-b} \tag{17}$$

を得る。第I表にも示したように曲げの測定の結果得られた常数 b の平均値は $b=0.67$ である。したがって(17)式は

$$\varepsilon = Kt^{\frac{1}{3}} \tag{18}$$

となる。ただし $K=\frac{3\sigma_x}{a}$ である。

(18)式から現場における海氷の梁の曲げの場合には，梁に生ずる歪は $t^{\frac{1}{3}}$ に比例すると云うことがわかる。この結果は遷移クリープにおける歪と時間の関係を示した Andrade のクリープ法則と云われている式と完全に一致する。Wyatt[4] によると，この式は高い温度における多結晶の金属のクリープに対して適用されるが，(18)式の結果を得た海氷の曲げも結氷温度に近い温度で行なわれた測定である。しかし，海氷は金属などとは違って多くのブライン，気泡などを含んでおり，極めて複雑な構造をしている。それにも拘わらず，金属のクリープにおける歪と時間の関係と全く同一の関係が得られたことは注目すべきことである。

(15), (17)式から，t を消去すると，粘性係数と歪の関係が得られる。すなわち

$$\eta = a\left\{\frac{a(1-b)}{\sigma_x}\right\}^{\frac{b}{1-b}} \varepsilon^{\frac{b}{1-b}} \tag{19}$$

となり，$b=0.67$ を代入すると

$$\eta = \frac{a}{K^2}\varepsilon^2 \tag{20}$$

が得られる。すなわち，海氷の場合には粘性係数が歪の自乗に比例して増加すると考えることもできる。

梁の中央 $x=\frac{l}{2}$ における撓み量を δ とすると

$$\delta_{x=\frac{l}{2}} = \frac{Pl^3}{192I}\int_0^t \frac{dt}{\eta(t)}$$

である。また一方，$x=\frac{l}{2}$ における歪 $\varepsilon_{x=\frac{l}{2}}$ は，曲げモーメント $M_{x=\frac{l}{2}}=\frac{Pl}{8}$ であるから

$$\varepsilon_{x=\frac{l}{2}} = \frac{Plh}{8I}\int_0^t \frac{dt}{\eta(t)}$$

である。したがって梁の中央，$x=\frac{l}{2}$ では歪と撓みのあいだに

$$\varepsilon_{x=\frac{l}{2}} = \frac{12h}{l^2}\delta_{x=\frac{l}{2}} \tag{21}$$

の関係がある。この関係を(20)式に代入すると

$$\eta = K' \delta^2_{x=\frac{l}{2}} \tag{22}$$

となるから，粘性係数は梁の中央の撓みの自乗に比例すると考えることもできる。ただし $K' = \frac{a}{K^2} \frac{144h^2}{l^4}$ である。

V. 結　　語

沿岸の定着氷上で両端固定の海氷の梁を作り，その中央に静荷重を加えたときの加重点の撓みの時間的変化を約2時間にわたって測定した。その結果次のことがわかった。

1) 荷重を加えた瞬間に生ずる弾性的撓みから求めた弾性率は 10^9 dyne/cm² の程度で，これは筆者が以前に報告した値と一致する。

2) 弾性的撓みにひきつづいて，撓みは時間と共に増加するが，撓みの増加速度は次第に減少する。すなわち，海氷の粘性係数が(15)式に示したような簡単な関係で時間とともに増加する。

3) 海氷に生ずる歪は Andrade のクリープ法則に従って，すなわち $t^{\frac{1}{3}}$ に比例して増加する。

4) 粘性係数は歪の自乗もしくは梁の中央の撓みの自乗に比例して増すと考えることもできる。

撓みの測定は加重後凡そ2時間で打ち切ったが，これは露出させた海面が凍結して梁の沈下を妨げ，測定の継続を無意味にする恐れがあったからである。もっと長時間の測定を行なうと海氷でも他の物質の場合のように撓みの増加速度が一定の値になるかどうか，すなわち，定常クリープがあらわれるかどうかを確めたいとおもっている。

終りにあたり，測定結果の解析にあたり適切な助言をいただいた吉田順五教授，若浜五郎氏，資料の整理に協力いただいた管野悦子夫人，実験にあたり種々の御便宜を与えて下さった紋別市漁業協同組合，紋別市役所，北海道開発局紋別港湾修築事務所に厚く感謝いたします。測定に際しては低温科学研究所海洋学部門の諸氏の御協力を得たことを心から感謝いたします。

文　　献

1) 田畑忠司・小野延雄 1958 海氷の力学的性質の研究 I. 海氷の静的粘弾性について. 低温科学, 物理篇, ***17***, 135–146.

Tabata, T. 1958 Studies on visco-elastic properties of sea ice. Arctic Sea Ice, NAS-NRC., U.S.A., 139–147.

2) 田畑忠司 1960 海氷の力学的性質の研究 V. 曲げ破壊強度の測定. 低温科学, 物理篇, ***19***, 187–202.

3) Andrade, E. N. da C. 1910 On the viscous flow in metals and allied phenomena. Proc. Roy. Soc. Lond., A, ***84***, No. A 567, 1–12.

Andrade, E. N. da C. 1914 The flow of metals under large constant stresses. Proc. Roy. Soc. Lond., A, ***90***, No. A 619, 329–42.

Résumé

Elastic modulus and viscosity of sea ice were obtained by analysing the deflection-time curve obtained from bending tests of sea ice beams *in situ*. A rectangular ice beam was sawed out from ice sheet leaving the beam fixed at both ends. The weight P (12.8 kg in weight) was loaded at the center and the amount of deflection relative to the neighbouring ice was recorded, magnified about one hundred times, on a recording drum (figure 1). The taking of the record of deflection lasted about 2 hours; 22 beams were tested at Monbetsu, Okhotsk Sea coast of Hokkaido, Japan in Feb. 1960.

As both ends of the beam were fixed firmly, schematic diagram of the force acting on the beam comes out as figure 2. The amount of deflection δ at the center of the beam $\left(x=\frac{l}{2}\right)$ is represented by equation 12 in the text, where, $u^2=Tl^2/4EI$, E is elastic modulus, I the moment of inertia of the beam, T the axial tension, and l the length of the beam. As for dimensions of the beam, l is 300～400 cm, width and thickness being 30～40 cm and 20 cm, respectively. δ is less than 15×10^{-2} cm. Temperatures of the beams varied from −0.8°to−3.5°C so that the elastic modulus E was, as reported by the author in the previous paper (1), about $1\sim10\times10^9$ dyne/cm^2. The axial tension T cannot exceed the tensile strength of sea ice,which was less than 12 kg/cm^2 at −3°C as was also reported by the author (2). The maximum magnitude of u, therefore, is less than 0.16. The magnitude of the second factor in the right-hand side of equation 12 becomes 0.996 when $u=0.16$ and unity for $u=T=0$. Therefore, the effect of axial tension T can be regarded as negligibly small in this test.

An example of the obtained deflection-time curve of ice beam is shown in figure 3. The beam was deflected instantly by loading and thereafter the creep of the beam continued.

The instanteneous deflection δ_E is the elastic deformation; the elastic modulus E can be obtained by using equation 13. The relation between E and chlorinity Cl of the beam is graphed in figure 4. E has the magnitude $1\sim7\times10^9$ dyne/cm^2 and decreases with increase in chlorinity. This finding is quite similar to that reported by the author in the previous papers (1).

The increase of deflection $d\delta$ during dt minutes is, so long as the viscosity $\eta(t)$ does not change during this short time interval, represented by equation 14. Figure 5 shows some examples of the relation between calculated viscosity $\eta(t)$ and time t, which is obviously represented as equation 15. In table I, magnitude of coefficients a and b, elastic modulus E and chlorinity Cl are shown.

Mean value of b is 0.67. Using this mean value, one obtains the strain ε produced within the beam as a function of time:

$$\varepsilon = Kt^{\frac{1}{3}}, \qquad (18)$$

where K is a constant. This equation is quite similar to that widely known as Andrade's creep equation. Thus it can be said that the strain produced within sea ice also increases

according to the Andrade creep law.

From equations 15 and 17, equation 20 is obtained. That is to say, η changes in proportion to the square of the strain produced within a beam. or, as further proved by equation 22, in proportion to the square of deflection δ.