HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	凍上力　I ：主に現場調査について
Author(s)	木下, 誠一; 大野, 武敏
Citation	低温科學. 物理篇, 21, 117-139
Issue Date	1963-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/17999
Type	departmental bulletin paper
File Information	21_p117-139.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Seiti KINOSITA and Taketoshi ŌNO 1963 Heaving Force of Frozen Ground. I. Mainly on the Results of Field Researches. *Low Temperature Science, Ser. A, 21.* (With English résumé p. 137)

凍　上　力　I*

主に現場調査について

木下誠一
(低温科学研究所　応用物理学部門)
大野武敏
(北見工業短期大学)

(昭和37年10月受理)

I. 緒　言

冬期寒さがきびしく降雪量が少ない地方では，土壌が凍結する。凍結線よりも下の凍結していない土の中の水分は，凍結線まで吸い上げられて，そこで氷になる。そのため，凍土は全体として体積がふえ，地面が隆起する。この現象が凍上である。凍上は，土の温度は勿論のこと，土粒子の大きさ，及びその物理的化学的性質，土中水分量，地下水量，水の移動度等種々の因子に影響される複雑な現象である。凍上現象はこれまで多くの人々によって研究されて来たが，その微細な機構については，まだ解明されていない点が多い。特に地上の種々の施設物を破壊する力，すなわち，凍上力については，その実態がまだよく研究されていない。凍上力の研究は，凍上がもたらす被害の実態を調べるという実用面においても，又凍上機構解明の基礎面においても重要なことである。

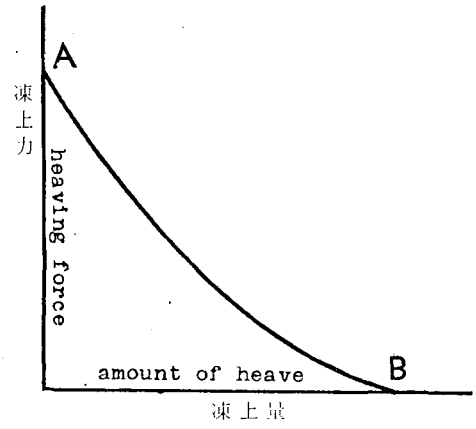
凍上力は，物体の下面に働いて物体をおしあげようとする力と，土と物体とが凍着している側面に働く力とにわけられる。大浦と木下とは，過去三冬にわたり，側面に働く凍上力を研究した。すなわち，北海道電気通信局施設部調査課と共同で，釧路電気通信部横の小路に測定現場を作り，昭和33～34, 34～35, 35～36年の三冬にわたって調査をおこなった。その結果は既に報告されている[1),2),3)]。しかし，この釧路の現場は，建物に近かったため，凍上が予想より弱く，又測定の点で種々の不便をともなった。それで，第4年度の昭和36～37年の冬には，広い空地をもち，測定にも便利な北見市北見工業短期大学構内に調査現場を設けた。北見においては，側面に働く凍上力の他に，下面に働く凍上力をも測定するための施設を作った。この論文は主として北見において測定された結果についての報告である。

北海道大学低温科学研究所業績　第635号

II. 凍上力の意味

土地の凍上によって，土の上におかれ，又は土の中に埋められた物体がうける力を，凍上力とよぶことにしたが，これでは，凍上力の大きさが一義的にきまらない。物体が凍上でもちあがるとしても，物体をもちあげる力はその物体の重量に等しいからである。物体が重いか軽いかで，凍上力は大きくなったり小さくなったりすることになる。ところで，凍上量，すなわち，物体がもちあがる高さは，物体が重いほど小さい。たとえば，北海道のブロック造建築の場合，平屋では凍上が起るのに，重い2階造では凍上が非常に小さいことが知られている[4]。そして，建築物の凍上害防止策の一つとして，建物重量を大とすることがあげられている。

このことから，物体の重量が大きいほど，つまり凍上力が大きいほど，凍上量が小さいことが想像される。この凍上力と凍上量との関係は，模式的に第1図のグラフのように表されるとしてよいであろう。第1図には，縦軸に凍上力を，横軸に凍上量をとってある。図のA点は，凍上量が0の場合の力，すなわち，凍上が全然起らないように物体を押えておいたときに，土が現わす力を表す。この力は，土が現わしうる最大の力で，最大凍上力である。又，図のB点は，凍上力が0の場合の凍上量，すなわち，物体の重量が0，つまり物体がない場合で，自由地表面の凍上量を表す。



第1図 凍上力と凍上量の関係の模式図

このように，凍上力は一義的にきまるものではないが，ここでは第1図のA点の最大凍上力を単に**凍上力**とよぶことにして，それを測定したのである。この力を知っていれば，実用上の役に立つことも多いであろう。このように凍上力を定義したとしても，なお，凍上力を2種類にわける方が便利である。ひとつは，土と接触する物体の下面に働いて物体を押しあげようとする力，つまり下面凍上力であるが，ここではこれを**地盤凍上力**とよぶことにする。もうひとつは，**凍着凍上力**である。電柱などのように，その下部が地中深く埋設された物体が，土地の凍上によってもちあがるのは，その物体の側面に土が凍着しているためである。この現象は，“凍着凍上”又は“せりあげ凍上”とよばれている[5]。このときの側面に働く力が凍着凍上力である。ここで扱う凍着凍上力も，凍着している物体がもちあがることのないよう上からおさえつけて固定させておくのにどれだけの力が要るか，つまり最大凍着凍上力を意味する。

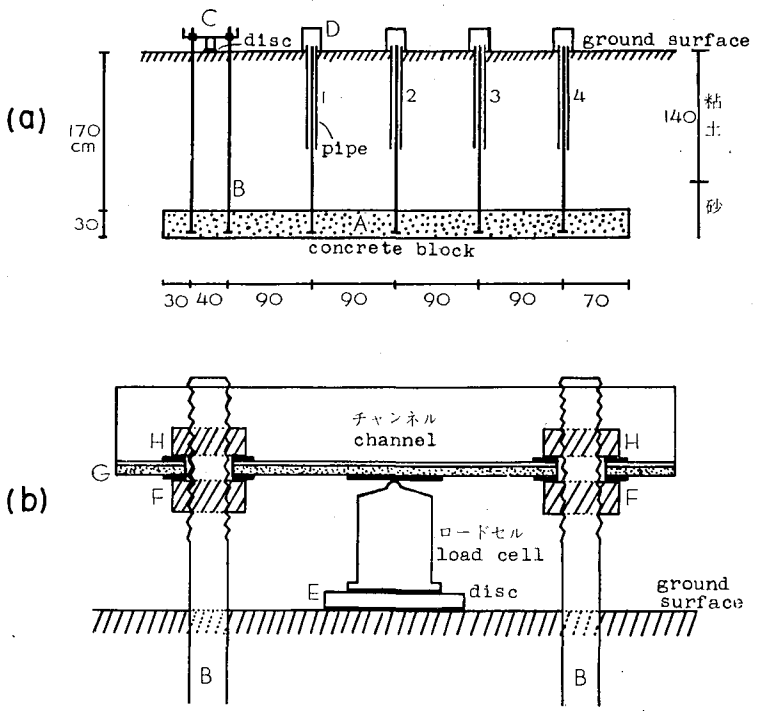
凍着凍上力については，前述のように，過去三冬にわたり調査がなされ，既にその報告は出されている[1),2),3)]。

III. 測 定 方 法

調査現場の北見短大構内に，昭和36年秋，地盤凍上力と凍着凍上力を測定するための設備を作った。そして，昭和36年12月から昭和37年4月まで毎日測定をおこなった。その他に，地表から地下120 cmまでの間の数点に，温度計を埋設し，地中温度も測定した。又，種々の物質の管を地中に鉛直に埋めて，その凍上量を測定した。さらに，凍上最盛期の2月中旬には，3日間連続して，1時間毎に測定をおこない，又凍土に穴を掘って，その鉛直断面を観察した。

1. 施　　設

地盤凍上力も凍着凍上力も，ともに土と接触する物体があがらないように，おさえつけておくための力に等しい。それで，凍上力を測定するには，物体がもちあがらないように，冬中不動な基準点に強固に連結しておくことが必要である。それには，冬中凍結することのない地



第 2 図

(a)　凍上力測定施設
　A：コンクリート基礎　　B：鉄　　棒
　C：地盤凍上力測定装置　　D：凍着凍上力測定装置
　1：ビニール管　　2：コンクリート管　　3：エポキシ樹脂塗料ぬりコンクリート管　　4：鉄　　管
(b)　地盤凍上力測定装置の拡大略図
　B：鉄　　棒　　E：直径15 cmの鉄円板
　F, H：ナ　ッ　ト　　G：鉄　　板

下深くに頑丈な基礎を作り，それを基準にするとよい。それで，第2図(a)のような施設を作った。北見地方の最大凍結深は，普通1mといわれているので，冬の間凍結の可能性が全くないと思われる地下2mまでを掘り起して，そこに厚さ30cmのコンクリートAをつめた。このコンクリートの水平幅は，60cmで，長さは5mである。このコンクリート基礎Aの中には，直径4cmの太い丈夫な鉄棒Bを6本，図に示したような間隔で，鉛直に立てて埋めこんだ。鉄棒は，長さ2m20cmのが2本と，長さ2mのが4本である。鉄棒の下端部10cmほどにネジがきってある。そこに直径10cm，厚さ5cmのナットをはめたままで，鉄棒の下端部25cmをコンクリートAのなかに埋めこんだ。この鉄棒が不動の基準点である。それぞれの鉄棒に10トン近くの引きあげの力が働いても，ほとんど動かないような丈夫なコンクリート基礎にした。そのようなコンクリートの厚さ，長さ，幅の基準については，大浦[1]の計算にもとづいた。

鉄棒をすえつけたあとで，もとの地表面まで土を埋め戻したのであるが，4本の2mの鉄棒には，凍着凍上力を測定するために，それぞれ長さ1m10cmの4種類の管（第2図(a)の1, 2, 3, 4）を，その中心に通し，ちょうど管の上端と鉄棒の上端とが同じ高さになるようにした。管の種類，太さ，重さを次の第1表に示す。

第 1 表

	種類	直径 (mm)	肉厚 (mm)	重量 (kg)
1	硬質塩化ビニール	75	5	1.5
2	コンクリート	94	23	14.5
3	エポキシ樹脂塗料ぬりコンクリート	94	23	14.5
4	鉄	72	3.5	6.6

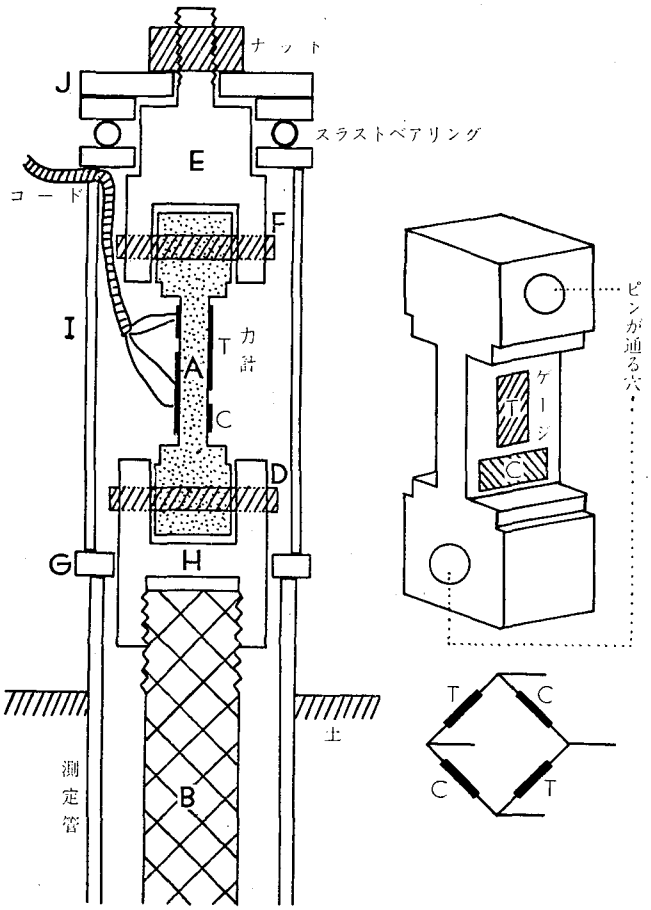
うめ戻した地表面から露出している鉄棒の高さは，管をはめた4本が5cm，管をはめない2本が25cmである。

(a) 地盤凍上力測定　地盤凍上力測定の装置は，管をはめない2本の鉄棒に，第2図(a)の左端Cのように施した。その拡大略図を同図(b)に示す。2本の鉄棒BBの中心間の距離は40cmである。鉄棒間の中央の地面に，厚さ2cm，直径15cmの丈夫な鉄円板Eをおき，その上に5トンまで測れるロードセルをのせる。鉄棒Bの上端15cmほどにはネヂがきってあり，そこに厚さ5cmのナットFをはめる。つぎに，2本の鉄棒BBがはまるように穴のあいた鉄板Gとチャンネルとを重ねて，鉄棒に通し，ナットFFの上にのせる。Gは厚さ1cm，長さ60cm，幅12cm，又チャンネルは，長さ60cm，幅12cm，側の高さ8cmである。ロードセルの上に，ちょうどチャンネルの中心がのるように，そして水平になるように，ナットFFを調節する。更に，ナットHHを鉄棒にはめ，チャンネルを固定する。この操作のときには，ナットFとHを少しよけいにしめつけ，ロードセルに数十kgの力がかかるようにした。地盤が完全に落着いていないため，凍上が起らないうちに，ロードセルが沈下し，チャンネルから離れてしまう恐れがあったからである。この力は凍上が始まる12月上旬には殆んどゼロになっていた。

凍上が起ると，地面においた円板Eは，地面とともに上ろうとするが，ロードセルを通し，チャンネルで不動の鉄棒Bに固定されているので，ロードセルに現われる力に対応して，

ロードセルをおすだけで，鉄板Eは動かないと考えてよい。(ロードセルの変位は非常に小さい。又鉄棒Bも弾性的にのびるのであるが，そののびは非常に小さい。) このとき，ロードセルに現われる力が地盤凍上力である。ロードセルの側面はホームスチレンで蔽い，寒気が直接ふれないように，又ロードセルの温度変化が少ないようにした。更に，チャンネルの上からビニールカバーを被せ，雨水が滲みこまないように注意した。

(b) 凍着凍上力測定　凍着凍上力測定装置は第2図(a)のDであるが，その拡大略図を第3図に示す。鉄棒Bの上端部にはネヂがきってあり，第3図のように，断面H型の金具Hをねぢこむ。Hの上部に力計Aの下部をはめ，Hと力計AとをピンDでつなぐ。力計Aの上部は段付円筒Eに同じくピンFでつながれる。測定管の上には，座金Gをおき，更にその上に長さ約20 cmのつなぎ鉄管Iをのせる。この鉄管I (直径9 cm，肉厚4 mm) の上にスラストベアリングと座金Jをのせ，Eの上部にナットをはめて，座金Jをしめつける。しめつけると力



第3図　凍着凍上力測定装置

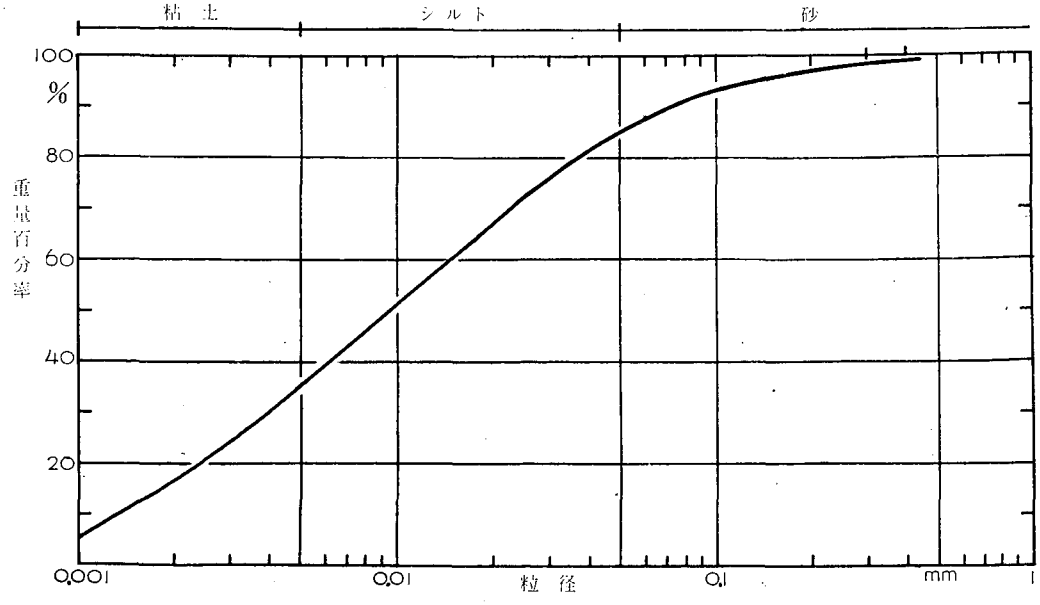
計が引張られる。この力が数十 kg になったときに，しめつけるのをやめる。(この力は凍上が始まる 12 月上旬には，ほとんどゼロになっていた。)

土が凍上し，凍着した測定管が上ろうとすると，力計 A の細い部分が極めて僅か伸張する。この伸張を，はりつけたストレンゲージで測定すれば，凍着凍上力が計算される。力計下部は，不動の鉄棒 B にとりつけられているので，力計には，引張りの力が働くだけで，全体としてもち上ることはない。(力計の伸張は非常に小さく；3 トンの力でも，のびは 0.02 mm ほどにすぎない。)

つなぎの鉄管 I と座金 G と J を含めると，測定管の重さは，2 本のコンクリート管が約 18 kg，鉄管が約 10 kg，ビニール管が約 5 kg である。装置は，第 2 図(a) の D のようにホームスチレンの箱で蔽い，力計の温度変化をなるべく少なくするようにした。

(c) 土　　質　施設現場の土質は，第 2 図(a) の右端に示すように，地表から 140 cm までが粘土，その下は砂であった。地下 170～200 cm のコンクリート基礎設定の後，はじめと同じ土層構造になるように，土を埋め戻したが，粘土部分には，北見市において，最も凍上性であるといわれている粘土をもって来て埋めた。この粘土を粒度試験した結果を第 4 図に示す。粒径 0.005 mm 以下の粘土分 (コロイド分を含めて) が 35%，粒径 0.005～0.05 mm のシルト分が 51%，粒径 0.05～2 mm の砂分が 14% であった。土質は，粘土ではあるが，シルト質粘土やシルト質粘土ロームに近いものであった。北見地方では重粘土とよばれている土である。

凍上しやすい土の基準は，簡単には定められないのであるが，一般に微細粒子を多く含む土質ほど凍上しやすいと云われている。Beskow[6] は土粒子の粒径と凍上性との関係を調べた



第 4 図　測定現場うめたての粘土の粒径加積曲線

結果，0.05～0.1 mm の粒径の土粒子を含む土から，凍上が起りはじめ，粒径が小さくなるほど凍上性が強くなり，0.005～0.002 mm の粒径の土粒子を含む土が最も凍上しやすいことをみつけた。したがって，うめ戻しに用いた粘土は，かなり凍上しやすい土質である。

地下 140 cm より深いところは砂地で，この層に保持される水分は非常に少ない。凍上は土中の水分の結晶化によって起るものであるから，この現場の凍上は，粘土層においてだけ起ったのである。いわゆる閉式凍上である。

施設をした北見短大敷地は，このような土質構造（上層粘土，下層砂）をもった凹凸の多い岡を整地して作られたものであるため，地盤が粘土層になったところでは，凍上が起り，たまたま砂層が露出したところでは，凍上が起らなかった。

2. 凍上力測定

地盤凍上力測定に用いたロードセルは，最大 5 トンまで測定可能のストレンゲージ使用の圧力計である。コードを現場に近い室内まで引張って，静的歪用指示器につなぎ，その指度をよんで，力を求めた。

凍着凍上力測定に用いた力計は，第 3 図右側に，その略図が示されている。材質はステンレスで，ピンを通す穴のついている上下両端の太い部分は 3 cm×3 cm×3 cm である。ピンが通る穴の直径は 1.2 cm で，上と下で，穴の方向が直交するようになっている。中央の薄い部分の断面は 1 cm×3 cm で，長さは 5 cm である。幅広の両側面 (3 cm×5 cm) に，それぞれ 2 枚づつストレンゲージをはりつける。一面の 2 枚は，そのうちの 1 枚が力計の伸長の方向に (図の T)，他の 1 枚がそれと直角に (図の C) なっている。力計に引張りの力が働くと，T のゲージはのび，C のゲージは縮む。4 枚のストレンゲージを TCTC の順にブリッジにつなぐ。コードを室内までのばし，静的歪用指示器につなぐ。力計に引張りの力が働くと，4 枚の TCTC の電気抵抗が変化し，それに応じて，静的歪用指示器の指度が変る。力計にかかる力と，その指度との関係を，予め求めておくと，指度のよみから凍上力を求めることが出来る。1 トンの力のときの指度は，4 つの力計で多少異なるが，大体 445～460 の範囲にあった。静的歪用指示器としては，搬送波 165 サイクルのものを用い，毎日 1 回乃至 2 回よみとった。特に，2 月中旬には，まる 3 日間，1 時間毎の連続測定をおこなった。

3. その他の測定

(a) 凍上量　凍着凍上力測定の管とは別に 5 種類の管を現場に埋めた。その管は，木，醋酸ビニール系塗料ぬりの木，鉄，醋酸ビニール系塗料ぬりの鉄，硬質ビニールの 5 種類である。これらは，おさえつけることなく，そのままうき上らせ，その凍上量を測定した。この場合，管を自由にうき上らせるとは云っても，第 **II** 節の凍上力の意味で述べたように，管の重量に等しい凍上力が

第 2 表

材　質	外　径	肉　厚	重　さ (一定凍上力)
木	75 mm	(柱)	約 2kg
木 (塗料ぬり)	75	(柱)	2
鉄	110	5 mm	14
鉄 (塗料ぬり)	110	5	14
ビニール	75	5	1.5

作用しているのである。したがって，凍上力一定のときの凍上量の意味である。管の長さは，いずれも1mで，上端が地表面と同じになるように，鉛直に埋めた。その直径，肉厚，重さを次の第2表に示す。

地下のコンクリートにうめこんだ鉄棒の先端を，不動の基準点とし，冬のはじめに各管の高さをレベルで測定する。その後，凍上が起っている期間に測定して，両方の高さの差から，各管の凍上量を測るのである。

又，土の表面に目印の小さな鉄の板をおき，その上面の高さを測ることによって，地表面の凍上量も測定した。これは，凍上力がゼロのときの凍上量で，第1図の模式図のB点に相当する。

(b) 地表及び地中温度　6個のカールソン型温度計を，それぞれ，地表面，地下12 cm，22 cm，50 cm，82 cm，120 cmのところに水平にうめ，指定のカールソン型指示器によってそれぞれの温度を測定した。

(c) 凍結深度　前記の温度測定から，地温の垂直分布曲線が得られるので，その曲線から0°Cの深さを推定して，凍結深度を定めた。

(d) 気　温　凍上に直接関係する温度は，土の温度であるが，毎日の最高，最低，平均の気温も参考にした。その値は，現場に近い北見気象通報所から得た。

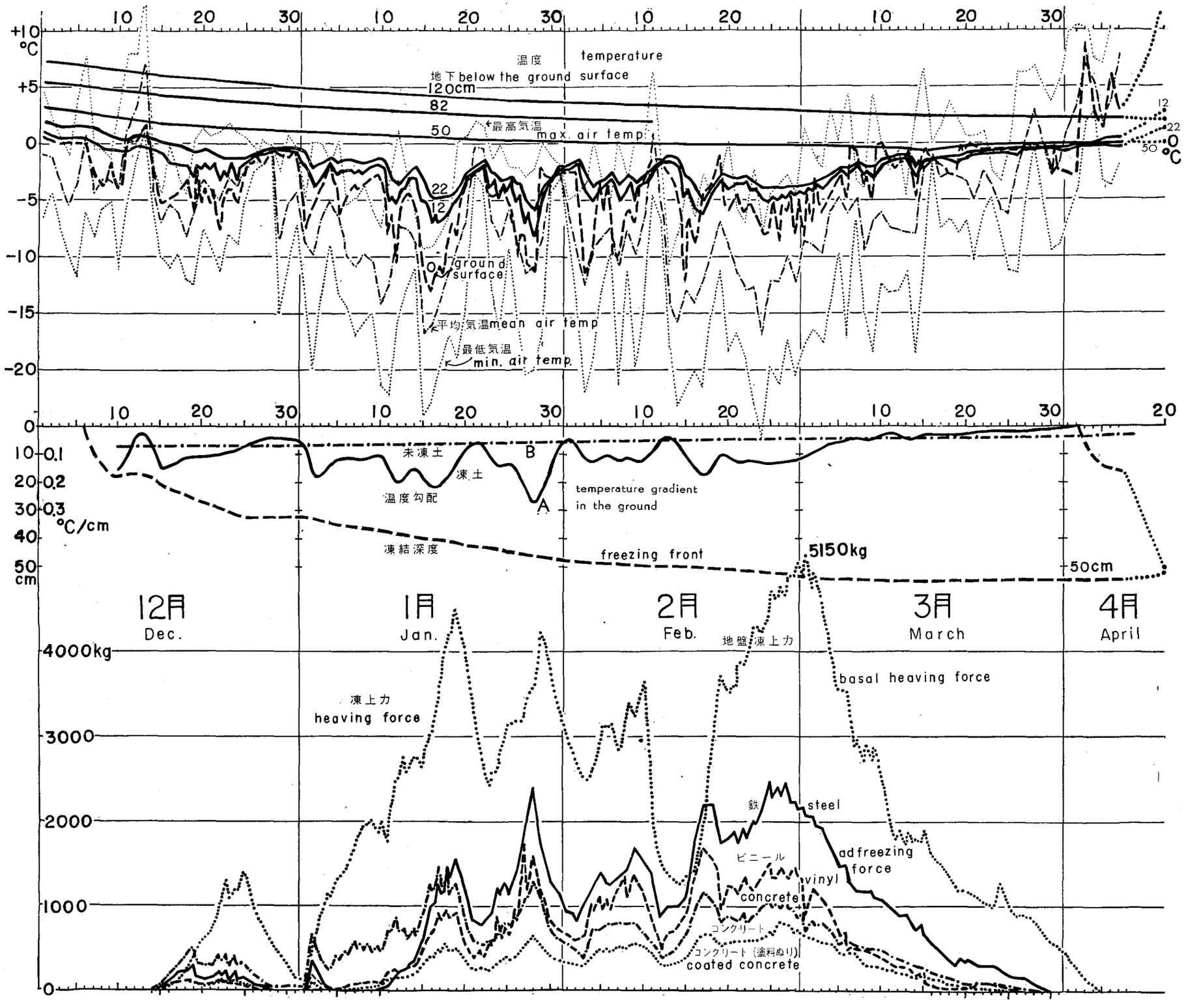
IV. 測 定 結 果

1. 概　要

第5図に，地温・気温（上段のグラフ），凍結深度・土の温度勾配（中段のグラフ），凍上力（下段のグラフ）の測定値をまとめて示す。測定は12月始めから4月の上旬まで，毎日1回乃至2回づつ行なわれた。上段グラフのうち地下120 cm，82 cm，50 cmの温度は，冬の始めから春先まで，ほぼ直線的に下降して行くが，地下22 cmの温度はかなりの上昇下降を繰返す。このような温度の上昇下降の起伏の度合は，地下12 cm，地表（破線）と浅くなるにつれて，つよくなる。そして，温度曲線に現われるこの凹凸は，ほぼ毎日の平均気温（鎖線）曲線に現われる凹凸に平行している。

中段のグラフの破線は，凍結深度の進行経過を示す。地面の凍結は12月6日に始まり，その後次第に凍結が地下深く進み，3月10日頃には最深の57 cmにまで達した。その間，凍結の進み方に遅速の差はあるけれども，凍結は地下深く進む一方であった。3月10日頃以降は下の方からも少しづつとけ，又4月2日には，地表からもとけはじめた。4月30日測定装置撤収のときには，地下52 cmのところに1 cmほどの凍結層があるだけであった。中段グラフの実線と鎖線は，それぞれ凍結線近くの凍土及び未凍土の温度勾配を示す。その値は，地中温度の鉛直分布から求められた。下層の未凍土では，温度勾配は直線的に減少して行くが，上層の凍土では，温度勾配にかなりの変動がある。

第5図　測　定　結　果


+10 °C
+5
0
-5
-10
-15
-20
10 20 30 10 20 30 10 20 10 20 30
温度 temperature
地下 below the ground surface
120cm
82
50
最高気温 max. air temp.
22
12
0 ground surface
平均気温 mean air temp.
最低気温 min. air temp.
12
22
0
50
°C
0
10 0.1
20 0.2
30 0.3
40
50
°C/cm
cm
未凍土
凍土
温度勾配
A
B
temperature gradient in the ground
凍結深度
freezing front
5150kg
50cm
12月 Dec.
1月 Jan.
2月 Feb.
3月 March
4月 April
4000kg
3000
2000
1000
0
凍上力 heaving force
地盤凍上力 basal heaving force
鉄 steel
ビニール vinyl
concrete
コンクリート
コンクリート（塗料ぬり） coated concrete
adfreezing force

第5図の下段のグラフに凍上力を示す。凍上力の曲線は，上昇下降の凹凸の程度が著しく，凍結深度曲線の滑らかなのに比べて非常に対照的である。一つの高い山の値は，そのつぎの深い谷の値の数倍にもなっている。このような顕著な凹凸の山は，5つ (12月22～25, 1月19日, 29日, 2月10日, 3月1日), 谷は4つ (1月1日, 22日, 2月3日, 14日) もみられる。いずれの谷の場合も，その二三日前には，上段グラフの温度曲線に極大がみとめられる。この傾向は，地盤凍上力にも，4つの凍着凍上力にも，ほぼ平行してみとめられる。この変動の原因については，次節で考察を加える。

大体測定全期間，凍上力は，地盤凍上力が最も大きく，つぎに鉄管，ビニール管，コンクリート管，塗料ぬりコンクリート管の凍着凍上力の順であった。管によって太さが多少違うので，直接に比較は出来ないのであるが，図には測定値そのままを示した。ただ，2本の同じ太さのコンクリート管では，塗料をぬった方の凍上力が，ぬらない方の凍上力よりも常に小さく，70～50% のことが多かった。

凍上力のそれぞれの最大値を次の第3表に示す。

第 3 表

種　　類		月　　日	最大力 (kg)	単位面積当りの最大力 (kg/cm²)	凍結深 (cm)
地盤凍上力	15 cm 円板	3月1日	5150	29.3	54
凍着凍上力	鉄　　管 (72 mm)	2月25日	2450	2.1	52
	ビニール管 (75 mm)	1月27日	1750	1.65	45
	コンクリート管 (94 mm)	1月17日	1370	1.16	40
	塗料ぬりコンクリート管 (94 mm)	2月26日	800	0.52	52

凍着凍上力の単位面積当りの力は，凍上力を凍土層内にある管の側面積で割って求められた。昨年度釧路において得られた測定結果[3]では，コンクリート管，鉄管，ビニール管 (いずれも同じ太さ 90 mm) の凍着凍上力は，10 : 6 : 3 の割合で平行して一冬の間経過した。そして，最大力は，コンクリート管が 1970 kg で 2.1 kg/cm², 鉄管が 1280 kg で 1.37 kg/cm², ビニール管が 600 kg で 0.64 kg/cm² であった。今回の測定結果では，鉄管やビニール管の方がコンクリート管よりも逆に大きかった。この理由としては，用いたコンクリート管の側面がかなり滑らかであったことや，管を土の中にうめて間もないため，土と管との密着の度合が管によって違っていたことが一応考えられる。しかし，はっきりしたことは解らないので，この点については，土が十分落着いた来年度以降の測定結果をまって詳しい検討を加えてみたい。

大浦[7]，木下[3]は，水を含んだ土の中に棒を垂直にうめて凍結させ，その凍土中から，棒をひきぬく実験をした。測定された凍着強度は，土質，温度，ひきぬき速度で，多少異なるが，−2°C では鉄棒で 9 kg/cm² の凍着強度であった。第2表に示した今の場合の最大力に比べて，この凍着強度は遙に大きい。したがって，現場で現われた凍上力では，まだ凍着面が壊される

には到ってないわけである。

2 連続測定

凍上力曲線には，大きな凹凸が数回あるが，こまかくみると，上昇のときも下降のときも滑らかではなく，更にこまかい変動が重畳している。このこまかい変動は，毎日2回の午前9時と午後5時の測定値の差によるものが多い。たとえば鉄管の凍着凍上力の例では，2月25日午前9時に2460 kg，午後5時に2300 kg，翌26日午前9時に2400 kg，午後5時に2350 kgと少しづつふえたり減ったりする。このような一日のうちの変化を詳しく調べるため2月15日午後6時から2月18日午前12時までのほぼ3日間にわたって，一時間毎の連続測定をおこなった。その結果を第6図のグラフに示す。この期間中は，ちようど，凍上力が急上昇の途中にあったため，1日のうちの変動はそれ程大きなものではなかった。

地盤凍上力は，この測定期間中に，1450 kgから2900 kgへと，2倍に増大した。又凍着凍上力は，鉄管が1320 kgから2200 kgに，ビニール管が980 kgから1600 kgに，コンクリート管が635 kgから1080 kgに，塗料ねりコンクリート管が440 kgから670 kgに，いずれも増大した。はげしい日変動はみられなかったが，16日13時と17日12時に，それまでほぼ一定であった地盤凍上力が急増大した。又17日の12時から17時にかけて，4つの凍着凍上力がいずれも一時減少した。

地表の温度は，大体正弦曲線に近く変化した。それに応じて，地下12 cm，22 cmの温度もほぼ正弦的に変化した。ただ，最高と最低の時刻が地表のそれよりも遅れ，又日変動の振幅も地表のそれよりも小さい。地下50 cm，120 cmでは，温度の変動が殆んどみられなかった。

第 4 表

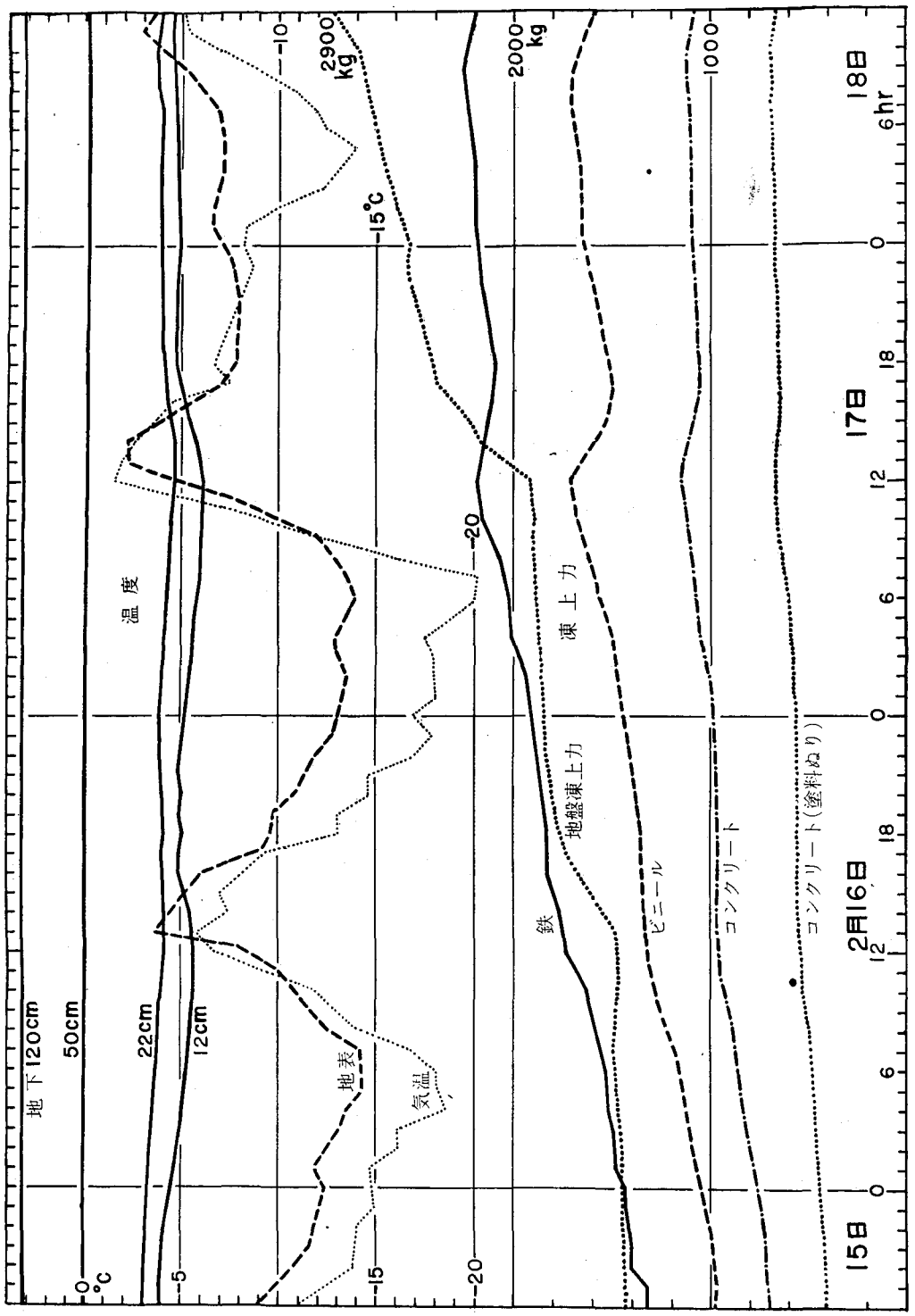
	温度変動振幅		時間のおくれ			
			16日		17日	
	2月16日	2月17日	最低	最高	最低	最高
地表	10.6℃	11.5℃				
地下 12 cm	0.8	1.4	6時間	7時間	6時間	6時間
22 cm	0.4	0.8	10	10	7	8

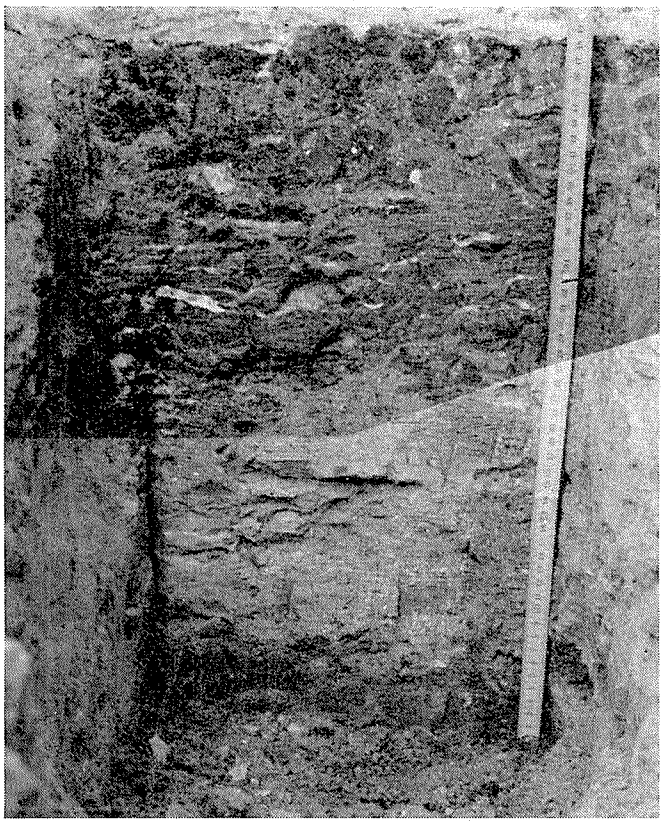
熱伝導論によると，地表面の温度 u_0 が $u_0=A\sin\frac{2\pi}{T}t$ で変化するとき，地下 x の温度 u は $u=Ae^{-\frac{x}{\kappa}\sqrt{\frac{\pi}{T}}}\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{2\kappa}\sqrt{\frac{T}{\pi}}\right)$ で変化する。ここで，T は週期，κ'は土の温度拡散率である。今の場合について，第3表から κ を計算すると，0.035～0.06 (C.G.S. 単位) である。普通の土の κ の値0.07に比べると，小さい。

3. 断面観察

2月16日に現場の凍土に穴を掘って，鉛直断面の写真をとった。その写真を第7図に示す。無数の細長い氷層が水平に並んで，霜降状凍結の様相を呈している。一般に粘土層が凍上

第6図 連続測定の結果


地下120cm
50cm
22cm
12cm
地表
気温
温度
°C
0
-5
-15
-20
-10
-15°C
-20
2900 kg
2000 kg
1000
凍上力
地盤凍上力
鉄
ビニール
コンクリート
コンクリート(塗料ぬり)
15日
2月16日
17日
18日
0
6
12
18
hr



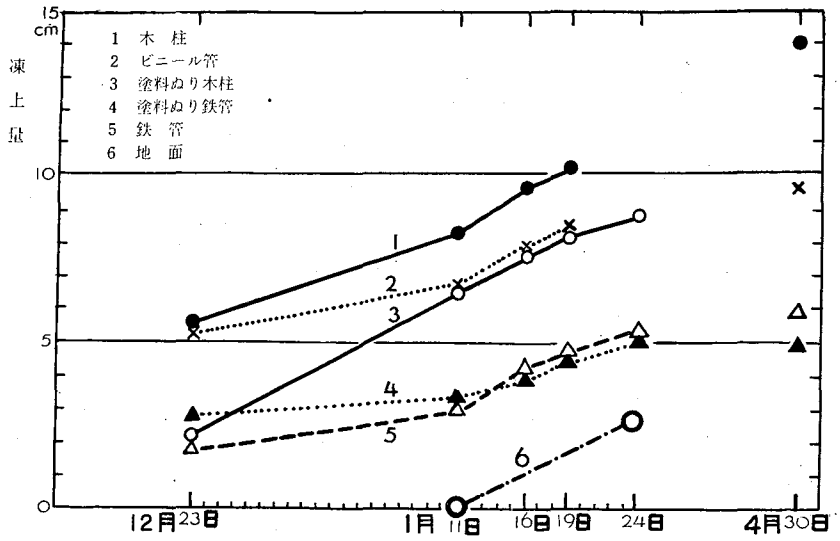
第7図 凍土鉛直断面（2月16日）

する場合には，土中に霜降状凍結がみられる[8]。氷層は，上部にあるものが厚く，中には5～10 mmのものもみられる。下部には，厚さ1 mmほど，長さ1～4 cmの薄い氷層が密に水平に並んでいる。凍結進行とこの氷層生成との関連については，今回ははっきりした相関を認めることは出来なかった。

凍土は非常に硬く，衝撃圧縮に対しては，200～300 kg/cm^{2}の強度である[9]ので，断面を平らに削ることは，容易でなかった。しかし，凍土内のところどころに空孔があって，こぶし大の凍土の塊がたやすくかけることがあった。凍土内に空孔が出来ることは，すでに知られているが[8]，この場合には，うめたてて間もなかったので，冬にならないうちに土が乾燥しそのために空孔ができることもあると考えられる。温度拡散率が，一般の値よりも小さいのは，このような空隙によるものであろう。

4. 凍上量

11月23日から測定を開始した凍上量測定用の各管の凍上量を第8図に示す。1月24日から4月30日までの間は，レベルの故障で測定ができなかった。地面の凍上量（図の6）は，1月11日と24日の2回だけの測定値であるが，この期間中の他の管の凍上量とほとんど同じで



第8図　凍上量測定結果。11月23日を基準にする。ただし，6の地面だけは，1月11日を基準にする。

あった。凍上量は，木柱（塗料ぬり），ビニール管，木柱，鉄管（塗料をぬったものもぬらないものもほぼ同じ）の順であった。この場合の管をもちあげる凍上力は，その管の重量に等しい。したがって，凍上力は，第2表に示すように，鉄管，木柱，ビニール管の順である。塗料ぬり木柱を除いては，凍上力の大きい管ほど，凍上量が小さい。この関係は第1図の模式図と合っている。今後，同じ材質で重量が異なるいくつかの管について，この関係をよく調べたい。

この一定凍上力の場合の凍上量の測定は，回数が少なかったので，前節の凍上量が0の場合の（最大）凍上力にみられるような変動を検討することが出来なかった。ただ，1月19日から24日にかけて，（最大）凍上力は減少した（第5図下段のグラフ）のに，この凍上量の方は，第8図に示すように，それまでと余り変りなく増大した。

4月30日徹収のときには，塗料ぬり木柱が最も凍上して，凍上量は14 cmであった。ビニール管，鉄管，塗料ぬり鉄管も，それぞれ9.6 cm，5.8 cm，4.9 cm凍上していた。これらの管はいずれも埋めたときは，管の上面が地表面になっていたのであるが，4月30日にはそれぞれ地表面からぬき出ていた。管の下面とその下の土との間には，すき間が出来ていて，管の上面を軽く指でおしただけで，落ちた。

V. 凍上力緩和について

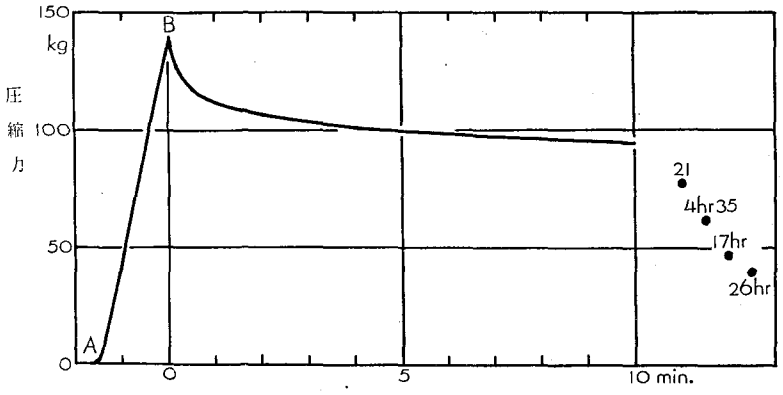
すでに述べたように，土の凍結は，地下深く進む一方なのに，凍上力は増大したり減少したりを繰返す。ところで第5図の凍上力曲線が谷になっている期間は，気温，地温とも上昇していることに気付く。この期間は少なくとも，凍結進行がとまっているか，非常に遅い筈である。又，一方，低温室の実験から凍上が停止すると，凍上力が緩和することが知られている。

そこで，この凍上力の減少は緩和現象にもとづくものであると推定した。

1. 低温室実験

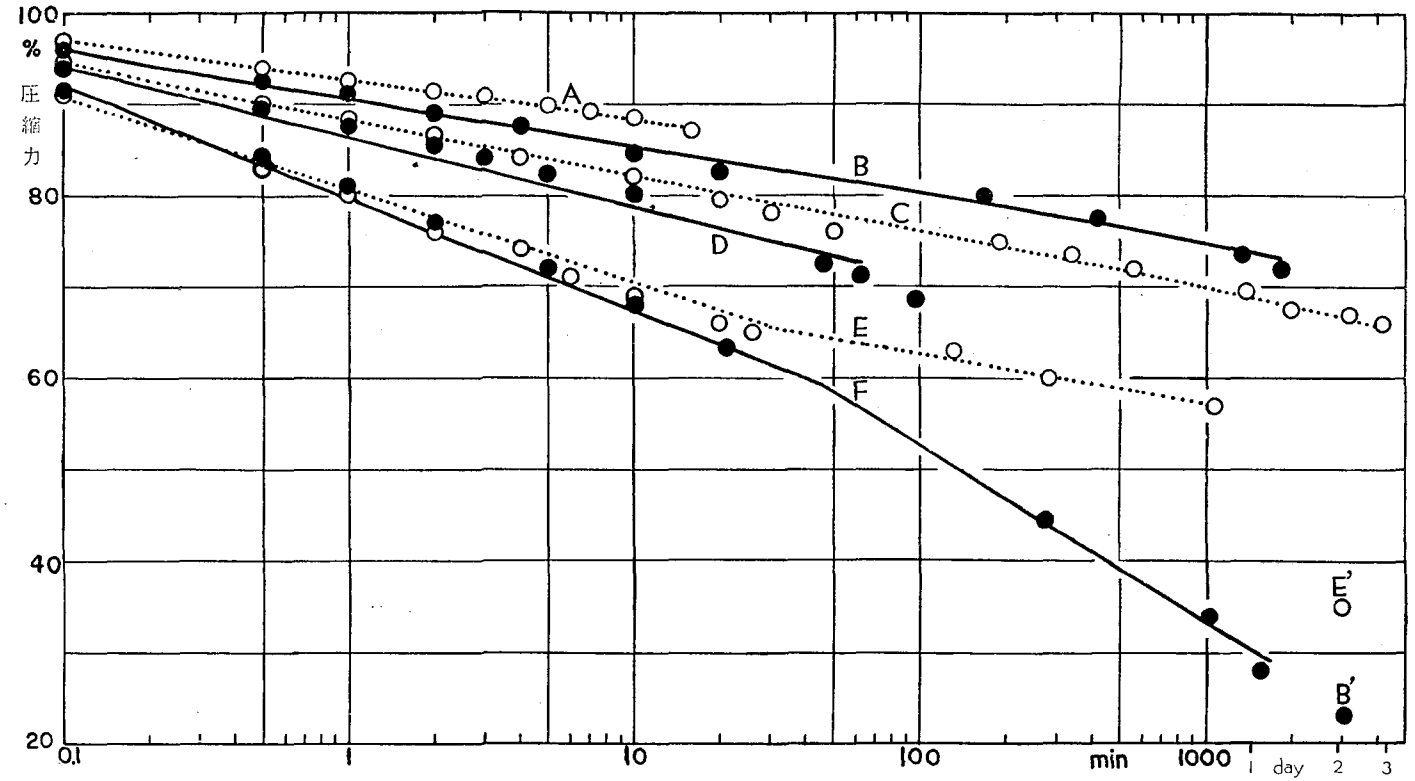
低温実験室内で，地盤凍上力，凍着凍上力に関する模型実験をおこなった。

たて 10 cm，よこ 10 cm，深さ 5 cm の木の箱に，水を含んだ土をつめ，所要の温度の低温室内にもちこみ，凍らす。凍った土の上面中央に直径 1.6 cm の丈夫な鉄の小円管をおき，上から一定の速度でおす。このときの力をロードセルとストレンメーターを通して，電子管式自記計に記録する。この実験では，鉄円筒が土の中にめりこんで行くので，鉄円筒からはなれた土は不動である。調査現場の地盤凍上力測定の場合は，逆に地面上においた鉄円板が不動で，鉄円板からはなれた土が凍上で隆起するのである。実験では 1.3 mm/min の速度でおした。圧縮力曲線の一例を第 9 図に示す。圧縮開始の A 点から，ほぼ直線的に曲線は上昇する。B 点に達したとき，圧縮を中断すると，土は B 点の圧縮歪のままで依然としておさえられているのに，力は指数函数的に減少する。140 kg の力が 26 時間後には 40 kg にまで減少した。この圧縮歪一定のときに力が減る現象が緩和現象である。この緩和のしかたは，温度が高いほど速い。この地盤凍上力緩和の模型実験で得られた結果をまとめて，第 10 図の片対数グラフの実線 B,D,F に示す。緩和が始まるときの力の値を 100% にとって示してある。第 9 図の例は，この第 10 図の曲線 F と同じものである。



第 9 図 凍土を直径 1.6 cm の鉄円筒でおしたときの圧縮力曲線。
A 点で圧縮を開始，B 点で圧縮を中断。B 点以後は緩和曲線。
圧縮速度 1.3 mm/min。−4°C。

同じ大きさの箱で，下面中央に直径 2 cm の穴の開いた箱に，同じく水を含んだ土をつめ，下面の穴を通して中央に直径 1.6 cm の鉄の丸棒をたてる。同じように土を凍らし，棒を上から一定の速度でおす。この場合は，棒が下降し，棒に凍着した土も棒にひきずられて下降するが，棒から十分はなれた土は不動である。調査現場では，逆に，棒が不動で，棒から十分はなれた土の方が上昇する。この凍着凍上力の模型実験で得られた緩和曲線を第 10 図の片対数グラフの点線 A，C，E に示す。



第 10 図　凍上力緩和曲線。緩和の始まるときの力を 100% にとる。

A, C, E：凍土から棒をひきぬくとき。B, D, F：凍土をおすとき。A：−20°C。B：−23°C。C：−11°C。D：−8°C。
E, F：−4°C。B′ は B の最終値から −3°C に温度上昇。E′ は E の最終値から −1°C に温度上昇。

なお，この実験に用いた土は，白老錦岡の粘土質ロームで，粘土分（コロイド分を含めて）23%，シルト分 33%，砂分 44% である。又含水率 17% にして実験した。

A, B, C, D, E, F いずれもほぼ直線で表わされる。又温度の高い場合の方が傾斜が急である。すなわち緩和のしかたが速い。第 10 図の右下隅の E′ 点と B′ 点は，それぞれ E と B の実験のつづきであるが，E, B の直線延長からはなれてかなり下の所にある。これは E, B の最終値のときから温度をあげたために急に緩和が速くなったのである。E′ では −4℃ から −1℃ に，B′ では −23℃ から −3℃ に温度をあげた。又地盤凍上力の方が凍着凍上力より緩和のしかたが少し速い。

若浜[10]によると，多結晶氷の応力緩和はこの凍土の場合よりもかなり速い。氷では − 8℃ のときに，圧縮中止 10 分後の力は圧縮中止 1 分後の力の 60% に，また 50 分後の力はその 30% にも減る。筆者の場合，棒の側面と凍土とが氷だけによって凍着するものとすれば，緩和は氷と同じになる筈である。しかし，同じ −8℃ の第 10 図の曲線 D をみると，凍土の場合の緩和は，氷よりも非常に遅いことがわかる。凍土の場合の凍着は土中の氷だけできまるものではないようである。

圧縮歪一定のままでおさえられているのに，力が緩和する物質では，圧縮歪が増大しつつある間でも，歪に比例した弾性的な圧縮力だけが働くのではない。たえず緩和する分が重なっているのである。このような物質が粘弾性体である。一般に粘弾性体では歪 h のときの応力 F は次の式で表わされる。

$$F(t) = Ch(t) - \int_0^t f(t-t')\, Ch(t')\, dt' \qquad (1)$$

ここで，C は比例常数，f はあるきまった函数である。右辺第 1 項が弾性的な力の分で，第 2 項が緩和の分である。(1) 式で歪 $h(t)$ がある一定の値 H をとるときに示す $F(t)$ の曲線が，緩和曲線である。

凍上力緩和の場合には，力 $F(t)$ は第 10 図の曲線に従って減少する。緩和曲線は片対数グラフで 0.1 分以後がほぼ直線である。この場合には，$t > \varepsilon\,(\varepsilon \approx 0)$ の範囲をとり，(1) 式の積分の上限を $t-\varepsilon$ にして，函数 $f(z)$ を $f(z) = \dfrac{a}{z}$ (a は常数) の形にすると，事実とあわせることができる。すなわち，(1) 式は

$$F(t) = Ch(t) - \int_0^{t-\varepsilon} \frac{a}{t-t'}\, Ch(t')\, dt' \qquad (2)$$

の形になり，$h(t) = H$ (一定) のときには，

$$F(t) = CH\left\{1 - a \log_e \frac{t}{\varepsilon}\right\} \qquad (3)$$

に従って，力 F が減少する。第 10 図の緩和曲線は，この (3) 式で表される。(3) 式の常数 a は第 10 図の曲線の傾斜を表し，a が大きいほど，傾斜は急である。すなわち，緩和が速く，温度が高いときに対応する。

又，凍上が定速度で起ると，すなわち $h(t) = bt$ (b は常数) なら，(2) 式から

$$F(t)=Cbt+aCb(t-\varepsilon)-aCbt\log_e\frac{t}{\varepsilon} \qquad (4)$$

又

$$\frac{dF}{dt}=Cb\left\{1-a\log_e\frac{t}{\varepsilon}\right\} \qquad (5)$$

(3) 式の括弧内は 0 と 1 の間の量であるから，

$$1>1-a\log_e\frac{t}{\varepsilon}>0$$

したがって，(5) 式から $Cb>\frac{dF}{dt}>0$ である。すなわち，力 F は増大はするけれども，その増大速度は，弾性的な力だけの増大速度 Cb よりも常に小さく，しかも時間がたつにつれ，ますます小さくなって行く。

歪が一定のままで，応力が緩和するのではあるけれども，実はその物質内部において歪が開放されているのである。土をおす鉄円筒がとめられたままでも，土の内部で移動が少しづつ起り，歪が開放され，そのため力が減少して行く。又，凍着の実験の場合でも，凍土と棒との凍着が少しづつすべって力が減少する。応力緩和はこのような歪開放の過程によって起るものである。

応力緩和が速いのは，(3) 式の常数 a が大きいことで，この場合，凍上が定速度で起れば，(4), (5) 式から，凍上力増大のしかたが大きい。先の現場測定で，材質の違いで凍上力に差が現われたが，それは a の差にもとづく。つまり凍上力の小さいものほど，応力緩和が速く，したがって歪の開放が速く起る。コンクリート管の場合，塗料をぬった方がぬらないのよりも，凍上力が小さかったが，これは塗料をぬったために凍着面での歪開放，つまりすべりが速く起るからである。

低温室実験では，調査現場の土質と少し違う土質を用いたのであるが，実験で 1 mm おしたときの圧縮力の値から，現場の条件の場合に自由地表面が 1 mm 凍上したときに現われる凍上力の増大を推定した。それを次の第 5 表に示す。

現場の場合と低温室実験の場合とでは，速度が違うし，又全く同一の現象ではないので，必ずしもこの推定値は正しいものではないのであるが，自由地表面が 1 mm 凍上するだけでも，

第 5 表

	温　度	実　験	現　場
地盤凍上力	− 4°C	70 kg （直径 1.6 cm の円板）	650 kg （直径 15 cm の円板）
	− 8°C	170	1600
	−23°C	220	2100
凍着凍上力	− 4°C	180 kg （直径 1.6 cm の鉄棒，5 cm の凍結）	800 kg （直径 7.2 cm の鉄管，50 cm 凍結）
	−11°C	370	1700

大きな凍上力増大があることが解る。しかし，凍上がとまると，温度が高いときには，凍上力は1日後に既に半分以下にも減ってしまう。実際に現場の土の温度は，ごく浅い地表近くを除いては，ほとんど −5℃ よりも高かった。

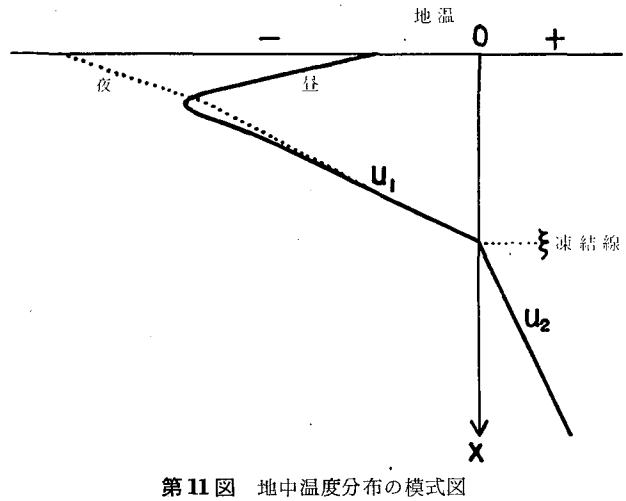
2. 測定結果の検討

自由地表面の凍上がとまると，(最大) 凍上力が減少することが解った。自由地表面の凍上量 h については，連続測定をおこなわなかったので，この凍上量 h と (最大) 凍上力との関係について，詳しい検討を加えることは，残念ながら今回は出来ない。又，凍上量 h は凍結深度 ξ と必ずしも比例するものではない。凍結深度 ξ が停滞すると，凍結線で氷層が発達することさえ知られている[11]。しかし，一般的な傾向として，凍結深度 ξ が大きいほど，凍上量 h が大きいと云える。それで，凍結深度 ξ の増大速度 $\frac{d\xi}{dt}$ について考える。

地中の温度分布の代表的な例を，第11図に示す。凍結線附近の温度勾配は，凍結線より上 (凍土層) では，下 (未凍土層) よりも，温度勾配が急で，ちょうど凍結線で不連続になっている。これは，凍結線で土中の水分が凍るための潜熱放出があるからである。凍結深度 ξ の進行速度は次の式で与えられる。

$$L\rho\frac{d\xi}{dt}=\left(k_1\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}-\left(k_2\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)_{x=\xi} \qquad (6)$$

ここで，L は氷の融解潜熱，ρ は 土1 cc 中の氷の量，k_1, k_2 は夫々凍土及び未凍土の熱伝導率，u_1, u_2 は夫々凍土及び未凍土の温度である。x 軸は地表から鉛直に下にとってある。凍土の温度拡散率 $\kappa(=\sqrt{k_1/w}$, w は熱容量) を 0.05 (C.G.S. 単位) とし，w として 0.5 cal/cm³·℃ の値[12]を用いると，k_1 はほぼ 0.0013 cal/sec·cm·℃ になる。又，未凍土の熱伝導率 k_2 は，凍土の熱伝導率 k_1 よりも2割ほど小さいことが知られているので[12]，k_2 として 0.001 cal/sec·cm·℃ を用いる。すると，(6) 式は次の (7) 式になる。



第11図 地中温度分布の模式図

$$L\rho\frac{d\xi}{dt}=0.001\left[1.3\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}-\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)_{x=\xi}\right] \qquad (7)$$

右辺が正なら，凍結が進行する。

そこで，実際に凍結線近くの凍土及び未凍土の温度勾配，$\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ と $\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ とを計算した。

ところで，第6図の連続測定のグラフと第4表及び第11図の模式図から解るように，地中温度の日変動は，地下 20 cm になると，地表温度の日変動の 1/10 以下になる。それよりも深いと殆んど温度の日変動はないと考えてよいであろう。それで，地下 20 cm よりも深いところの温度は，1日1回の測定値で代表してよい。計算した温度勾配の値を第5図の中段グラフに凍結深度と並べて示した。凍土の温度勾配 $\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ は実線で，未凍土の温度勾配 $\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ は鎖線で示した。

3月中旬までは，ほとんど凍土の温度勾配（実線）が，未凍土の温度勾配（鎖線）よりも大きい。したがって，(7)式から凍結深度 ξ も増大の一方である。ただその間で，短時日ではあるが，凍土の温度勾配 $\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ の方が，未凍土の温度勾配 $\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ よりも小さいか，ほとんど等しいことが，4度あった。すなわち，12月25日～1月1日，1月21日前後，2月1日前後，2月13日前後である。この期間は，凍結がほとんど進行しなかったわけであるが，ちようど第5図下段グラフの凍上力曲線の谷にあたっている。凍結が進行しないときに，凍上がとまるとすると，この凍上力減少が，緩和現象で都合よく説明されるわけである。

しかし，凍上がとまってから，緩和が起りはじめるわけで，(7)式が0になってはじめて，力の減少が始まらなければならない。ところが，よくみると，(7)式が0になる以前，凍土の温度勾配 $\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)_{x=\xi}$ が減少する途中において，すでに凍上力の減少が始まっている。恐らく，凍結線に水の供給がとまる（$\rho=0$）ような原因で，現実に凍上が起らなくなり，緩和が始まるのであろう。この辺の情況は今のところ明確には解らない。詳細な室内実験をおこない検討を加えたい。

2月20日から3月の始めにかけては，凍土の温度勾配も未凍土の温度勾配もほとんど一定である。したがって，凍結進行も一定速度で起ったわけで，もしこの間に凍上増大も一定速度で起ったとすると，前の(4)，(5)式が適用出来る。事実凍上力の増大のしかたは，(4)，(5)式が示すように，次第にゆるやかになっている。

測定結果のなかで，興味ある事実ではあるが，今のところ説明のつかない問題を次にあげる。

(イ)　凍上力曲線に現われる5つの大きな山と4つの深い谷の，それぞれの極値の期日は，地盤凍上力の方が凍着凍上力よりもちようど1日常に遅れている。

(ロ)　連続測定（第6図）でみられたのであるが，日中に地盤凍上力が急に上昇する。

要　約

土地の凍上によって，土の上におかれ，又は土の中に埋められた物体がうける力が，凍上力であるが，凍上力は凍上量が小さいほど大きい。凍上量が0のときの最大の凍上力を，地盤凍上力と凍着凍上力とにわけて測定した。北見に調査現場を設けて第1年度であったため，測定に不備の点が多かったのであったが，いくつかの興味深い結果がえられた。今後，現場測定を継続し，又室内実験も加えて，不備の点を補いたい。

今年度の測定の結果を要約すると，次のようになる。

(1) 凍結深度の最大は 57 cm，凍上力の最大は，地盤凍上力が 29.3 kg/cm^2，凍着凍上力は鉄管が 2.1 kg/cm^2，ビニール管が 1.65 kg/cm^2，コンクリート管が 1.16 kg/cm^2，フラン樹脂塗料ぬりコンクリート管が 0.52 kg/cm^2 であった。

(2) 凍結深度，地面の凍上量とも，冬の途中に減少することがなかったのに，凍上力は増大減少を数回くりかえした。

(3) この凍上力の減少は，自由地表面の凍上進行がとまるための応力緩和によるものであることを推定した。

終りに，この研究に際し，色々御指導をいただいた吉田順五教授，大浦浩文教授，御援助をいただいた藤岡敏夫助教授，及び観測に御協力いただいた若浜五郎博士，北見工業短期大学北川啓氏に厚くお礼を申し上げます。又，現場調査に際し，種々御便宜を計っていただいた北海道電気通信局施設部調査課，北見工業短期大学，及び埋めかえ土質を選定して下さった北見市役所工営課長佐藤勝兵氏，又気温の資料を提供して下さった北見気象通報所に深く感謝の意を表します。

文　献

1) 北海道電気通信局施設部調査課 1959 大地の凍上と電気通信施設物に及ぼす凍着力の調査 (その1). 北海道電気通信局調査資料 33-214, 1～36.
2) 大浦浩文 1960 釧路における凍上調査結果報告 (その2). 北海道電気通信局調査資料 35-202, 32～49.
3) 木下誠一 1961 凍上調査報告 (その3). 北海道電気通信局調査資料 36-205, 1～30.
4) 大野和男 1961 凍上と建築. 雪氷, ***23***, 4～8.
5) 清原潔 1960 住宅の凍上被害対策に関する調査研究. 北海道立寒地建築研究所研究報告, No. 4, 1～61.
6) Beskow, G. 1935 Soil Freezing and Frost Heaving with Special Application to Roads and Rail-Roads. Swedish Geological Society, Ser. C, 375.
7) 大浦浩文・蔦木治之・高田雄二 1960 土の凍着力について. 低温科学, 物理篇, ***19***, 215～224.
8) 中谷宇吉郎・孫野長治 1944 凍上の機構について I (現場調査). 低温科学, ***1***, 1-10.
9) 文献 3) を参照.
10) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について III 氷の応力緩和. 低温科学, 物理篇, ***20***, 101-116.
11) 中谷宇吉郎・孫野長治 1944 凍上の実験的研究. 低温科学, ***1***, 37-52.
12) 伊福部宗夫 1962 北海道における道路の凍上・凍結深さおよび置換率に関する研究. 土木試験所報告, 第***26***号, 1-105.

Résumé

Since the heaving of frozen ground occurs very slowly, consequently with an extremely small acceleration, if any, the force with which the ground lifts a thing placed upon it is equal to the weight of that thing. It is well known that the amount of heave is reduced when the thing on the ground becomes heavier, which means that the heaving force changes with the amount of heave as shown schematically by the curve in Fig. 1 of the text. The present authors were interested in the greatest heaving force, represented by point A of Fig. 1, which the ground exerts when its heave is suppressed completely. In the following the phrase "heaving force" will be used in the sense of the above "greatest heaving force".

Measurements of the heaving force were made by the use of the equipment shown in Fig. 2 (a) in the campus of the Kitami Technical College, Hokkaido, where the ground freezes more than 50 cm deep in winter. Two meters below the ground surface was laid a concrete plate A (30 cm thick) which held firmly six iron rods B (4 cm in diameter) at their feet. Fig. 2 (b) shows the device for measuring the heaving force attached to the tops of two iron rods standing near the left end of the concrete plate. An iron disc E (15 cm in diameter ; 2 cm thick) placed on the ground surface carries a load cell of which the top touches the bottom surface of the channel fixed to the iron rods. Under the iron disc the ground cannot heave, but instead it exerts the heaving force upon the disc. The load cell transforms the force into an electric current which can be measured at a convenient distance. The other four iron rods have each a pipe of different materials (vinyl—outer diameter : 75 mm, concrete—94 mm, concrete coated with furan resin—94 mm, steel—72 mm) around their upper half as shown in Fig. 2 (a). Each pair of rod and pipe is connected at its top by a force measuring device of the structure like the above one. Since the soil freezes to the pipes they try to rise together with the ground as it heaves. But the rise is suppressed and the heaving force is exerted against the force-measuring device. This sort of heaving force shall hereafter be called "adfreezing force" while the former one shall be called "basal heaving force".

The temperatures of the soil were measured by electric thermometers of Carson type at the levels 0, 12, 22, 50, 82 and 120 cm below the ground surface. The depth at which the ground temperture was 0°C gave the position of the freezing front.

The heaving forces, the soil and air temperatures were read twice a day during the period from December, 1961 until April, 1962. The results are graphed in Fig. 5 of the text. The meaning of the graphs will be understood by the indications attached to each except those marked A and B in the middle part of the figure. They give the values of vertical temperature gradients counted in unit °C/cm just above (graph A) and just below (graph B) the freezing front. As indicated by the graph showing the depth of the freezing front (the thick broken line in the middle part of the figure) the ground began to freeze at the surface on December 6th. The frozen layer got thicker and thicker to reach 57 cm in the last decade of March. On April 2nd, the ground began to melt from the surface and there remained only a thin frozen layer (1cm thick) 50 cm deep at the end of the same

month.

The graph of freezing front in Fig. 5 shows that the frozen soil kept growing in thickness although sometimes the actual increase might have stopped. It was expected that the heaving force would go parallel with the thickness of the frozen soil, but the graphs of heaving forces in the lower part of the figure repeatedly rise and fall keeping parallelism among themselves. The clue to this problem can be found in the courses of graphs A and B. The heaving forces rose when graph A lay below graph B while their falls occurred in such periods as when graph A neared or got over graph B. Let the following quantities be each denoted by the symbols put to their right:

downward speed of the freezing front	v
temperature gradient just above the freezing front	G_A
temperature gradient just below the freezing front	G_B
heat conductivity of the frozen soil above the freezing front	k_A
heat conductivity of the unfrozen soil below the freezing front	k_B
amount of water contained in unit volume of the soil	ρ
latent heat of solidification of water	L

Then v is connected with the other quantities by the equation

$$v = -\frac{1}{\rho L}(k_A G_A - k_B G_B). \tag{1}$$

Since k_A and k_B are not very different from each other, v is large when $G_A < G_B$, that is, when graph A lies below graph B, while v is very small or equal to zero when $G_A \approx G_B$ or $G_A > G_B$, that is, when graph A nears or gets over graph B. Then it is concluded that the heaving forces rose while the freezing front was advancing downwards and dropped when the advance of the front slowed down or stopped.

One of the authors made the following experiment in his low temperature experimental room. He caused a thick plate of wet soil pierced by an iron rod at the centre to freeze; the iron rod stuck firmly to the frozen soil. Then he pushed the iron rod at a very small constant speed. The force necessary for pushing kept rising while the rod was moving slowly through the plate, but the force began to relax and fell to half in one day when the push was discontinued. On the basis of that experimental result he derived the following formula for the heaving force:

$$F(t) = C\left[h(t) - \int_0^{t-\varepsilon} \frac{a}{t-t'} h(t')\,dt'\right], \tag{2}$$

where

t ····· time
$F(t)$ ····· heaving force
$h(t)$ ····· amount of free heave, that is, the amount of heave which will occur if no weight is placed on the ground surface,
a, C ····· constants
ε ····· a small constant introduced to avoid divergence of the integral.

When the freezing front advances rather fast, $h(t)$ will also be increasing rather quickly and Eq(2) will give an increasing function for $F(t)$. But, when the freezing front stops advancing, the free ground surface will also cease to heave; $h(t)$ in Eq(2) becomes a constant h_0. Then $F(t)$ is given by

$$F(t) = Ch_0 [1 - a \ln (t/\varepsilon)] ,$$

which is a decreasing function. In this way the above described rise and fall of the heaving forces can, though not exactly in the quantitative sense, be explained by the use of Eq(2).