



Title	斜面積雪の内部応力および粘性流動 III : 円い斜面の積雪
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 22, 119-127
Issue Date	1964-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18011
Type	departmental bulletin paper
File Information	22_p119-127.pdf



斜面積雪の内部応力および粘性流動 III*

円い斜面の積雪

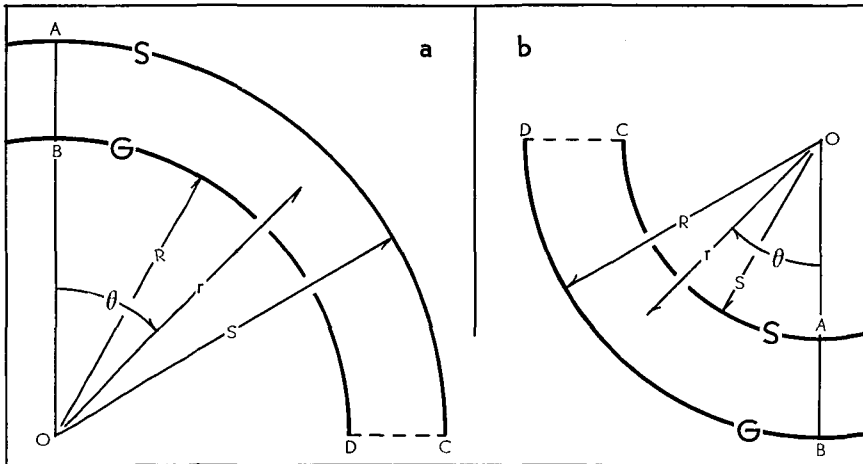
吉田 順五

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和 38 年 11 月受理)

まえがき

第 1 図の曲線 **G** は鉛直断面が円い斜面である。このような円形斜面のうに一様な厚さでつもった積雪の内部応力, 粘性流動を理論的に定めるのがこの論文の目的である。**S** が積雪の表面を表す。この論文のまえにある同じ表題のふたつの論文 I¹⁾, II²⁾ でと同様, 積雪は粘性係数 η の非常に大きい非圧縮性ニュートン粘性流体で平面歪の状態にあると仮定する。第 1 図 **a** では積雪が円形凸斜面に, 第 1 図 **b** では円形凹斜面にあるが, どちらのばあいにも, 斜面 **G** の半径を R , 積雪表面 **S** の半径を S で表わす。坐標には, 図に示したような極坐標 r, θ をもちいる。内部応力成分は $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ で, 粘性流動速度成分は v_r, v_θ で表わされる。



第 1 図 円い斜面の積雪

S: 積雪表面 **G**: 斜面

a 図は円形凸斜面 **b** 図は円形凹斜面

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 657 号

I. 応力成分, 流動速度成分

論文 I, II でと同様, 単純応力場と重畳応力場とを加えあわせる方法で応力成分 $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \tau'_{r\theta}$, 流動速度成分 v'_r, v'_θ をもとめる。境界条件は第 1 図 **a, b** いずれのばあいも

$$r = S \text{ では } \sigma'_r = \tau'_{r\theta} = 0 \tag{1}$$

$$r = R \text{ では } v'_r = v'_\theta = 0 \tag{2}$$

によって与えられる。応力場を論文 I の微分方程式 (1)(2) ——ただし, ここに用いる極坐標に変換したもの——の解として一義的に定めるには, 曲線 **S, G** に関するこれらの境界条件にくわえて, 第 1 図の, たとえば, 直線 **AB** と **CD** との上での境界条件もあたえる必要がある。しかし, この論文では, このあとの境界条件は予めあたえずに解をもとめる。したがって, この節の解は第 II 論文で述べた第 1 段階の解に相当する。応力場の各成分の記号の肩にダッシュをつけて $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \tau'_{r\theta}, v'_r, v'_\theta$ としたのは, そのことを表わすためである。

単純応力場 論文 I でのべたふたつの単純応力場のうちの (i), すなわち, 表面が水平な静止した積雪内の応力場をもちいる。表面を坐標原点 **O** をふくむ水平面にとれば単純応力場の成分は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^0 = \sigma_\theta^0 = \pm \rho g r \cos \theta, \quad \tau_{r\theta}^0 = 0 \\ v_r^0 = v_\theta^0 = 0 \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

となる。 g は重力加速度, ρ は積雪の密度である。記号の右肩の 0 は単純応力場の成分であることを示すためにつけた。復記号 \pm の $+$ は第 1 図 **a** のばあいに, $-$ は **b** のばあい用いられる。

重畳応力場 重畳応力場には第 1 表の, 応力函数 $\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \varphi^{(3)}$ から導かれる $\sigma_r^{(1)}, \dots, v_\theta^{(3)}$ をもちいる。 $v_r^{(2)}, v_\theta^{(2)}$ にふくまれる c は長さの元をもつ任意常数である。その値は, あとで, 境界条件からきめられる。

第 1 表 重 畳 応 力 場 ($\kappa=1/(2\eta)$)

$\varphi^{(i)}$	$\varphi^{(1)}$	$\varphi^{(2)}$	$\varphi^{(3)}$
	$r^3 \cos \theta$	$r\theta \sin \theta$	$\cos \theta/r$
$\sigma_r^{(1)}$	$2r \cos \theta$	$2 \cos \theta/r$	$-2 \cos \theta/r^3$
$\sigma_\theta^{(1)}$	$6r \cos \theta$	0	$2 \cos \theta/r^3$
$\tau_{r\theta}^{(1)}$	$2r \sin \theta$	0	$-2 \sin \theta/r^3$
$v_r^{(2)}$	$-\kappa r^2 \cos \theta$	$\kappa \ln \frac{r}{c} \cdot \cos \theta$	$\kappa \cos \theta/r^2$
$v_\theta^{(2)}$	$3 \kappa r^2 \sin \theta$	$-\kappa \left(1 + \ln \frac{r}{c}\right) \sin \theta$	$\kappa \sin \theta/r^2$

応力成分, 流動速度成分 単純応力場の成分と重畳応力場の成分とを

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_r &= \sigma_r^0 + a_1 \sigma_r^{(1)} + a_2 \sigma_r^{(2)} + a_3 \sigma_r^{(3)} \\ v'_\theta &= v_\theta^0 + a_1 v_\theta^{(1)} + a_2 v_\theta^{(2)} + a_3 v_\theta^{(3)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

の形に加えあわせ，境界条件(1)式(2)式によって未知常数 a_1, a_2, a_3 および $v_r^{(2)}, v_\theta^{(2)}$ にふくまれる c を定めれば，(4)式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_r &= \pm \rho g R \cos \theta \cdot \frac{1}{Z} \left[\left(\zeta - \frac{1}{\zeta} \right) + \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(\frac{1}{\zeta^3} - \zeta \right) \right] \\ \sigma'_\theta &= \pm \rho g R \cos \theta \cdot \frac{1}{Z} \left[\zeta - \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(3\zeta + \frac{1}{\zeta^3} \right) \right] \\ \tau'_{r\theta} &= \pm \rho g R \sin \theta \cdot \frac{Z}{2(1+Z^4)} \left(\frac{1}{\zeta^3} - \zeta \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} v'_r &= \pm \frac{\rho g R^2}{4\eta} \cos \theta \cdot \frac{1}{Z^2} \left[\frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} + \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(\zeta^2 - \frac{1}{\zeta^2} \right) - \ln \frac{\zeta}{Z} \right] \\ v'_\theta &= \pm \frac{\rho g R^2}{4\eta} \sin \theta \cdot \frac{1}{Z^2} \left[1 - \frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} - \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(3\zeta^2 + \frac{1}{\zeta^2} \right) + \ln \frac{\zeta}{Z} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\zeta = r/S, \quad Z = R/S.$$

復記号±の+は第1図 **a** の円形凸斜面のばあい，-は **b** の円形凹斜面のばあい用いる。 ζ の値は常に1と Z との間にある。**a** のばあいには $Z < 1$ なので $Z \leq \zeta \leq 1$ であり，**b** のばあいには $Z > 1$ なので $Z \geq \zeta \geq 1$ である。

(5)式(6)式の応力成分 $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \tau'_{r\theta}$ 流動速度成分 v'_r, v'_θ が第1段階の解で，第1図の円形斜面上の積雪内に存在しうる応力場のひとつを与える。

II. 前節の解の検討

前節でえた第1段階の解(5)(6)式は坐標原点 O を通る鉛直面 OA (第1図)に対して左右対称である。それゆえ，左右が対称な円形斜面に一樣な厚さでつもった積雪内に生じうる応力場のひとつを表わすこととなる。論文 II の楔形の積雪でと同様，このばあいの積雪にも定常状態はありえない。

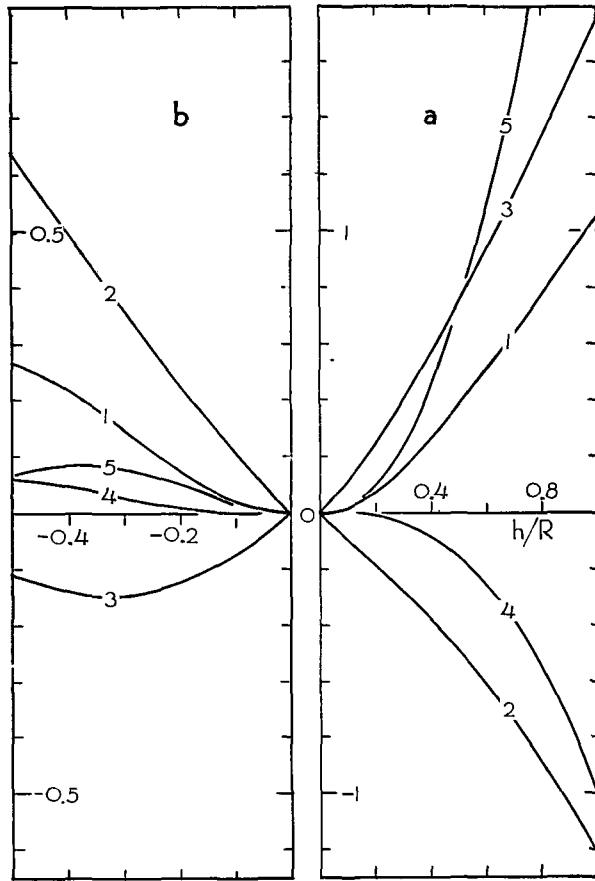
積雪表面 S の σ'_θ 積雪の表面で表面にそう方向にあらわれる張力あるいは圧力 $[\sigma'_\theta]_s$ は(5)式の第2式で $\zeta = 1$ とおけばえられる。すなわち，

$$[\sigma'_\theta]_s = \pm \rho g R \cos \theta [\hat{\sigma}'_\theta]_s, \quad [\hat{\sigma}'_\theta]_s = \frac{1}{Z} \left(1 - \frac{2Z^2}{1+Z^4} \right) \quad (7)$$

である。 $0 \leq \theta < \pi/2$ なので $\cos \theta$ は正であり，すぐつぎに述べるように $[\hat{\sigma}'_\theta]_s$ もまた正である。よって，第1図 **a** のばあいには $[\sigma'_\theta]_s$ は正で張力となり，**b** のばあいには負で圧力となる。これは当然予想されるところである。張力も圧力も第1図の A 点で最大値 $\rho g R [\hat{\sigma}'_\theta]_s$ をとり， C 点では消失する。

$$h = S - R \quad (8)$$

とすると第1図 **a** のばあいには h そのものが，**b** のばあいには $-h$ が積雪の厚さとなる。



第2図 $h = S - R$, $h/R = (1/Z) - 1$. 曲線 1— $[\hat{\sigma}'_s]_s$ (7式);
 曲線 2— $[\hat{\sigma}'_r]_G$ (11式); 曲線 3— $[\hat{\sigma}'_r]_G$ (12式); 曲線
 4— $[\hat{\sigma}'_s]_s$ (9式); 曲線 5— $[\hat{\sigma}'_s]_s$ (10式)

$Z = R/S = 1/\{1 + (h/R)\}$ の関係をつかって、 Z の函数である $[\hat{\sigma}'_s]_s$ を h/R の函数として表わしたのが第2図の曲線1である。このように $[\hat{\sigma}'_s]_s$ は常に正である。 $h/R > 0$ の右の図 **a** が第1図の **a** のばあい、 $h/R < 0$ の左の図 **b** が第1図の **b** のばあいに対応する。第2図 **b** では左へゆくほど $|h|$ は大きくなる。

曲線1は原点 O で h/R 軸に切している。すなわち、 $|h|/R$ が小さい範囲では $|h|/R$ がかわっても $[\hat{\sigma}'_s]_s$ はあまり変化しない。しかし原点からはなれば、かなり急速に増大する。それゆえ、ある特定の円形斜面については、積雪がうすいかぎり、 $[\sigma'_s]_s$ はほとんど0である。しかし少しでも厚くなると、そのごは積雪の厚さとともに $[\sigma'_s]_s$ の値は急速に増しはじめ、**a** のばあいには割目の、**b** のばあいには褶曲の発生の可能性があります。積雪の厚さ $|h|$ が同じなら、斜面の半径 R が大きいほど $[\sigma'_s]_s$ は小さい。なぜならば、(7)式において、 R の増大による $[\sigma'_s]_s$ の増大率よりも、 $|h|/R$ の減少にともなう $[\hat{\sigma}'_s]_s$ の減少による $[\sigma'_s]_s$ の減少率の方が高いからであ

る。したがって割目や褶曲は R の小さい斜面ほどおこりやすい。

積雪表面 S の流動速度 v'_r, v'_θ 。積雪表面の流動速度の法線成分 $[v'_r]_s$, 切線成分 $[v'_\theta]_s$ は, (6) 式で $\zeta=1$ とおいて得られる。すなわち

$$[v'_r]_s = \pm \frac{\rho g}{4\eta} R^2 \cos \theta [\hat{v}'_r]_s, \quad [\hat{v}'_r]_s = \frac{1}{Z^2} \left\{ \frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} + \ln Z \right\} \quad (9)$$

$$[v'_\theta]_s = \pm \frac{\rho g}{4\eta} R^2 \sin \theta [\hat{v}'_\theta]_s, \quad [\hat{v}'_\theta]_s = -\frac{1}{Z^2} \left\{ 1 - \frac{1+4Z^2-Z^4}{2(1+Z^4)} - \ln Z \right\} \quad (10)$$

である。第2図の曲線4と曲線5とが, それぞれ, $[\hat{v}'_r]_s$ と $[\hat{v}'_\theta]_s$ とを表わす。 $[\hat{v}'_r]_s$ は \mathbf{a} のばあいには負, \mathbf{b} のばあいには正であるから, (9) 式により \mathbf{a}, \mathbf{b} いずれのばあいも $[v'_r]_s$ が負になる。すなわち表面は, \mathbf{a} のばあいは積雪の厚さを減少する方向に, \mathbf{b} のばあいは増大する方向にうごく。これは積雪が斜面を下降することの当然の結果で, 実際, 斜面にそう方向の速度成分 $[v'_\theta]_s$ は下向きになっている。すなわち, $[\hat{v}'_\theta]_s$ は, 第2図の曲線5が示すとおり \mathbf{a}, \mathbf{b} いずれのばあいも正なので, (10) 式は \mathbf{a} に対しては正の $[v'_\theta]_s$, \mathbf{b} に対しては負の $[v'_\theta]_s$ をあたえる。曲線4と5とは, とともに, 原点 O で h/R 軸に切する。それゆえ積雪の厚さ $|h|$ と表面の流動速度とは, 前項でのべた $|h|$ と $[\sigma'_\theta]_s$ との関係と同様の関係にある。

斜面 G での $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \tau'_{r\theta}$ 。斜面 G での, すなわち積雪の底での, ふたつの垂直応力成分 $[\sigma'_r]_G, [\sigma'_\theta]_G$ は, 論文Iの(5)式によって, 互にあいひとしい。その値は, この論文の(5)式の第1式あるいは第2式で $\zeta=Z$ とすればえられる。すなわち

$$[\sigma'_r]_G = [\sigma'_\theta]_G = \pm \rho g R \cos \theta [\hat{\sigma}'_r]_G, \quad [\hat{\sigma}'_r]_G = -\frac{1}{Z^2} \left\{ Z^2 - 1 + \frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} \right\} \quad (11)$$

である。 $[\hat{\sigma}'_r]_G$ と h/R との関係は第2図の曲線2で表わされる。 $[\hat{\sigma}'_r]_G$ は \mathbf{a} のばあいには負, \mathbf{b} のばあいには正なので, $[\sigma'_r]_G$ は \mathbf{a}, \mathbf{b} 両方のばあいとも負, すなわち, 圧力である。曲線1, 4, 5とちがい曲線2は原点 O で h/R 軸に切していない。それゆえ, 積雪が斜面におよぼすこの圧力は, 積雪がうすくても, ほぼ厚さに比例して増大する。

斜面 G での剪断応力 $[\tau'_{r\theta}]_G$, すなわち積雪が斜面におよぼす切線力は, (5)式の第3式で $\zeta=Z$ とおいた

$$[\tau'_{r\theta}]_G = \pm \rho g R \sin \theta [\hat{\tau}'_{r\theta}]_G, \quad [\hat{\tau}'_{r\theta}]_G = \frac{1-Z^4}{2Z^2(1+Z^4)} \quad (12)$$

であらわされる。第2図の曲線3が $[\hat{\tau}'_{r\theta}]_G$ の曲線である。 $[\hat{\tau}'_{r\theta}]_G$ が \mathbf{a} のばあいには正, \mathbf{b} のばあいには負なので, $[\tau'_{r\theta}]_G$ は \mathbf{a}, \mathbf{b} 両方のばあいとも正である。したがって, 当然予想されるように, この剪断力は斜面をひきつりおろそうとしている。曲線3も原点 O で h/R 軸に切していない。よって, この剪断力は積雪がうすくても積雪の厚さとともに増す。

III. 円形凹斜面の底の障壁に及ぼされる雪圧

第3図 \mathbf{b} のように円形凹斜面の底に鉛直な障壁があると, 積雪の流動速度の障壁面に垂直

な成分は0でなければならない。この速度成分は(6)式の v'_θ で $\theta=0$ とおけばえられるが、その値は正に0である。このことから、(5)式(6)式の応力場は、障壁のあるばあいの積雪内応力場をも表わすことがわかる。それで(5)式の第2式(復記号±の-を用いる)で $\theta=0$ としたものを $[\sigma'_\theta]_0$ とすれば、その $[\sigma'_\theta]_0$ が障壁に及ぼされる雪圧をあたえる。ただし、 $\theta=0$ のとき、 v'_θ は0でも v'_r は0でない。それゆえ、いまのばあい積雪は障壁面を自由にすべりうると仮定していることになる。

障壁にはたらく全雪圧 F いままでは応力の垂直成分を、正のとき張力に負のとき圧力にってきた。しかし、この節では逆に圧力を正にとることにしよう。すると障壁面の雪圧は $-[\sigma'_\theta]_0$ で表わされることになる。

障壁全体にわたっての雪圧、すなわち、全雪圧は

$$F = - \int_S^R [\sigma'_\theta]_0 dr = \rho g R^2 \hat{F}, \quad \hat{F} = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{Z^2} \right) - \frac{1}{1+Z^2} \left(\frac{3}{2} Z^2 - \frac{1}{2Z^2} - 1 \right) \right] \tag{13}$$

で与えられる。 $Z=1+\delta$, $\delta \ll 1$ ならば

$$\hat{F} = (\delta^2/2)(1+\delta) \tag{13'}$$

である。第4図の曲線1が \hat{F} と $h/R=1-(1/Z)$ との関係を示す。この h は $R-S$ にひとしく積雪の厚さを表わす。前節までは $S-R=h$ としたので、円形凹斜面のばあいには積雪の厚さ h が負となった。この節では h を正にするために、上のように $h=R-S$ と改める。

第3図cのように平らな地面に一樣な厚さ h' でつもった積雪の一端が障壁で支えられていると、障壁には

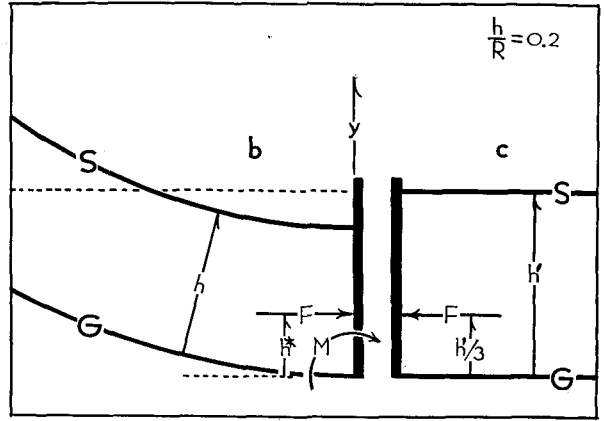
$$F_x = \rho g (h'^2/2) = \rho g R^2 [h'/R]^2/2$$

の全圧力がかかる。それで、 $F=F_x$ ならしめるような h' を考えると、 h' は

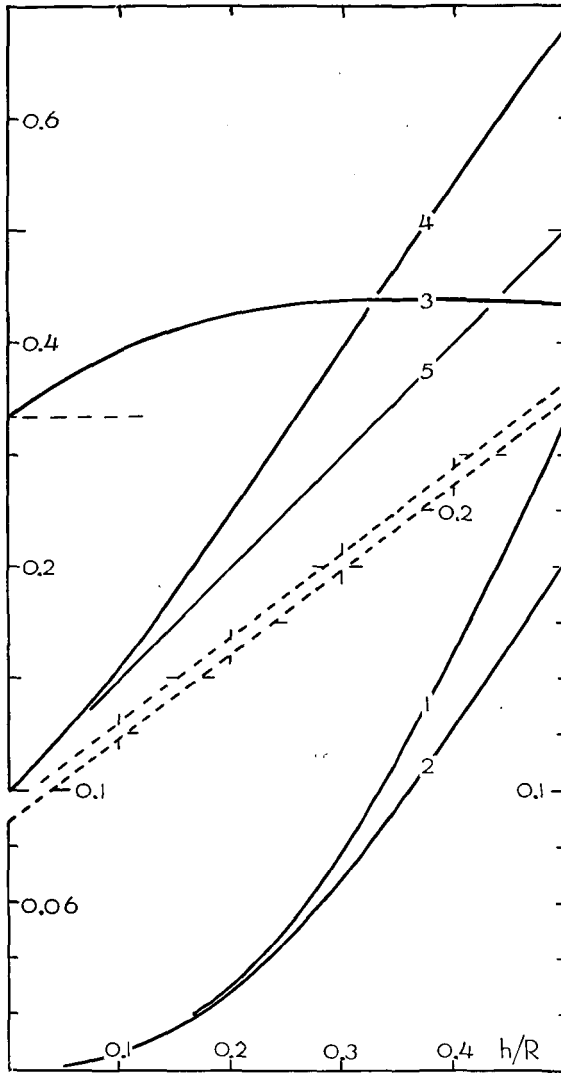
$$h' = R \sqrt{2 \hat{F}} \tag{14}$$

となる。第4図の曲線4はこの h' と R との比 h'/R を、曲線5は h/R を示す。ふたつの曲線の比較からわかるように h' は h より3割がた大きい。

雪圧の廻転能率 M , F の着力点 障壁の根元のまわりの雪圧の廻転能率 M は



第3図 b図は鉛直な障壁で支えられた円形凹斜面の積雪。 F は積雪が障壁におよぼす全圧力。c図はb図のばあいと同じ全圧力 F を障壁にあたえる水平面上の積雪



第4図 曲線 1— \hat{F} (13), (13') 式; 曲線 2— \hat{P} (15), (15') 式;
 曲線 3— h^*/h (16), (16') 式; 曲線 4— h'/R (14) 式;
 曲線 5— h/R

$$\left. \begin{aligned} M &= -\int_0^{R-s} y[\sigma'_0]_0 dy = \rho g R^3 (\hat{F} - \hat{P}) \\ \hat{P} &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{Z^3} \right) - \frac{1}{1+Z^3} \left(\frac{Z^2}{2} - \frac{1}{2Z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

で与えられる。 $Z = 1 + \delta$, $\delta \ll 1$ ならば

$$\hat{P} = (\delta^2/2)[1 + (2/3)\delta] \quad (15')$$

である。(15)式の積分変数 y は障壁の根元から鉛直上方への長さで $R-r$ にひとしい。

全雪圧 F の着力点は障壁の根元から

$$h^* = M/F = R[1 - (\hat{P}/\hat{F})] \quad (16)$$

の高さにある。第4図の曲線3で h^*/h と h/R との関係が示される。 $Z = 1 + \delta$, $\delta \ll 1$ ならば

$$h^*/h = (1/3) + (3/4)\delta = (1/3) + (3/4)(h/R) \quad (16')$$

である。よって、 $h/R \rightarrow 0$ で h^*/h は $1/3$ となる。

第3図 **c** のばあいの着力点の高さは積雪の厚さ h' の $1/3$ である。第3図 **b** のばあいも、 $h/R \rightarrow 0$ で着力点の高さ h^* が積雪の厚さ h の $1/3$ になるのは

(1) $R \gg h$ のため障壁附近の地面は広い水平面となり、障壁附近の積雪は **c** のばあいの積雪と同じ状態になる

(2) 障壁に圧力を及ぼすのは斜面上の積雪全体のうち障壁の附近にあるものだけであることによって説明される。(2)の条件は、同じ全雪圧をあたえる第3図 **c** のばあいの積雪が、**b** のばあいにくらべて僅か3割ほどしか厚くないことからいえる。積雪を支えるのは障壁と斜面とであるが、障壁から遠く斜面を高くのぼったあたりにある積雪は斜面だけで支持されているわけである。

文 献

- 1) 吉田順五 1964 斜面積雪の内部応力および粘性流動. I. 波状に起伏する斜面の積雪. 低温科学, 物理篇, **22**, 83-100.
- 2) 吉田順五 1964 斜面積雪の内部応力および粘性流動. II. 平らな斜面の上の楔形の積雪. 低温科学, 物理篇, **22**, 101-117.

Summary

Curves **G** in Fig. 1 are the surfaces of circularly curved slopes in vertical section and curves **S** are the upper surfaces of their snow covers. The thickness of the snow cover does not depend on θ , but is equal to $S-R$ or $R-S$, R and S being the radii of curvature of the ground and of the upper surface of the snow cover. The purpose of the present paper is to derive the stress and velocity components of the snow covers by the same method and with the same assumptions used in Parts I and II.

It is shown that, if r/S and R/S are denoted by ζ and Z respectively, then

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_r &= \pm \rho g R \cos \theta \cdot \frac{1}{Z} \left[\left(\zeta - \frac{1}{\zeta} \right) + \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(\frac{1}{\zeta} - \zeta \right) \right] \\ \sigma'_\theta &= \pm \rho g R \cos \theta \cdot \frac{1}{Z} \left[\zeta - \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(3\zeta + \frac{1}{\zeta^3} \right) \right] \\ \tau'_{r,\theta} &= \pm \rho g R \sin \theta \cdot \frac{Z}{2(1+Z^4)} \left(\frac{1}{\zeta^3} - \zeta \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} v'_r &= \pm \frac{\rho g R^2}{4\eta} \cos \theta \cdot \frac{1}{Z^2} \left[\frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} + \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(\zeta^2 - \frac{1}{\zeta} \right) - \ln \frac{\zeta}{Z} \right] \\ v'_\theta &= \pm \frac{\rho g R^2}{4\eta} \sin \theta \cdot \frac{1}{Z^2} \left[1 - \frac{1-Z^4}{2(1+Z^4)} - \frac{Z^2}{2(1+Z^4)} \left(3\zeta^2 + \frac{1}{\zeta} \right) + \ln \frac{\zeta}{Z} \right] \end{aligned} \right\}$$

gives the stress and velocity components for the snow covers. The upper sign of \pm is applied to Fig. 1 **a** and the lower one to Fig. 1 **b**. The first solutions (cf. summaries of Parts I and II) used are

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^0 &= \sigma_\theta^0 = \pm \rho g r \cos \theta, & \tau_{r\theta}^0 &= 0 \\ v_r^0 &= v_\theta^0 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Components $\sigma_r^{(2)}, \dots, v_\theta^{(2)}$, derived from stress functions $\varphi^{(2)}$ in Table 1 of the text, give the second solutions, where c in $v_r^{(2)}$ and $v_\theta^{(2)}$ is a constant having the dimension of length. When so combined as to satisfy the boundary conditions

$$[\sigma_r]_s = [\tau_{r\theta}]_s = 0 \quad \text{and} \quad [v_r]_G = [v_\theta]_G = 0, \quad (3)$$

these two solutions produce the above stress and velocity components (1). The value of the constant c is determined in the process of that combination.

The values of $\sigma'_r, \dots, v'_\theta$ at the ground surface **G** and the upper surface **S** of the snow cover are obtained by putting $\zeta = Z$ and $\zeta = 1$ in equations (1).

In Fig. 2,

curve 1	gives	$\pm [\sigma'_\theta]_s / \rho g R \cos \theta$
curve 2	gives	$\pm [\sigma'_r]_G / \rho g R \cos \theta$
curve 3	gives	$\pm [\tau_{r\theta}]_G / \rho g R \sin \theta$
curve 4	gives	$\pm 4\eta [v'_r]_s / \rho g R^2 \cos \theta$
curve 5	gives	$\pm 4\eta [v'_\theta]_s / \rho g R^2 \sin \theta$

as a function of h/R , where $h = S - R$. The thickness of the snow covers is numerically equal to h , but in Fig. 1 **b**, h is negative since S is less than R . Fig. 2 **a** corresponds to Fig. 1 **a** and 2 **b** to 1 **b**.

As seen from the formula (1), v'_θ vanishes when $\theta = 0$. Therefore $\sigma'_r, \dots, v'_\theta$ can be applied to a snow cover whose flow is arrested by a barrier at the foot of the slope as shown in Fig. 3 **b**. The force F which the snow cover exerts upon the barrier is given by $\int_0^h [\sigma'_\theta]_{\theta=0} dy$, where y is the height from the foot of the slope. The forces exerted on the barriers by the snow covers in **b** and **c** of Fig. 3 are equal when the height of the flat snow cover in **c** is h' as given. In Fig. 4 curve 4 is for h'/R while straight line 5 is for h/R : as seen from those two curves h' is about 30% larger than h . (In the preceding paragraph and in Figs. 3 and 4, h is equal to $R - S$ instead of $S - R$.)