



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	氷板のうける風の力の測定
Author(s)	鈴木, 義男; SUZUKI, Yosio
Citation	低温科学. 物理篇, 22, 155-170
Issue Date	1964-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18014
Type	departmental bulletin paper
File Information	22_p155-170.pdf



氷板のうける風の力の測定*

鈴木 義 男
(低温科学研究所 物理部門)
(昭和 38 年 12 月 受理)

I. ま え が き

氷のうける風の力を知ることが流氷漂流の研究に必要なことはいうまでもないが、この力を直接測定した例はまだないようである。我々は 1963 年 2 月、オホーツク海沿岸紋別港内にはりつめた平坦一冬氷を利用してこの力の測定を試みた。

この力の符号を変えたものは風におよぼす氷の力で乱流研究にとり重要な量である。乱流研究の立場からなされた、(氷以外の) 地表面の風におよぼす力の現場測定^{1),2)}も数少ないので、我々の試みは流氷漂流の研究だけでなく乱流の研究にも興味あるものといえよう。

II. 氷のうける風の力の測定の方法

氷のうける風の力の測定方法は図式的に Fig. 1 (a) に示した。平坦氷上に 4 点、A, B, C, O をほぼ正 3 角形の頂点および外心点となるようきめる。各点には Fig. 1 (b) に示す回転軸を予じめ埋込み凍着させておく、O を中心とする狭い環状部分の氷を除去し、円形プール内に浮

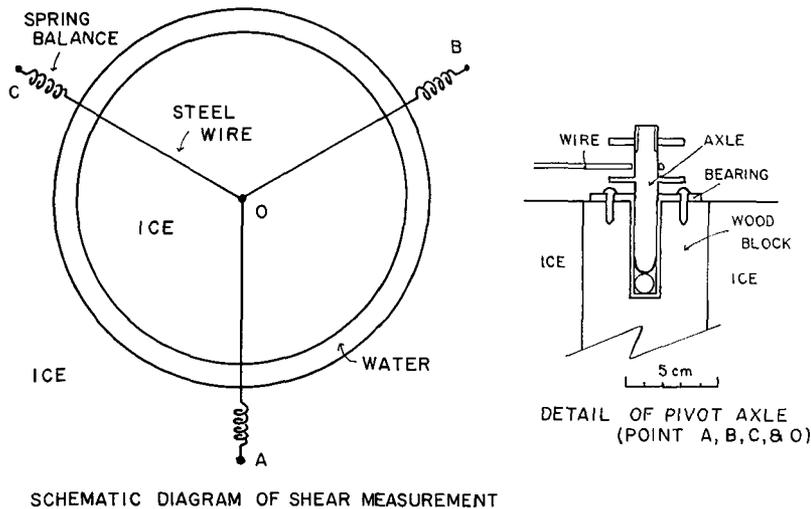


Fig. 1. (a)

Fig. 1. (b)

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 664 号

ぶ氷の円板を作る。OA, OB, OC 間には張力計を介してスチールワイヤをほぼ同一の張力をかけてはる。円板は風および水の力とワイヤによる力をうけて運動するが、以下に示すよう張力計のよみから風 (および水) の氷板におよぼす力を知ることができる。

円板の上下運動は急速に減衰するから、簡単のため円板は水平面内だけで運動するものとし、以下問題をすべて2次元的に扱おう。

O 点は円板の (2次元的) 重心と考えられるから、その運動方程式は、

$$M\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_w \quad (1)$$

で与えられる。ここに

M : 円板の質量

\mathbf{r} : O 点の位置ベクトル

$\mathbf{F}_A, \mathbf{F}_B, \mathbf{F}_C$: ワイヤによる力

\mathbf{F}_a : 円板のうける風の力の水平分力

\mathbf{F}_w : 円板のうける水の力の水平分力

(以下ゴシックでベクトル量, 対応する普通活字でその絶対値を表わす)。

$\mathbf{F}_a, \mathbf{F}_w$ は時間的には微視量であるが、空間的には円板の表面についての積分量で巨視的な量である。 $\mathbf{F}_a, \mathbf{F}_w$ のうち円板の側面のうける力はおもに O 点の運動に対する抵抗と考えられる。上下面のうける力もまた明らかに $\dot{\mathbf{r}}$ に依存し、この依存性は一部は抵抗として現われる。 $\mathbf{F}_a, \mathbf{F}_w$ は巨視的な量であるからこれらの抵抗頂は一括して $-\kappa\dot{\mathbf{r}}$ の形と考えてよい。 $\dot{\mathbf{r}}$ が小さい時は κ は常数とみなされる。

$$\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_w \equiv \mathbf{F}_0 - \kappa\dot{\mathbf{r}} \quad (2)$$

とおけば、(1)式から

$$M\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_0 - \kappa\dot{\mathbf{r}}. \quad (3)$$

もし \mathbf{F}_0 が一定であれば、附録に示すように (3) 式は平衡点のまわりの減衰振動で O 点はやがて静止する。O 点が静止すれば (3) 式より

$$\mathbf{F}_0 = -(\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C). \quad (4)$$

しかし実際は \mathbf{F}_0 は時間的に変動するので O 点は振動をつづける。

我々は円板のうける力を風 (および水) の巨視的構造と関連させて求めればよいのである。それで風 (および水) の巨視的構造がほとんど変わらないようなある時間 T についての (3) 式の時間平均を考える。量 A の T 時間平均を \bar{A} とかけば、(3) から

$$M\bar{\ddot{\mathbf{r}}} = \bar{\mathbf{F}}_A + \bar{\mathbf{F}}_B + \bar{\mathbf{F}}_C + \bar{\mathbf{F}}_0 - \kappa\bar{\dot{\mathbf{r}}} \quad (5)$$

($\bar{\mathbf{r}}$ が小さいとして κ は常数とした)。

T が O 点の主要周期に比べ充分長ければ、

$$\bar{\ddot{\mathbf{r}}} = 0, \quad \bar{\dot{\mathbf{r}}} = 0 \quad (6)$$

したがって (5) から

$$\bar{\mathbf{F}}_0 = -(\bar{\mathbf{F}}_A + \bar{\mathbf{F}}_B + \bar{\mathbf{F}}_C). \quad (7)$$

水が巨視的に静止していれば \mathbf{F}_w はすべて抵抗頂で \mathbf{F}_0 には寄与せず, $\bar{\mathbf{F}}_0$ は円板の上面のうける風の力の時間的平均と考えてよい。以下水は静止していたものとみなす。

注意すべきは, $\bar{\mathbf{F}}_0$ には \mathbf{F}_a のうち抵抗頂にまとめられない $\dot{\mathbf{r}}$ 依存性が残っていることで, このため $\bar{\mathbf{F}}_0$ は静止円板のうける力とはいくらか違っている。しかしこの差は, 氷の上面から高さ h (O 点の振幅に比べ充分大きいある値) での平均風速を u_h とする時に $u_h \gg r_{\max}$ ならば無視できるであろう。

(7) 式の $\bar{\mathbf{F}}_A$ 等は \mathbf{F}_A 等の方向変化が小さければ,

$$\bar{\mathbf{F}}_A \doteq \bar{\mathbf{F}}_A \cdot \mathbf{n}_A, \quad \bar{\mathbf{F}}_B \doteq \bar{\mathbf{F}}_B \cdot \mathbf{n}_B, \quad \bar{\mathbf{F}}_C \doteq \bar{\mathbf{F}}_C \cdot \mathbf{n}_C \quad (8)$$

で充分近似できる。ここに, $\bar{\mathbf{F}}_A$ 等は \mathbf{F}_A 等の絶対値の時間平均, \mathbf{n}_A 等はワイヤの力が $\bar{\mathbf{F}}_A, \bar{\mathbf{F}}_B, \bar{\mathbf{F}}_C$ となるような点を O' とする時の $\overrightarrow{O'A}$ 等の方向の単位ベクトルである。($\bar{\mathbf{F}}_A \equiv |\mathbf{F}_A| \geq |\bar{\mathbf{F}}_A|$ 等であるから, O' は厳密には一般に ABC 面外の点となろう。しかし我々の場合, O' は長さの測定精度内で ABC 面上にあるとみなせる。)

(7), (8) から

$$\bar{\mathbf{F}}_0 = -(\bar{\mathbf{F}}_A \cdot \mathbf{n}_A + \bar{\mathbf{F}}_B \cdot \mathbf{n}_B + \bar{\mathbf{F}}_C \cdot \mathbf{n}_C). \quad (9)$$

(9) の右辺は観測量から容易に計算できる。円板のうける空間的時間平均せん断応力 τ_0 は, 円板の半径を R とすれば,

$$\tau_0 \equiv \bar{\mathbf{F}}_0 / \pi R^2, \quad \bar{\mathbf{F}}_0 \equiv |\bar{\mathbf{F}}_0|. \quad (10)$$

実際の測定では \mathbf{F}_A 等は一定間隔でよみとり, これから時間平均を作る。よみとり周期が O 点の主要周期と簡単な整数比の関係にあると, (6) 式がくずれるおそれがあることは注意を要する。

我々の円板は重心を自由回転軸で支えられている。この軸のまわりにトルクが働けば円板は回転運動をする。実際の測定に際し円板は振幅 $5 \sim 10^\circ$ の長周期 (数分程度) の回転を示したが, これについての解析は行なわない。

III. 風速の垂直分布と風の水平応力

風の地表面におよぼす平均的な力と平均風速との関係式は乱流理論からえられるのであるが, その詳細は気象力学の教科書³⁾にゆずり, ここでは観測の整理に使った Prandtl-Rossby の理論のうち必要な式を説明するにとどめる。なおこの理論は空気の垂直安定度が中性の時のものである。

平均風が地表面 ($z=0$) に平行に x 方向に吹いており, 平均風速 u は高さ z だけの関数である場合を考える。 u が x にも t にも関係しないことは平均風の任意の部分合計としては力をうけないことであるから, τ をレイノルズせん断応力とすると

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

Prandtl は u と τ との間に

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dz} \right) \left| \frac{du}{dz} \right| \quad (12)$$

の関係を仮定した。ここに ρ は空気の密度、 l は長さの次元をもつ混合距離とよばれる量で、地表面の状況と表面からの距離 z だけできまる。

C. G. Rossby は空気力学的に粗な地表面に対し、

$$l = k(z+z_0) \quad (13)$$

とおいた。ここに z_0 は地表面の空気力学的粗さをしめす常数で粗度係数とよばれる。 k はカルマン常数とよばれる流体の性質によらない普遍常数でその値としてはふつう 0.4 が使われている。

(11) から τ は常数となるから、それを τ_0 とすれば、(12)、(13) から、

$$\frac{du}{dz} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{1}{z+z_0} \quad (14)$$

$z=0$ で $u=0$ の境界条件で (14) を積分すると、

$$u = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \log \frac{z+z_0}{z_0} \quad (15)$$

地表面のうける風の力と風が地表面でうける力とはもちろん大きさは等しいから、 τ_0 は地表面のうける風の水平応力である。

τ_0 はある高さ h の平均風速 u_h の関数として表わすのが便利である。(15) から

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \rho C_D u_h^2 \quad (16)$$

ここに、

$$C_D \equiv 2k^2 \left/ \left(\log \frac{h+z_0}{z_0} \right)^2 \right. \quad (17)$$

C_D は抵抗係数とよばれる。

IV. 測定結果 (その I)

実際に使用した力の測定装置の寸法は、円板の半径 300 cm, AB=747 cm, BC=750 cm, CA=765 cm, OA, OB, OC は 2 kg-wt の力の時それぞれ 430, 430, 446 cm である。張力計としては 4 kg-wt/10 cm のばねばかりを用い、各ばねばかりに 1 名ずつの測定者を配し 10 g-wt までよみとった。装置の設定点は Fig. 3 に示す。風速は O 点から 220° 方位約 10 m 地点で、電接计数器つき小型 4 極風速計 4 個で 16, 36, 76, 156 cm の高さについて測った。別に O 点から 200° 方位 12 m の地点でピラム風向風速計により 100 cm 高の風向風速を測った。

測定は2月14日15時30分から12分間および15時50分から10分間の2回行なった。よみとり周期は初回が30秒、次回が5秒である。(6)式はなりたつと考えられる。(次節をみよ)。力の測定結果をTable 1に示す。ピラム風向風速計による風向風速と(16)式による C_D の値も

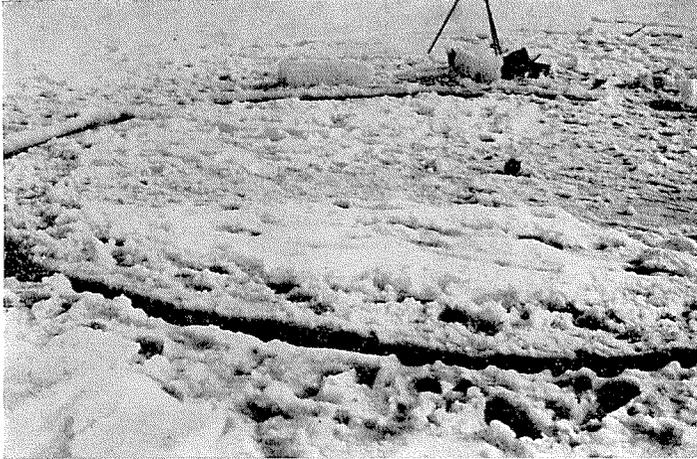


Fig. 2

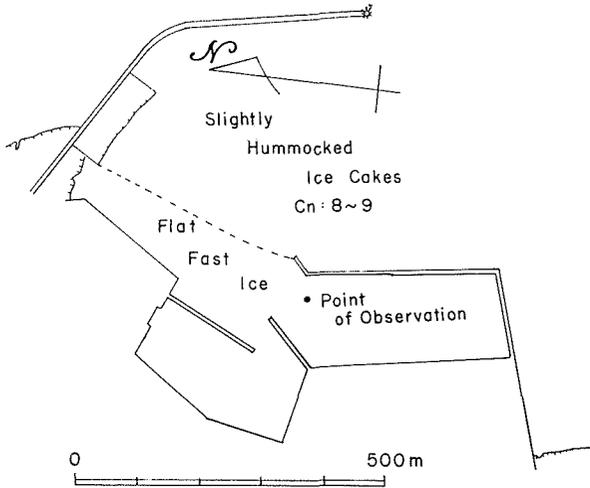


Fig. 3

Table 1. Results of Force Measurements

run number	time	\bar{F}_A (kg-wt)	\bar{F}_B (kg-wt)	\bar{F}_C (kg-wt)	\bar{F}_O (kg-wt)	dir. of \bar{F}_O	Wind		z_0 (dyne/cm)	C_D
							dir.	speed (cm/sec)		
1	15 h 30 m ~40 m	1.85	1.91	1.97	0.16	335°	315° ~343°	268	0.55	1.18×10^{-2}
2	15 h 50 m ~16 h	1.87	1.86	1.99	0.16	313°	—	290	0.55	1.01×10^{-2}

$\alpha_A = 168^\circ 20'$, $\alpha_B = 47^\circ 45'$, $\alpha_C = 290^\circ$ $\rho = 1.3 \times 10^{-3}$ g/cm

示した ($\rho=1.3 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ を用いた)。風向と F_0 の方向とはかなりよく一致している。

Table 1 で n_C は風向計の磁石がきめたもので $\pm 3^\circ$ の精度である。 n_A, n_B は $AB=747, BC=750, CA=765, OA=OB=430$ から n_C との相対角を計算してきめた。長さの測定精度は $\pm 0.5 \text{ cm}$ であるから \bar{F}_A 等の変化による OA の変化は無視した。 n_A, n_B と n_C の相対角度の精度は $\pm 10'$ 程度である (この誤差が \bar{F}_0 にどの程度影響するかは第 6 節で論ずる)。

風速の測定結果は Table 2 に示す。ピラム風速計によるものと併せ、我々は 5 点の風速をえたが、これらを次のように整理してみた。

2 点 z_1, z_2 の風速を u_1, u_2 とすれば (15) から、

$$u_1/u_2 = \log_{10} \frac{z_1+z_0}{z_0} / \log_{10} \frac{z_2+z_0}{z_0} \quad (18)$$

および

$$u_2 - u_1 = \frac{2.303}{k} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \log_{10} \frac{z_2+z_0}{z_1+z_0} \quad (19)$$

$z_0 \ll z_1, z_2$ と予想されるから、(19) から

$$u_2 - u_1 = \frac{2.303}{k} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \log_{10} \frac{z_2}{z_1} \quad (20)$$

5 点の風速からえられる 10 組の u_1, u_2 の組合わせについて (18), (20) から求めた z_0, k を Table 3 に示す (k の計算には Table 1 の τ_0, ρ を用いた)。

Table 3 の z_0 の値から測定 1 の 156 cm 高の風速は対数分布からかなりはずれていることがわかる。これは大気安定度が中性でなかったためであろう。 k の値は τ_0 の測定誤差を考え

Table 2. Wind Speed

height (cm)	# 1 (m/sec)	# 2 (m/sec)
156	3.4	3.2
100	2.7	2.9
76	2.6	2.7
36	2.3	2.3
16	1.8	1.6

Table 3. z_0, k computed from (18), (20). ($\sqrt{\tau_0/\rho}=20.6 \text{ cm/sec}$)

z_2 (cm)	z_1 (cm)	z_0		k	
		# 1 (cm)	# 2 (cm)	# 1	# 2
156	100	40	1.2	0.15	0.31
	76	10	1.7	0.19	0.30
	36	2	0.8	0.28	0.34
	16	1.3	2.0	0.29	0.29
100	76	0.1	1.2	0.57	0.29
	36	0.1	0.7	0.53	0.35
	16	0.4	2.0	0.42	0.29
76	36	0.1	0.4	0.51	0.39
	16	0.5	2.0	0.40	0.29
36	16	0.7	4.0	0.33	0.24

ればほぼ妥当な値を示している。Fig. 4 にいろいろの z_0 に対する (15) 式と実測値を示した。前述の測定 1 の 156 cm 高の異常値を除けば、測定 1 では $z_0=0.5$ cm, 測定 2 では $z_0=1.6$ cm の時、実測値と (15) との一致はもつともよい。 z_0 は表面の凸凹の 1/30 程度といわれるから、Fig. 2 の氷面では $z_0 \approx 0.1 \sim 0.2$ cm と思われる。測定値には、張力計のよみとりのため氷上にねそべっていた測定者の影響があらわれているのであろう。

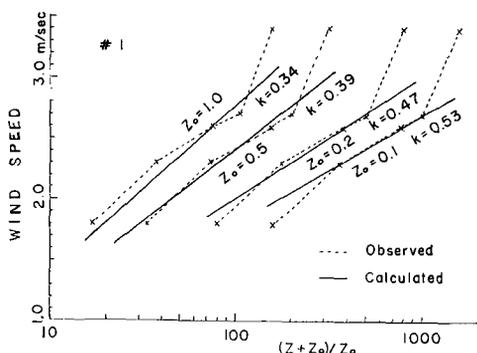


Fig. 4. (a)

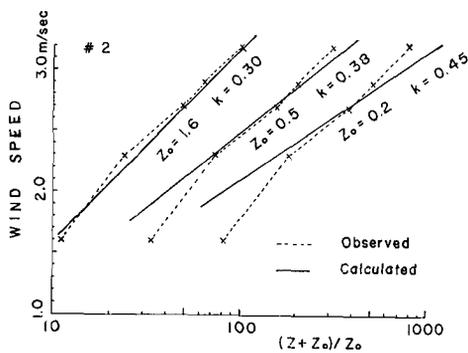


Fig. 4. (b)

V. 測定結果 (その2)

(5) 式の F_0 は時間の関係である。

$$F_0 \equiv \bar{F}_0 + \Delta F(t) \tag{21}$$

とおけば、(5) 式は

$$M\ddot{r} = F_A + F_B + F_C + \bar{F}_0 + \Delta F(t) - \kappa \dot{r} \tag{22}$$

附録に示すよう $F_A + F_B + F_C + \bar{F}_0$ は極小点をもつポテンシャルから導かれる。(22) はこの点のまわりの $\Delta F(t)$ による強制振動の式となる (第2節で注意したように $\Delta F(t)$ には \dot{r} 依存性があると考えられるから、 $\Delta F(t)$ は純粋な外力とはみなせないが、ここではこの点にはふれない)。したがって O 点の振動スペクトラムを調べれば $\Delta F(t)$ の特性がわかる。

第2回測定時の F_A , F_B , F_C の時間的変化を Fig. 5 に示す。 $F_C - \bar{F}_C$ は n_C 方向の O 点の変位にはほぼ比例するから、 F_C のスペクトラムは O 点の変位の n_C 成分のスペクトラムと考えてよい。調和分析の結果を Fig. 6 に示す。

Fig. 6 は 3 つの山をもち、その角振動数は 0.272 , 0.230 , 0.178 sec^{-1} (周期は 23.1 , 27.3 , 35.3 sec) である。はじめの 2 つは系の固有振動であろう。最後のものは $\Delta F(t)$ によると考えられる。岡田武松博士によれば風の息の周期は 30 sec 程度である (文献 4, 114 頁参照) から、これは風の息によるものと思われる。風の息は法線応力の変動で定義される量で、これが切線応力に現われたことは当然ともいえるが、興味あることである。

附録 (A 14), (A 15), (A 17) 式により減衰項を無視した時の (22) の固有振動を計算する。前節にのべたデータから

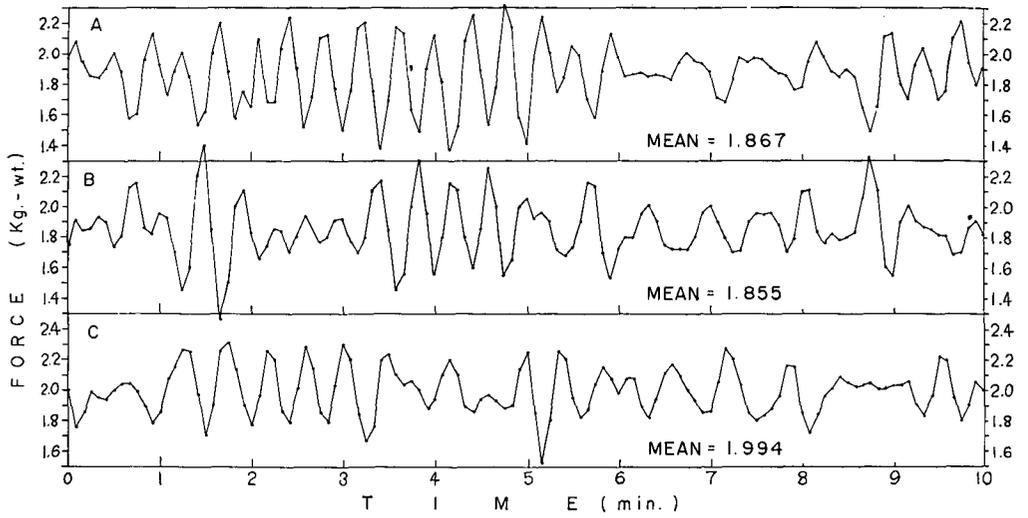


Fig. 5

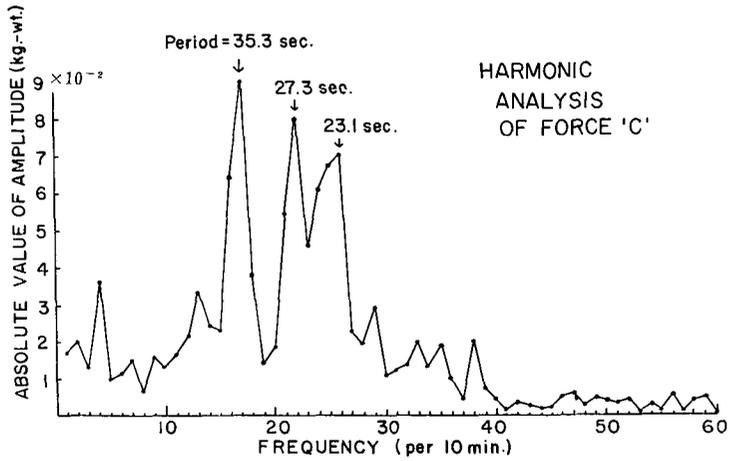


Fig. 6

$$k_1 = k_2 = k_3 = \frac{4 \text{ kg-w}}{10 \text{ cm}} = 3.92 \times 10^5 \text{ dyne/cm}$$

(ワイヤののびを無視した)

$$l = l_2 = 430 \text{ cm}, \quad l_3 = 446 \text{ cm}, \quad a_1 = a_2 = 425 \text{ cm}, \quad a_2 = 441 \text{ cm}$$

$$f_1 \cong f_2 \cong f_3 \cong 2 \text{ kg-wt}, \quad \alpha = 58^\circ 20', \quad \beta = 62^\circ 15'.$$

これらを (A 14), (A 15) にいれて計算すると,

$$A \cong 6 \times 10^5 \text{ dyne/cm}, \quad B \cong 0.16 \times 10^5 \text{ dyne/cm}.$$

氷の厚さを 30 cm, 密度を 0.92 g/cm^3 とすると円板の質量 M は

$$M \doteq 7.8 \times 10^6 \text{ g} .$$

したがって (A 17) から

$$\omega_+ = 0.282 \text{ sec}^{-1}, \quad \omega_- = 0.274 \text{ sec}^{-1} . \quad (23)$$

減衰項を考慮した時の固有振動数 ω'_\pm は

$$\omega'_\pm = \omega_\pm - \frac{1}{4} \left(\frac{\kappa}{M} \right)^2 \quad (24)$$

で与えられる。減衰項の大きさの程度をみるため、 ω_\pm に (23) の平均値、 ω'_\pm に Fig. 6 からよんだ上記の値 0.272 sec^{-1} と 0.230 sec^{-1} の平均値をいれてみる (これらの値は粗っぽい近似であるから、(24) の 2 つの式を満足するような κ/M の値はない)。

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\kappa}{M} \right)^2 = 0.278^2 - 0.251^2 = 0.12^2 , \quad (25)$$

$$\kappa/2M = 0.12 \text{ sec}^{-1} , \quad (25)$$

$$\kappa = 1.87 \times 10^6 \text{ dyne} \cdot \text{sec/cm} = 1.9 \text{ kg-wt sec/cm} . \quad (26)$$

(26) は水の抵抗だけと考えるには大きすぎると思われる。おそらくばねばかりの摩擦がかなりきいているのであろう。(25) は減衰係数であるが系の振動状況からみてそれほど過大とは思われない。

VI. \bar{F}_0 の測定について

(9) 式から (以下 \bar{F}_A 等を F_A とかく),

$$F_0^2 = F_A^2 + F_B^2 + F_C^2 + 2(F_A F_B (\mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_B) + F_B F_C (\mathbf{n}_B \cdot \mathbf{n}_C) + F_C F_A (\mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_B)) . \quad (27)$$

$(\mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_B)$, $(\mathbf{n}_B \cdot \mathbf{n}_C)$, $(\mathbf{n}_C \cdot \mathbf{n}_A)$ は独立ではない。 \mathbf{n}_A , \mathbf{n}_C のなす角の補角を α , \mathbf{n}_B , \mathbf{n}_C のなす角の補角を β とすれば,

$$(\mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_B) = \cos(\alpha + \beta), \quad (\mathbf{n}_B \cdot \mathbf{n}_C) = \cos(\pi - \beta), \quad (\mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_C) = \cos(\pi - \alpha),$$

$$F_0^2 = F_A^2 + F_B^2 + F_C^2 + 2(F_A F_B \cos(\alpha + \beta) + F_B F_C \cos(\pi - \beta) + F_C F_A \cos(\pi - \alpha)) . \quad (28)$$

一般の場合でなく、次の測定条件の場合だけを考える。

$$F_A \approx F_B \approx F_C \gg F_0, \quad \alpha \approx \beta \approx \frac{\pi}{3} . \quad (29)$$

簡単のため $\alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$ とする。(28) で $\alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$ とすると

$$F_0^2 = \frac{1}{2} \left\{ (F_A - F_B)^2 + (F_B - F_C)^2 + (F_C - F_A)^2 \right\} . \quad (30)$$

$$F_{\max} = \text{Max}(F_A, F_B, F_C), \quad F_{\min} = \text{Min}(F_A, F_B, F_C)$$

とおくと (30) から,

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{4} (F_{\max} - F_{\min})^2 \leq F_0^2 \leq (F_{\max} - F_{\min})^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} (F_{\max} - F_{\min}) \leq F_0 \leq F_{\max} - F_{\min} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

F_A 等の誤差による F_0 の誤差を $\Delta_1 F_0$ とすれば (31) から

$$\begin{aligned} |\Delta_1 F_0| &< 2 \text{Max} (|\Delta F_A|, |\Delta F_B|, |\Delta F_C|), \\ |\Delta_1 F_0 / F_0| &< 2 \frac{F_{\max}}{F_0} \text{Max} \left(\left| \frac{\Delta F_A}{F_A} \right|, \left| \frac{\Delta F_B}{F_B} \right|, \left| \frac{\Delta F_C}{F_C} \right| \right). \end{aligned} \quad (32)$$

α, β の誤差による F_0^2 の誤差 $\Delta_2(F_0^2)$ は (28) から ($\Delta\alpha, \Delta\beta$ の 2 次以上は無視して),

$$\Delta_2(F_0^2) = 2\{-F_A F_B \sin(\alpha + \beta)(\Delta\alpha + \Delta\beta) + F_B F_C \sin(\pi - \beta)\Delta\beta + F_C F_A \sin(\pi - \alpha)\Delta\alpha\}. \quad (33)$$

$\alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$ をいれると,

$$\begin{aligned} |\Delta_2(F_0^2)| &= \sqrt{3} \{F_A(F_C - F_B)\Delta\alpha + F_B(F_A - F_C)\Delta\beta\} \\ &< 2\sqrt{3} F_{\max}(F_{\max} - F_{\min}) \text{Max}(|\Delta\alpha|, |\Delta\beta|). \end{aligned}$$

(31) から,

$$|\Delta_2(F_0^2)/F_0^2| < 4 \frac{F_{\max}}{F_0} \text{Max}(|\Delta\alpha|, |\Delta\beta|).$$

F_0 の α, β の誤差による誤差を $\Delta_2 F_0$ とすれば,

$$\left| \frac{\Delta_2 F_0}{F_0} \right| < 2 \frac{F_{\max}}{F_0} \text{Max}(|\Delta\alpha|, |\Delta\beta|) \quad (34)$$

((34) 式の導出では, $(\Delta_2 F_0 / F_0)^2$ を $(\Delta_2 F_0 / F_0)$ に対して無視した。)

$\alpha = \beta = \pi/3$ の近くの α, β に対しても (32), (34) はなりたつであろう。(32), (34) は力および角の相対誤差が判っている時の F_0 の相対誤差の上限をきめる式で, 実験計画の時に必要である。測定を実行して $F_A, F_B, F_C, \alpha, \beta$ の値が判った後は, もちろん (28) から出発して, (32), (34) よりも精密に ΔF_0 が推定できるが, その程度は (32), (34) の右辺で与えられるであろう。我々の場合, $F_{\max}/F_0 \approx 12$, $|\Delta F_A/F_A| \approx 1/200$, $|\Delta\alpha| \approx 10' \approx 3/1000$ であるから, (32), (34) から,

$$|\Delta_1 F_0 / F_0| \leq 12\%, \quad |\Delta_2 F_0 / F_0| \leq 7.2\% \quad (35)$$

で F_0 の相対誤差は 10~20% 程度であったと思われる。 F_0 の相対誤差を 5% 程度以下に押えるためには (力と角度に等分にわりあてると),

$$|\Delta F_A / F_A| = 0.1\%, \quad |\Delta\alpha| = 3' \quad (36)$$

が要求される。

VII. 結 語

以上, 氷板のうける風の力の直接測定の方法について報告した。今冬の測定はおもに方法

の実用性をみるためのもので、とくに精度をあげることには努めなかったが、抵抗係数 C_D 、カルマン常数 k についてはほぼ常識的な値がえられた。また円板の振動スペクトラムの解析から、風力の時間的変動の性格を調べる可能性が示された。

我々の方法が乱流研究に有力となるためには、 \bar{F}_0 は少なくとも 5% の誤差で求めなければならぬと思われるが、第 6 節の議論からこれは充分可能であろう。また風の構造を同時に観測するためには、張力の記録装置の風えの影響をできるだけ少なくする必要がある。このためにはすべての記録を遠隔自記的に行なう必要がある。これらの点に留意した測定は現在準備中である。

この研究は、海氷研究グループの紋別港における海氷調査の一つとして行なったもので、測定にあたってはグループ全員の助力をうけ、また実験の計画と結果の整理の際には多くの有益な討論をいただいた。厚く感謝します。また調査にあたり多くの便宜を与えられた、紋別市役所、紋別漁業協同組合、開発局紋別港修築事務所にも深くお礼いたします。

なお F_C の調和分析には北大計算センターの HIPAC 103 を使用した。120 点のデータから 60 次までの振幅、振幅の自乗、位相角の \arctan を計算するのに 30 分を要した。

附 録

n 個の定点 $A_i (i=1, 2, \dots, n)$ とばねで結ばれ、さらに一定の外力をうける質点のポテンシャルを計算する。記述を簡潔にするためベクトル記法を使う。記号をまずまとめて書いておく (Fig. 7 参照)。

- \mathbf{r} : 任意の点 P の位置ベクトル,
- $f_i^0 \equiv f_i(\mathbf{O})$: 原点 O におけるばねの力の大きさ,
- $f_i \equiv f_i(\mathbf{r})$: 点 P におけるばねの力の大きさ,
- $\mathbf{F} \equiv \mathbf{F}(\mathbf{r})$: 質点のうける力,
- k_i : ばね常数,
- $\mathbf{n}_i \equiv \mathbf{m}_i(\mathbf{O})$: 方向 $\overrightarrow{OA_i}$ の単位ベクトル,
- $\mathbf{m}_i \equiv \mathbf{m}_i(\mathbf{r})$: 方向 $\overrightarrow{PA_i}$ の単位ベクトル,
- $\mathbf{n} \equiv \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$: 方向 \overrightarrow{OP} の単位ベクトル,
- \mathbf{n}_0 : 外力の方向の単位ベクトル,
- $\lambda_i \equiv (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n})$,
- $V(\mathbf{r})$: O 点を基準としたポテンシャル,
- a_i : 無負荷のばねの長さ.

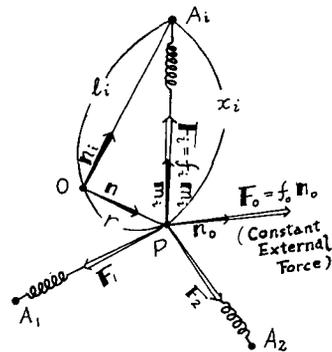


Fig. 7

- $l_i \equiv x_i(\mathbf{O})$: 長さ OA_i ,
- $x_i \equiv x_i(\mathbf{r})$: 長さ PA_i ,
- $r \equiv |\mathbf{r}|$: 長さ OP ,
- f_0 : 外力の大きさ,
- $\lambda_0 \equiv (\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n})$,

— $V(\mathbf{r})$ は質点が O から P まで動く時に質点になされた仕事である。運動路は任意である

から線分 OP をとる (OP 上にはどの A_i もないとする)。変位に直角な力は仕事をしないから、

$$-V(\mathbf{r}) = \int_0^r (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dr. \quad (\text{A } 1)$$

質点に働く力 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ は、

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{r}) &= \sum f_i \mathbf{m}_i + f_0 \mathbf{n}_0 = \sum k_i (x_i - a_i) \mathbf{m}_i + f_0 \mathbf{n}_0 \\ &= \sum k_i x_i \mathbf{m}_i - \sum k_i a_i \mathbf{m}_i + f_0 \mathbf{n}_0 \end{aligned} \quad (\text{A } 2)$$

であるから、

$$(\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) = \sum k_i x_i (\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{n}) - \sum k_i a_i (\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{n}) + \lambda_0 f_0. \quad (\text{A } 3)$$

一方、自明な関係

$$x_i \mathbf{m}_i = l_i \mathbf{n}_i - r \mathbf{n} \quad (\text{A } 4)$$

から、

$$(x_i \mathbf{m}_i \cdot x_i \mathbf{m}_i) = x_i^2 = l_i^2 + r^2 - 2rl_i \lambda_i, \quad (\text{A } 5)$$

$$(x_i \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{n}) = x_i (\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{n}) = \lambda_i l_i - r. \quad (\text{A } 6)$$

(A 5), (A 6) を使えば (A 3) は

$$(\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) = \sum k_i (\lambda_i l_i - r) + \sum k_i a_i (r - \lambda_i l_i) / x_i + \lambda_0 f_0. \quad (\text{A } 7)$$

(A 5) から

$$\partial x_i / \partial r = (r - \lambda_i l_i) / x_i. \quad (\text{A } 8)$$

ゆえに (A 1) は積分でき、

$$-V(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} (\sum k_i) r^2 + (\sum k_i l_i \lambda_i + \lambda_0 f_0) r + \sum k_i a_i (x_i - l_i),$$

x_i は (A 5) で与えられる。

関係

$$f_i^0 = k_i (l_i - a_i)$$

を使って書きかえれば、

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (\sum k_i) r^2 - \sum k_i a_i (x_i - l_i + \lambda_i r) - (\sum f_i^0 \lambda_i + \lambda_0 f_0) r. \quad (\text{A } 9)$$

$(\sum k_i)$ が正であれば、(A 9) から $r \rightarrow \infty$ で $V(\mathbf{r}) \rightarrow +\infty$ 、したがって $V(\mathbf{r})$ は少なくとも 1 つの極小点をもつ。

$r \ll l_i$ とし $\delta_i \equiv r/l_i$ の 3 次以上を省略すると、

$$\begin{aligned} x_i &= l_i (1 + \delta_i^2 - 2\delta_i \lambda_i)^{\frac{1}{2}} \\ &= l_i \left\{ 1 + \frac{1}{2} (\delta_i^2 - 2\delta_i \lambda_i) - \frac{1}{8} (\delta_i^2 - 2\delta_i \lambda_i)^2 + \dots \right\} \\ &= l_i \left\{ 1 - \delta_i \lambda_i + \frac{1}{2} (1 - \lambda_i^2) \delta_i^2 \right\}. \end{aligned}$$

(A 9) にいれると

$$V(\mathbf{r}) = \frac{r^2}{2} \sum \{k_i - k_i a_i (1 - \lambda_i^2)/l_i\} - (\sum f_i \lambda_i + \lambda_0 f_0) r. \quad (\text{A } 10)$$

O 点を平衡点にとれば最後の項はきえる。

以上は質点が 3 次元的に運動するもつとも一般の場合である。以下本文の例、すなわち $n=3$ であつ A_i , P が同一平面内にある場合を考える。Fig. 8 で A, B, C を A_1 , A_2 , A_3 とする。 θ は OC を基準として反時計まわりに測る。 α , β , α' , β' を図に示した角とすると、

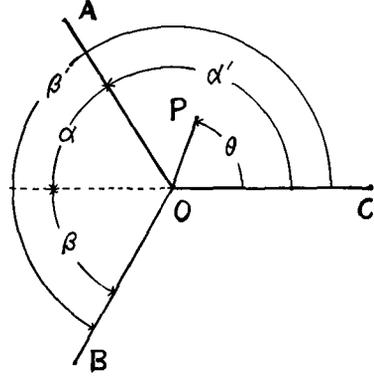


Fig. 8

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \cos(\alpha' - \theta) = \cos(\pi - \alpha - \theta) = -\cos(\alpha + \theta), \\ \lambda_2 &= \cos(\beta' - \theta) = \cos(\pi + \beta - \theta) = -\cos(\beta - \theta), \\ \lambda_3 &= \cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A } 11)$$

$$\left. \begin{aligned} 1 - \lambda_1^2 &= \sin^2(\alpha + \theta) = (1 - \cos 2(\alpha + \theta))/2, \\ 1 - \lambda_2^2 &= (1 - \cos 2(\beta - \theta))/2. \quad 1 - \lambda_3^2 = (1 - \cos 2\theta)/2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A } 12)$$

原点を平衡点にとる。(A 10), (A 12) から、

$$V(\mathbf{r}) = \frac{r^2}{2} \{A + B \cos 2(\theta - \theta_0)\}, \quad (\text{A } 13)$$

ここに、 A , B , θ_0 は

$$A \equiv \sum k_i - \frac{1}{2} \sum (k_i a_i / l_i) = \frac{1}{2} \sum (k_i + (f_i / l_i)), \quad (\text{A } 14)$$

$$B \equiv \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{k_1 a_1}{l_1} \cos 2\alpha + \frac{k_2 a_2}{l_2} \cos 2\beta + \frac{k_3 a_3}{l_3} \right)^2 + \left(\frac{k_2 a_2}{l_2} \sin 2\beta - \frac{k_1 a_1}{l_1} \sin 2\alpha \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A } 15)$$

$$\theta_0 \equiv \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{k_2 a_2}{l_2} \sin 2\beta - \frac{k_1 a_1}{l_1} \sin 2\alpha \right) / \left(\frac{k_1 a_1}{l_1} \cos 2\alpha + \frac{k_2 a_2}{l_2} \cos 2\beta + \frac{k_3 a_3}{l_3} \right) \right\} \quad (\text{A } 16)$$

で与えられる。

ポテンシャル(A 13) による質量 M の質量の質点の固有振動数 ω_+ , ω_- は

$$\omega_{\pm} = \sqrt{(A \pm B)/M} \quad (\text{A } 17)$$

であり、主振動方向は OC と θ_0 , $\theta_0 + \frac{\pi}{2}$ の角をなす方向である。

文 献

- 1) Sheppard, P. A. 1947 The aerodynamic drag of the earth's surface and the value of von Karman's constant in the lower atmosphere. Proc. Roy. Soc. **A**, **188**, 208-222.
- 2) Pasquill, F. 1950 The aerodynamic drag of grass land. Proc. Roy. Soc. **A**, **202**, 143-153.
- 3) Sutton, O. G. 1953 Micrometeorology. McGraw-Hill.
- 4) 岡田武松 1941 改稿, 気象学講話. 岩波書店.

Summary

Knowledge of the wind drag of an ice floe is very important in the study of ice drift, yet few direct measurements have ever been reported. In February 1963, we attempted to measure the force exerted on an ice sheet by the wind, using the flat shore ice covering the harbour of Monbetsu (Fig. 3) on the Okhotsk coast of Hokkaido. Since the measurements for other surfaces than ice have also been scarce^{1),2)}, our attempt may be interesting from the meteorological point of view, too.

During the winter two series of preliminary measurements were carried out mainly to investigate the usefulness of the new method of measuring the force, which enables one to obtain not only the average force but also the time dependent characteristics of the force. We believe the usefulness of the method was established by these preliminary investigations.

Fig. 1 (a) illustrates the method used in measuring the force. The pivot axles shown in Fig. 1 (b) are frozen in the ice at four points A, B, C and O. Three steel wires with tension meters are strung between axle O and axles A, B and C. Then, a narrow ring shape area with its center at O is cleared of ice, so that an ice disk is obtained which is pulled by wires to three directions OA, OB and OC and floating in a circular pool.

The vertical motion of the disk is very rapidly damped. Further, the rotational motion of the disk about axle O was small in actual measurement. Therefore, the motion of the disk was treated as two dimensional motion of a point mass at O which is considered to be the two dimensional center of the mass of the disk. Then, the equation of the motion is given by (1), where M is the mass of the disk; \mathbf{r} is the position vector of O; \mathbf{F}_A , etc., are forces exerted by wires; \mathbf{F}_a and \mathbf{F}_w are horizontal components of forces exerted by air and water, respectively.

It is evident that both \mathbf{F}_a and \mathbf{F}_w have $\dot{\mathbf{r}}$ dependencies which appear as resistance to the motion of O. Since the forces are spatially integrated quantities and thus in a sense macroscopic, their resistant effect can be expressed also in the macroscopic form $-\kappa\dot{\mathbf{r}}$. Separating the resistant term from $\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_w$ as (2), we obtain (3) from (1). Averaging (3) over a time interval T , we get (5) where the upper bar indicates time average over T . Since the motion is oscillatory, relations (6) will hold if T is sufficiently long compared with the predominant periods of the oscillation. \mathbf{F}_A , etc., in (5) can be approximated as in (8), where $\bar{\mathbf{F}}_A$, etc., are time averages of the absolute values of \mathbf{F}_A , etc.; \mathbf{n}_A , etc., are unit vectors of the directions O'A, etc. Here O' is the point which gives the forces $\bar{\mathbf{F}}_A$, $\bar{\mathbf{F}}_B$ and $\bar{\mathbf{F}}_C$ (Strictly speaking, O' may in general not be on the plane ABC. Then, \mathbf{n}_A

should be read as the horizontal component of the unit vector of the direction $O'A$). From (5), (6) and (8), we get the final relation (9) which enables the unknown quantity \bar{F}_O to be calculated from observed quantities. If the water is macroscopically at rest, F_w is considered completely resistance and does not contribute to F_O , and \bar{F}_O can be regarded as the averaged wind force.

Now back to the equation (3). Separating the time dependent term from F_O as (21), we get (22) from (3). As shown in the Appendix, $F_A + F_B + F_C + \bar{F}_O$ is derived from the potential which has an minimum, so (22) represents a forced oscillation by the force ΔF . Therefore, the character of ΔF_O can be studied from the harmonic analysis of F_A , etc., which are approximately linear functions of the n_A , etc., components of the displacement of O .

The actual dimensions used are: Diameter of the disk, 600 cm; AB, 747 cm; BC, 750 cm; CA, 765 cm. For tension meters spring balances of 4 kg-wt per 10 cm were used. The lengths of OA, OB and OC at 2 kg-wt were 430, 430 and 446 cm, respectively. (The asymmetry in above figures has no special meaning). Tension meters were read every 5 seconds in 10 g-wt by three observers (Periodical readings may destroy the relations (6), but in our case (6) were probably satisfied. See Fig. 6).

The wind was measured with cup anemometers at heights of 16, 36, 76 and 156 cm over a point 10 m from the center to 220° azimuth and with an Biram's vane anemometer at height of 100 cm over a point 10 m from the center to 200° azimuth.

The results of the observations carried out on the 14th of February are shown in Tables 1, 2 and 3 and Figures 4, 5 and 6. In Table 1, the direction n_C was measured with a magnetic compass. (No great accuracy is needed.) Relative angles between n_C and n_A , n_B were calculated analytically from the above mentioned figures of AB, BC, CA, OA and OB (Correction of OA or OB due to the difference of \bar{F}_A or \bar{F}_B and 2 kg-wt was neglected because it was within the accuracy of measuring length (± 0.5 cm)). The mean wind stress τ_0 and the drag coefficient C_D are quantities defined by (16) and (17), respectively. The agreement of the observed direction of the wind and the calculated direction of \bar{F}_O is fairly good.

Table 3 shows the roughness parameter z_0 and the Karman constant k computed from (18) and (20) which are both derived from the logarithmic law of wind profile for the case of neutral stability (15) (Prandtl and Rossby, whose deduction is briefly mentioned in §3 of this report. For details see any standard text book on dynamic meteorology³⁾). It can readily be seen from Table 3 that u_{156} of Obs. No. 1 strongly departs from the logarithmic law. The reason of this is probably that the condition of neutral stability was not satisfied in this case. The observed and the theoretical curves of u vs. $(z+z_0)/z_0$ for various values of z_0 are shown in Fig. 4. The best agreement of the observed and the theoretical curves are given by $z_0=0.5$ cm for Obs. No. 1 and $z_0=1.6$ cm for No. 2, if we exclude above mentioned anomalous value of u_{156} . These values of z_0 are too large for the surface condition of the disk shown in Fig. 2, from which z_0 is expected to be 0.1-0.2 cm, and show the effect of the observers.

Fig. 5 shows the time dependence of F_A , etc., of No. 2. Fig. 6 shows the results of the harmonic analysis of the force F_C . The two peaks with higher frequencies are probably

due to two proper frequencies of the system. Comparing these peak frequencies with the calculated proper frequencies (23) of the damping-free system, we compute the damping term as (25) and (26). Judging from its frequency, the third peak of Fig. 5 undoubtedly is closely related to the so-called gustiness, which is usually defined as the periodical variation of normal wind stress.

Now, the usefulness of a method of force measurement depends on the accuracy of \bar{F}_0 determination. The accuracy is discussed in §6 under the measuring conditions (29), where α , β are the supplements of the angles between \mathbf{n}_C and \mathbf{n}_A , \mathbf{n}_B ; F_A is \bar{F}_A ; etc. (The upper bar indicating time average is dropped throughout this paragraph for simplicity). Final results are (32) for the error $\Delta_1 F_0$ due to force reading errors and (34) for the error $\Delta_2 F_0$ due to angle computation errors. For the measurements reported, from (32) and (34) we get (35), which indicate the total relative error of the order of 10–20%. But it will be not difficult to satisfy (36) which assures a total relative error less than 5%.

A new series of measurements which assure more accuracy in \bar{F}_0 determination and which minimize the undesirable effect on wind structure of force measurements are now in progress.

In the Appendix the potential function of the point mass connected with n fixed points A_i ($i=1, 2, \dots, n$) by springs and exerted a constant external force is calculated.