



Title	電熱で暖めた土地の霜柱
Author(s)	木下, 誠一; KINOSITA, Seiti; 若浜, 五郎 他
Citation	低温科学. 物理篇, 25, 185-195
Issue Date	1967-12-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/18069">https://hdl.handle.net/2115/18069</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	25_p185-195.pdf



## 電熱で暖めた土地の霜柱\*

木下 誠一・堀口 薫

(低温科学研究所 凍上学部門)

若 浜 五 郎

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和42年8月受理)

### I. ま え が き

関東地方の赤土は霜柱が立つことで有名である。しかし、赤土自体は凍らない。北海道のように寒さのきびしい所の土には霜柱はたたず、その代りに土が凍って盛りあがる。これを凍上という。凍上した土に穴を掘ると、その壁に、数 mm の厚さの氷の層が水平に走っていたり、うすい氷が霜降牛肉の脂肪のように土の間にたくさんはさまれているのがみえる。このうすい氷は、レンズを切断した形にみえるところからレンズ氷といわれる。氷の層もレンズ氷も本質的には霜柱と同じものであることを中谷が指摘した<sup>1)</sup>。土は、氷層やレンズ氷が土のなかに形成されるためにもちあげられる。

土のなかの水が、土の粒をまぜたままでは凍らず、土から析出して霜柱や氷層やレンズ氷になる理由はほとんど判っていない。この問題の解決のため、霜柱を観察する計画をたてた。土のなかでできる氷層やレンズ氷の観察はあまり容易ではない。それで同じ性質のものと考えられ、かつ観察しやすい霜柱をえらんだわけである。筆者達の住む北海道でも、温泉地のように地温の高いところなら霜柱が立つ、それで地中に電熱線を埋め、土の凍るのを防いでみた。そして、霜柱を発生させるのに成功した。この論文は、このようにして発生させた霜柱に関する予備的観察の結果の報告である。

### II. 実 験 方 法

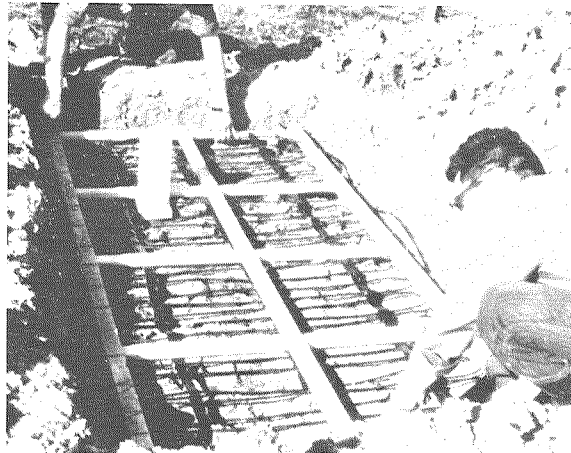
実験の場所には、オホーツク海岸の紋別市にある低温科学研究所附属流水研究施設の庭をえらんだ。雪が地面をおおうと霜柱は立たない。オホーツク海岸は、北海道としては雪の少ない所なので、霜柱の実験には便利である。庭のなかに広さ 1 m×2 m の地面をしきり、20 cm 掘りおこして電熱線を敷いた。ここ数年来北海道では、町のなかの舗装道路の雪をとかすために、地下に電熱線を埋めこむことが行なわれている。これをロードヒーティング(道路加熱)と呼んでいる。実験場所に埋めたのは、この道路加熱用の電熱線である。第1図の写真に木の枠に

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第839号

張った電熱線を敷設した有様がみられる。穴の側壁には、ポリエチレンの膜をはりつけた厚さ 2.5 cm の防水断熱材の板をあてがい、もどおり穴を埋めもどした。防水断熱材のため、土のなかの水分の移動も電熱線からでた熱の移動も、鉛直方向にのみ行なわれるであろう。

せまくはあるが、以上のように電熱線を埋めた面積を「実験地」とよぶことにする。実験地の土は粒の非常に細かい粘土で、粒度分析の結果は、砂分 16%、シルト分 31%、粘度分 53% であった。熱電対とカーソン型温度計とを地面におくとともに、地下 5, 10, 15, 20 cm にもうずめ、地表温度と地中温度をはかった。気温は地面の上 1, 3, 8 cm の高さに熱電対を支えて測定した。

地表の温度がちょうど水の凍結点になっていなければ霜柱はたたない。それで、電熱線に流す電流の調節はなかなか難しかった。電流はスライダックで増減したが、少しでも大きすぎ



第1図 土を掘り起して、電熱線を据えているところ



第2図 実験地。平滑にした地面の1部にいろいろな粉状物質が散布してある

ると地面温度は凍結点をこえるし、小さすぎると地面は凍る。それにしても、昭和 41 年と 42 年との冬に、何回か霜柱を発生させることが出来た。

### III. 粉をまいた土の霜柱

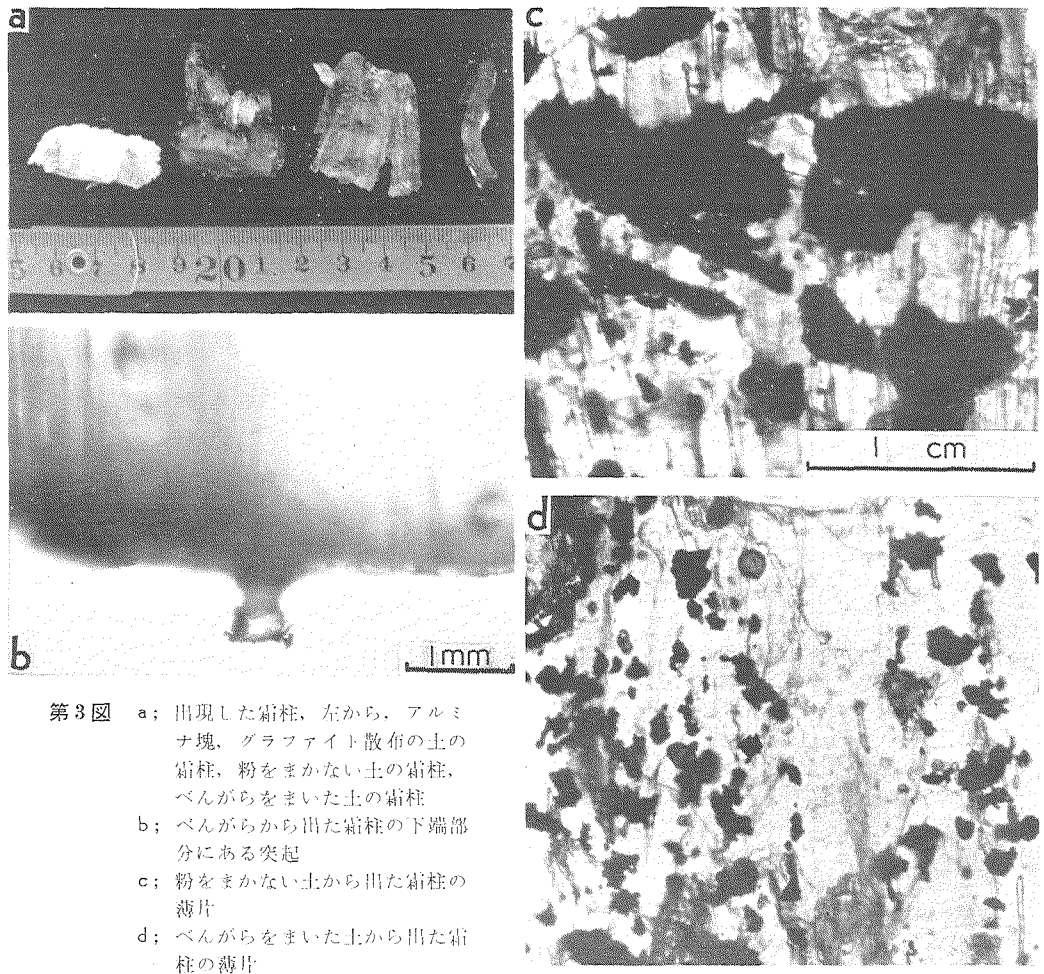
温度条件、水分の供給条件がととのっていても、霜柱がたつか立たないかは土の表面状態できる。30 年以上もまえ、東京の自由学園自然科学グループ<sup>2)</sup>はコップに水をはり、濾紙をかべて上から冷した。そのままでは霜柱は立たなかったが、濾紙の上に粉をまいたらそこから霜柱が発生した。表面状態の影響の大きいことは、この実験からも明らかである。それで実験地の表面を左官のこてで平滑にし、隅の 4 分の 1 ほどの面積を 10 cm×20 cm の小面積に区画し、それぞれに次の粉をまいた。どの粉も、だいたい同じ粒度のものを択んだ。第 2 図の写真に粉をまいた有様がうつっている。

粉	粒の直径 ( $\mu$ )	霜 柱
活 性 炭	>10	発 生
べ ん が ら	40	発 生
ア ル ミ ナ	10~50	発生せず
カーボランダム	数 $\mu$	不 明
活 性 白 土	数 $\mu$	不 明
ガ ラ ス 粉	50	不 明
木 炭 粉	>数 $\mu$	不 明
グラファイト	>数 $\mu$	発 生

上の表の「霜柱」の欄の発生不発生は、粉をまかない自然表面に霜柱が発生したときそれぞれの粉をまいた区画に霜柱が発生したかしなかったかを意味する。自然表面に霜柱が立たなかったときは、粉をまいた区画のどれにも霜柱は発生しなかった。なお「不明」とは、立っているのか立っていないのか判断に苦しんだことを示す。

活性炭とべんがらをまいた土からは、自然のままの土よりも霜柱がよく立った。アルミナをまいた土では、アルミナの上からは霜柱が立たなかった。土は単に、その場で凍上になっているように見えた。表面の凍結した部分をはぎとってみると、多量のアルミナの混った白っぽい土の塊の中に多数の小さい氷が見られた。しかし、この氷は、霜柱ではなく、土の中の水が表面から下に向って単に、その場で凍結したように見受けられた。上の表の「発生せず」は、このことを意味している。第 3 図 a の写真は、左からアルミナ塊、グラファイト散布の土の霜柱、自然のままの土の霜柱、べんがらをまいた土の霜柱を示す。

霜柱には多くの場合、地表の粒子が混入する。また、鉛直方向に並んだ円い気泡の列や鉛直方向に伸びた細長い気泡がみられる。第 3 図の写真 c, d はそれぞれ、自然のままの土、べんがらをまいた土に立った霜柱をアニリンで固め、厚さ 0.5 mm の薄片に削って顕微鏡でとった写真である。黒い部分は、写真 c では土の粒子、写真 d ではべんがらの粒子である。気泡も両方の写真にみえる

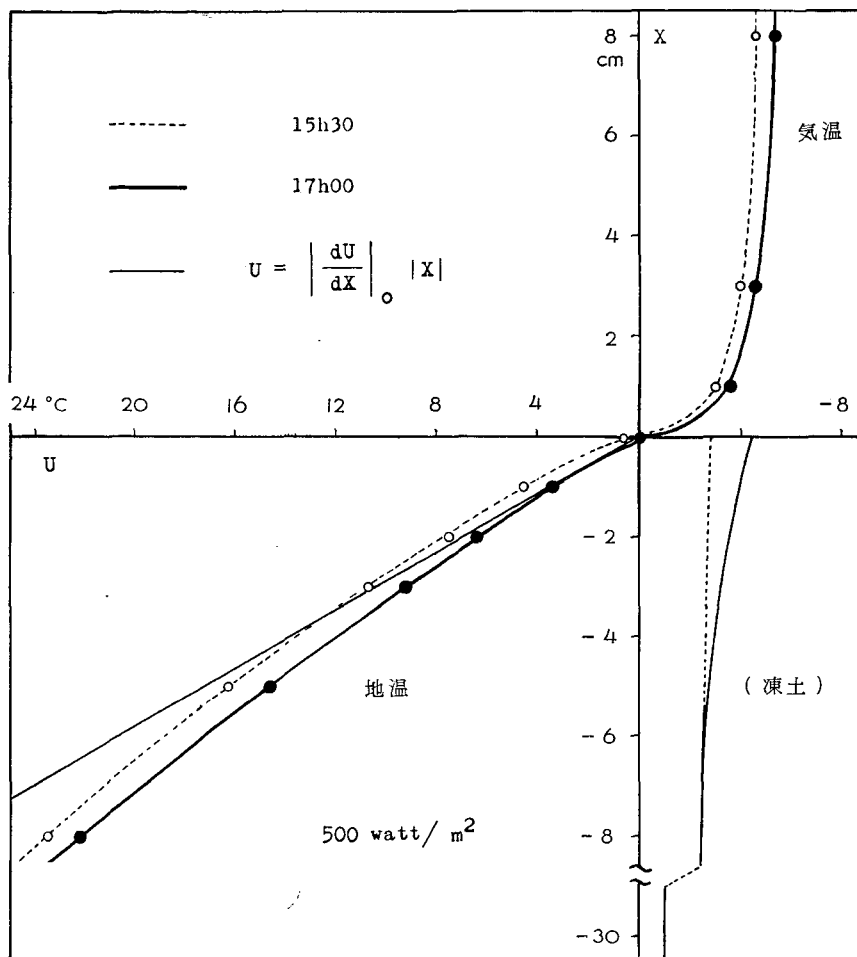


第3図 a: 出現した霜柱，左から，アルミナ塊，グラファイト散布の土の霜柱，粉をまかない土の霜柱，べんがらをまいた土の霜柱  
 b: べんがらから出た霜柱の下端部分にある突起  
 c: 粉をまかない土から出た霜柱の薄片  
 d: べんがらをまいた土から出た霜柱の薄片

霜柱はその根元でのびる。それで根元になにか特別なことが見つかるかもしれないと思い霜柱を注意深く土からはずし、下端部を顕微鏡でしらべた。その結果、すべての場合にはないが、第3図bにみられるような突起が霜柱の下面のほぼ中央に出ているのをみつけた。土の中にささりこんで霜柱が倒れるのを防ぐためだけのものか、霜柱の発生や成長と深い関係にあるものか、いまのところ判らない。しかし、注意に値する現象であろう。

#### IV. 地中温度

第4図は、霜柱を立たせることに成功したばあいの気温と地温との垂直分布の一例を示す図である。1m<sup>2</sup>あたり500ワットの電力をつかった。横軸には温度が、縦軸には地面からの高さや深さとがとってある。白黒の丸印が熱電対による実測値をあらわす。(凍土)と印した曲線は、電熱線を埋めこまなかった所での地中温度分布である。この曲線からわかるように、電熱で暖めなければ、土は40cm以上の深さまで凍った。



第4図 霜柱が発生したときの気温および地中温度。霜柱は15時30分と17時0分の間に発生した。左側は500 watt/m<sup>2</sup>の電熱で暖めた土、右側は自然のままの凍土

点線が午後3時30分の温度分布である。気温は $-4^{\circ}\text{C}$ 、地表面温度は $+0.6^{\circ}\text{C}$ で、ところどころに霜柱が立ちはじめていた。それから1時間半たった5時0分の温度分布が太い実線で示されている。気温が $-5^{\circ}\text{C}$ にさがるとともに地表面温度も $0^{\circ}\text{C}$ となり、2~3 cmの霜柱が実験地全体をおおっていた。

最初の霜柱ができるときを捕えることはむづかしい。気がつくと、もう、伸び出しているという有様であった。前記の自由学園自然科学グループの女学生も、15分おきに地面を調べたが、やはり、霜柱発生のはじめは見られなかったと書いている。

東<sup>3)</sup>は、実験的に凍上をおこさせる装置を作り、凍上の速さや凍結が地中に進行する速さを測定する一方、土の含水率や熱伝導率などを精密に測って、土の中にできる氷層の境界における熱収支を検討した。そして、氷層の成長にともなう水の凍結潜熱と、氷層の下の土から熱

伝導によって運びこまれる熱量との和が、氷層の上の土のなかを熱伝導で運び去られる熱量にひとしいことをたしかめた。つまり、氷層の成長にあたっては、水の凍結以外に、熱を吸収したり排出したりする特別な現象は介入しないわけである。氷層では、上も下も土なので、熱を運びさる機構としては熱伝導しかない。したがって熱収支の取扱いも比較的簡単である。それに反し、霜柱では、下は土だが上は空気である。したがって、地中から運びこまれる熱は伝導によるが、熱の逸散は、主として、正確に定めることのむづかしい熱輻射や空気の対流によって行なわれ、熱収支を扱うにしても困難が多い。それにしても、地中温度や気温を測定したので、地面における熱収支や物質収支に多少の考察を加えることはできる。

### V. 霜柱が水を吸あげる速度 $v$

霜柱は地中から水を吸いあげるのので、土のなかの水はある速度で上方に働いている。水の体積流量、すなわち、水平な単位面積を単位時間に下から上へ通りぬける水の体積を  $v$  としよう。座標  $x$  を鉛直上方にとり、地中温度を  $u$  で表わすと

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - c'\rho'v \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

の微分方程式がなりたつ。 $t$  は時間、 $c$  は土の比熱、 $\rho$  は土の密度、 $\mu_0$  は水が動いていないときの土の熱伝導率、 $c'$  は水の比熱、 $\rho'$  は水の密度である。第4図にみられるように、地中温度の時間的变化は非常に緩慢なので、(1) 式の左辺は 0 とおいてよい。すると (1) 式はまず

$$\mu_0 \frac{du}{dx} - c'\rho'v u_0 = \mu_0 \left( \frac{du}{dx} \right)_0 - c'\rho'v u_0 \quad (2)$$

の形に積分される。 $(du/dx)_0$  は、 $x=0$ 、すなわち、地表面における  $du/dx$  の値である。 $u_0$  は  $x=0$  における  $u$  の値であると同時に水の凍結温度でもある。東によると、土の中での水の凍結温度は  $-0.5^\circ\text{C}$  であるが、この筆者らの実験で観察されたかぎりでは、霜柱が成長しつつある地面の温度は  $0^\circ\text{C}$  であった。

もともと  $u_0$  は常数值であればどんな値をとってもかまわない。それで  $u_0=0$  とおくのが便利である。しかも、そのようにすると、 $u$  の 0 と摂氏の 0 度とが一致し、 $u$  を摂氏目盛で表わすばあい殊更便利になる。 $u_0$  を 0 とおいて (2) 式を積分すると、 $x=0$  で  $u=0$  を満足する解として

$$u = - \left( \frac{du}{dx} \right)_0 \frac{\mu_0}{c'\rho'v} \left[ 1 - \exp \left( \frac{c'\rho'v}{\mu_0} x \right) \right] \quad (3)$$

がえられる。座標  $x$  は、原点を地表面において鉛直上方にとってあるので、(3) 式の  $x$  は負で  $-|x|$  と書ける。また  $(du/dx)_0$  も負なので、 $-(du/dx)_0$  は正で、 $(du/dx)_0$  の絶対値  $|du/dx|_0$  にひとしい。よって (3) 式は

$$u = \left| \frac{du}{dx} \right|_0 \frac{\mu_0}{c'\rho'v} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{c'\rho'v}{\mu_0} |x| \right) \right] \quad (4)$$

と書きなおされる。なお  $|x|$  が、 $|x| \ll (\mu_0/c'\rho'v)$  の関係をみたすほど小さいなら、簡単に

$$u = \left| \frac{du}{dx} \right|_0 |x| \left( 1 - \frac{c'\rho'v}{2\mu_0} |x| \right) \quad (5)$$

としてもよい。

第4図の太い実線の地中部分は、僅かではあるが下に向って彎曲している。式(4)にしても式(5)にしても、やはり下向きに彎曲した曲線をあたえる。それで  $|du/dx|_0 = 3.2^\circ\text{C}/\text{cm}$ 、又  $|x| = 3\text{ cm}$  と  $|x| = 8\text{ cm}$  とにおける実測温度の値をつかって(5)式の  $c'\rho'v/2\mu_0$  を求めたら

$$c'\rho'v/2\mu_0 = 0.017/\text{cm} \quad (6)$$

となった。地温を測定した深さまでを考えるとすれば、 $|x|$  は  $8\text{ cm}$  をこえず、 $\mu_0/c'\rho'v = 30\text{ cm}$  であるから、(4)式のかわりに(5)式が使えるための条件はみたされている。太い実線は、(5)式に(6)式の値をいれて計算し、その計算値をつかって引いた。実測値を表わす黒丸印は皆、その上によく乗っている。第4図の細かい直線は、 $v=0$  としたときの温度分布、すなわち、 $u = |du/dx|_0 |x|$  をあらわす。水を吸いあげさせないで、実際と同じ強さの熱流を保つとすれば、土は、この直線で表わされる温度分布を、自分のなかに作らなければならない。

実験地の土をとって、実験室内で熱伝導率を測定したところ、一応  $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$  をえた。式(6)の  $\mu_0$  にこの値を入れると

$$v = 5.1 \times 10^{-5} \text{ cm/sec} \quad (7)$$

が得られる。しかし、上の  $\mu_0$  の値は、概略値であって、かなりの誤差が見込まれる。それで、別の土についてのもものではあるが測定は正確な東の値<sup>3)</sup>  $\mu_0 = 2.4 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$  をつかうと(この値は、小林<sup>4)</sup>が求めた土の熱伝導率の理論値と一致している)

$$v = 8.1 \times 10^{-5} \text{ cm/sec} \quad (8)$$

となる。いずれにしても、1時間に  $2\text{ mm}$  の程度の速さである。しかし、この  $v$  は体積流量で水の運動速度自体とはちがう。水の運動速度は  $v$  を土の空隙率でわった商で与えられる。

## VI. 霜柱の成長速度 $V$

霜柱は地面を隙間なくは蔽わない。地面に生えた霜柱全部の水平断面積の、地面の広さに対する比  $\alpha$  を霜柱の密度と名づけよう。 $\alpha$  は1より小さい。霜柱は地中から吸いあげられた水が凍って成長する。それゆえ、氷の密度を  $\rho''$ 、霜柱の成長速度すなわち霜柱の丈がのびる速さを  $V$  とすれば、前章の氷の吸いあげ速度  $v$  との間に

$$\alpha \rho'' V = \rho' v \quad (9)$$

の関係がなりたつ。第4図に類似の条件下で、筆者の一人が測定を行なったときの霜柱の成長速度は<sup>5)</sup>

$$V = 1.3 \times 10^{-4} \text{ cm/sec}$$

であった。 $V$  にはこの値を、 $v$  には(7)式(8)式の値を用いて、(9)式によって計算すると

$$\alpha = 40\%, \quad 60\%$$

がえられる。福田<sup>6)</sup>は関東地方の霜柱の水平断面積を直接にはかり、密生度  $\alpha$  の値として 3~30% を報告している。

## VII. 地面における熱収支

霜柱が地中から水を吸いあげては凍らせるので、地面では、単位面積あたり  $\rho'vL$  の熱量が単位時間に発生する。 $L$  は水の凍結潜熱である。地中からはまた熱伝導で、単位時間に  $\mu_0 |du/dx|_0$  の熱量が地面の単位面積に送られてくる。土が凍結したときにできる地中の氷層も、土が凍結しないで地面に立つ霜柱も同じものだとすれば、第 IV 章でのべたことにより、地面でも、水の凍結以外には、熱を吸収したり排出する現象はおこらない。よって、うへのふたつの熱量は大気中に逸散し、逸散する熱量を  $H$  で表わせば

$$\rho'vL + \mu_0 |du/dx|_0 = H \quad (10)$$

の関係がなりたつ。第 4 図のばあいについて、(10) 式の左辺を計算すると

$$\mu_0 = 1.5 \times 10^{-3} \quad \text{にとれば} \quad 6.9 \times 10^{-3} = H$$

$$\mu_0 = 2.4 \times 10^{-3} \quad \text{にとれば} \quad 11.0 \times 10^{-3} = H$$

となる。 $\mu_0$ ,  $H$  の単位はそれぞれ  $\text{cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ ,  $\text{cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$  である。

第 4 図の測定を行なった日に、地面から大気にむかって放散される輻射量を測定して  $3 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$  をえた。この値と、 $H$  の値とを比較すると、全逸散熱量の 4 分の 1 から 2 分の 1 が輻射で逸散することになる。残りはほとんど対流によって地面から逃げさるのである。うへの逸散輻射量の測定は熱電堆型指差輻射計 (英弘精機産業株式会社製 CNI 型) によった。

地表面下 20 cm に埋めた電熱線には、第 4 図のばあい、水平面積  $1 \text{ m}^2$  あたり 500 ワットの電力を送った。面積  $1 \text{ cm}^2$  についての電力に換算すれば  $12 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$  である。地中から伝導によって地表面に達する熱量  $\mu_0 |du/dx|_0$  は、さきにあげたふたつの  $\mu_0$  をつかって  $4.8 \times 10^{-3}$ ,  $7.7 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$  と計算される。地面に達した熱量は電熱線が供給した熱量の半分前後ということになる。

式 (4) で  $|x| = 20 \text{ cm}$  において計算すると、電熱線を埋めた深さの温度がえられる。その値は  $55^\circ\text{C}$  である。

## VIII. ま と め

北海道では、冬季、寒さがきびしく、気温が  $-10^\circ\text{C} \sim -20^\circ\text{C}$  に下るところも少くない。このような厳寒地では、地面が凍結し、凍結面は、地中深くまで進む。凍った土に穴を掘ると土の中には多数の霜柱がみられるが、凍った地表面には、霜柱は決して発生しない。しかし、凍土内に熱源をおいて、人為的に凍結面を地表面附近に保つようにすれば、地表面に霜柱を発生させることが可能となろう。そこで、凍土内に熱源として電熱線を埋設し (第 1 図)、地表面

の温度を  $0^{\circ}\text{C}$  に保つように電力を供給した。供給電力をうまく調節しさえすれば、地表面から霜柱が発生した。また、霜柱の発生に対する表面状態の影響を調べるために、土の上に種々の粉をまいた。活性炭およびベンガラ粉末をまいた土からは、自然のままの土よりも霜柱がよく立った(第3図 a)。これらの霜柱を厚さ 0.5 mm の薄片に削って顕微鏡組織を調べた。第3図 c, d の写真は、その一例である。

霜柱は、その根元で成長する。それで、根元を注意深く観察したところ、いくつかの霜柱の下端部に、第3図 b に示したような突起がみられた。

霜柱は、地中から水を吸い上げて成長するので、土の中の水は上に向かって移動する。このような水の移動を考慮に入れて熱伝導方程式を解いた結果、水の移動速度が、1時間に 2 mm のていどであることがわかった。この移動速度及び、実測によって得た霜柱の成長速度とを用いて霜柱の密生度を求めたところ、実際に観測される密生度とよく一致した。

霜柱が成長しているときの地温、気温、夜間輻射などを測定し、地表面における熱収支に考察を加えた。霜柱が成長しているとき、地表面から逸散する全熱量の 4 分の 1 から 2 分の 1 が輻射で逸散することがわかった。

この研究を行なうにあたり、終始御懇切なる助言と討論とをいただいた吉田順五教授に深く感謝する次第である。当研究所附属流水研究施設長、田畑忠司教授はじめ職員のかたがたに非常にお世話になった。鈴木義男助教授には種々討論をいただいた。観測には田沼邦雄君、大学院学生、牛木久雄君の協力をえた。ここに記して感謝の意を表する次第である。

なお、この研究に用いた費用の一部は、文部省科学研究費から支出された。

## 文 献

- 1) 中谷宇吉郎・孫野長治 1944 凍上の機構について, I, II. 低温科学, **1**, 1-10, 27-36.
- 2) 自由学園自然科学グループ 1937 霜柱の研究, 布の保温の研究, 自由学園学術叢書, **1**, 66 pp.  
自由学園自然科学グループ 1940 霜柱の研究 その二, 自由学園学術叢書, 15 pp.
- 3) Higashi, Akira 1958 Experimental study of frost heaving. SIPRE Research Report **45**, 1-20.
- 4) 小林大二 1965 土の熱伝導度について. 北海道大学地球物理学研究報告, **13**, 37-51.
- 5) 堀口 薫 1967 霜柱の成長過程の観察. 低温科学, 物理篇, **25**, 171-178.
- 6) 福田仁志・金光達太郎 1948 霜柱の生成と熱輻射について. 応用物理, **17**, 229-233.

## Summary

In Hokkaido, the winter climate is so cold that ice columns do not grow on the surface of the ground, whereas they are easily formed within the frozen ground. If we can keep the ground surface at  $0^{\circ}\text{C}$  by supplying heat to the ground, the ice columns will come to grow on the surface. At the beginning of winter, before the ground became frozen, a net of electric heating wires stretched on a wooden frame of  $1\text{ m} \times 2\text{ m}$  in dimensions was buried in the ground at the depth of 20 cm as shown in Fig. 2. By supplying an electric power of around 500 watts per  $1\text{ m}^2$  of the surface, the ground

could be kept unfrozen, and ice columns were successfully formed on the surface by careful regulation of the power. The soil was composed of very fine clay (53%), silt (31%) and sand (16%), and the free water content was 40%.

One quarter of the ground surface was divided into several small areas of 10 cm × 20 cm, and each area was covered with a thin layer of various powders. The powders were: activated carbon (of the mean diameter longer than 10  $\mu$ ), ferric oxide (40  $\mu$ ), alumina (10–50  $\mu$ ), carborundum (several ten microns), activated clay (several ten microns), glass powder (50  $\mu$ ), charcoal (several microns) and graphite (longer than several microns). When ice columns did not grow on the uncovered part of the surface, no columns were formed on any of the covered areas. When ice columns grew on the uncovered part, ice columns were formed on the three areas covered with powders of activated carbon, ferric oxide and alumina. In photograph a of Fig. 3 are shown, from left to right, the ice columns formed on the areas covered with alumina, activated carbon, the uncovered part of the surface and the area covered with ferric oxide. The areas covered with powders other than the above three showed no or little sign of producing ice columns. Microphotographs c and d of the same figure illustrate respectively the vertical sections of the ice columns grown on the uncovered part of the surface and on the area covered with ferric oxide. To make the sections, the ice columns were cut after they had been frozen in solidified aniline.

With the expectation that something peculiar might be found at the foot of an ice column, the authors examined the bottom of ice columns under a microscope. They found that some of the ice columns had a small projection protruding downwards from the center of the bottom as shown in photo. b of Fig. 3. It is probable that such a projection plays a role in the formation or growth of ice columns.

Ground temperature was measured by thermocouples at the ground surface and at the points 1, 2, 3, 5 and 8 cm deep. When ice columns were growing, the ground temperature increased with the depth as shown by the thick curve in Fig. 4. The curve is not straight but is slightly curved downwards, which the authors think is caused by the upward motion of water within the ground. As growing ice columns pull up water from the ground, the water contained in it must be moving upward. If the upward flux of water is denoted by  $v$  and vertical coordinate  $x$  is taken in the upward direction, the ground temperature  $u$  should satisfy the differential equation

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - c'\rho'v \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (1)$$

Here  $c$ ,  $\rho$ ,  $c'$ ,  $\rho'$  are respectively specific heat and density of the soil, specific heat and density of water, while  $\mu_0$  is the heat conductivity which the soil has when the water in it stands still. As the ground temperature changed with time very slowly, the left side of the above equation can be put equal to zero. Then, by integration, we get the following solution of eq. (1):

$$u = \left| \frac{du}{dx} \right|_0 \frac{\mu_0}{c'\rho'v} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{c'\rho'v}{\mu_0} |x|\right) \right] \quad (2)$$

for the boundary conditions that  $u=0$ ,  $|du/dx|=|du/dx|_0$  at  $x=0$  (the ground surface).

As the origin of coordinate  $x$  is taken at the ground surface,  $x$  is negative in the ground. So, to be easy in understanding, eq. (2) is expressed in terms of the absolute value of  $x$  instead of in terms of  $x$  itself. If  $|x|$  is so small as to satisfy the inequality  $|x| \ll \mu_0/c'\rho'v$ , eq. (2) can be reduced to the simple form

$$u = \left| \frac{du}{dx} \right|_0 |x| \left( 1 - \frac{c'\rho'v}{2\mu_0} |x| \right). \quad (3)$$

In Fig. 4 the solid circles give the values of ground temperature measured by copper-constantan thermojunctions and the thick curve as drawn from eq. (3) by putting

$$\left| \frac{du}{dx} \right|_0 = 3.2^\circ\text{C/cm}, \quad c'\rho'v/2\mu_0 = 0.017/\text{cm}. \quad (4)$$

The solid circles are exactly located on the curve.

The upward flux  $v$  of water can be evaluated from the second formula of (4) if the value of  $\mu_0$  is known. The authors took the following two values for  $\mu_0$

$$\mu_0 = 1.5 \times 10^{-3}, \quad 2.4 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C},$$

and got

$$v = 0.51 \times 10^{-4}, \quad 0.81 \times 10^{-4} \text{ cm/sec.}$$

Ice columns do not wholly cover the ground surface. Let the fraction of the ground surface covered by ice columns be denoted by  $\alpha$ , and let the growing speed of ice columns be denoted by  $V$ . Then the equation

$$\alpha\rho''V = \rho'v \quad (5)$$

holds, where  $\rho''$  is the density of ice. The measured value of  $V$  was  $1.3 \times 10^{-4}$  cm/sec. So  $\alpha$  is found to be 40% and 60%.

The ground surface is supplied with the heat quantity

$$H = \mu_0 \left| \frac{du}{dx} \right| + \rho'vL \quad (6)$$

which must be transferred to the atmosphere by convection and in the form of radiation. On the right side of eq. (6), the first term is the heat coming up from under the ground while the second term represents heat quantity which the water pulled up yields by freezing ( $L$ : latent heat of solidification of water). Numerical calculation gives

$$H = 6.9 \times 10^{-3}, \quad 11.0 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec}$$

for the two values taken for  $\mu_0$  above. The radiation radiated from the ground to the atmosphere was found to be  $3 \times 10^{-3}$  cal/cm<sup>2</sup>·sec by the use of a net radiometer of thermopile type.

The electric power of 500 watts/m<sup>2</sup> supplied to the buried wires is equivalent to  $12 \times 10^{-3}$  cal/cm<sup>2</sup>·sec. About one half of this heat quantity flowed upwards to reach the ground surface, because

$$\mu_0 \left| \frac{du}{dx} \right|_0 = 4.8 \times 10^{-3}, \quad 7.7 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec.}$$

The heating wires were buried 20 cm deep. The ground temperature at that level is obtained as 55°C by putting  $|x|=20$  cm in eq. (2).

低温科学 物理篇 第23輯 訂正

頁	行	誤	正
17	1	1964	1965
67	1	1964	1965
99	2	adn	and
”	2	1964	1965
121	1	1964	1965
129	2	1964	1965

低温科学 物理篇 第25輯 訂正

頁	行	誤	正
37	脚註	第841号	第837号
187	5	できる。	できまる。
197	4	ヒマヤラの	ヒマラヤの
198	下から2	Socilty	Society
215	17	などを得て	などを経て
225	9	重量, 凍上との	重量, 凍土との
229	7	粒土分布	粒度分布

付 録

v	積雪分科会の著者	Dumani	Doumani
vii	氷分科会-1の座長	Bonson	Benson
ix	氷分科会の座長	L. Levi	C. S. Benson
xi	名簿, 8人目	*●新井	●新井
xiii	同, 下から6人目	●石原	石原
xiv	同, 11人目	●小泉	小泉
xviii	下から9行目	Hanovr	Hanover

viii ' 上から2行目 Luyet, B. J. の講演は前頁, 氷分科会-2  
の同氏の講演に引続き行なわれた。