



Title	海水の熱的性質の研究 IV : 海水の熱的な諸定数
Author(s)	小野, 延雄; ONO, Nobuo
Citation	低温科学. 物理篇, 26, 329-349
Issue Date	1969-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/18094">https://hdl.handle.net/2115/18094</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	26_p329-349.pdf



## 海水の熱的性質の研究 IV<sup>\*,\*\*</sup>

### 海水の熱的な諸定数

小野 延雄

(低温科学研究所 海洋学部門)

(昭和43年9月受理)

### I. 序 論

海水の成長や融解の問題,あるいは,海水のある海と大気とのあいだの熱交換の問題には熱伝導率・比熱・融解熱・温度拡散率などの海水の熱的な諸定数の値が必要である。

これらの熱的定数は,純水その他の普通の物質の場合には,温度係数が小さいので簡単に取り扱いことができ,近似的には一定値とみなすこともできる。ところが,北海道の沿海で見られるような比較的融点に近い海水の場合には,これらの値は温度や塩分量のわずかな変化に応じて著しく大きな変化を示す。それは,海水中に閉じ込められている濃縮海水(ブライン)の濃度が温度によって変わるために,海水の温度が昇降するとブラインの周縁で氷の融解や析出が起り,その際の潜熱収支や体積変化がこれらの熱的定数の値を大きく変えるからである。こうして,海水の熱的な諸定数は温度や塩分量の関数となって時間的にも空間的にもその値が変化していることになり,海水の熱的ふるまいの解析はきわめて複雑なものとなる。

このような海水の熱的な特異性は古くから注目され,これらの熱的定数の理論値や実測値に関する論文もいくつかある。海水中のブラインの周縁での氷の融解や析出を考慮して,海水の熱的定数を理論的に計算しようとする試みは, Malmgren<sup>1)</sup> によってはじめられた。

Malmgren は,海水の比熱・融解熱・体膨脹率を温度と塩分量の関数として計算し,それぞれの結果を表に示した。これらの Malmgren の表は,いまなお広く引用され,その値が使われている。しかし, Malmgren の示した比熱や融解熱の値は,ブラインを氷に含めて氷の比熱として計算したものであるから,とくにブラインの量が多くなる融点近くではブラインと氷の比熱の差に関する分だけ小さい値を与えていることになる。

近年になって,この点を指摘した Schwerdtfeger<sup>2)</sup> や Nazintsev<sup>3)</sup> は,それぞれ比熱の値を計算しなおし,その結果を表に示した。Malmgren や Nazintsev がブラインの温度-濃度平衡関係に個々の数値をあてて比熱の値を計算したのに対して, Schwerdtfeger は,この関係を与える式を導入して比熱の式をたてたので,その比熱の式を積分して融解熱の式を導くことができた。ところが,比熱の式のたてかたに思いちがいがあったために,得られた式は複雑にな

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第932号

\*\* 北海道大学低温科学研究所流氷研究施設研究報告 第5号

り少し大きい値を与える結果となった。また Schwerdtfeger は、熱伝導率を計算するための海水模型を示して熱伝導率と温度拡散率の値を計算し、その結果を温度・塩分量・密度の関数として表にまとめた。しかし、その海水模型には修正すべき点が見出されるし、また密度はそれ自身、温度・塩分量・気泡量の関数として表わすことができるから、Schwerdtfeger によって進められた海水の熱的定数の理論的取り扱い、さらに改良し発展させる必要のあることがわかる。

一方、理論値を確かめるための実測値としては、これらの熱的定数を温度・塩分量・気泡量と一緒に精度よく測定するのが困難なために、実測値に関する報告は断片的な値を示すだけで終わってしまうものが多く、大きさを比較する程度の測定値しか得られていない。とくに、理論値の関数関係を精度よく確かめることができるような実測資料は、これまでのところ示された例がない。

こうして、海水の熱的な諸定数を温度・塩分量・気泡量の関数として理論的に解明し、その関係を実測値で確かめることは、いまなお意義のある重要な課題といえることができる。

筆者は、1962年から毎冬、北海道オホーツク海岸の紋別で、港内に張った海水の温度を測定して、海水の熱的性質に関する研究を続けてきた。得られた結果はそのつど報告し、海水の熱的性質の研究<sup>1)</sup>では、定常温度分布から求めた海水の熱伝導率が深さによって変化することを述べた。その II<sup>5)</sup>では、そのような不均質な氷層の温度記録から、 $k/c\rho$  ( $k$ : 熱伝導率,  $c$ : 比熱,  $\rho$ : 密度) の値を解析的に求める方法を示した。また III<sup>6)</sup>では、Schwerdtfeger の比熱の式の誤りを正して、比熱の値を温度と塩素量の関数として理論的に計算した。そして、それに続く欧文報告<sup>7)</sup>では、海水の比熱・熱含量差・融解熱を温度と塩分量の関数として与える式を導き出し、また実験により、水中ブラインの熱的挙動が落ちつくのには長い時間がかかることを明らかにした。

この論文では、これまでの理論的な取り扱いを整理し発展させて、まず熱的な諸定数を計算するための海水模型を提示する。そして、その模型をもとにして、海水の密度・熱伝導率・比熱・熱含量差・融解熱・温度拡散率の値を温度・塩分量・気泡の体積分率の関数として理論的に計算する。次に、これまでに測定してきた温度記録から  $k/c\rho$  の値を求め、ある深さでの  $k/c\rho$  の値が温度によってどのように変るかを調べて、温度拡散率の理論値の示す温度特性と合うかどうかを確かめる。

なお、この論文で扱う海水は  $0\sim -8^{\circ}\text{C}$  の温度範囲にあるものとする。それは、 $-8.2^{\circ}\text{C}$  以下になるとブリンから  $\text{Na}_2\text{SO}_4\cdot 10\text{H}_2\text{O}$  が析出するために、ブラインの温度—濃度平衡関係が若干変わるからである。しかし、Schwerdtfeger が指摘しているように、この  $\text{Na}_2\text{SO}_4\cdot 10\text{H}_2\text{O}$  の析出の影響はあまり大きくないので、 $\text{NaCl}\cdot 2\text{H}_2\text{O}$  が析出をはじめる  $-22.9^{\circ}\text{C}$  までは、以下に導く式を近似式としてそのまま用いることができる。

## II. 熱的な諸定数を計算するための海水模型

熱伝導率と温度拡散率とを除くその他の熱的な諸定数は、温度・塩分量・気泡量を与えれ

ば、その値を計算することができる。熱伝導率の計算には、それらに加えて、純氷・ブライ  
ン・気泡の空間的配置が必要である。それゆえ、ここで考える海氷模型としては、熱伝導率の  
計算が行なえるものであればよい。

**1. Anderson, Schwerdtfeger の海氷模型**

ふたつの成分が化合することなく 2 相を形成しながら混在する不均質固体の熱伝導率を、  
それぞれの成分の熱伝導率の値から求めようとする試みは、電気伝導のモデルによる研究の熱  
伝導への応用として古くから行なわれてきた (例えば服部<sup>9)</sup> 参照)。それによると、第 1 および  
第 2 成分の熱伝導率を  $k_1, k_2$ , それぞれの体積分率を  $v_1, v_2$  とするとき、第 1-A 図のように 2  
成分を層状に組み合わせた模型の熱伝導率  $k$  は、熱流の方向によって次のように与えられる。  
層に垂直に熱が流れるとき

$$\frac{1}{k} = \frac{v_1}{k_1} + \frac{v_2}{k_2} \tag{1}$$

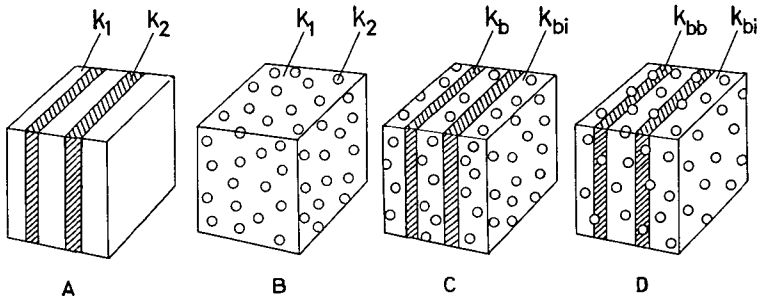
層に平行に熱が流れるとき

$$k = v_1 k_1 + v_2 k_2 \tag{2}$$

また、連続相の中に球状粒子が分散している第 1-B 図のような模型では

$$k = \frac{2k_1 + k_2 + 2v_2(k_2 - k_1)}{2k_1 + k_2 - v_2(k_2 - k_1)} \cdot k_1 \tag{3}$$

となる。



第 1 図 熱伝導率を計算するための海氷模型

Anderson<sup>9)</sup> は、これらの模型をそのまま用いて、第 1 成分を氷、第 2 成分をブラインとし  
たとき、海氷の表面近くでは (1) 式の模型が、それより深いところでは (2) 式の模型が、また温  
度の低い海氷ではブラインが球状になって (3) 式の模型があてはまると考えた。そして、これら  
3 式の熱伝導率の値がブラインの体積分率によってどのように変るかを調べ、(2) 式と (3) 式  
の値は比較的近いこと、(1) 式の値は (2) 式の値のおよそ 70% であることを示した。また、気泡の  
影響を考えて、(3) 式の第 1 成分を気泡を含まない海氷とし、第 2 成分を空気とすると、 $k_1 \gg k_2$   
であるから、気泡を含む海氷の熱伝導率が

$$k = k_1 \frac{1 - v_2}{1 + 0.5v_2} \tag{4}$$

で与えられることを記している。

その後 Schwerdtfeger<sup>9)</sup> は、純水中に球状気泡が一様に分布する気泡氷と、気泡を含まないブラインとが、第 1-C 図のように (2) 式を用いるかたちに組み合った海水模型を考えた。そして、この模型をもとにして海水の熱伝導率と温度拡散率の値を計算し、温度・塩分量・密度の関数として表にまとめた。

しかし、この Schwerdtfeger の模型には、温度があがって海水の内部で氷がとけると、とけた氷に含まれていた気泡をまだとけていない氷の中へ一様に分散させたり、また温度がさがって氷ができると、できた氷の中へも気泡を移動させたりしないと、純水中の気泡の一様分布が保てなくなるという欠点がある。

## 2. 改良した海水模型

この Schwerdtfeger の模型の欠点を改良して、この論文では次の諸条件を満足するような海水模型を考える。

- 1) 海水模型は、純氷・平衡濃度のブライン・球状の気泡からなる。
- 2) 球状気泡は海水模型中に一様に分布する。いいかえると、純水中の気泡の体積分率とブライン中の気泡の体積分率とは常に等しい。
- 3) 気泡氷と気泡を含むブラインとの組み合わせは、組み合わせた海水模型の熱伝導率が (2) 式で与えられる構成になっているものとする。その一例を第 1-D 図に示したが、熱の流れは層構造に平行な鉛直方向にのみ存在し、また任意の水平断面における純氷とブラインの面積比が、その温度での体積比に等しいものとする。
- 4) 熱は伝導によってのみ伝達される。すなわち、ブライン内での対流による熱伝達や海水内部での輻射の吸収はないものとする。

## 3. 海水模型の各成分の諸定数

このような海水模型の温度を  $\theta$  ( $^{\circ}\text{C}$ )、塩分量を  $S$  ( $\%$ ) とし、その模型 1 g の体積を  $V$  ( $\text{cm}^3$ )、熱伝導率を  $k$  ( $\text{cal}/\text{cm}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$ )、比熱を  $c$  ( $\text{cal}/\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}$ )、密度を  $\rho$  ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) とする。

この海水模型 1 g 中の純氷・ブライン・気泡の重量および体積をそれぞれ  $m_i$ ,  $m_b$ ,  $m_a$ , および  $V_i$ ,  $V_b$ ,  $V_a$  とし、それぞれの体積分率をとって  $v_i = V_i/V$ ,  $v_b = V_b/V$ ,  $v_a = V_a/V$  とおくと

$$v_i + v_b + v_a = 1 \quad (5)$$

となる。気泡の体積分率  $v_a$  は、百分率であらわすと多孔度と呼ばれる。

さて、ブライン  $m_b$  は  $m_w$  の水に  $m_s$  の塩が溶けたものであると考えるとき、このブラインの塩の重量比  $m_s/m_w$  とその温度  $\theta$  とのあいだには

$$\theta = -\alpha \frac{m_s}{m_w} \quad (0 > \theta > -8.2^{\circ}\text{C}) \quad (6)$$

の温度—濃度平衡関係のあることが知られている。ここで  $\alpha$  は比例定数であり、その値は Assur<sup>10)</sup> が Nelson-Thompson<sup>11)</sup> の実験結果より求めたところによれば 54.11 である。

海水の塩分量  $S$  は、海水 1 kg 中の塩の g 数として重量百分率で定義されているから、 $S$  と  $m_s$  とのあいだには

$$m_s = 0.001 S \quad (7)$$

の関係がある。(6)式と(7)式とから、海水1g中のブラインおよび純水の重量として

$$m_b = 0.001 S \left(1 - \frac{\alpha}{\theta}\right) \quad (8)$$

$$m_i = 1 - 0.001 S \left(1 - \frac{\alpha}{\theta}\right) \quad (9)$$

を得ることができる。

純氷や平衡濃度にあるブラインの熱伝導率・密度・比熱の値は、多くの研究者によって調べられ、それぞれ温度の関数として与えられている。それらの関数関係は、Pounder<sup>12)</sup>, Schwerdtfeger, Zubov<sup>13)</sup>, Nazintsev らの引用を利用すると、

$$k_i = 0.00535 - 0.00002568 \theta \quad (10)$$

$$k_b = 0.00125 + 0.000030 \theta + 0.00000014 \theta^2 \quad (11)$$

$$\rho_i = 0.9168 - 0.00014 \theta \quad (12)$$

$$\rho_b = 1 + 0.0008 S_b \quad (13)$$

$$c_i = 0.505 + 0.0018 \theta \quad (14)$$

$$c_b = 1.005 + 0.022 \theta \quad (15)$$

$$c_w = 1.005 - 0.002 \theta \quad (16)$$

である。ここで  $c_w$  は水の比熱である。なお、(13)式の  $S_b$  は水中ブラインの塩分量であり

$$S_b = \frac{m_s}{m_b} \times 1000$$

であるから、(7), (8)式により

$$S_b = \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{\theta}} \times 1000$$

となる。したがって、(13)式のブラインの密度は

$$\rho_b = 1 + 0.8 \frac{1}{1 - \frac{\alpha}{\theta}} \quad (17)$$

と書くことができる。

#### 4. 海水模型の $k/\rho$

次に、海水模型1gを気泡氷と気泡を含むブラインとに分けて考え、それぞれの体積分率を  $v_{bi}$ ,  $v_{bb}$ , 熱伝導率を  $k_{bi}$ ,  $k_{bb}$ , 密度を  $\rho_{bi}$ ,  $\rho_{bb}$  とする。気泡の重量は無視することができるから

$$\rho_i v_i = \rho_{bi} v_{bi}, \quad \rho_b v_b = \rho_{bb} v_{bb} \quad (18)$$

であり、また

$$\rho_{bi} = \rho_i (1 - v_a), \quad \rho_{bb} = \rho_b (1 - v_a) \quad (19)$$

と書くことができる。

このような海水模型の密度  $\rho$  は

$$\rho = \rho_i v_i + \rho_b v_b \quad (20)$$

あるいは

$$\rho = \rho_{bi} v_{bi} + \rho_{bb} v_{bb} \quad (21)$$

で与えられる。

さて、純水中に球状気泡を一様に含む気泡水の熱伝導率  $k_{bi}$  は、(3) 式を簡単にした(4) 式のかたちになって

$$k_{bi} = k_i \frac{1-v_a}{1+0.5v_a} \quad (22)$$

であらわされ、同様に、球状気泡を一様に含むブラインの熱伝導率  $k_{bb}$  は

$$k_{bb} = k_b \frac{1-v_a}{1+0.5v_a} \quad (23)$$

であらわされる。したがって、これらを(2) 式のかたちに組み合わせた海水模型の熱伝導率  $k$  は

$$k = k_{bi} v_{bi} + k_{bb} v_{bb}$$

であり、(22)、(23) 式の  $k_{bi}$ 、 $k_{bb}$  と(21) 式の  $v_{bi}$  とを代入して

$$k = \left\{ \frac{k_i}{\rho_{bi}} \rho + \left( \frac{k_b}{\rho_{bb}} - \frac{k_i}{\rho_{bi}} \right) \rho_{bb} v_{bb} \right\} \frac{1-v_a}{1+0.5v_a} \quad (24)$$

が得られる。(18) 式により

$$\begin{aligned} \rho_{bb} v_{bb} &= \rho_b v_b \\ &= \frac{\rho_b V_b}{V} \\ &= \rho \cdot m_b \end{aligned} \quad (25)$$

であるから、(24) 式は(25) 式と(19) 式とを用いて

$$\frac{k}{\rho} = \left\{ \frac{k_i}{\rho_i} + \left( \frac{k_b}{\rho_b} - \frac{k_i}{\rho_i} \right) m_b \right\} \frac{1}{1+0.5v_a} \quad (26)$$

と書くことができる。

この(26) 式の  $k/\rho$  の値は、 $k_i$ 、 $k_b$ 、 $\rho_i$ 、 $\rho_b$ 、 $m_b$  が、それぞれ(10)、(11)、(12)、(17)、(8) 式によって温度や塩分量の関数として与えられているから、 $\theta$ 、 $S$ 、 $v_a$  に数値を入れて計算することができる。したがって、密度  $\rho$  や比熱  $c$  を  $\theta$ 、 $S$ 、 $v_a$  の関数としてあらわすことができれば、熱伝導率  $k$  や温度拡散率  $k/c\rho$  の値も  $\theta$ 、 $S$ 、 $v_a$  の関数として計算できることになる。

### III. 海水の密度 $\rho$ · 熱伝導率 $k$ · 比熱 $c$ · 熱含量差 $q$ · 融解熱 $Q$ · 温度拡散率 $k/c\rho$ の理論値

#### 1. 海水の密度 $\rho$

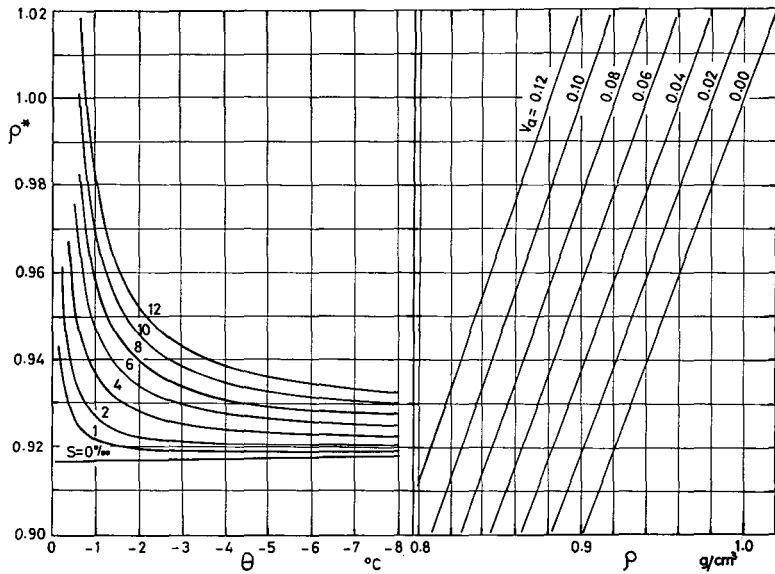
前章で与えた海水の密度の式

$$\rho = \rho_i v_i + \rho_b v_b \quad (20)$$

は、まず  $v_i$  を (5) 式で書きなおし、次に  $\rho_b v_b$  を (25) 式でおきかえると

$$\rho = \frac{\rho_i}{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b}\right) m_b} \cdot (1 - v_a) \tag{27}$$

となる。 $\rho_i$ ,  $\rho_b$ ,  $m_b$  にそれぞれ (12), (13), (8) 式を代入すると、(27) 式の  $\rho$  は  $\theta$ ,  $S$ ,  $v_a$  だけの関数となって数値を与えて計算することができる。



第2図 海氷の密度  $\rho$  の理論値

第2図はその計算結果をまとめたものである。左側の図は、 $v_a=0$  とした気泡がない場合の海氷の密度 ( $\rho^*$ ) が温度と塩分量によってどのように変るかを示したものであり、右側の図はその密度  $\rho^*$  が気泡の存在によってどう変るかを示したものである。この図から、海氷の密度は、 $-2^\circ\text{C}$  以上の融点近くでは温度や塩分量の値によってかなり変化するが、全体としては気泡量に大きく支配されているといえることができる。

この図を使って温度  $\theta$ 、塩分量  $S$ 、気泡の体積分率  $v_a$  の海氷の密度  $\rho$  を知るには、まず左側の図で  $\theta$  と  $S$  とから  $\rho^*$  を求め、それをそのまま横軸に平行に右側の図に移して  $v_a$  との交点を取り、その点の  $\rho$  の値を読みばよい。

## 2. 海氷の熱伝導率 $k$

前章で求めた  $k/\rho$  の (26) 式に前項で得た  $\rho$  の (27) 式を掛けると、海氷の熱伝導率  $k$  の式として

$$k = k_i \frac{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b} \frac{k_b}{k_i}\right) m_b}{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b}\right) m_b} \cdot \frac{1 - v_a}{1 + 0.5 v_a}$$

が得られる。この式の右辺を  $v_a$  に関して級数展開すると

$$k = k_i \frac{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b} \frac{k_b}{k_i}\right) m_b}{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b}\right) m_b} \left(1 - \frac{3}{2} v_a + \frac{3}{4} v_a^2 - \frac{3}{8} v_a^3 + \dots\right) \quad (28)$$

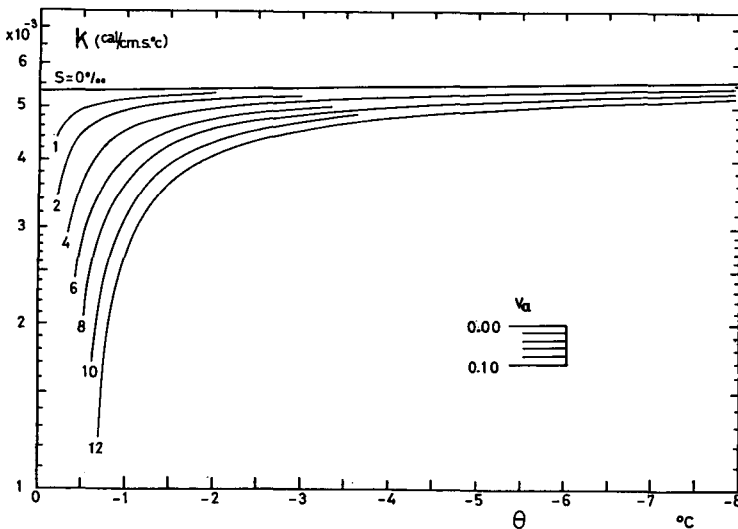
となる。

海水中の気泡の体積分率  $v_a$  は、楠<sup>14)</sup>によって測定され、0.01~0.1 という値が得られている。この  $v_a$  の実測値を参考にして、(28) 式で  $v_a$  の 2 次以上の項を省略すると、海水の熱伝導率  $k$  は

$$k = k_i \frac{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b} \frac{k_b}{k_i}\right) m_b}{1 - \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_b}\right) m_b} \left(1 - \frac{3}{2} v_a\right) \quad (29)$$

で与えられることになる。

すでに  $\rho_i, \rho_b, k_i, k_b, m_b$  は、温度や塩分量の関数として与えられているから、(29) 式の  $k$  は  $\theta, S, v_a$  の関数として計算することができる。第 3 図はその計算結果を示したものである。図中の曲線は気泡のない場合の値である。図の縦軸を対数目盛でとってあるので、気泡を含む海水の値は図中の曲線を縦軸に平行に移動することによって得ることができる。その移動量は  $v_a$  によって定まり、 $v_a$  との関係を示す補尺が図中に記されている。



第 3 図 海水の熱伝導率  $k$  の理論値

この図を使って温度  $\theta$ 、塩分量  $S$ 、気泡の体積分率  $v_a$  の海水の熱伝導率の値  $k$  を知るには、まず  $\theta$  と  $S$  とから気泡がない場合の値をとり、次に補尺上での  $v_a$  に相当する長さだけこの気泡のない場合の値から下がった点の  $k$  の値を読めばよい。

3. 海水の比熱  $c$

気泡の比熱は小さいので気泡の影響を無視すると、海水の比熱  $c$  は

$$c = m_i c_i + m_b c_b + L_\theta \frac{dm_b}{d\theta} \tag{30}$$

で与えられる。ここで  $L_\theta$  は温度  $\theta$  における純水の融解の潜熱で

$$L_\theta = L_0 + (c_w - c_i) \theta \tag{31}$$

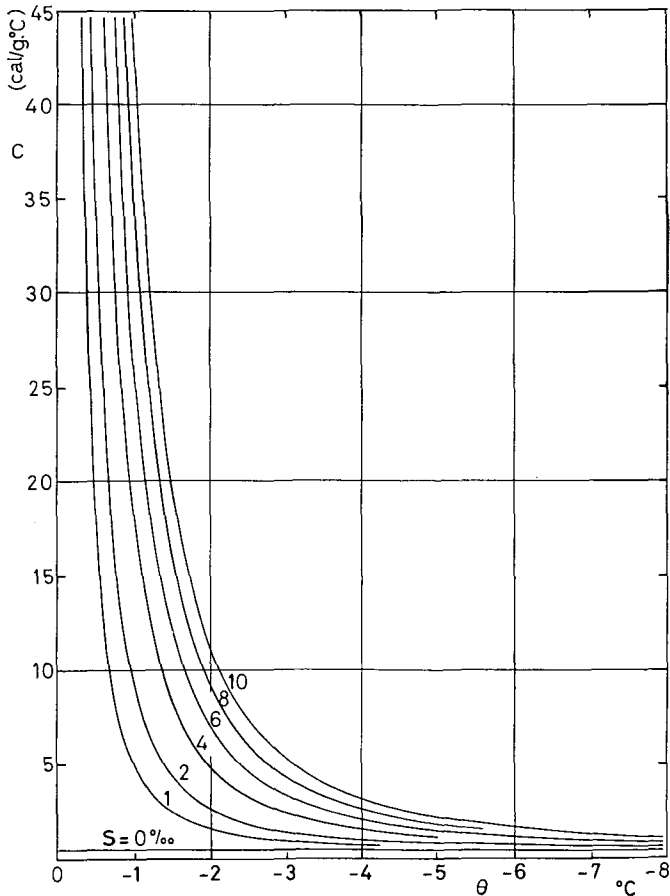
である。 $L_0$  は  $0^\circ\text{C}$  における純水の潜熱であり、その値は  $79.68 \text{ cal/g}$  である。

(8) 式の  $m_b$  を  $\theta$  で微分した

$$\frac{dm_b}{d\theta} = 0.001 S \frac{\alpha}{\theta^2} \tag{32}$$

と、(8), (9), (31) 式とを (30) 式に代入して

$$c = c_i + 0.001 S \left\{ (c_b - c_i) + (c_w - c_b) \frac{\alpha}{\theta} + L_0 \frac{\alpha}{\theta^2} \right\} \tag{33}$$



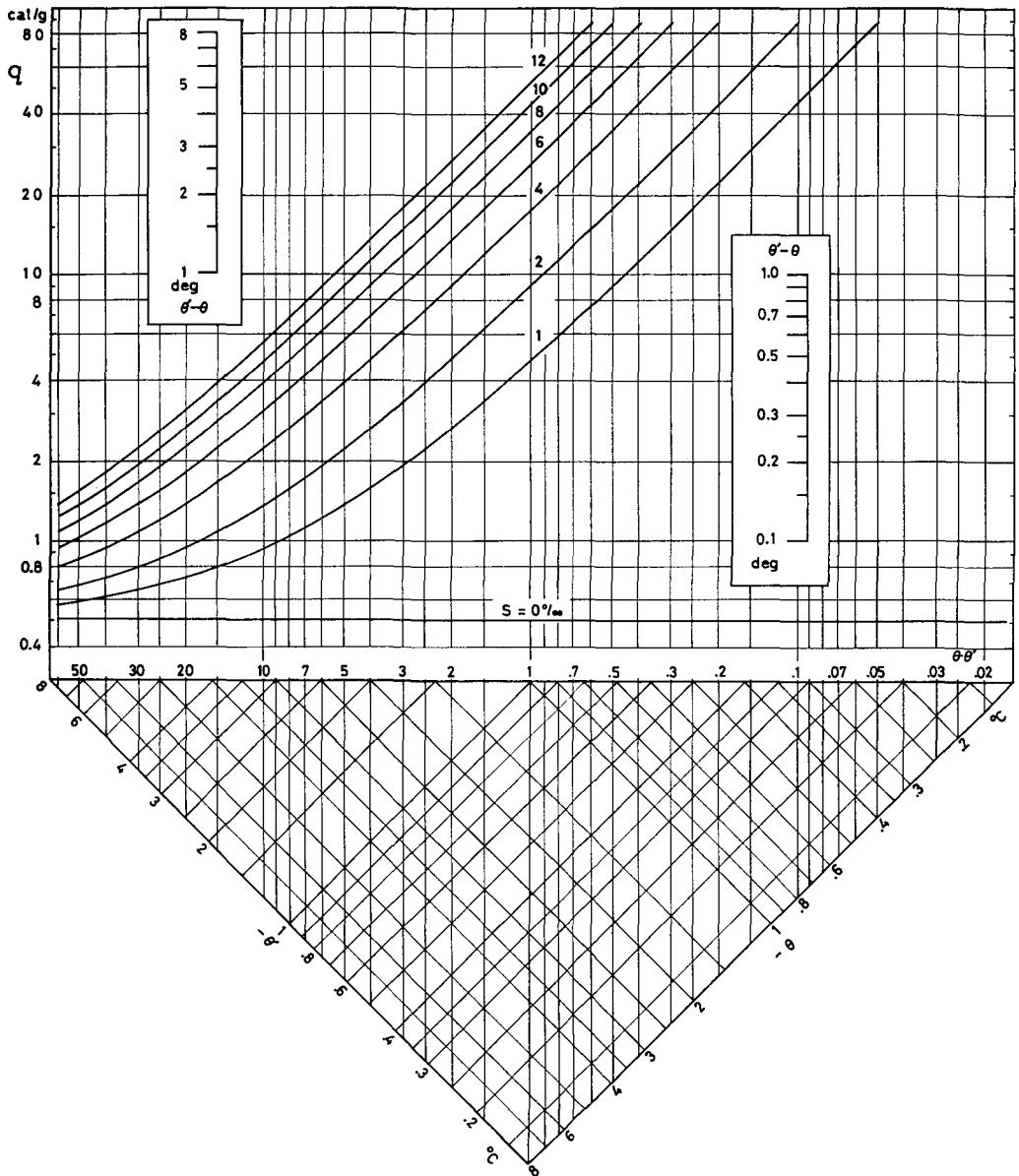
第4図 海水の比熱  $c$  の理論値

が得られる。 $c_s, c_b, c_w$  にそれぞれ (14), (15), (16) 式を代入し、また  $\alpha, L_0$  にそれぞれの数値を入れると

$$c = 0.505 + 0.0018\theta - 0.0008S + 0.00002S\theta + 4.3115 \frac{S}{\theta^2} \quad (34)$$

となる。

(34) 式の関係を図示したのが第 4 図である。この図から、海水の比熱は融点近くでは著しく大きな値となることがわかる。



第 5 図 海水の熱含量差  $q$  の理論値

4. 海水の熱含量差  $q$

海水 1g の温度を  $\theta$  から  $\theta'$  にあげるのに必要な熱量は、それぞれの温度での熱含量の差  $q$  に等しい。この熱含量差  $q$  は、比熱の式を  $\theta$  から  $\theta'$  まで積分したものであるから、(34) 式を積分して

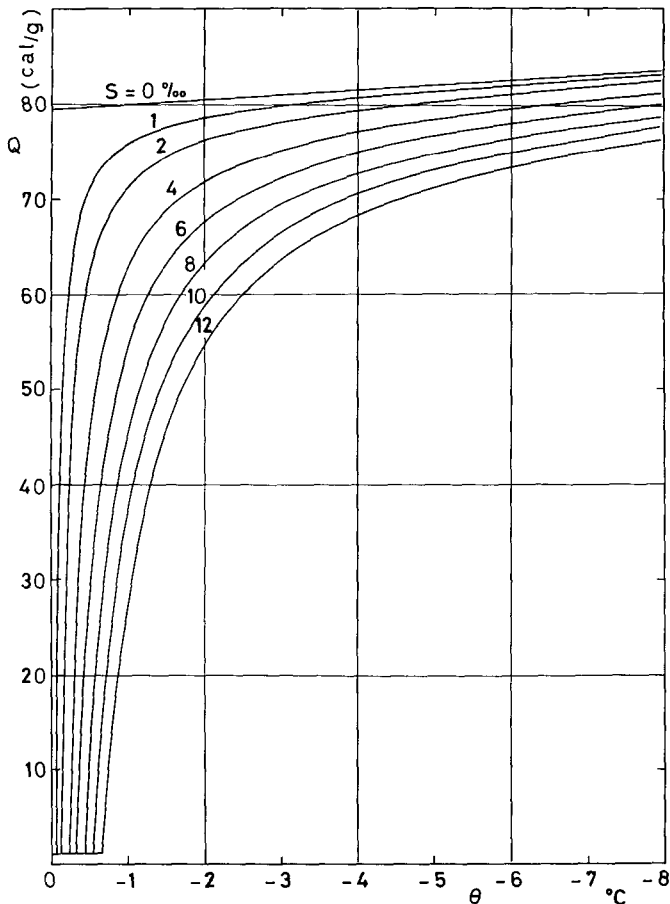
$$q = 0.505(\theta' - \theta) - 0.0008S(\theta' - \theta) + (0.0009 + 0.00001S)(\theta'^2 - \theta^2) + 4.3115 \frac{S}{\theta \cdot \theta'} (\theta' - \theta) \quad (35)$$

が得られる。塩分量  $S$  は通常 10‰ 以下であり、また  $\theta$  および  $\theta'$  は共に  $-8^\circ\text{C}$  以上で扱っているから、(35) 式の右辺の第 2 項と第 3 項は、第 1 項、第 4 項に比べて省略することができ

$$q = \left( 0.505 + 4.3115 \frac{S}{\theta \cdot \theta'} \right) (\theta' - \theta) \quad (36)$$

と書くことができる。

第 5 図は、 $\theta$ ,  $\theta'$ ,  $S$  を与えて  $q$  の値を求める図である。下方の三角形の直角をはさむ 2 辺



第 6 図 海水の融解熱  $Q$  の理論値

に  $-\theta'$ ,  $-\theta$  の値をとり, その交点をとって上にあがると  $\theta \cdot \theta'$  が得られる。それをそのまま上の図にのぼして  $S$  の曲線との交点をとり,  $\theta' - \theta$  の補尺の長さだけ加減した点での  $q$  の値を読めばよい。左側の補尺は  $\theta' - \theta$  が 1 deg 以上の場合で 1 から測った長さだけ加えることを示しており, 右側の補尺は  $\theta' - \theta$  が 1 deg より小さい場合に 1 から測った長さだけ減ずることを意味している。

5. 海水の融解熱  $Q$

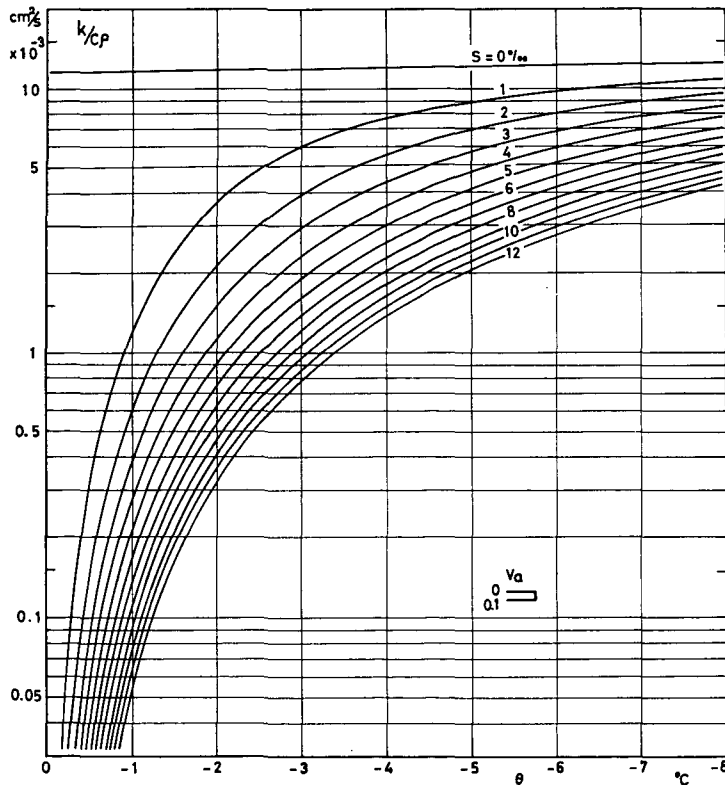
海水は温度の上昇時には絶えず融解が起っているから, 普通の物質のような融点における融解熱といった考え方ができない。そこで Malmgren は温度  $\theta$  の海水 1g を完全に融かすのに必要な熱量を海水の融解熱として定義した。

いま氷が完全になくなる温度を融点  $\theta_m$  と呼ぶと, 海水の融解熱  $Q$  は  $\theta$  と  $\theta_m$  とでの熱含量の差に等しく, (35) 式の  $\theta'$  を  $\theta_m$  にとればよい。

融点  $\theta_m$  は (9) 式で  $m_i = 0$  となるときの温度であるから

$$\theta_m = -\frac{0.001\alpha S}{1-0.001S} \simeq -0.001S \cdot \alpha = -0.05411S \tag{37}$$

と考えることができる。(35) 式の  $\theta'$  にこの  $\theta_m$  を代入し,  $S$  の高次の項は値が小さいので省略すると



第7図 海水の温度拡散率  $k/c\rho$  の理論値

$$Q = 79.68 - 0.505\theta - 0.0273S + 4.3115 \frac{S}{\theta} + 0.0008S\theta - 0.0009\theta^2 \quad (38)$$

が得られる。この式の関係を第6図に示した。

## 6. 海水の温度拡散率 $k/c\rho$

前章で求めた  $k/\rho$  の式

$$\frac{k}{\rho} = \left\{ \frac{k_i}{\rho_i} + \left( \frac{k_b}{\rho_b} - \frac{k_i}{\rho_i} \right) m_v \right\} \frac{1}{1 + 0.5v_a} \quad (26)$$

と、海水の比熱  $c$  の (34) 式とから、 $\theta$ ,  $S$ ,  $v_a$  を与えて温度拡散率  $k/c\rho$  の値を計算することができる。

第7図はその結果をまとめたものである。この図から、海水の温度拡散率は融点近くでの  $10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  から  $-8^\circ\text{C}$  付近での  $10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$  へと、温度によって著しく値が変化することがわかる。また、図中の  $v_a$  に関する補尺が示しているように、温度拡散率におよぼす気泡の影響は密度や熱伝導率の場合に比べて最も少ないことがわかる。

## IV. 天然海水の温度記録から求めた $k/c\rho$ 値と理論値との比較

前章で求めた理論値は、海水の熱的な諸定数が温度・塩分量・気泡量によって大きく変わることを示している。それゆえ、得られた理論値が実測値と合うかどうかを確かめるためには、実測値としては、その海水試料の温度・塩分量・気泡量が一緒に示してあるような熱的定数の測定値が必要である。しかし、そのような実測値はこれまでのところ報告された例がないので、理論値の個々の数値を確かめることはできない。そのために従来の理論値に関する論文では試料の気泡量などが示されていない熱的定数の実測値を使って、その大きさを比較する程度のことしか行なわれていない。

それで、ここでは個々の数値を比較することをやめて、天然海水の温度記録から求めた  $k/c\rho$  の値だけを用いて、温度拡散率の理論値の温度特性を確かめることを試みる。天然状態における海水の温度・塩分量・気泡量は、深さと共に、あるいは時を追って変わっているから天然海水の  $k/c\rho$  の値も深さや時と共に変化していることになる。いま、ある深さでの塩分量や気泡量は温度に比べてその時間変化が少ないと考えると、その深さでの  $k/c\rho$  値の変化は主として温度の変化によるものとみなすことができる。こうして、天然海水の温度記録から求めた  $k/c\rho$  値の温度に対する変りかたを調べれば、それを理論値の温度特性と比較して合うかどうかを確かめることができる。

### 1. 温度記録から $k/c\rho$ の値を求める方法

海水の内部での伝熱現象は、熱伝導と太陽輻射の内部吸収とがその主なものである。熱伝導の微分方程式では、海水内部での輻射の吸収は深さと共に減衰する内部発熱の項として取り扱われる。それで海水の表面に物を置いて輻射の透入をさえぎることにすると、海水内部での伝熱現象が熱伝導だけとなって以下のように簡単になる。

海水の表面から鉛直下向きに  $x$  軸をとり、海水中の温度の傾きがこの  $x$  方向にのみあると

考えると、時間を  $t$  とするとき、熱伝導の微分方程式は

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (39)$$

で与えられる。海氷の熱伝導率  $k$  は、温度・塩分量・気泡量の関数であり、深さ  $z$  の関数であるから、(39) 式を

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (40)$$

と書きなおしたとき、右辺の第1項を省略することができない。

海氷の熱的性質の研究 II<sup>5)</sup> では、このような不均質な氷層の  $k/c\rho$  の値を温度記録から解析的に求める方法について述べた。

それは、(40) 式を

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = (1+f) \frac{k}{c\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (41)$$

ただし

$$f = \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial z} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} / \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (42)$$

と書いたとき、(41) 式で拡散係数に相当する  $(1+f)k/c\rho$  の値を、Simpson の 1/3 則を用いた高橋の方法を応用して温度記録の読みとり値から計算しようとするものであった。

それによると、任意の深さ  $z$  と  $z$  から上下に等距離  $\Delta z$  だけ離れた  $z-\Delta z$ ,  $z+\Delta z$  の3つの深さでの時刻  $t$  における温度を、それぞれ、 $\theta_{z,t}$ ,  $\theta_{z-\Delta z,t}$ ,  $\theta_{z+\Delta z,t}$  とし、 $z$  の深さでの時刻  $t+\tau$  における温度を  $\theta_{z,t+\tau}$  とすると、この  $\Delta z$  と  $\tau$  と (41) 式の拡散係数  $(1+f)k/c\rho$  とが

$$\frac{(\Delta z)^2}{6\tau} = \left[ (1+f) \frac{k}{c\rho} \right]_{z,t} \quad (43)$$

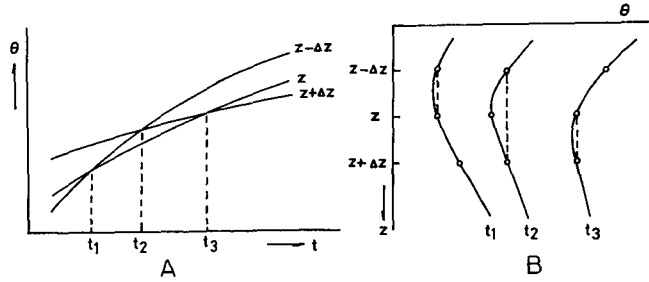
の関係を満たすとき、

$$\theta_{z,t+\tau} = \frac{1}{6} (\theta_{z-\Delta z,t} + 4\theta_{z,t} + \theta_{z+\Delta z,t}) \quad (44)$$

が成立する。

これにより、等間隔の3つの深さ、 $z-\Delta z$ ,  $z$ ,  $z+\Delta z$  での温度推移の記録があれば、その記録からいろいろな時刻で(44)式を満足する  $\tau$  の値を読みとることにより、(43)式の  $(1+f)k/c\rho$  の値を次々に求めていくことができる。 $f$  の値は温度につれて刻々と変るから、 $(1+f)k/c\rho$  の値も時と共に変化する。そして  $f=0$  となる時刻には、このようにして求めた  $(1+f)k/c\rho$  の値が  $k/c\rho$  の値を示すことになる。 $f=0$  は(42)式が示すように  $\partial\theta/\partial z=0$  の場合にも起る。いま、深さ  $z$  の温度が鉛直温度分布での極小値となる時刻を考えると、その深さで  $\partial\theta/\partial z=0$  が成立し、 $f=0$  となることがわかる。

その時刻は温度記録の上でおよその見当をつけることができる。そのような記録の例を第8図に示した。第8-A図は、表面から暖められたときの3つの深さでの温度推移のようすを示したものである。時がたつにつれて最低温度が深い方に移っていくのがわかる。いま、 $z-\Delta z$

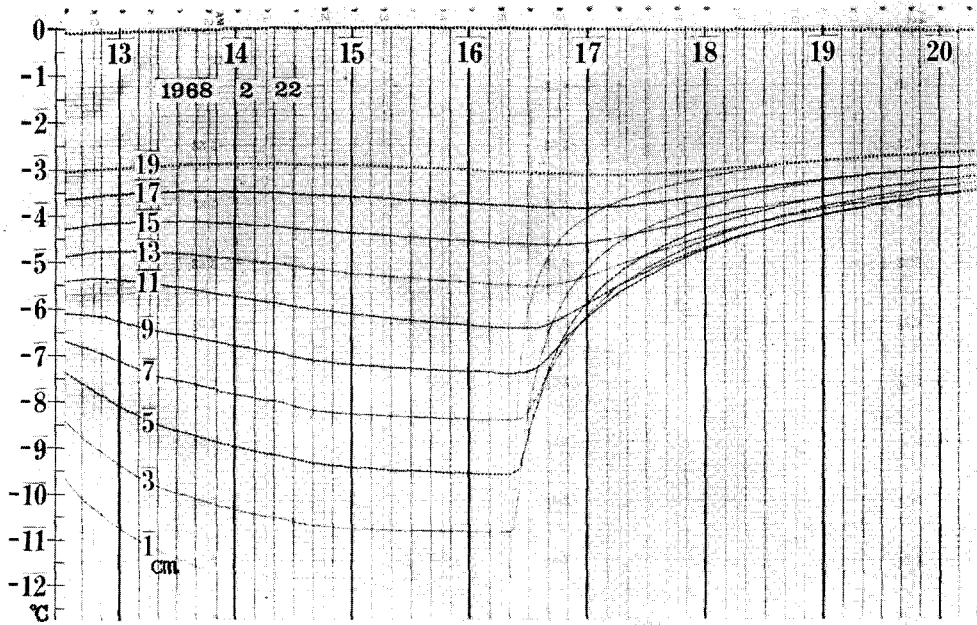


第8図 極小をもつ温度記録の例

と  $z$  との温度が等しくなる時刻を  $t_1$ ,  $z-\Delta z$  と  $z+\Delta z$  との温度が等しくなる時を  $t_2$ ,  $z$  と  $z+\Delta z$  との温度が等しくなる時を  $t_3$  として、それぞれの時刻での鉛直温度分布を示したのが第8-B図である。これらの図から、 $z$  の深さの温度が鉛直温度分布での極小値となる時刻は、 $t_1$  と  $t_3$  のあいだにあり、 $t_2$  の近くにあることがわかる。したがって、温度記録から  $t_2$  に相当する時刻を選んで  $(1+f)k/c\rho$  の値を求めれば、 $k/c\rho$  にかなり近い値を得ることができる。

2. 温度記録から求めた  $(1+f)k/c\rho$  値の推移

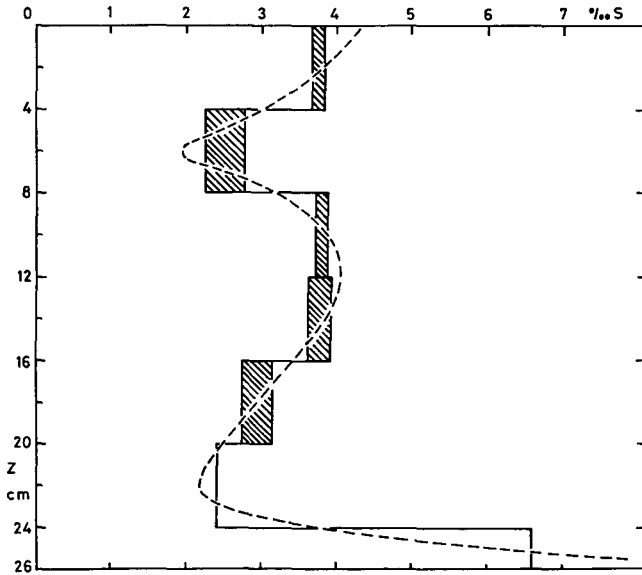
北海道オホーツク海岸の紋別港の港内は、毎冬2月になると厚さ20~30 cmの結氷で覆われる。筆者は、1962年から毎冬、この港内に張った海水に熱電対温度計を埋め込んで、等間隔の各深さでの海水の温度の推移を観測した。鉛直温度分布に極小が現われるような温度記録を得るために、この温度計を埋めた海水の上に寒剤や海水を入れた熱源容器を適当に置きかえ



第9図 氷温の人為操作の記録例

て、海水中の温度を人為的に変化させた。氷の厚さのおよそ3倍の直径をもつ熱源容器を海水の表面に置いたので、熱電対が埋めてあるその中心付近では太陽輻射の影響はなく、一次元の熱伝導とみなしうる温度記録を得たことになる。

第9図は、そのような氷温の人為操作を行なった1968年2月22日の温度記録の写真である。2月19日に氷厚約24cmの海水に鋸の切れ目を入れて、表面下1cmから19cmまで2cm間隔の各深さの温度を測定するように熱電対が固定してある薄い合成樹脂板を埋設した。それから2・3日は、熱電対の凍着をよくし、また水中の温度の傾きを大きくするために、日中はその氷の上に寒剤を入れた容器を置いた。22日の16時20分に、熱源容器中の寒剤を海水と入れかえて海水の表面から暖めてやり、そのさいに氷中にできる温度の極小の推移を観測した。翌日には、熱電対の周囲から5本の塩分量測定用の氷試料をコアドリルで採取した。氷の厚さはほぼ26cmになっていた。5本のコアのうちの4本は、それぞれ切り出すと同時に試料台の上に載せ、表面から4cmごとの試料に切断した。試料台には幅4cmの受け皿が並べてあるので、氷の試料から滴下するブラインはそれぞれ自分の受け皿に落ちるようになっている。残りの1本は全層用の試料として収納した。それらの試料は実験室に持ち帰ってとかし、それぞれの塩分量を電磁誘導式の塩分計で測定した。

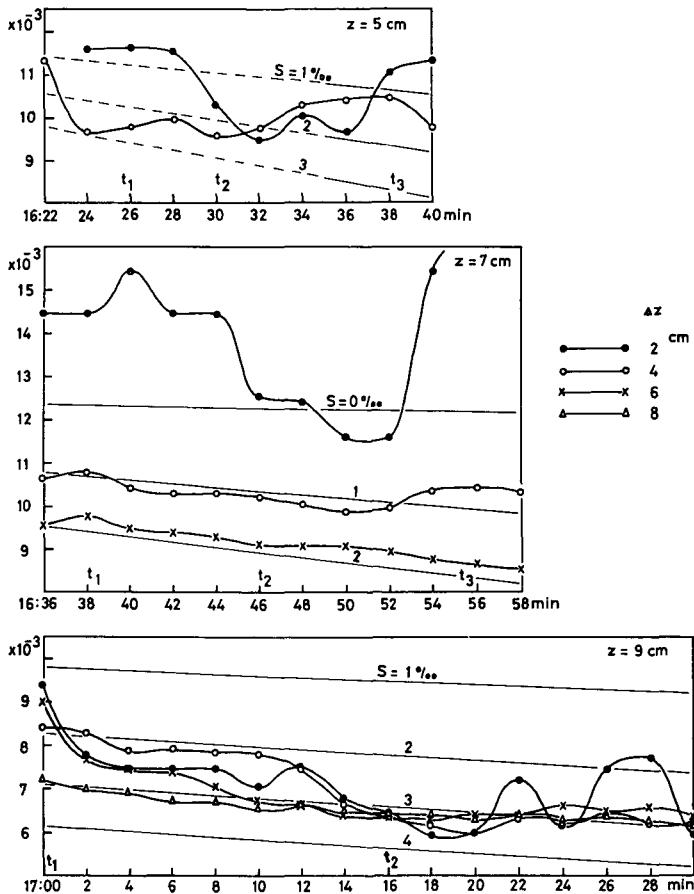


第10図 熱電対の周囲の海水の塩分量鉛直分布 (1968)

第10図は塩分量の測定結果をまとめたものである。20cmより浅いところに関しては、4本のコアの塩分量のばらつきの幅を斜線で示し、それ以深では、試料の数が少なかったので平均値のみを示してある。図中の点線は、各層での平均値を等しくしながらなめらかに描いた曲線である。全層用の氷試料の塩分量は3.46‰であった。この図から求めた全層平均も、ほぼこれに近い値を示している。

さて第9図で、16時20分に海水の表面から暖めると、記録上での各時刻における最低温度が、16時30分には5 cm 深に、16時40~55分には7 cm 深に、また17時から18時にかけては9 cm 深にあり、時を追って深い方に移っていく様子がわかる。また、この記録と第8図とを照らし合わせると、 $(1+f)k/c\rho$  の値を計算する深さ  $z$  としては5, 7, 9 cm をとることができ、そのときの上下の温度計間隔  $\Delta z$  としては  $z=5$  cm の場合  $\Delta z=2, 4$  cm,  $z=7$  cm では  $\Delta z=2, 4, 6$  cm,  $z=9$  cm では  $\Delta z=2, 4, 6, 8$  cm をとることができるのがわかる。この  $z$  と  $\Delta z$  のそれぞれの組み合わせについて、 $z$  の温度が記録上での最低温度となっている時間の2分ごとの各時刻で、 $(1+f)k/c\rho$  の値を求めてみた。

第11図は、それぞれの  $z$  について  $\Delta z$  を変えたときの  $(1+f)k/c\rho$  の値の推移のようすを示したものである。それぞれの図には  $\Delta z=2$  cm の場合の  $t_1, t_2, t_3$  に相当する時刻が示してある。また、ほぼ直線のように描かれている線は各  $z$  の深さでの温度変化に対応する  $k/c\rho$  の理論値の推移であり、 $v_a=0$  として塩分量を1‰ ごとにとり示したものである。5 cm 深の図が点線で示してあるのは、温度が  $-8^\circ\text{C}$  以下のところについて第7図を外挿して求めた値である。



第11図 温度記録から求めた  $(1+f)k/c\rho$  値の推移

5 cm 深および 9 cm 深の図では、 $(1+f)k/c\rho$  の値は、 $t_2$  あるいはその少し後の時刻では  $\Delta z$  のとり方に関係なくほぼ一定値  $9.7 \times 10^{-3}$  および  $6.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$  を示していると見ることができ、これらの値が求める  $k/c\rho$  の値であると考えられる。図中に示した理論値の曲線から、これらの値は 5 cm 深では塩分量約 2.2‰、9 cm 深では約 3.2‰ の場合の理論値に等しいことがわかる。第 10 図の塩分量の実測値では、5 cm 深がほぼ 2.5‰、9 cm 深がほぼ 3.6‰ であるから、得られた  $k/c\rho$  の値から推定される塩分量は実測値とよく合っているといえることができる。

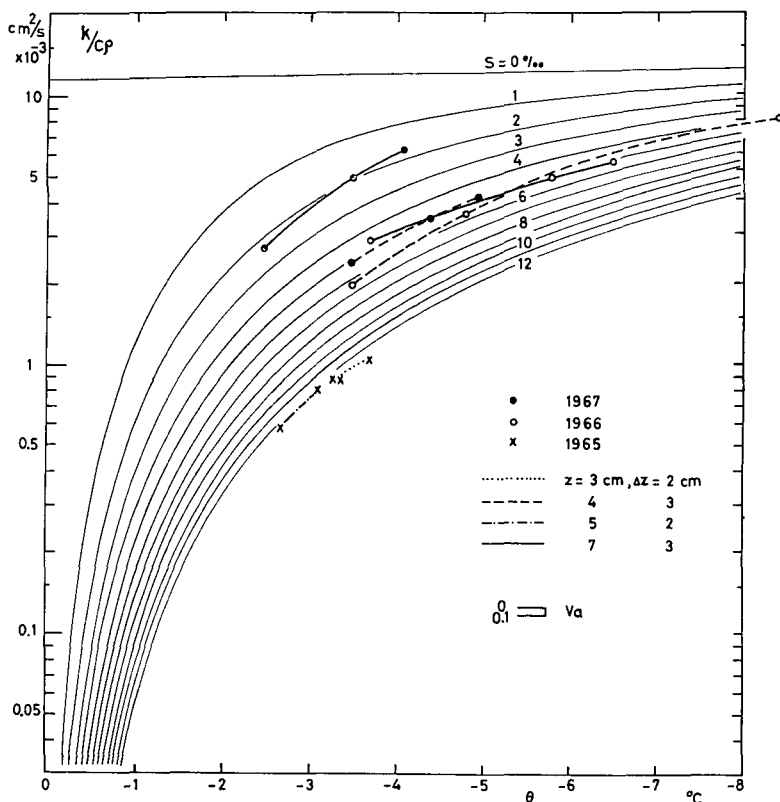
ところが 7 cm 深の場合には、 $(1+f)k/c\rho$  の値は  $\Delta z$  のとり方によってかなり異なり、 $t_2$  の前後でもそれらの値が互に一致する傾向は見られない。一方、第 10 図の塩分量の実測値をみると、7 cm 深の塩分量はおよそ 2‰ であり、この深さの近くに塩分量の極小のあることがわかる。いま、この 2‰ という実測値を知って第 11 図の 7 cm 深の図を見ると、塩分量 2‰ の理論値に最も近いのは  $\Delta z = 6 \text{ cm}$  にとった場合であることがわかる。

このように 7 cm 深の場合  $\Delta z$  のとりかたによって得られた  $k/c\rho$  の値が異なる原因としては、次のようなことが推測できる。温度記録から  $(1+f)k/c\rho$  の値を求める方法では、 $z - \Delta z$  と  $z + \Delta z$  との間は均質層として取り扱い、その層の平均的な値を与えていることになる。それゆえ、もし局所的に不均質があって  $z - \Delta z$  と  $z$  との間の氷層と、 $z$  と  $z + \Delta z$  との間の氷層とで熱伝導率の値などに大きな違いがある場合には、得られた  $k/c\rho$  の値に多少の誤差があらわれるものと考えられる。事実 7 cm 深の近くには塩分量が極小となるような不均質が見られるので、 $\Delta z$  を 2 cm にとった場合にはこの局所的不均質の影響が強くあらわれ、 $\Delta z$  が大きくなるにつれてこの影響も平均化されて、 $\Delta z = 6 \text{ cm}$  の場合には温度記録から求めた  $k/c\rho$  の値が塩分量の実測値から期待される理論値に近づいたものと推察することができる。

### 3. 温度記録から求めた $k/c\rho$ 値の温度変化と理論値の温度特性との比較

これまでに測定してきた水温記録のなかには、海氷上に寒剤容器と海水容器とを交互に置きかえて、氷中に温度の極小を繰り返してつくったときの温度の推移の観測がある。そのような観測例はあまり多くはないが、1965 年の記録からは 3 cm 深が 3 回、5 cm 深が 2 回、1966、1967 年の記録からはそれぞれ 4 cm 深と 7 cm 深とが共に 3 回ずつ、鉛直温度分布での極小となっているのを見出すことができた。それらの記録のおのおのについて、 $z$  と  $\Delta z$  の組み合わせを定め、それぞれ  $t_2$  に相当する時刻での  $k/c\rho$  の値を求めてみた。その結果を温度拡散率の理論値の図中に記入したのが第 12 図である。結果を示す符号は年によって、また  $z$  と  $\Delta z$  との組み合わせによって変えてある。得られた結果は、いずれも温度が下がるにつれて  $k/c\rho$  の値が少しずつ増加する傾向を示しており、理論値の傾向とよく一致していることがわかる。

これらの値を求めることのできた深さ  $z$  が表面近くに限られたために、 $\Delta z$  としても 2、3 cm といった小さい値しかとることができなかった。このように  $\Delta z$  が小さい場合には、前項の考察によれば、もし氷層中に局所的不均質があれば得られた  $k/c\rho$  の値には多少の誤差が含まれていることになる。また 1966 年の観測では、氷層中に温度の極小を人工的に 3 回つくるのには 5 日間を要している。それにもかかわらず得られた  $k/c\rho$  値の温度に対する変りかたが



第12図 温度記録から求めた  $k/c_p$  値の温度変化と理論値との比較

理論値の温度特性とよく一致しているということは、この程度の期間では氷層中の不均質や塩分量・気泡量の値にさほど大きな変化がないことを示しているとも見られる。

### V. 結 語

海水の熱伝導率を計算するための海水模型を考えて、その模型をもとにして海水の熱的な諸定数（密度・熱伝導率・比熱・熱含量差・融解熱・温度拡散率）を温度・塩分量・気泡の体積分率の関数として理論的に計算した。そして、それぞれの熱的定数について、その関数関係を与える図を示した。

また、海水の温度記録を解析して求めた  $k/c_p$  値の温度に対する変りかたと温度拡散率の理論値の温度特性とを比較して、両者の傾向がよく一致することを確かめた。

今後は、個々の熱的定数の値を温度・塩分量・気泡量と共に精度よく測定する方法を考えて、個々の数値を確かめたい。また、温度記録の解析において、考える深さが温度の極小からはずれた時の  $(1+f)k/c_p$  値の変化についても調べてみたいと考えている。

この研究を進めるにあたって、田畑教授をはじめとする低温科学研究所海水研究グループ

の諸氏の御指導と、低温科学研究所附属流水研究施設の職員の方々の観測への御協力を頂いた。ここに記して厚く感謝の意を表します。

### 文 献

- 1) Malmgren, F. 1927 On the properties of sea ice. The Norwegian North Polar Expedition with the "Maud" 1918-1925. *Sci. Res.* **1**, No. 5, 67 pp.
- 2) Schwerdtfeger, P. 1963 The thermal properties of sea ice. *J. Glaciol.* **4**, 789-807.
- 3) Nazintsev, Yu, L. 1964 Nekotorye dannye k raschetu teplovykh svoystv morskogo l'da. (Some data on the calculation of thermal properties of sea ice.) *Trudy Arkt. i Antarkt. Inst.*, **267**, 31-47.
- 4) 小野延雄 1965 海水の熱的性質の研究 I. 薄い一冬氷の熱伝導率の測定. 低温科学, 物理篇, **23**, 167-176.
- 5) 小野延雄 1965 海水の熱的性質の研究 II. 不均質な氷層の  $k/c\rho$  の値を求める方法. 低温科学, 物理篇, **23**, 177-183.
- 6) 小野延雄 1966 海水の熱的性質の研究 III. 海水の比熱について. 低温科学, 物理篇, **24**, 249-258.
- 7) Ono, N. 1967 Specific heat and heat of fusion of sea ice. *In Physics of Snow and Ice*, Part 1 (H. Ôura, ed.), Inst. Low Temp. Sci., Sapporo, 599-610.
- 8) 服部 信 1966 粉体を充テンした不均質固体の熱伝導率. 表面, **4**, 491-497.
- 9) Anderson, D. L. 1958 A model for determining sea ice properties. *In Arctic Sea Ice*. NAC-NRC-598, 148-152.
- 10) Assur, A. 1958 Composition of sea ice and its tensile strength. *In Arctic Sea Ice*. NAC-NRC-598, 106-138.
- 11) Nelson, K. H. and Thompson, T. G. 1954 Deposition of salts from sea water by frigid concentration. *J. Marine Res.* **13**, 166-182.
- 12) Pounder, E. R. 1965 *Physics of Ice*. Pergamon Press, Oxford. 151 pp.
- 13) Zubov, N. N. 1945 L'dy Arktiki. (北氷洋の氷, 低温科学研究所訳)
- 14) 楠 宏 1958 海水中の気泡量測定 I. 低温科学, 物理篇, **17**, 123-134.

### Summary

A new sea ice model is proposed for calculating the thermal constants of sea ice. The sea ice model consists of pure ice, brine at an equilibrium concentration and spherical air bubbles dispersed uniformly both in the pure ice and in the brine. These bubbly ice and bubbly brine models are arranged in parallel with the heat flow passing through the model of sea ice (see Fig. 1-D).

Thermal constants of sea ice, namely density  $\rho$ , thermal conductivity  $k$ , specific heat  $c$ , changes in heat content  $q$ , heat of fusion  $Q$  and thermal diffusivity  $k/c\rho$ , are theoretically defined and are calculating using this model as a function of temperature  $\theta$ , salinity  $S$  and air bubble content  $v_a$  of sea ice. The results are illustrated in Figs. 2 to 7 respectively.

The thermal diffusion in a sea ice cover is written as

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2},$$

where  $t$  is the time and  $z$  is the depth. When this is rewritten we have

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = (1+f) \frac{k}{c\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

with

$$f = \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial z} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \middle| \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right),$$

the diffusion coefficient  $(1+f)k/c\rho$  can be obtained from the observed temperature data by use of the method presented in the previous paper II in this series. The value of  $k/c\rho$  at a depth  $z$  is therefore expressed as the value of  $(1+f)k/c\rho$  at the time  $f=0$ , when the temperature at  $z$  has a minimum value on its vertical profile, namely  $\partial\theta/\partial z=0$ .

To induce the temperature of  $z$  to a minimum value on its vertical profile, containers of freezing mixture and of sea water were alternately placed on the surface of the sea ice cover in which a thermo-couple chain was embedded. Such temperature data were collected every February from 1962 through to 1968 on the young sea ice at Mombetsu harbor, located on the Okhotsk Sea coast of Hokkaido.

The  $k/c\rho$  values derived from the observed temperature data were compared with the theoretical values. It was ascertained that the changes with the temperature in the derived values of  $k/c\rho$  and the temperature dependency of the theoretical values were in fairly good agreement (see Fig. 12).