HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	氷の摩擦融解
Author(s)	対馬, 勝年; 吉田, 順五
Citation	低温科學. 物理篇, 27, 17-30
Issue Date	1970-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18098
Type	departmental bulletin paper
File Information	27_p17-30.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Katutosi TUSIMA and Zyungo YOSIDA 1969 Melting of Ice by Friction. *Low Temperature Science, Ser. A, 27.* (With English Summary p. 28)

氷の摩擦融解*

対馬勝年・吉田順五
(低温科学研究所)

(昭和44年7月受理)

I. まえがき

スキーやスケートはよく滑る。摩擦係数は0.1以下である。これに比べると，木材や金属など一般の物質のあいだの摩擦係数は0.2以上はあり，かなり大きい。スキーやスケートがよく滑るのは，スキーやスケートとの接触点で氷がとけ，融解水が潤滑剤の役目をするためと，古くから推定されてきた。はじめは，雪や氷に加わる圧力のため氷の融解点のさがることが，融解の原因とされた。しかし，このような圧力融解がおこりえないほど低い温度でも尚よく滑るところから，融解の原因は摩擦熱であると考えられるようになった。ただ，氷の摩擦面に実際に融解水が存在するか否かの肝腎な点についての実験的検証が，まだ，完全には行なわれていない。Bowden と Hughes[1] とは氷とエボナイトとの摩擦において，藤岡[2] は雪と鉄との摩擦において，融解水の発生を実験的に確かめようとした。いずれも，融解を暗示する予期どおりの現象を認めた。しかし使われた検証法は間接的方法であった。したがって，これで，融解が確実に証明されたとは言いがたい。

融解水検証の困難は，摩擦による融解水が極めて微量なことにある。それで筆者らは，融解水を蓄積することを考えた。氷の円板にアクリル樹脂の輪を一定圧力で接触させ，氷の円板を回転させる。すると，輪と円板との接触面は，いつまでも摩擦しつづける。よって，単位時間に発生する融解水は微量であっても，長い時間たてば容易に認められるほどの量の融解水が得られるであろう。そして実際に，多量の融解水を観測した。ただ，スキーやスケートのばあい，スキーやスケートの下面はいつまでも摩擦されるとしても，相手の雪や氷の摩擦面は常に更新される。ある場所の雪や氷の面は，短い時間しか摩擦されない。したがって，氷の円板の回転のうち，スキーやスケートのばあいに相当するのは，最初の数回の回転だけである。それゆえ，スキーやスケートのばあいにも氷の融解がおこると言うためには，氷の円板を回転しはじめると，融解も直ちに始まることを確かめる必要がある。そのために，アクリル樹脂の輪のうける摩擦力を連続記録した。あとで述べるように，摩擦力は回転開始と同時にある値に達し，そのあとも，おなじ値を定常的に保ちつづけた。摩擦力の大小は融解水の有無に著しく影響されるはずである。もし回転開始後しばらく融解がおこらなかったとしたら，摩擦力は回転開始とともに急増し，そのあと次第に減少して定常値におちついたに違いない。しかし，摩擦力は始めから定常値を示した。よって融解も回転開始と同時に始ったと考えることができる。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第964号

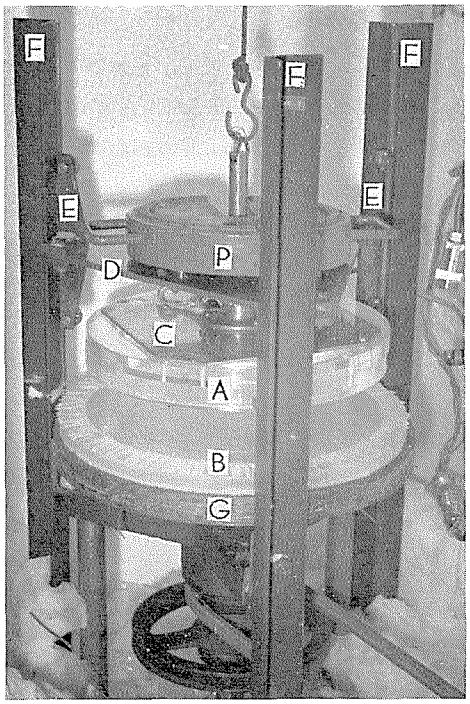
氷と摩擦する物質にアクリル樹脂を使ったのは，輪の形に旋盤でけずりやすいことと，透明で摩擦面を観察できることとのためである。氷がとけるためには摩擦面の温度が0°C まで昇らなければならない。0°C まで昇りうるか否か，昇りうるとしてもどれほどの速さで昇りうるかは，氷と摩擦する物質の熱伝導率と温度伝導率とによってきまる。木材または一般の人造樹脂の両伝導率は，アクリル樹脂のとあまり違わない。それゆえ，アクリル樹脂についてえられる実験結果は，ほとんどそのまま，木材や一般の人造樹脂のばあいにあてはめられる。しかし金属の熱伝導率や温度伝導率は，アクリル樹脂のにくらべ遙かに大きい。摩擦相手が金属のばあい，氷の融解がどのようになるかは，第 IV 節で論ずる。

II. 実験装置，実験方法

藤岡が雪の摩擦実験に使った装置[2] をそのまま用いた。第1図がその装置の写真である。A がアクリル樹脂の輪，B が氷の円板である。輪 A は真鍮板 C にねじ止めされ，真鍮板 C は，中空の短い燐青銅の筒を介して三角形の真鍮板 D に固定されている。板 D の角には3組の滑車 E がとりつけられ，滑車は丈夫な3本の鉄の柱 F に刻んだ案内溝にはまっている。第1図の写真は，ACDE を綱でひきあげた有様を示している。綱をゆるめればアクリル樹脂の輪 A は氷の円板 B と接触する。三角板 D にのせたおもり P を加減すると，樹脂の輪の下面が氷を押す接触圧力が変わる。

氷の円板 B は厚い鉄の回転板 G に凍着させた。回転には1馬力の電動機をつかった。回転板と電動機とは革ベルトおよび減速歯車で連結した。うえに述べたように取付けてあるので，アクリル樹脂の輪は上下には自由にうごけるが，回転はできない。よって氷の円板とアクリル樹脂の輪との間に摩擦がおこり，摩擦力による回転モーメントのために，真鍮板 C と D とをつなぐ燐青銅の筒が僅かに捩れる。その捩れを燐青銅の筒の表面にはりつけたストレンゲージによって電流に変換し，電子管式ペン書き記録器で記録した。ペンの振れ幅が摩擦力に比例する。

アクリル樹脂の輪は，厚さ 1.8 cm の板を旋盤でけずって作った。外径 24.7 cm，内径 19.8 cm である。よって，氷の板とは幅約 2.4 cm の環状平面で接触する。接触面積は 173 cm^2 である。おもり P を加減して，単位面積あたりの接触圧力を 24 g/cm^2 から 140 g/cm^2 の範囲内でいろいろに変えた。



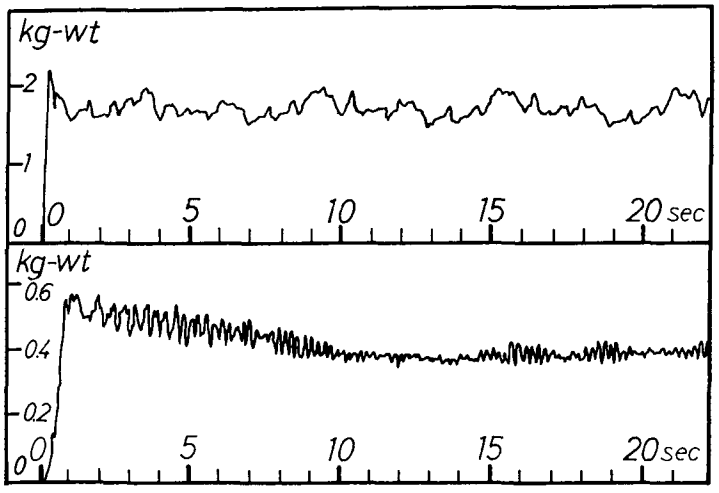
第1図 実験装置。A，アクリル樹脂の輪。B，氷の円板。C，四角形の真鍮板。D，三角形の真鍮板。E，真鍮板 D につけた滑車。F，3本の支柱。G，鉄製回転板。P，おもり

氷の円板は蒸溜水を凍らせて作った。よく洗った直径 40 cm 深さ 20 cm のポリエチレンのたらいに蒸溜水をいれ，−5℃ の低温実験室内におく。一昼夜で 3 cm ほどの透明な氷の板ができる。温度が低いと気泡を含んだ不透明な氷になる。こうして作った透明な氷の板を，のみで削って直径 30 cm の円板とし，実験装置の回転板 G に凍着させる。氷の表面を鉋で平らにけずったあと，アクリル樹脂の輪を接触させて，5 分間ほど回転させる。この予備摩擦により，アクリル樹脂と氷の板との接触面は互に平行になる。

実験は低温実験室内でおこなった。実験装置は恒温箱のなかにいれた。低温実験室の温度をかえ，また恒温装置を調節して，−3℃ から −35℃ の範囲内のいろいろな温度で観察や測定を行なうことができた。

III. 実 験 結 果

氷の円板の回転速度は 2 種類にかぎった。アクリル樹脂の輪と氷の円板との，接触面の中心線上での相対速度であらわすと，一方は 15.5 cm/sec，他方はその 70 倍の 10.5 m/sec であった。簡単のため，まえの速度を低速，あとの速度を高速ということにする。



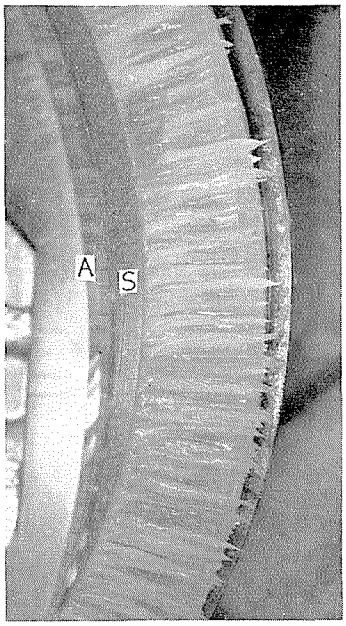
第 2 図 摩擦力記録の例。上の図が低速摩擦 (15.5 cm/sec) のばあい。P=9.2 kg，温度 −19℃。下の図が高速摩擦 (10.5 m/sec) のばあい。P= 10.2 kg，温度 −19℃

第 2 図が低速摩擦と高速摩擦とにおける摩擦力記録の例である。横軸に秒を単位として時間が，縦軸に kg を単位として全摩擦力がとってある。横軸の 0 秒のところで氷板を回転しはじめた。摩擦力は細かく変動している。しかし平均値は，まえがきで述べたように，回転開始と同時にある値に達し，そのあとほとんど変化しない。もっとも，高速摩擦のばあいには，はじめの 10 秒間ほど，徐々に摩擦力がくだっている。しかしこの摩擦力減少は軽微で，回転開始直後に，摩擦面に融解水が存在しなかったためとして説明するのは無理である。時間がたつにつれ，融解水が次第に蓄積されたためにおこった摩擦力の漸減とみるべきである。

1. 融解水の観察

第 1 図は，温度 −20℃，接触圧力 87 g/cm^2 で 10 分間高速摩擦をおこなったあと，アクリ

ル樹脂の輪 A をひきあげて撮った写真である。氷の円板 B の縁には襞がすきまなく並んでいる。これは摩擦によって発生した融解水が遠心力で飛ばされる途中，氷の円板の周辺部に凍りついてできた氷の襞である。第3図に，氷の円板の周辺部の一部を上から接写した写真を示す。A が引きあげたアクリル樹脂の輪である。S が氷の摩擦面である。この写真からわかるように，氷の襞は，氷の摩擦面の外縁の外側に詰って並んだ，たくさんの小さいつららである。実際，回転をはじめて30秒ほどたつと，回転する氷の円板の縁から水滴が飛びちりはじめ，実験装置をいれた恒温箱の壁に衝突して凍りつく。飛びちり損ねて氷の円板の周辺に凍りついた水がつららとなったわけである。



第3図 第1図の氷板の周辺の一部は拡大写真。A，ひきあげたアクリル樹脂の輪。S，氷の摩擦面。氷の摩擦面の外周から外にむかって小さなつららが隙間なく並んでいる。−20℃における高速摩擦

以上のように，−20℃という低い温度でも摩擦によって融解水が発生することが明らかとなった。たとえ摩擦面に融解水が発生したとしても，まわりの温度が低いから，融解水の全部あるいは一部は再び摩擦面上に凍るはずである。今のばあいは，接触圧力は高く，摩擦速度も大きかったため融解水の量が比較的多く，再凍結をまぬがれた融解水が残った。それが，接触圧力と遠心力とによって摩擦面外に押しだされ，つららとなったわけである。いうまでもなく，このばあいでも，1秒間に発生する融解水の量は非常に少ない。ただ，それが蓄積されたため，はっきり認めうるほどの量となった。融解水が摩擦面で再凍結せずに外へ押しだされれば，氷の摩擦面は凹むはずである。実際，今のばあい，10分間の摩擦で，氷の摩擦面は2 mm 沈下した。最低の実験温度 −35℃ でも，−20℃ のときと同様，水滴がとび出し，つららができた。

低速摩擦のときは，いくら長く氷の円板を回転しても，摩擦面外に水はでてこなかった。しかし，このばあいにも，次のようにして，融解水の発生がたしかめられた。−5℃ での低速摩擦実験で，透明なアクリル樹脂をとおして摩擦面を観察する。回転をはじめると，特に透明な直径数 mm の楕円形の斑点が氷の面とともに動いてゆくのが見える。氷の面の移動速度が小さいからこそ，この種の観察が可能である。高速摩擦実験では，おなじ現象がおこるとしても，観察はできない。氷の板の表面とアクリル樹脂の輪の下面とは，対向面全体で接触しているわけではない。真実の接触は，ところどころにある，ごく限られた面でおこる。対向面はみかけの接触面にすぎない。うえの透明な斑点は，この真実接触面である。回転後しばらくすると斑点の輪郭をとりまいて，もうひとつの，やや形の不規則な輪郭が現われ，形を変えながら斑点とともに移動してゆく。斑点の輪郭と不規則輪郭との間は水の膜であると考えて間違いはない。不規則輪郭は，ある大きさに達すると，それ以上には拡大しない。摩擦のため新たに生ずる融解水とおなじ量の水が，水の膜の縁で再凍結し，定常状態が成立するからである。実験

温度をさげると不規則輪郭は次第に縮小し，−15℃ 以下の温度では全く見られなくなる。

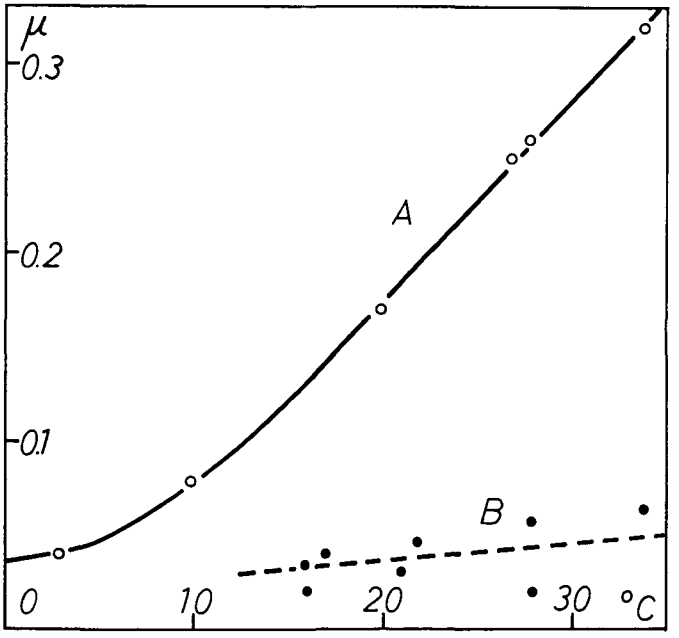
回転開始直後しばらく不規則輪郭がみえないのは，融解水の量が余りに少ないためと考えられる。不規則輪郭が存在しないことを融解水の存在しないことと解釈すると，第2図に示されている，摩擦力が回転のはじめから定常値をとる事実の説明がつかない。よって，この低速摩擦実験のばあいにも，融解水の存在は蓄積によって確かめられたことになる。

低速摩擦においては，氷の摩擦面が凹まなかった。融解水が摩擦面内で，全部，再凍結したためとして説明される。

2. 摩擦係数と温度との関係

アクリル樹脂の輪がうける全摩擦力 F と，アクリル樹脂が氷の円板を押す全圧力 P との比が摩擦係数 μ である。実験温度を −3℃ と −35℃ との間でいろいろにかえ，μ を測定した。次の項でのべるように，摩擦係数 μ は全圧力 P によって変化はするが，その変化は小さい。第4図に μ が温度によって変わる有様を示す。縦軸に μ が，横軸に (−℃) で表わした温度がとってある。

曲線 A が低速摩擦 (摩擦線速度 15.5 cm/sec) のばあいである。摩擦係数 μ の −3℃ での値は小さく，0.04 しかない。しかし温度がさがるとともに μ は増大し，−10℃ 以下ではその増大率もまして 1℃ につき 0.01 ほどになる。いうまでもなく，温度が低くなれば融解水の発生量は減り，また発生した融解水は再凍結しやすくなる。実際前項で，−15℃ 以下に温度がさがると，真実接触面のまわりに融解水の膜が現われなくなることを見た。曲線 A が示す温度降下にともなう μ の増大は，温度が高い時には融解水が存在するが，低くなるにつれ量が減り，



第4図 摩擦係数と温度との関係。縦軸が摩擦係数 μ，横軸が温度。曲線 A が低速摩擦のばあい，破線 B が高速摩擦のばあい。横軸の温度目盛にはマイナス記号が省略されている

ついには発生しなくなるためとして，よく説明される。曲線 A によって示される摩擦係数と温度との関係は古くから知られていた。そして，この関係から融解水の発生が想定された。ただ，−35℃ という低温度まで摩擦係数を測定した例は，未だないようである。

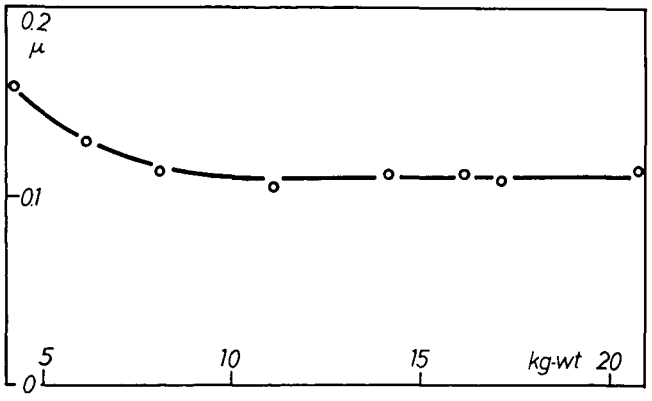
高速摩擦 (摩擦線速度 10.5 m/sec) のばあいには，−15℃ 以下の温度でも摩擦係数 μ は小さく，0.05～0.06 をこえない。低速摩擦のばあい，−35℃ で，μ は 0.33 の値にまでのぼった。しかし高速摩擦では，その 5 分の 1 の 0.06 に止まった。第 4 図の黒丸印が高速摩擦のばあいの測定点である。測定点はかなり散乱しているが，破線 B で示したように，μ には，多少，温度降下とともに増大する傾向がみえる。前項でのべたように，高速摩擦では，融解水の再凍結は完全にはおこなわれず，再凍結をまぬがれた融解水が摩擦面の外に押しだされ，つららとなって凍った。温度がさがれば，高速摩擦のときでも融解水の量は減少し，再凍結はおこりやすくなる。しかし，融解水が全部再凍結するほどにはならなかったため，摩擦係数が小さい値のままに保持されたわけである。

3. 摩擦係数と全圧力との関係

第 5 図に，低速摩擦で全圧力 P をかえたときに現われる摩擦係数 μ の変化の有様をしめした。横軸に P が縦軸に μ がとってある。温度は −15.5℃ で，融解水が発生するとしても極めて僅かなばあいである。摩擦係数 μ は P が 4 kg のときは 0.16 で，P の増大とともに減少し，P が 10 kg をこえると 0.11 の値におちつく。氷の融解に必要なエネルギーのもとは，摩擦力にうちかって外力がなす仕事である。よって全圧力が小さく摩擦力も小さいときは融解は起りにくく，全圧力が高ければ融解はおこりやすい。したがって，潤滑に役立つほどの融解水が発生するかしないかの境界ちかくにある −15.5℃ の低速摩擦では，第 5 図が示すように，全圧力の増大とともに摩擦係数は減少するはずである。

この実験では全圧力 P を 4 kg (1 cm² あたりの圧力にすれば 23 g) 以下にはできなかった。単位時間に外力のなす仕事は摩擦速度に比例し，融解水の量はこの単位時間の仕事できまる。高速摩擦のときは摩擦速度が大きいため，P が 4 kg で，すでに充分な融解水が発生した。それで摩擦係数には，第 5 図のような P による変化が認められなかった。

低速摩擦における摩擦係数 μ と温度との関係を示す第 4 図の曲線 A を書くにあたっては，μ として，第 5 図の水平直線部分で示される定常値，すなわち P が大きいときの値を用いた。ただ温度が低いばあい P を大きくすると，摩擦力があまりに強くなり，1 馬力の電動機では氷の円板が回転しなくなった。それで温度の低いばあいの μ には，定常値におちつくまえの値



第 5 図 低速摩擦における摩擦係数 μ と全接触圧力 P との関係。縦軸が μ，横軸が P。温度 −15.5℃

を採らざるをえなかった。

IV. 論　　議

以上のように，氷とアクリル樹脂とを同一摩擦面で長い時間摩擦させ，摩擦面に融解水の発生することを確めた。また，摩擦係数が摩擦開始直後から一定値を示すことを根拠に，氷の融解は摩擦開始とほとんど同時にはじまると考えた。摩擦面で氷が融解するためには，摩擦面の温度が0℃に達しなければならない。よって，融解が摩擦開始のあと短時間のうちに始まるのなら，摩擦面の温度は摩擦開始とともに極めて急速に上昇するはずである。つぎに熱伝導論によって，この点を検討する。

高速摩擦における融解水はかなりな量に達し，摩擦面の間から押し出された。融解水は，氷とアクリル樹脂との摩擦面の間全体に広がるわけではない。しかし摩擦面間の一部は膜の形でみたしているであろう。その膜の厚さを流体力学によって推定する。

1. 摩擦面の温度上昇

氷とアクリル樹脂とが真実に接触しているのは，みかけの接触面のほんの一部を占める真実接触面においてだけである。しかし，まず，真実接触がみかけの接触面全体にわたっておこっていると仮定して出発する。すると接触面，すなわち摩擦面の単位面積で単位時間に発生する摩擦熱 q は

$$q = \mu p W_0 / J \tag{1}$$

で与えられる。μ は摩擦係数，p は単位面積あたりの接触圧力，W_0 は両摩擦面のあいだの相対速度，J は熱の仕事当量である。

摩擦熱 q の一部 q_a はアクリル樹脂のなかを，残りの q_i は氷のなかを熱伝導によって逃げ去る。簡単に考えるため，熱は摩擦面に垂直な方向に流れ，アクリル樹脂と氷とは摩擦面に垂直な方向に無限に続いているとしよう。するとアクリル樹脂の接触面の温度上昇 u_a，氷の接触面の温度上昇 u_i が，

$$u_a = 2q_a k_a \sqrt{t/\pi}\ , \quad u_i = 2q_i k_i \sqrt{t/\pi} \tag{2}$$

で与えられることが，固体熱伝導論から知られる。k_a, k_i はアクリル樹脂と氷との温度伝導率の平方根をそれぞれの熱伝導率で割ったもの，t は摩擦開始を起点とする時間である。アクリル樹脂の面と氷の面とは接触しているから，両方の面の温度は常におなじでなければならない。すなわち $u_a = u_i$ である。よって(2)式から

$$q_a k_a = q_i k_i \tag{3}$$

の関係がみちびかれる。一方

$$q = q_a + q_i \tag{4}$$

である。(3)式と(4)式とから q_a, q_i の値を定め，(2)式に代入すると，摩擦面の温度上昇 u が

$$u = u_a = u_i = 2q \frac{k_a k_i}{k_a + k_i} \sqrt{\frac{t}{\pi}} = Cq\sqrt{t} \tag{5}$$

として与えられる。アクリル樹脂と氷との温度伝導率は，それぞれ 1.2×10^{-3}, 11.6×10^{-3} cm²/sec で，熱伝導率はそれぞれ 0.5×10^{-3}, 5.3×10^{-3} cal/cm·sec·deg である。これから k_a, k_i の値が 69.8, 20.3 cm²·deg·$\sqrt{\text{sec}}$/cal と計算され，$C=2k_ak_i/\sqrt{\pi}\,(k_a+k_i)$ の値は 17.75 cm²·deg·$\sqrt{\text{sec}}$/cal となる。

実験装置をいれた恒温槽の温度が $-T$°C ならば，u が T にひとしくなったとき，氷の摩擦面が 0°C になる。よって，摩擦開始後，氷の摩擦面が 0°C になるまでの時間 t_0 は，(5) 式により，

$$t_0=(T/Cq)^2 \qquad (6)$$

で与えられる。例として第 1 図および第 3 図の高速摩擦のばあいを考えよう。接触圧力 p は 87 g/cm², 摩擦速度 W_0 は 10.5 m/sec, 摩擦係数は 0.04 であった。これから q の値として 0.087 cal/cm²·sec がえられる。実験は -20°C で行なわれた。よって $T=20$°C である。この q および T の値を (6) 式にいれて計算すると $t_0=168$ sec となる。

摩擦面の温度が 0°C までのぼるのに 168 秒もかかるのでは，摩擦開始と同時に氷の融解がはじまるとは到底いわれない。しかしこの 168 秒という時間は，みかけの接触面全体が真実接触面であるとの仮定のもとに求めたものである。実際には，真実接触面は，みかけの接触面の数千分の一にすぎないといわれている[3] (p. 32–36)。いうまでもなく摩擦熱は真実接触面で発生する。よって q の値には真実接触面の単位面積あたりの摩擦熱をとらなければならない。すると q は，上の計算に用いた値の数千倍になる。(6) 式によると t_0 は q の自乗に逆比例する。よって t_0 は 168 秒の 10^7 分の 1 という極めて短い値をとることになる。しかし，真実接触面で発生する熱は，上の計算で仮定したように，摩擦面に垂直には流れない。真実接触面から発散的に流れる。したがって t_0 も，これほどには短かくならない。それにしても 168 秒の一万分の 1 以下ではあろう。よって t_0 は 0.01 秒あるいはそれ以下と考えられる。かくして，上のような考察からも，融解は摩擦開始とほとんど同時にはじまると言うことができる。

実際には 168 秒もかからないうちに，氷の円板を回転しはじめてから 30 秒ぐらいで，水滴が氷の円板から飛びちりはじめた。このことも，氷の融解が氷の摩擦面のところどころにある真実接触面で局所的におこっていることの裏付けとなる。融解が局所的であるため，水滴は氷の円板の周辺全体にわたってではなく，あいだをおいた場所から出る。しかし真実接触面の位置は氷の摩擦面内で移動する。それゆえ，長い時間がたてば，氷の円板の周辺のすべての点が，かわるがわる，水滴の出口となる。その結果，第 1 図や第 3 図にみられるように，つららは円板の周辺に隙間なくならぶ。

2. アクリル樹脂以外の物質との摩擦についての考察

氷と摩擦するアクリル樹脂を他の物質にかえれば，k_a の値がかわる。物質の比熱を c, 密度を ρ, 熱伝導率を K とすれば，k_a は温度伝導率の平方根 $\sqrt{K/c\rho}$ を熱伝導率 K で割ったものであるから，$k_a=1/\sqrt{c\rho K}$ である。k_a が小さいほど (6) 式の常数 C は小さく，摩擦面が 0°C になるまでの時間 t_0 は長い。仮に物質が熱を無限に速く導き K が無限大であるとすれば，k_a は 0 で C も 0 となり，t_0 が無限大になる。摩擦熱は発生すると直ちに物質のなかを伝導によっ

て流れ去り，摩擦面の温度は少しも昇らない。結局，氷が融解するかしないかだけで摩擦力の大小がきまるとすれば，k_a の値が小さい物質ほど，滑りにくいことになる。

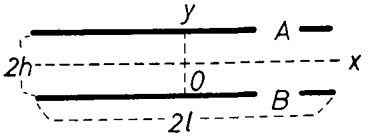
鉄の熱伝導率は 0.148 cal/cm·sec·deg で，アクリル樹脂の熱伝導率の 300 倍もある。比熱や密度にも違いがあるが，主として，この熱伝導率が大きいことのために，鉄の k_a はアクリル樹脂の k_a の 23 分の 1 の 2.92 $cm^2 \cdot deg \cdot \sqrt{sec}/cal$ という小さい値になる。その結果，C の値が 6.2 分の 1 にへり，t_0 がアクリル樹脂のばあいの 38 倍に延長される。温度 −20°C，摩擦速度 10.5 m/sec，摩擦圧力 87 g/cm^2 でのアクリル樹脂と氷との摩擦のばあいの t_0 は，前項でのべたように，0.01 秒の程度とみられる。すると同じ条件のもとでの鉄と氷との摩擦では t_0 が 0.38 秒になる。速度 10.5 m/sec (毎時 38 km) で走る鉄橇は 0.38 秒には 4.0 m 進む。普通，橇の長さは 4.0 m あるかないかである。よって橇と氷との摩擦では氷はとけない。ただ (6) 式が示すように t_0 は T の自乗に正比例する。それゆえ，温度が −20°C より高くなれば，T の減少にともなって t_0 は急速に減少し，融解がおこりうる条件が醸成されるようになる。

アクリル樹脂よりも熱伝導率 K が小さい物質を使っても，t_0 はさほど短かくはならない。(6) 式の常数 C の値を左右する因子 $k_a/(k_a+k_i)$ は，K が 0 となり k_a が無限大になっても，1 である。アクリル樹脂では，k_a がすでにかなり大きく 69.8 $cm^2 \cdot deg \cdot \sqrt{sec}/cal$ もあり，$k_a/(k_a+k_i)$ の値は 0.764 である。1/0.764 = 1.3 であるから，熱を全然みちびかない $K=0$ の物質においても，C の値は，アクリル樹脂のばあいより僅か 3 割増すにすぎない。よって t_0 は 6 割しか短かくならず，氷の融解は促進されるにしても弱い程度にとどまる。

3. 高速摩擦で生ずる水の膜の厚さ

この節の第 1 項でのべたように，高速摩擦で摩擦面外にでる融解水は，局所で発生してすぐ外へ押しだされる。それゆえ，みかけの接触面の間に，まんべんなく広がった膜にはなっていない。それにも拘わらず，つぎに，みかけの接触面全体に広がっていると仮定したら，どのくらいの厚さの膜になるかを，流体力学によって考える。合理的な厚さになるか否かを験すためである。

簡単のため，摩擦面は環状でなく直線形であるとする。第 6 図の平行直線 A と B とが，それぞれ，アクリル樹脂と氷との摩擦面の横断面をあらわす。原点 0 を直線 A と B とで囲まれた空間の中央におき，図のように坐標軸 x, y をとる。z 軸は紙面に垂直に立つ。両摩擦面も紙面に垂直な方向に無限に続き，両摩擦面のあいだは融解水でみたされている。面 B は速度 W_0 で z 方向に走っている。両摩擦面の幅を $2l$，間隔を $2h$ とする。



第 6 図　摩擦面を無限に長い帯状面としたときの摩擦面の横断面。A がアクリル樹脂の摩擦面。B が氷の摩擦面。摩擦面の幅を $2l$ 両摩擦面の間隔を $2h$ とする

$2h$ は融解水の膜の厚さにひとしく，定常状態であるため，時間的に変化しない。実際の環状摩擦面のばあいの外側を，x の正の方向，すなわち第 6 図の右側に対応させる。

融解水の流動速度の x, y, z 成分を u, v, w で表わそう。氷の面 B は融解し，水を吐きだしながら降下する。速度 $2V_0$ で水が吐きだされるとしよう。このことは，面 B は止っていて，水が面 B から垂直上方に，$2V_0$ の速度で湧き出してくることと同じである。また氷の面 B

は，z 方向に摩擦速度 W_0 で移動している。それで，融解水が氷の面ですべらないとすると，面 B における境界条件として，

$$-l<x<l,\quad y=-h\quad \text{では}\quad u=0,\quad v=2V_0,\quad w=W_0 \tag{7}$$

がえられる。アクリル樹脂の摩擦面 A も，実際には，氷の面 B とともに降下する。しかし，面 B を降下しないとしたため，面 A は動かない。よって面 A における境界条件は

$$-l<x<l,\quad y=h\quad \text{では}\quad u=v=w=0 \tag{8}$$

となる。

実際のばあい，融解水は氷の面にひきずられて回転運動をするから，融解水には遠心力がはたらく。今のばあいに引きなおすと，この遠心力は，x の正の方向にはたらく $\rho w^2/R$ で表わされる。R はアクリル樹脂の輪の平均半径，ρ は水の密度である。よって，融解水内の圧力を p，粘性係数を η とすると，融解水の運動方程式は

$$\left.\begin{aligned} 0&=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho\frac{w^2}{R}+\eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\\ 0&=-\frac{\partial p}{\partial y}+\eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\\ 0&=\eta\frac{d^2 w}{dy^2}\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

となる。融解水の加速度は小さいとして無視した。また u，v，p は x と y とだけの函数，w は y だけの函数とした。

運動方程式 (9) と連続方程式 $\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z=0$ とをみたし，かつ (7) 式 (8) 式の境界条件を満足する解は

$$\left.\begin{aligned} u&=\frac{3V_0}{2h^3}x(h^2-y^2)+\frac{\rho W_0^2 h^2}{4\eta R}\left[\frac{7}{12}-\frac{1}{3}\left(\frac{y}{h}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{h}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{y}{h}\right)^3-\frac{1}{12}\left(\frac{y}{h}\right)^4\right]\\ v&=\frac{V_0}{2h^3}y(y^2-3h^2)+V_0,\qquad w=\frac{W_0}{2}\left(1-\frac{y}{h}\right)\\ p&=\frac{3\eta V_0}{2h^2}(y^2-h^2-x^2+l^2)\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

で与えられる。p の式を求めるにあたっては，両摩擦面の縁で，第 6 図でいえば直線 A，B の端で，p が 0 であるということを，境界条件として付け加えた。(p の式および u，v の式の第 1 項については文献 4 の p. 140–142 を参照)

アクリル樹脂の輪の摩擦面の長さは $2\pi R$ である。よって輪が氷の面を押す全圧力を P とすると，摩擦面の単位長さあたりの圧力は $P/2\pi R$ となる。今のばあいについて考えると，z 方向の単位長さあたり，この $P/2\pi R$ の圧力で面 A が融解水の膜を押している。よって，水の膜のなかの応力の y 方向の垂直成分を σ_y とすると，

$$y=h\quad \text{では}\quad \frac{P}{2\pi R}=\int_{-l}^{l}-\sigma_y dx \tag{11}$$

の関係が成りたたなければならない。σ_y は張力のとき正に，圧力のとき負にとるから，σ_y に

は負号をつけた。$\sigma_y=2\eta(\partial v/\partial y)-p$ である。式(10)の v と p とをつかって σ_y を求め，(11)式を計算すると

$$\frac{P}{2\pi R}=2\eta V_0\left(\frac{l}{h}\right)^3 \tag{12}$$

がえられる。h 以外の量の値は既知である。よって，この式から水の膜の厚さ $2h$ の値がきめられる。

アクリル樹脂の輪がうける全摩擦力 F は実験で求められる。輪の単位長さあたりの摩擦力は $F/2\pi R$ で，z の負の方向にはたらく。よって水の膜のなかの応力の，y 軸に直角な面にはたらく z 方向の剪断成分を τ_{yz} とすると，

$$y=h \quad \text{では} \quad -\frac{F}{2\pi R}=\int_{-l}^{l}\tau_{yz}dx \tag{13}$$

の関係がなりたつ。$\tau_{yz}=\eta(\partial w/\partial y+\partial v/\partial z)$ である。よって(13)式は

$$\frac{F}{2\pi R}=\eta\frac{W_0}{2h}\cdot 2l \tag{14}$$

となる。これからも $2h$ がきめられる。

第1図および第3図でみられるように，融解水が凍ってできたつららは，すべて，氷の円板の摩擦面の外周から外にむかって伸びている。内周から内側に向うつららはない。したがって，摩擦面の間にはさまれた融解水は，摩擦面の内周をこえて内側には出なかったと考えられる。いうまでもなく，これは遠心力が作用したためである。今のばあいに直すと，第6図の平行直線 A と B との左端をむすぶ直線をこえて，左へ流れる水は存在しなかったことになる。それで，この直線全体にわたる流量は0であるとしてよいであろう。このことは

$$x=-l \quad \text{では} \quad \int_{-h}^{h}udy=0 \tag{15}$$

の条件で表わされる。式(10)の u をつかって計算すると，(15)式は

$$2V_0l=\frac{\rho W_0^2h^3}{5\eta R} \tag{16}$$

となる。これは，摩擦面の外周から外へでる水の量が，摩擦面で融解する氷の量と同じとしてえられる条件にひとしい。式(16)からも $2h$ が求められる。

以上，摩擦面にある融解水の厚さ $2h$ を求める式として(12), (14), (16)の3式をえた。ふたたび第1図および第3図の高速摩擦のばあいを例にとって，$2h$ を計算する。全圧力 $P=15$ kg $=1.5\times10^7$ dyne，全摩擦力 $F=0.04\,P=6\times10^5$ dyne，摩擦速度 $W_0=1.05\times10^3$ cm/sec である。氷の摩擦面は10分間に2 mm 沈下した。この沈下速度に，水と氷との密度の比 (ρ_i/ρ) をかければ，融解水が氷の摩擦面から湧きだす速度 $2V_0$ がえられる。$2V_0=3.1\times10^{-4}$ cm/sec となる。摩擦面の幅 $2l=2.4$ cm，実際の環状摩擦面の平均半径 $R=11.12$ cm，0°C における水の粘性係数 $\eta=1.78\times10^{-2}$ ポアズである。以上の数値をつかって(12)式，(14)式，(16)式から定めた $2h$ の値を，それぞれ d_1, d_2, d_3 とすると

$$d_1 = 7.1\times10^{-4}\,\mathrm{cm}, \quad d_2 = 52\times10^{-4}\,\mathrm{cm}, \quad d_3 = 14.3\times10^{-4}\,\mathrm{cm}$$

となる。d_1 と d_3 とはほぼ一致する。しかし d_2 は d_1, d_3 の 8 倍もある。みかけの摩擦面全体に融解水が広がっていると仮定して求めた値であるから，三つの値がよく一致することは望めない。それにしても，これから，融解水の厚さを数 10 ミクロンと推定できる。そして，この厚さは充分に小さく，不合理な厚さとは言えない。

V. ま と め

氷と他物質との摩擦では，氷が融解して水を生じ，それが潤滑剤の役目をすると推定されている。融解水存否判定の実験をおこない，その存在をたしかめた。

氷とアクリル樹脂とを円環状摩擦面で数分間摩擦させ，−35°C の低温においても，摩擦熱によって生じた氷の融解水を多量に観察することができた。短時間には微量にしか生じない融解水を，長い時間かけて蓄積したわけである。同時に摩擦力を連続記録した。摩擦力が摩擦開始とともに一定値に達し，その後減少しないことを，融解が摩擦開始と同時に始まると考える根拠にした。

摩擦速度 10 m/sec, みかけの接触圧力 90 g/cm^2 のばあい，環境温度が −20°C であっても，アクリル樹脂と氷との真実接触面の温度が 0°C に達するのに，摩擦開始後 0.01 秒しかかからないことを，熱伝導論によって示した。また同じ条件での摩擦のばあい，融解水が摩擦面に一様に広がっていると仮定すると，融解水の厚さが数 10 ミクロンになることを，流体力学によって推定した。

筆者のひとりである対馬勝年は，この仕事を，北海道大学理学研究科修士課程の学生としておこなった。仕事をすすめるにあたり，低温科学研究所の多くの人びとから，数かずの有益な援助をうけた。ここに記して感謝の意をあらわす。

文 献

1) Bowden, F. P. and Hughes, T. P. 1939 The mechanism of sliding on ice and snow. *Proc. Roy. Soc.*, **A 172**, 280–298.
2) 藤岡敏夫 1958 雪橇の抵抗 IV. 低温科学, 物理篇, **17**, 31–51.
3) 曾田範宗 1954 摩擦と潤滑. 岩波書店, 288 pp.
4) Jaeger, J. C. 1956 Elasticity, Fracture and Flow. Methuen Co., London, 152 pp.

Summary

It has long been believed that melting of ice and snow by frictional heat is the primary cause of the very low friction of skates and skis; the melt water works as a lubricant. But, since the melt water must be extremely small in amount even if it exists, it would be extremely difficult to produce experimental evidence regarding its presence[1),2)]. The present authors have attempted to accumulate melt water up to an easily detectable amount by subjecting the same surface of ice to friction for a long time. As a result the detection of melt water was found to be possible. However, in

the case of skates or skis, the frictional surface of ice and snow is always renewed, whereas the contact surface of skates and skis continue to encounter friction as long as the skates or skis are in motion. Therefore, it was neccessary to show that the melting began as soon as the experiment of melt water accumulation was started, because the frictional surface of the ice used for the experiment would be new only for a short period of the initial run. In order to cope with this the frictional force was continuously recorded. The frictional force rapidly reached a constant value at the beginning of friction and remained at this value to the end of the experiment. This is strong evidence which substantiates the fact that the melting occurred during the initial short period of the experiment; if a delay were caused in the melting, the frictional force would have risen to a high value at the beginning of the experiment and then gradually decreased to a constant value.

The experimental apparatus is shown in the photograph of Fig. 1 of the text. In this photograph, A is a curcular ring fashioned from a thick plate of acrylic acid resin, 22 cm in mean diameter with a bottom area of 173 cm^2, and B is an ice disc produced by freezing distilled water. Ring A is free moving in the vertical direction but cannot rotate. The ice plate B is frozen to an iron disc G which is turned at constant speeds by an electric motor. When ring A is placed on the ice disc, it comes in contact with ring A at a ring-shaped area and this area of ice is subjected to friction as long as the ice disc is turned. Ring A is connected to supporter D above by means of a phosphor bronze tube which is slightly twisted in proportion to the frictional force. The amount of the twist is transformed into the intensity of an electric current which moves the needle of an automatic recorder. Pressure at the ring-shaped contact area was varied between 24 and 140 g/cm^2 by changing weight P. The experiments were conducted in a cold room at temperatures ranging from -3 to -35°C.

The ice disc was turned at two speeds; high and low. In terms of the linear speed of the frictional surface, the high speed was 10.5 m/sec and the low speed was 15.5 cm/sec. In the experiments at high speed, water droplets began to fly off the fringe of the rotating ice disc 30～60 sec after the start of rotation. The droplets were produced even at temperatures as low as -35°C. When the rotation was stopped, the fringe of the ice plate was found to be covered with numerous short icicles radiating outward as seen in the photograph of Fig. 3. In this photograph, A is the ring of acrylic acid resin lifted and S is a portion of frictional area of the ice disc. Needless to say the icicles are the melt water frozen before flying off the fringe of the ice disc. The icicles can also be seen in the photograph of Fig. 1, which shows the state of the experimental apparatus after an experiment at -20°C and at a pressure of 88 g/cm^2 was completed. In this experiment the ring-shaped frictional area sank 2 mm in the ice in 10 minutes.

In the case of experiments at low speed, no water droplets were seen regardless of the length of time of ice disc rotation. However, by direct observation of the frictional surfaces through the tansparent ring of acrylic acid, melting was found to occur also in this case. Simultaneously with the start of rotation of the ice disc, transparent spots of a few millimeters in diameter were seen moving at the same speed as that of the ice disc. Soon somewhat irregular outline spread out from the fringe of each transparent spot, and moved with the spot slowly changing the form of the irregular outline. It is

beyond doubt that the transparent spots were true contact areas and the figures surrounding them were films of accumulated water which was forced out from the true contact areas. The figures of water film decreased in size as the temperature of the experiment was lowered, disappearing completely at −15°C.

Records of frictional force obtained in experiments at low and high speeds are respectively shown in the above and lower halves of Fig. 2. Although the frictional force fluctuates within a confined limit, its mean value is constant from the beginning of the low speed experiment. In the case of the high speed experiment the frictional force decreases during the first ten seconds. But the rate of decrease is so small that the value at the beginning cannot be attributed to the absence of melt water.

From the experimental results described above and by the reasoning given in the first paragraph of this summary, the authors are of the opinion that the presence of water film on the surface of ice and snow being overrun by skates and skis can be demonstrated.

In Fig. 4, the coefficient of friction is shown in relation to temperature. In the case of low speed friction, the coefficient rises with the lowering temperature as shown by curve A. This can be explained by the fact that the amount of melt water is small and decreases with the decrease in temperature. Values of coefficient of high speed friction are given by the dots plotted near the bottom of Fig. 4. The melt water was sufficient in amount down to the lowest temperature of the experiments and the coefficient of friction was kept at low values throughout the whole range of temperature.

For the ice to be melted at the true contact areas, their temperature must be raised to 0°C. It was shown by the theory of heat conduction that the temperature of the true contact areas reaches 0°C in 0.01 sec after the start of the high speed experiments. The water film filling the space between the frictional surfaces of ice and acrylic acid resin in the high speed experiments was found by the use of hydrodynamics to be as thin as 10～50 microns.