



Title	プラウ除雪の理論 II : 飛散型高速プラウ前縁蹴あげ
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 32, 55-70
Issue Date	1974-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18245
Type	departmental bulletin paper
File Information	32_p55-70.pdf



プラウ除雪の理論 II*

(飛散型高速プラウ前縁蹴あげ)

吉田 順五

(北海道大学名誉教授)

(昭和49年10月受理)

I. ま え が き

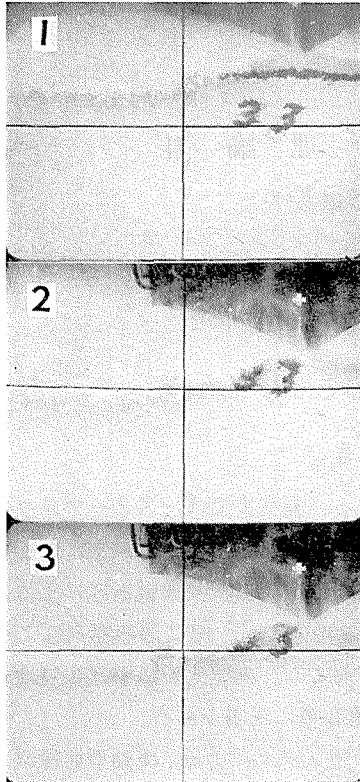
この論文 II は、おなじ題名の論文 I¹⁾ の続きである。論文 I では、スノープラウの流動型高速蹴あげを考察したが、論文 II では、流動型高速蹴あげが飛散型高速蹴あげに転換する機構をまず考える。ついで、飛散する雪粒の速度 v_c 、および、飛散型高速蹴あげによる排雪車の走行抵抗係数 C_2 をもとめる。しかし、それに先だって、第 1 図、第 2 図の写真により、流動型および飛散型の前縁蹴あげの実際の有様を観察しておこう。両型式の蹴あげの特性および模型的外見の差異については、論文 I の第 II 節第 1 項第 3 項に説明がある。

第 1 図は、鉄道機関車の先頭下部にとりつけた V 型プラウによる、流動型前縁蹴あげを撮影した映画フィルムから選んだ 3 こまでである。プラウは、鉛直幅が 45 cm で、奥行き 10 cm の底が上縁にそって水平に張出している。各こまの右上四半分に写っている黒い形は、プラウの底から上の機関車前面で、白い十字は自動連結器の前面中央に塗った印である。こま 1 にあるように、あらかじめ、雪の上に数字 33 を書いておいた。プラウが数字の場所にかかったら、こま 2 と 3 とに見られるように、数字は形を保ったままプラウの傾斜面にそってせりあがった。これは、プラウの傾斜面を雪が崩れずに流れのぼったことを、すなわち、プラウ前縁による蹴あげが流動型であったことを示している。傾斜面を流れのぼった雪は底にあたり、左右前寄り水平方向に飛散した。機関車の速度 V は 77.4 km/hr (21.5 m/s)、線路上の雪の密度 ρ_0 は 0.30 g/cm³ であった。

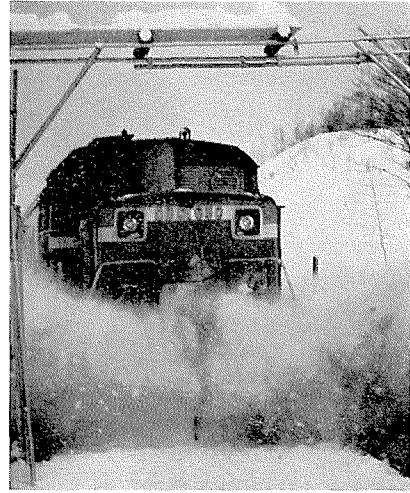
第 2 図が、飛散型蹴あげの写真である。プラウは第 1 図のばあいのものと、すくい角が異なるが、寸法と形とはほぼ同一である。雪は前縁蹴あげで粉碎した。そのあと前方に傾いて跳びあがったため、プラウの底を外れて上方高く飛散した。機関車の速度 V は 81.8 km/hr (22.7 m/s) で、線路上の雪は、密度 ρ_0 が 0.46 g/cm³、温度が -3.2°C であった。第 1 図のばあいも第 2 図のばあいも、雪の密度が新雪の密度にくらべて著しく大きい。人手をつかって他処から運び線路上においた雪だからである。

日本国有鉄道の鉄道技術研究所が、在来の狭軌鉄道を利用して、高い速度でのプラウ除雪の研究をおこなった。第 1 図、第 2 図は、そのときに撮影された写真である。この写真をここ

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 1326 号



第1図 流動型プラウ前縁蹴あげ。排雪車速度 V は 77.4 km/hr (21.5 m/s)。線路上の雪の密度 ρ_0 は 0.30 g/cm³ (鉄道技術研究所高橋脩氏撮影)



第2図 飛散型プラウ前縁蹴あげ。排雪車速度 V は 81.8 km/hr (22.7 m/s)。線路上の雪の密度 ρ_0 は 0.46 g/cm³ (鉄道技術研究所篠島健二氏撮影)

に利用できることについて、鉄道技術研究所に厚く感謝する。

この論文 II の飛散型高速蹴あげの理論も、論文 I でと同様、プラウに固定した運動坐標系によって進める。また、プラウ前方にある処女雪が均一であること、プラウが直角直線プラウ

であること、雪が受ける変形が常に一軸塑性圧縮であることなど、論文 I でのと全く同じ前提をおく。

II. 飛散型高速蹴あげ

論文 I の第 II 節で、雪の一軸圧縮における応力 p と歪 ε とが、負荷過程では $p=k\varepsilon$ の関係で結ばれること、また、 p がある臨界値 p_c に達すると雪が粉砕することを仮定した。そして p_c には粉砕応力、 $\varepsilon_c=p_c/k$ には粉砕歪の名をあたえた。飛散型高速蹴あげは、論文 I の流動型高速蹴あげの理論に粉砕応力を導入することにより、その発生が説明される。

1. 飛散型高速蹴あげの発生機構

流動型高速蹴あげでは、プラウのすくい角 α が大きいほど、蹴あげにおいて雪がうける最大の歪である前縁最大歪 ε_A が大きいことを、論文 I の第 IV 節第 4 項で知った。ただし、論文 I の第 III 節の (11) 式で定義した

$$\gamma = (V/c)^2 = \rho_0 V^2/k$$

が一定のばあいである。高速蹴あげを問題とするこの論文では、 γ の値は常に 1 より大きい。いま、すくい角 α が変えられる直角直線プラウを仮想し、 γ を一定に保ったまま、 α を次第に

増大するでしょう。すると ε_A も増大し、 α のある値 α_C で粉碎歪 ε_C に達する。その結果、プラウに衝突する雪は蹴あげによって粉碎し飛散する。この α_C を「飛散すく角」と名づける。

論文 I の第 IV 節第 4 項では、また、流動型高速蹴あげでは $\dot{\gamma}$ が大きいほど ε_A が小さいことを知った。それゆえ、飛散すく角 α_C は $\dot{\gamma}$ が大きくなるにつれ大きくならなければならない。 $\dot{\gamma}$ の増大による ε_A の減少を α の増大によって打消せば、 ε_A を一定値 ε_C に保つことができるからである。

ここで、すくい角 α が固定されたプラウの場合に戻る。流動型高速蹴あげでの雪の運動方向の変化は、急激にはあっても、連続的に起こる。すなわち、蹴あげを受けつつある雪の流動方向と x 軸との間の角を θ とすると、 θ は 0 から出発して連続的に増大し α に達する。不連続的に 0 から α へ飛びうつるのではない。それゆえ、飛散すく角 α_C が α より小さいばあいには、流動型蹴あげが修了するまえに、流動型蹴あげの途中で、 θ が α_C に達する。すると、雪の歪 ε も粉碎歪 ε_C に達し、雪は粉碎して、粉碎直前の雪の速度 v_C に乗って飛散する。これが、まえがきで述べた、流動型高速蹴あげの飛散型高速蹴あげへの転換機構である。

飛散型への転換は $\alpha_C < \alpha$ のときにおこるが、 α_C は $\dot{\gamma}$ の増大関数である。それゆえ、この転換は、 $\dot{\gamma}$ の大きいときではなく、小さいときに発生する。もっとも、 $\dot{\gamma}$ が無限大になっても α_C が α に達しないこともある。このような場合には、 $\dot{\gamma}$ の変域全体にわたって蹴あげは飛散型となる。

2. 転換 $\dot{\gamma}$ 値

飛散型高速蹴あげをおこないつつある排雪車の速度 V が増して $\dot{\gamma}$ がある値 $\dot{\gamma}_t$ に達すると、 α_C も増大してプラウのすくい角 α に達する。 $\dot{\gamma}$ が $\dot{\gamma}_t$ を超えると α_C も α を超えようとする。しかし、それは実現しない。雪の流動方向を、 x 軸の方向から α 以上に偏らせる原因が存在しないからである。よって、 α_C の増大は $\dot{\gamma}$ が $\dot{\gamma}_t$ に達すれば止り、それに伴って雪の粉碎も終る。その結果、飛散型高速蹴あげは流動型高速蹴あげに移行する。逆に $\dot{\gamma}$ が大きい値から減少して $\dot{\gamma}_t$ を過ぎるときには、流動型から飛散型への移行がおこる。したがって、 α_C が α と一致するときの $\dot{\gamma}$ の値 $\dot{\gamma}_t$ は、飛散型と流動型とが相互に転換する $\dot{\gamma}$ の値であるといえる。その意味で、 $\dot{\gamma}_t$ を $\dot{\gamma}$ の「転換値」と名づけよう。

論文 I の第 6 図の実曲線は、すくい角 α の 3 箇の値 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ についての前縁最大歪 ε_A と $\dot{\gamma}$ との関係を表わしている。この図には、また、粉碎歪 ε_C の 3 箇の値 0.1, 0.5, 0.75 を示す水平破線が書きいれてある。これら 3 本の水平破線と 3 本の実曲線との交点の $\dot{\gamma}$ の値が $\dot{\gamma}_t$ にはかならない。 α が α_C に等しいことは、 ε_A が ε_C に等しいことを意味するからである。

3. 飛散すくい角 α_C と $\dot{\gamma}$ との関係

飛散すくい角 α_C と粉碎歪 ε_C との関係は、流動型高速蹴あげにおけるプラウのすくい角 α と前縁最大歪 ε_A との関係と同じである。よって、論文 I の (18) 式の ε_A を ε_C に、 α を α_C 変更した

$$\varepsilon_C = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma} - 1} \left(1 - \frac{v_C}{V} \cos \alpha_C \right) \quad (1)$$

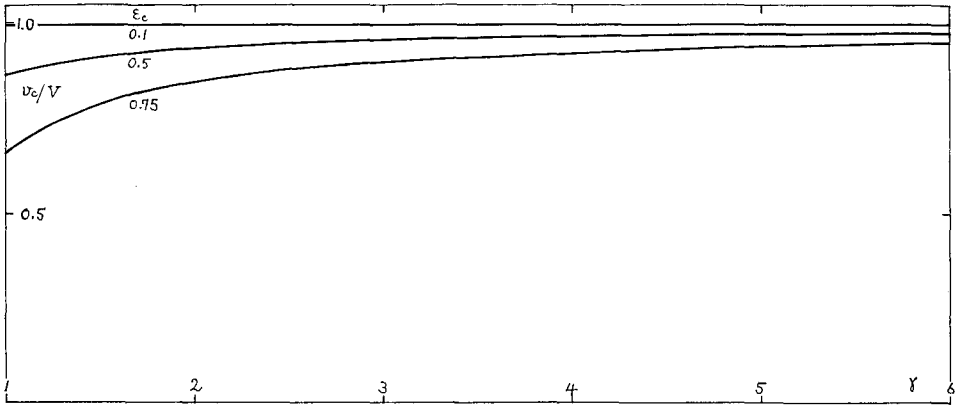
の関係が成立する。 v_C は、流動型高速蹴あげを受けつつある雪の流動方向の偏角 θ が α_C に達

し、粉碎が正におころうとする時の雪の流動速度である。ここで、雪の粉碎に必要な粉碎エネルギーは、雪の塑性圧縮に要するエネルギーにくらべ、無視できるほど小さいと仮定しよう。すると、粉碎した雪の粒の速度は v_c と同じ値になる。それで、 v_c には、雪粒の「飛散速度」の名をあたえよう。

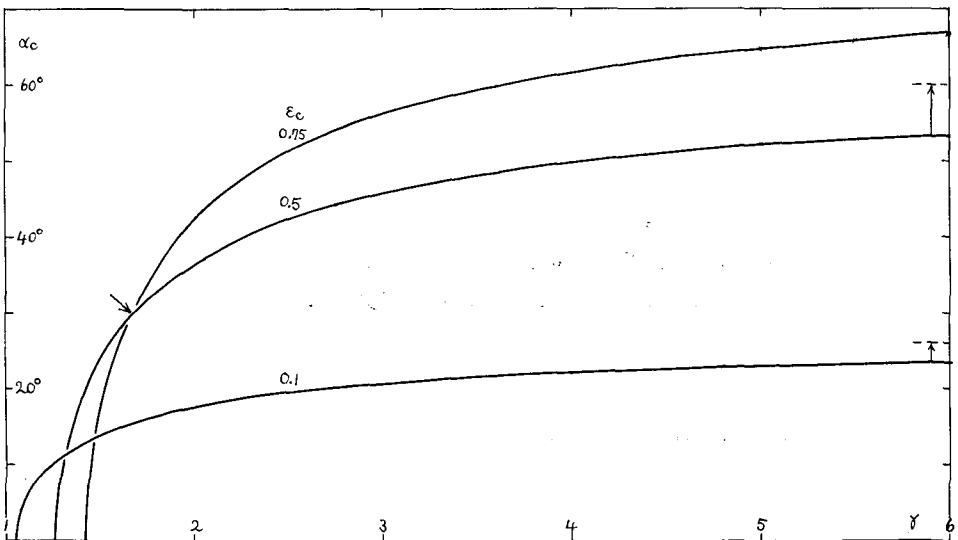
飛散速度 v_c は、すぐ上に述べたとおり元米は、流動型高速蹴あげで、 θ が α_c に達したときの、すなわち、雪の歪が ϵ_c に達したときの雪の流動速度である。それゆえ、論文 I の第 II 節で導いたエネルギー関係式 (4) の ϵ_A と v とを、それぞれ、 ϵ_c と v_c とでおきかえた。

$$1 - \left(\frac{v_c}{V}\right)^2 = \frac{\epsilon_c^2}{\gamma} \tag{2}$$

の関係が成立する。 v_c の値は、このエネルギー関係式だけで定められる。



第3図 v_c/V と γ との関係。 v_c は飛散型高速蹴あげで飛散する雪粒の速度である。各曲線につけた小数値は雪の粉碎歪 ϵ_c の値



第4図 飛散すくい角 α_c と γ との関係。各曲線につけた小数値は雪の粉碎歪 ϵ_c の値

この(2)式からえられる (v_c/V) を(1)式に代入して

$$\cos \alpha_c = \frac{\varepsilon_c + (1 - \varepsilon_c)\gamma}{\sqrt{\gamma(\gamma - \varepsilon_c^2)}} \quad (3)$$

を得る。すなわち、飛散すくい角 α_c が γ の関数として表わされた。前項 2 で述べた γ の転換値 γ_c は、 α_c を α とおいた(3)式をみたす γ の値にほかならない。

第 3 図および第 4 図は、それぞれ、(2)式で与えられる (v_c/V) と γ との関係、および、(3)式で与えられる α_c と γ との関係を表わしている。両図とも、粉碎歪 ε_c の値に 0.1, 0.5, 0.75 を選んで描いてある。

第 4 図で見ると、飛散すくい角 α_c が 0 のときの γ の値 γ_B は 1 ではない。実際、 γ_B は、 α_c を 0 とおいた(3)式をみたす γ の値

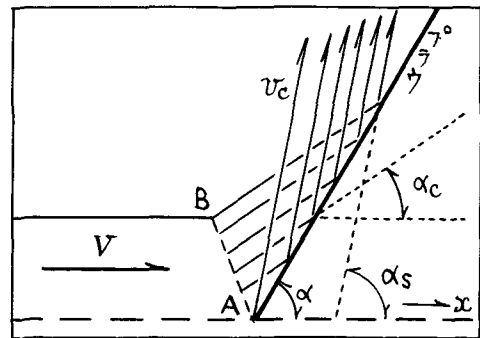
$$\gamma_B = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\varepsilon_c}{2 - \varepsilon_c}} \quad (4)$$

で与えられ、高速蹴あげにおける γ の変域の下限である 1 より大きい。それで、1 と γ_B との間にある γ に対する高速蹴あげがどのようなようになるかが問題になるが、つぎに述べる理由によって、このばあいの蹴あげも飛散型であるとする事ができる。

飛散すくい角 α_c が 0 であることは、雪が、ブラウの前縁に接触しただけで、つまり、その流動方向が無限に小さい角度かえられただけで、飛散することを意味する。一方、 α_c が γ とともに増大することから、 γ が小さいほど雪は飛散しやすいといえる。したがって、 γ が γ_B より小さければ、 γ が γ_B にひとしい場合より更に容易に、つまり、無限小ながら更に小さい角度の流動方向変化によって、雪は飛散すると考えてよいであろう。結局、 γ が γ_B より小さい場合にも、雪はブラウ前縁と接触しただけで飛散し、 α_c が 0 にひとしい飛散型高速蹴あげが起ることになる。しかし雪は、歪が ε_c に達して粉碎飛散するのだから、運動エネルギーを失う。つまり、このばあいの雪粒の飛散速度も(2)式の v_c で与えられる。

4. 飛散型高速蹴あげの走行抵抗係数 C_2

粉碎しなければ、雪を構成する雪粒は互に力をおよぼしあう。その結果、ブラウの蹴あげ面(論文 I 第 IV 節第 1 項)がそれに接する雪粒に加える力は次つぎに伝達され、蹴あげ面から離れた雪粒も蹴あげ面の力をうける。しかし粉碎した雪の粒には、蹴あげ面の力は作用しない。個々の雪粒は自由に、互に干渉することなく、飛散速度 v_c で、おおむね α_c の方向に、すなわち、 x 軸から α_c だけ傾いた方向に飛ぶであろう。それで、ここでは、すべての雪粒が速度 v_c で、正確に α_c の方向に運動すると仮定し



第 5 図 飛散型高速蹴あげの機構。雪が破線 AB の位置に来きとき、 x 軸に対する雪の流動方向の傾き角 θ が飛散すくい角 α_c に達し、雪は粉碎する。粉碎した雪粒は、 x 軸と角 α_c をなす方向に進んでブラウの傾斜面に衝突して正反射し、矢印が示す方向に、すなわち、 x 軸と $\alpha_s = 2\alpha - \alpha_c$ の角をなす方向に飛散する

よう。すると、 α_C が α より小さいため、第 5 図に示すように、雪粒の全部がプラウの傾斜面に衝突して反射することになる。同図の破線 AB が雪が粉碎する位置である。雪粒は、プラウの表面で折れ曲る多くの平行線にそって、矢印で示した方向に飛ぶ。反射した雪粒が進むこの矢印の方向を雪粒の「飛散方向」と名づける。

プラウ傾斜面での雪粒の反射が正反射であるとしよう。すると「飛散角 α_S 」, すなわち、雪粒の飛散方向の x 軸からの偏り角は

$$\alpha_S = 2\alpha - \alpha_C \quad (5)$$

となる。反射のあと飛散する雪粒の速度は v_C である。したがって、飛散型高速蹴あげでプラウの前縁が雪からうける走行抵抗 ($-F_x$)、および、その係数 C_2 を表わす式は、論文 I の (15) 式と (21) 式との α を α_S で、 v を v_C でおきかえることによって得られる。すなわち

$$-F_x = C_2 h_0 \rho_0 V^2, \quad C_2 = 1 - \frac{v_C}{V} \cos \alpha_S \quad (6)$$

である。 α_C は、 $1 < \gamma < \gamma_B$ では 0 であり、 $\gamma > \gamma_B$ では (3) 式で与えられる。 v_C/V は 1 以上の γ の全変域で (2) 式によって表わされる。このように、 α_S も v_C/V も γ の関数として知られているから、 C_2 を γ の関数として与えることができる。それを表わす曲線は、次の第 III 節で示す。

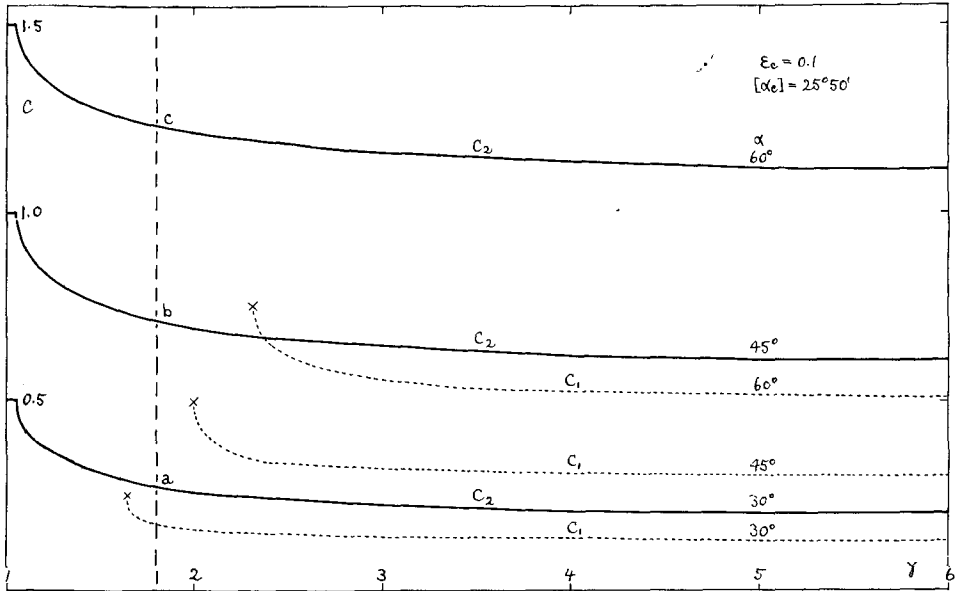
論文 I の第 2 図 (b) は、飛散型高速蹴あげを眼で見たときの感じを表わしている。この論文の理論にしたがえば、第 5 図がその正しい模型図になる。それで、論文 I の第 2 図 (b) は取消して、この論文 II の第 5 図でおきかえることにする。

III. 高速前縁蹴あげにおける走行抵抗係数および前縁押し上げ力の係数

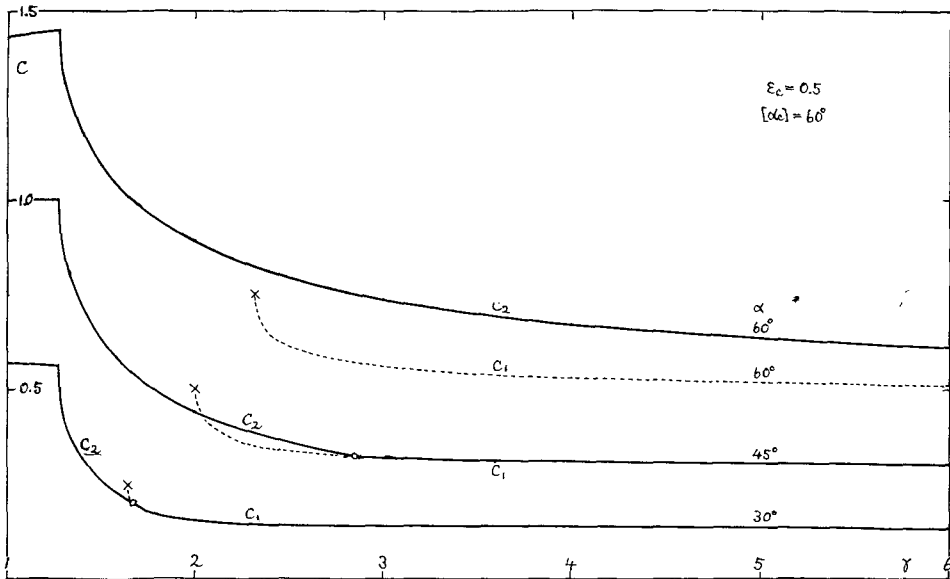
1. 高速前縁蹴あげの走行抵抗係数の図示

流動型および飛散型高速蹴あげの走行抵抗係数 C_1 および C_2 をまとめて単に C とし、第 6, 7, 8 図に、 C と γ との関係を実線で表わしてある。走行抵抗係数 C は、プラウのすくい角 α と排雪車の速度 V とプラウの前方に横たわる処女雪の性質との関数である。処女雪の性質は密度 ρ_0 、一軸塑性圧縮における応力と歪との比例常数 k 、および一軸塑性圧縮で雪が粉碎するときの粉碎歪 ε_C で定められると仮定した。この 5 箇の数あるいは量のうち、 V と ρ_0 と k との 3 箇は、 $\gamma = \rho_0 V^2 / k$ として γ を構成している。したがって、 C を表わす γ の関数には、残りの ε_C と α とがパラメーターとして含まれることになる。粉碎歪 ε_C は 0 と 1 との間の数である。それで 0.1, 0.5, 0.75 を ε_C の値として選び、それぞれの値について第 6, 第 7, 第 8 の図をかいた。すくい角 α の相違によって生ずる C の値の相違は、それぞれの図で、異なる曲線で表わされている。 α の値としては $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ を選んだ。

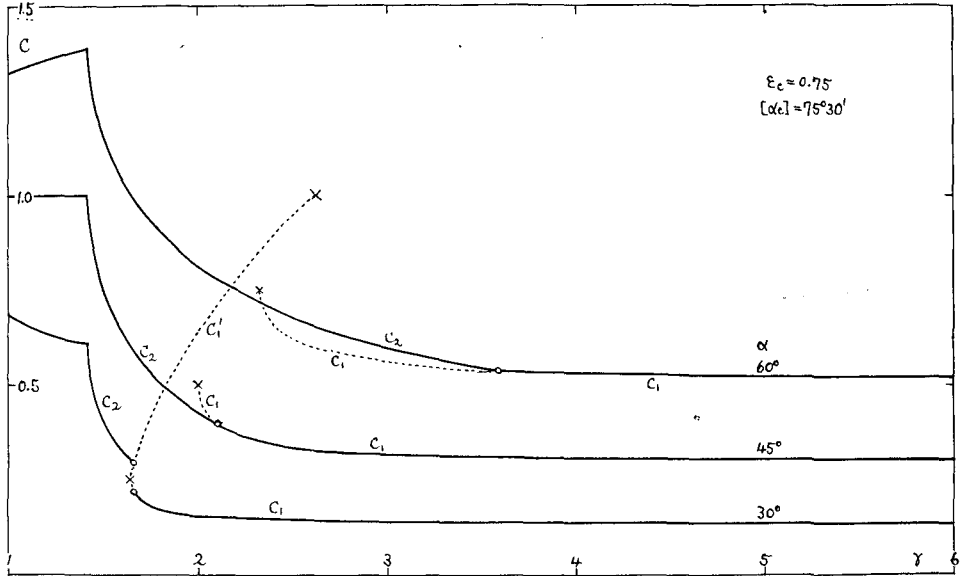
小さい歪をうけただけで粉碎する雪は粉碎しやすいと言えるであろう。すると、 ε_C の小さい雪が粉碎しやすいことになる。一方、粉碎応力 p_C が小さい雪も粉碎しやすいといえる。ところが ε_C の大小と p_C の大小とは必ずしも対応しない。 $p_C = k \varepsilon_C$ の関係があつて、雪により k の大きさに差異があるからである。しかし極く大まかには、 ε_C の小さい雪を粉碎しやすいと言ってよいであろう。これからあとに出てくる「粉碎しやすい」という言葉は、この意味で使わ



第6図 粉砕率 ϵ_c が0.1という小さい値の、粉砕しやすい雪のばあいの走行抵抗係数 C と γ との関係。曲線に付した記号 C_1 および C_2 は、それぞれ、 C が流動型高速蹴あげおよび飛散型高速蹴あげの走行抵抗係数であることを示す。3本の曲線につけた角度はブラウのすくい角 α である。どの曲線についても、 α が最大飛散すくい角 $[\alpha_c]$ よりも大きい。よって蹴あげは、 α の3箇の値のどれについても、すべての γ の値に関して、飛散型である



第7図 粉砕率 ϵ_c が0.5の、中程度に粉砕しやすい雪のばあいの走行抵抗係数 C と γ との関係。最大すくい角 $[\alpha_c]$ が 60° だから、 $\alpha = 60^\circ$ の曲線は、その全長にわたって、飛散型高速蹴あげの抵抗係数 C_2 を表わす。しかし、 α が 45° と 30° との曲線は、 α が $[\alpha_c]$ より小さいため、 γ の値の大きいところでは、流動型高速蹴あげの抵抗係数 C_1 を表わすことになる



第8図 粉碎しにくい、 $\epsilon_c=0.75$ の雪のばあいの走行抵抗係数 C と γ との関係。最大飛散すくい角 $[\alpha_c]$ が $75^\circ 30'$ であるため、3箇の α の値のどのばあいにも、流動型高速蹴あげがocこりうる。 $\alpha=30^\circ$ のばあい、斜め十字印から右上にむかう点線 C_1' は、負号 C_1 曲線である。飛散型高速蹴あげの抵抗係数の曲線は、負号 C_1 曲線とは交るが、斜め十字印から右方へ伸びる正号 C_1 曲線とは交らない

れる。

三枚の図のどれにも、斜め十字印から右下にむかい、やがて殆んど水平になる点線の曲線、あるいは途中で点線から実線にかわる曲線がある。これらの曲線は流動型高速蹴あげの走行抵抗係数を表わすもので、論文I第5図の C_1 曲線にはかならない。そして点線は、飛散型高速蹴あげに転換されるため、実現することのない流動型高速蹴あげの走行抵抗係数を表わしている。

太い実線の曲線、すなわち C 曲線は、一般に、 C_1 曲線と C_2 曲線との合成である。それで C_1 および C_2 の記号をつけて、 C_1 曲線である部分と C_2 曲線である部分とを分け示した。両部分の境界には転換点を示す白丸印をおいた。白丸印の γ の値は、第II節第2項で述べた γ の転換値 γ_t である。 C_2 曲線は、 γ が1より少し大きいところで折れ曲っている。折れ曲りの左側が、 $\alpha_c=0$ の飛散型高速蹴あげがocこる領域である。折れ曲り点の γ の値は(4)式の γ_B で与えられる。

2. 走行抵抗係数と粉碎歪 ϵ_c

飛散すくい角 α_c を表わす(3)式で γ を無限大にすると

$$\cos [\alpha_c] = 1 - \epsilon_c \quad (7)$$

となる。 γ が無限大になったときの α_c の値であるこの $[\alpha_c]$ は、 α_c が γ の増大関数だから、「最大飛散すくい角」の名にふさわしい。第6, 7, 8図のそれぞれには $[\alpha_c]$ の値が記入してある。プラウのすくい角 α が $[\alpha_c]$ より大きければ、いかなる γ の値についても α_c が α より小さい。

よって、蹴あげはすべて飛散型で流動型となることはない。第6図は、 ϵ_c が0.1という小さい値の、粉碎しやすい雪のばあいである。 $[\alpha_c]=25^\circ 50'$ だから、選んだ α の3箇の値 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ は、どれも $[\alpha_c]$ より大きい。したがって3本の C 曲線は、みなその全長が C_2 曲線である。

第7図は、 ϵ_c が0.5の中程度に粉碎しやすい雪のばあいである。 $[\alpha_c]$ が 60° だから、 α が 30° と 45° とのばあいには流動型蹴あげがおこりうる。それで、このふたつの値の α の C 曲線には、流動型と飛散型との転換点を示す白丸印がいてある。

非常に粉碎しにくい $\epsilon_c=0.75$ 、 $[\alpha_c]=75^\circ 30'$ の雪のばあいが第8図である。雪が粉碎しにくいので、 α が 30° と 45° とのばあいは勿論、 60° であっても、 r が大きければ流動型高速蹴あげがおこりうる。ただ、 α が 30° のばあいの蹴あげには、飛散型と流動型との転換に関して特別な事情が発生する。論文Iの第IV節第4項で負号 C_1 曲線について述べ、それを論文Iの第5図に点線 C'_1 として記入した。この論文IIの第8図にも、おなじ点線 C'_1 が書きいれてある。 α が 30° の C_2 曲線は、第8図に見られるように、点線 C'_1 とは交るが、太い実線で表わされる正号 C_1 曲線とは交らない。それゆえ、このばあいの転換値 r_t は、 C_2 曲線と点線 C'_1 との交点の r の値となる。 r が1から増大してこの r_t に達すると、走行抵抗係数 C は点線 C'_1 上の値から、同じ r_t に対する正号 C_1 曲線上の値に不連続的に下降する。そしてそのあとは、正号 C_1 曲線にそって変化する。

3. 飛散型高速蹴あげにおける雪粒の飛散方向と走行抵抗係数

飛散型高速蹴あげにおける雪粒の飛散速度 v_c と飛散すくい角 α_c とは、 ϵ_c と r との値だけできまり、ブラウのすくい角 α には関係しない。それゆえ、例えば、第6図の $r=1.8$ における鉛直線と3本の C_2 曲線との交点a, b, cに対応する3箇の飛散型高速蹴あげでは、 v_c の値も α_c の値も同一である。それにも拘らず、これら3箇の蹴あげで C_2 の値は異なる。それは、ブラウの傾斜面で反射した雪粒の飛散角 $\alpha_s=2\alpha-\alpha_c$ が、 α の値の違いのため、これら3箇の蹴あげで別々の値をとるからである。

式(6)から、 α_s が 90° ならば C_2 は1にひとしく、 $\alpha_s>90^\circ$ のときは $C_2>1$ で、 $\alpha_s<90^\circ$ のときは $C_2<1$ であることがわかる。すくい角 α が 60° のばあいを考えると、 $2\alpha=120^\circ$ である。 r が r_B より小さければ、 $\alpha_c=0$ のために $\alpha_s=120^\circ$ となり、ブラウの傾斜面で反射した雪粒は鉛直線より前方に 30° だけ傾いて飛ぶ。 r が r_B を越えると α_s は減少しはじめるが、 $\epsilon_c=0.1$ のばあいには、最大すくい角 $[\alpha_c]$ が 30° より小さいから、 r が無限大になっても α_s は 90° より大きい。つまり、 α_s は 90° になることなく、 r の全域にわたって雪粒は鉛直線より前方に傾いて飛散し、 C_2 は1より大きい。 ϵ_c が0.5と0.75とのふたつの場合には、 r が第4図の矢印が示す点の r の値に達すると、 α_c が 30° に α_s が 90° になる。ここまでは $C_2>1$ だったが、ここで雪粒は鉛直上方に飛散し、 C_2 は1の値をとる。それから先は、雪粒の飛散方向がブラウ側に傾き $C_2<1$ となる。

ブラウのすくい角 α が 45° と 30° とのばあいには、 2α が 90° をこえない。それゆえ、雪粒が鉛直線より前方に傾いて飛散することもなく、 C_2 が1を超えることもない。

うえに述べたのは、ブラウと共に動く運動座標系から見たときの雪粒の飛散方向である。地上に立って、静止座標系から見るならば、すべてのばあい、雪粒は鉛直線より前方に傾いて

飛散する。運動坐標系での雪粒の飛散速度をベクトル v_c で表わし、静止坐標系での排雪車の速度をベクトル V で表わすと、静止坐標系での雪粒の飛散速度はベクトル $w = v_c + V$ で与えられる。この w の方向が静止坐標系での雪粒の飛散方向を与える。ところで、 V は大きさが V で方向はプラウの進行方向を指し、 v_c は x 軸に平行でない（図 3 が示すとおり $|v_c| = v_c \leq V$ であるから）、ベクトル w は鉛直線よりプラウの進行方向に傾かざるをえない。流動型高速蹴あげのあとプラウの傾斜面を流れのぼる雪の運動方向も、静止坐標系から見れば前方に傾いている。

運動坐標系から静止坐標系へうつるとき、雪の運動速度が変わるのはその方向だけではない。大きさも変える。しかし走行抵抗係数の値は、坐標系をかえても変わらない。

4. 雪がプラウ前縁を押しさげる力

論文 I の第 4 図 (a) に、プラウ前縁が雪に加える力を太い矢印 F であらわした。この F は方向が水平でないから、鉛直上向きの成分 F_y をもつ。よって、プラウ前縁は、雪から、押しさげ力 ($-F_y$) を受けることになる。

プラウにむかって流れる処女雪は、プラウの前縁で蹴あげられると、鉛直上方をむく運動量を獲得する。 F_y は、処女雪が単位時間ごとに獲得するこの運動量にひとしい。よって、流動型および飛散型高速蹴あげのばあいの F_y を、それぞれ、 $(F_y)_1$ および $(F_y)_2$ とかくと

$$(F_y)_1 = h_0 \rho_0 V \cdot v \sin \alpha, \quad (F_y)_2 = h_0 \rho_0 V \cdot v_c \sin \alpha_s \quad (8)$$

の関係がなりたつ。流動型高速蹴あげのあとプラウの傾斜面を流れのぼる雪の速度は、値が v で方向は鉛直線に対して $(90^\circ - \alpha)$ だけ傾いているし、飛散型高速蹴あげのあとの雪は、値が v_c の速度で鉛直線と $(90^\circ - \alpha_s)$ の角をなす方向に飛散するからである。

走行抵抗のばあいと同様に係数 D_1, D_2 を用いて

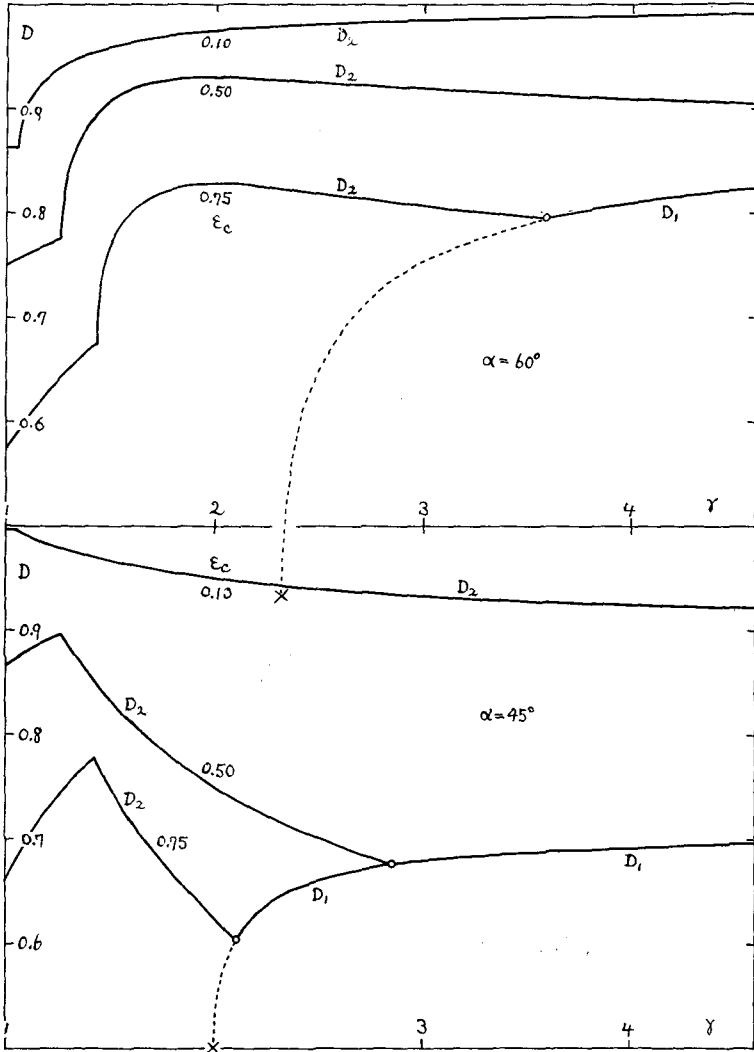
$$(F_y)_1 = D_1 h_0 \rho_0 V^2, \quad (F_y)_2 = D_2 h_0 \rho_0 V^2 \quad (9)$$

とおくと、(8) 式との比較から

$$D_1 = \frac{v}{V} \sin \alpha, \quad D_2 = \frac{v_c}{V} \sin \alpha_s \quad (10)$$

がえられる。 v/V は論文 I の (19) 式によって、 v_c/V と $\alpha_s = 2\alpha - \alpha_c$ とはこの論文 II の (2) 式と (3) 式とによって、それぞれ、 γ の関数として知られている。それで、 D_1 と D_2 とをまとめて D と書けば、 D を γ の関数として表わすことができる。

第 9 図が、プラウのすくい角 α が 60° と 45° とのばあいに D が γ によって変る有様を示す曲線である。 α が 30° のときの曲線は省略した。第 6, 7, 8 図の走行抵抗係数 C の曲線と同様に、蹴あげが流動型である曲線部分には記号 D_1 を、飛散型である曲線部分には記号 D_2 がつけてある。また点線は、飛散型に転換するために実現しない流動型蹴あげの係数を表わす。



第9図 雪がプラウの前縁を押しさげる力の係数 D と γ との関係。高速蹴あげが流動型のばあいの係数を D_1 で、飛散型のばあいの係数を D_2 で表わした。曲線 D_2 に添えてある小数値は雪の粉碎歪 ϵ_c の値である。プラウのすくい角 α は、上半分の図では 60° に、下半分の図では 45° にひとしい。点線は、飛散型に転換するために実現しない流動型高速蹴あげの係数を表わす。

IV. 雪の塑性波速度と粉碎歪

1. 雪の塑性波速度 c

この論文の理論では、プラウによって排除される処女雪内の塑性波速度 c が重要な意味を持つ。雪の塑性波速度の実測は、Napadensky 女史が米国の装甲研究所でおこなっている²⁾。女史は、直径約 6 cm、高さ約 5 cm の雪の円柱の上に重い金属円柱をのせ、金属円柱の上においた火薬を爆発させた。爆発によって金属円柱は急激に加速され、雪の試料を高速で圧縮する。その圧縮速度 U は 10 m/sec から 100 m/sec に至る値であった。

爆発とともに、雪の試料の上端面から弾性圧縮状態の領域と塑性圧縮状態の領域とが、下方に拡大しはじめる。両領域の先端面の進行速度を、それぞれ、 c_0 と c' とで表わすと、 c_0 は1,000 m/sec前後で、 c' は金属円柱の速度 U の2倍ないし3倍であった。すなわち c' は c_0 より著しく小さい。塑性圧縮領域は、すでに広がっている弾性圧縮領域のなかを、弾性圧縮状態を塑性圧縮状態に変換しながら、おくて広がるわけである。弾性圧縮の歪は極めて小さいが、塑性圧縮の歪は大きく、塑性圧縮領域内の応力は100気圧以上にも達した。塑性圧縮状態が雪の試料全体にゆきわたったあとで、試料は粉碎飛散した。

弾性圧縮領域先端面の進行速度 c_0 は、雪の弾性波速度 $\sqrt{E/\rho_0}$ にひとしい。 E および ρ_0 は圧縮前の雪のヤング率および密度である。しかし c' は、この論文で用いてきた $c=\sqrt{k/\rho_0}$ より少し大きい。 c' は歪の大きい塑性圧縮状態の伝播速度であり、 c は歪の小さい塑性圧縮状態の伝播速度だからである。しかし、簡単のため、 c と c' との差を無視しよう。すると、 c' が U の2倍ないし3倍であることから、 c の値として20~300 m/secがえられる。だいたいのところ、その平均値150 m/secを c の大きさとしてよいであろう。ただ、これは、密度が0.4ないし0.55 g/cm³の非常に硬い雪の c の値である。Napadenskyは、グリーンランドの氷冠の表面下2.5~7 mの深さにある雪を試料とし、測定は-10°C前後の温度でおこなった。

排雪車が除去すべき雪は、普通、密度の小さい軟い雪である。軟い雪の c は、上にあげた硬い雪の c より小さいと思われるが実測値がない。それで、 c が c_0 より小さいことを利用して軟い雪の c の値を推定してみよう。密度 ρ_0 が小さい軟い雪についても、ヤング率 E は測定されているから、 $c_0=\sqrt{E/\rho_0}$ の値を計算することができる。

小島の測定によると³⁾、温度が0°C以下の乾いた雪のヤング率 E は次の式で与えられる。 t は摂氏で表わした雪の温度で ρ_0 はg/cm³で表わした雪の密度である。

$$\rho_0 = 0.16 \sim 0.19 \text{ の雪では } E = (0.24 - 0.071 t) \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2$$

$$\rho_0 = 0.23 \sim 0.25 \text{ の雪では } E = (0.9 - 0.46 t) \times 10^7 \text{ dyne/cm}^2 .$$

この E の値と ρ_0 の平均値とを用いて c_0 を計算すると次の表の値がえられる。

$t, ^\circ\text{C}$	0	-5	-10	-15	-20	ρ_0
c_0	37	59	74	86	97	0.18
m/sec	61	115	150			0.24

塑性波速度 c は、 c_0 より小さい筈だから、うえの表の値のなん割かにあたるだろう。いま5割にあたるとしてみよう。また、表に見えるように、 c_0 は温度がさがると可成り急速に増大するから、温度を-5°Cに限定しよう。すると c は、密度0.18 g/cm³の雪では30 m/sec=108 km/hr、密度0.24 g/cm³の雪では58 m/sec=209 km/hrとなる。新幹線の列車速度は、200 km/hr以上にのぼるから、密度が0.18~0.24 g/cm³の比較的重い雪の塑性波速度でも優に超えることになる。上の表のばあい、雪の密度が0.24 g/cm³から0.18 g/cm³におちると、 c の値は半分になる。この割合でゆくと、密度が0.1 g/cm³程度の新雪では、 c がマイナスになってしまう。新雪の c の値は10 m/sec=36 km/hr程度なのではあるまいか。

第 6, 7, 8 図に見られるように, r が 1 に近いと, つまり排雪車の速度 V が処女雪の塑性波速度 c に近いと, 走行抵抗係数 C の値が大きい。そのみならず, この臨界状態では雪の運動が不安定で, プラウにかかる雪の力に動揺がおこるのである。

速度 c_0 で伝播する弾性圧縮状態にある雪の歪は非常に小さい。それで, この論文の理論では, 雪の弾性圧縮を全く考慮の外においた。

2. 雪の粉碎歪 ε_c

雪の一軸圧縮歪がある値 ε_c に達すると雪は粉碎すると仮定し, それにより飛散型高速蹴あげの発生を説明した。しかし粉碎歪 ε_c の存在を直接に証明した実験は, 今のところ見あたらない。ただ, その存在を間接的に示す次に述べるような実験結果がある。

前項 1 の Napadensky の実験で, 雪の試料が最後には粉碎した。塑性圧縮状態が試料全体にゆき渡ったあと, 金属円柱によって更に雪が圧縮され, 歪がある限界値, すなわち ε_c に達して粉碎したものと考えられる。

木下は⁴⁾, 雪の円柱を mm/min あるいは cm/min 程度の低速度で圧縮した。そして, 圧縮速度がある臨界値に達すると, 雪の柱の上下どちらかの端面から, 雪粒がはじき出され始めることを発見した。雪の柱は圧縮されると横にふくれようとする。そのため, 圧縮板と雪の柱の端面との間には摩擦力がはたらく。雪粒がはじき出される現象の主な原因は, 圧縮速度の増大に伴ってこの摩擦力が増大し, 端面ちかくの雪が, 端面に平行な大きな剪断力 τ_c を持つに至って粉碎することと考えられる。一軸圧縮応力 p をうける雪のなかの剪断応力は, 圧縮軸と 45° の角をなす面内で最大値 $p/2$ を示す。 p が増大して $p/2$ が τ_c に達すれば雪は粉碎するであろう。すなわち, $2\tau_c$ が粉碎応力 $p_c = k\varepsilon_c$ を与える。

水野と黒岩とは⁵⁾, 積雪をほぐした雪粒を真鍮製の円筒に軽くつめ, 4 cm ないし 150 cm の高さから床のうえに落した。床に達して円筒が急に停止すると, 円筒内の雪のなかを下から上にむかって塑性圧縮状態がひろがり, それが雪全体にゆきわたって雪の圧縮はおわる。この塑性圧縮をおこさせる圧縮応力 p は $V^2 \rho_0 \{ \rho / (\rho - \rho_0) \}$ にひとしい。 V は停止する直前の円筒の速度で, ρ_0 と ρ とは圧縮される前と後とでの雪の密度である。一般に, 円筒をおとすたびに雪は詰められて密度を増した。しかし, ざらめ雪の粒を用いたときには円筒の落下距離をある値以上にすると, 雪粒が跳ねあがって上部にある雪は縮らなかつた。これは, V が大きくなって p が粉碎応力 p_c を超え, 雪の粉碎がおこったためと解釈される。

以上, 粉碎歪 ε_c の存在を推定させる三つの実験事実を述べた。しかし, ε_c の値は不明である。それで, このプラウ前縁高速蹴あげの理論では, 0 から 1 までの ε_c の変域内に広く分散する 0.1, 0.5, 0.75 を ε_c の値として選んだ。

V. ま と め

この論文 II では, これに先だつ同名の論文 I の流動型高速蹴あげの理論に雪の粉碎歪 ε_c を導入して, 飛散型高速蹴あげの発生機構を考察した。スノープラウの前縁で流動型高速蹴あげをうけつつある雪の一軸圧縮歪を ε , 流動方向の水平方向からの偏り角を θ とし, ε を, プラウのすくい角 α には無関係な, θ と r との関数 $\varepsilon = f(r, \theta)$ としよう。 r はプラウの進行速度

V とプラウの前方にある雪の塑性波速度 c との比の二乗であって、1より大きい。すると、論文 I で知った前縁最大歪 ϵ_A が γ の減少関数であることから、飛散すくい角 α_C が、すなわち、 $\epsilon = \epsilon_C$ のときの θ が、 γ の増大関数であることが導かれる。したがって、 γ が小さいと、 $\alpha_C < \alpha$ になる場合が多く、流動型高速蹴あげは雪の粉碎のために中断され、飛散型に転換される。これが飛散型高速蹴あげの発生機構である。結局、 $f(\theta, \gamma)$ は θ については増大関数、 γ については減少関数である。

粉碎した雪粒は、粉碎直前の雪の流動速度 v_C を持ったままプラウの傾斜面に衝突して反射する。そのため、雪粒はプラウの傾斜面を滑りのぼらず、傾斜面とある角度をなす方向に飛散する。これが主な原因となって、高速蹴あげが流動型から飛散型に転換すると走行抵抗が増す。雪がプラウの前縁を押しさげる力についても考察を加えた。この力もまた、飛散型への転換によって増大する。

この論文を書くにあたって、日本国有鉄道鉄道技術研究所の福地合一防災・雪氷研究室長、篠島健二雪氷研究室主任研究員をはじめとし杉山 博、中栄周三、高橋 脩その他の所員から多くの有益な御教示をいただいた。ここに記して深く感謝の意を表わす。

文 献

- 1) 吉田順五 1974 プラウ除雪の理論 I, 低温科学, 物理篇, **32**, 39-53.
- 2) Napadensky, Hyla 1963 Dynamic response of snow to high rates of loading. Armour Research Foundation of Illinois Institute of Technology, ARF Project D 246, Final Report pp. 56, Data Report pp. 203.
- 3) 小島賢治 1954 積雪の粘弾性. 低温科学, 物理篇, **12**, 1-13.
- 4) 木下誠一 1957, 58, 60 積雪における変形速度と変形式との関係. I, II, III. 低温科学, 物理篇, **16**, 139-166; **17**, 11-30; **19**, 135-146.
- 5) 水野悠紀子・黒岩大助 1966 積雪粒子のタッピング圧縮. 低温科学, 物理篇, **24**, 111-131.

Summary

In this Paper II, the spray-type kick up of snow caused by a plough moving at 'high speeds' is studied theoretically on the same assumptions made in Paper I in which the flow-type kick up was dealt with. As was mentioned in Paper I, velocity V of the plough is called 'high speed' when it exceeds the propagation velocity c of the plastic wave in the snow to be removed by the plough. Photographs in Figs. 1 and 2 of the text show kick up of the snow by a plough attached to a diesel locomotive of the Japanese National Railways running at a speed of about 80 km/hr. Photographs 1, 2 and 3 in Fig. 1 are three frames taken out from a kinematographic film depicting the process of the flow-type kick up. The plough was V-shaped with a narrow horizontal penthouse along its upper margin. The black figure in the upper right quarter of each photograph shows the front of the locomotive above the penthouse. The white-cross mark is seen on the forehead of an automatic coupler. The numerical figure 33 had been written on the surface of snow. When the plough kicked up the snow, the numerical figure rose without being crushed as shown in photographs

2 and 3. This shows that the kick up was of the flow type. The snow flied sideways horizontally after it had flowed up the sloping surface of the plough and struck against the penthouse. The photograph in Fig. 2 shows the kick up of the spray type. When the snow was kicked up by the front edge of the plough, it was pulverized and sprayed in a direction inclined forward so that it flied high without being hindered by the penthouse.

It was assumed in Paper I that the snow is pulverized when its uniaxial stress reaches stress p_c of pulverization. Let the angle which the direction of motion of the snow makes against the horizontal at any instant in the very short interval of the flow-type kick up be denoted by θ . Stress p which the snow has at that instant will be a function of θ and $\tilde{\gamma}$, that is, $p=f(\theta, \tilde{\gamma})$. As θ increases p increases and, when θ reaches a critical value α_c , it will attain the value of p_c to pulverize the snow. This relation between p_c and α_c , namely $p_c=f(\alpha_c, \tilde{\gamma})$, may be put equal to the relation between p'_A and α expressed by equation (3) in the English summary of Paper I. This equalization results in

$$\varepsilon_c = \tilde{\gamma} \left\{ 1 - (v_c/V) \cos \alpha_c \right\} / (\tilde{\gamma} - 1). \quad (1)$$

Here ε_c is 'strain of pulverization' given by p_A/k . Velocity v_c is the velocity of the snow at the instant of pulverization and can be determined by replacing v and p_A with v_c and p_c in energy equation (2) of Paper I:

$$1 - (v_c/V)^2 = p_c^2/k\rho_0 V^2. \quad (2)$$

By eliminating v_c/V from equations (1) and (2), the following function relating α_c with $\tilde{\gamma}$ and ε_c is obtained:

$$\cos \alpha_c = \left\{ \varepsilon_c + (1 - \varepsilon_c) \tilde{\gamma} \right\} / \sqrt{\tilde{\gamma}(\tilde{\gamma} - \varepsilon_c^2)}. \quad (3)$$

In Fig. 4 of the text, α_c is plotted against $\tilde{\gamma}$ for three different values of ε_c . For the snow to be pulverized, α_c must be less than α and α_c is an increasing function of $\tilde{\gamma}$ as shown in Fig. 4. Therefore, the pulverization of the snow can occur only when $\tilde{\gamma}$ is small enough to keep α_c less than α . The pulverized snow flies with velocity v_c in the direction deviated by α_c from the horizontal to reflect on the surface of the plough as shown by the arrows in Fig. 5. The direction in which the reflected snow is sprayed makes the angle of $\alpha_s = 2\alpha - \alpha_c$ with the horizontal.

The above is the way in which the flow-type kick up is transformed into that of the spray-type. Coefficient C_2 of running resistance of plough due to a kick up of the spray type is given by

$$C_2 = 1 - (v_c/V) \cos \alpha_s. \quad (4)$$

The value of v_c/V is plotted against $\tilde{\gamma}$ in Fig. 3 of the text. Curves of C_2 versus $\tilde{\gamma}$, together with those of coefficient C_1 of running resistance due to the flow-type kick up, are drawn in Figs. 6, 7 and 8. Scooping angle α of the plough is the only parameter for C_1 , while ε_c makes another parameter for C_2 in addition to α . The smaller $\tilde{\gamma}$ and ε_c are and the greater α is, the more likely the flow-type kick up is transformed into the spray-type. In these three figures the dotted curves marked C_1 give the coefficient of running resistance due to virtual flow-type kick up which fails to occur be-

cause of the transformation.

If force F_y with which the snow pushes down the front edge of the plough is expressed in the form of $D\rho_0h_0V^2$, coefficient D is given as a function of γ with parameter α when the kick up is of the flow type, and as a function of γ with parameters α and ε_c when the kick up is of the spray type. In Fig. 9 of the text, D is plotted against γ for particular values of the parameters. Suffixes 1 and 2 attached to D refer respectively to the flow-type and the spray-type kick up.