



Title	プラウ除雪の理論 III : 流動型低速プラウ前縁蹴あげ
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 33, 39-55
Issue Date	1976-03-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18273
Type	departmental bulletin paper
File Information	33_p39-55.pdf



プラウ除雪の理論 III*

(流動型低速プラウ前縁蹴あげ)

吉田 順五

(北海道大学名誉教授)

(昭和50年10月受理)

I. ま え が き

この論文 III およびこれにつづく論文 IV は、同名の論文 I と II¹⁾ との続篇である。スノープラウは、まず、その前縁で雪を蹴あげる。これを「前縁蹴あげ」あるいは単に「蹴あげ」と名づけ、論文 I と II とでは高速で走るプラウによる蹴あげを考察した。論文 III と IV とで取扱うのは、低速で動くプラウがおこす蹴あげである。蹴あげは流動型と飛散型とに区別される。前者では雪が、蹴あげられてもまとまりを失わずに、プラウの傾斜面を流れのぼる。後者のばあいの雪は蹴あげられると粉碎し、プラウの傾斜面からはなれて飛散する。論文 III では流動型低速蹴あげを主題とし、論文 IV では飛散型低速蹴あげを問題とする。

雪の性質や状態、またプラウの形について、論文 I と II とでおいたのと同じ仮定をいくつか置く。まず第一に、プラウはすくい角 α の直角直線プラウで、平らな地面に同じ厚さでもった均一な雪のなかを一定速度 V で進むとする。前縁が、水平直線で、しかも、進行方向に直角なプラウが直角直線プラウである。しかし、考察はプラウと共に動く運動座標系を用いておこなうから、プラウが静止し、雪が地面とともにプラウに向かって速度 V で流れることになる。

プラウに近づくと雪は圧縮される。この圧縮を、軸が雪の流れの方向と一致する一軸圧縮であると仮定する。雪がプラウの前縁に達して蹴あげがはじまると、雪の運動方向は急激に変化しだす。この急激な変化のあいだでもなお雪は、その変化する運動方向を軸の方向とする一軸圧縮をうけるものと考えられる。

さらに、この一軸圧縮を、弾性圧縮を全くふくまない純粋な塑性圧縮と仮定する。また、圧縮が進行する負荷過程では、一軸圧縮の応力 p と歪 ε とが互に比例し

$$p = k\varepsilon \quad (k: \text{常数}) \quad (1)$$

の関係がなりたつものとする。流動型蹴あげでは、その途中で応力 p が最大値 p_M に達し、そのあとは減少しつづける。この p が減少する過程は、純粋塑性の除荷過程だから、歪 ε が $\varepsilon_M = p_M/k$ の値に保たれたまままで終了する。したがって、論文 I の第 II 節第 7 項でのべたように、流動型蹴あげをうけると、雪の内部エネルギーが、プラウの前方遠くにおいて未だ圧縮されない処女雪の単位体積につき

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 1696 号

$$E_P = (k/2) \varepsilon_M^2 \quad (2)$$

だけ増大することになる。内部エネルギーの増大のため雪の温度がのぼるから、 E_P の一部は、やがて、熱の形で雪から逸散するであろう。しかし、極めて短い時間で終了する蹴あげの間については、この熱の逸散を無視することができる。つまり、蹴あげは断熱的におこると考えてよい。

処女雪のなかを伝播しうる塑性波の速度は、処女雪の密度を ρ_0 とすると

$$c = \sqrt{k/\rho_0} \quad (3)$$

で与えられる。論文 I で、 $V > c$ のばあいを高速のばあい、 $V < c$ のばあいを低速のばあいと言うことに定めた。この「まえがき」の初めの段落にある「高速」「低速」はこの意味で使った。それゆえ、この論文 III で考察するのは $V < c$ のばあいの流動型蹴あげとなる。蹴あげに関連する物理量は、 V の大小によって著しく変わる。しかし論文 I, II でと同様に、 V そのものの代りに

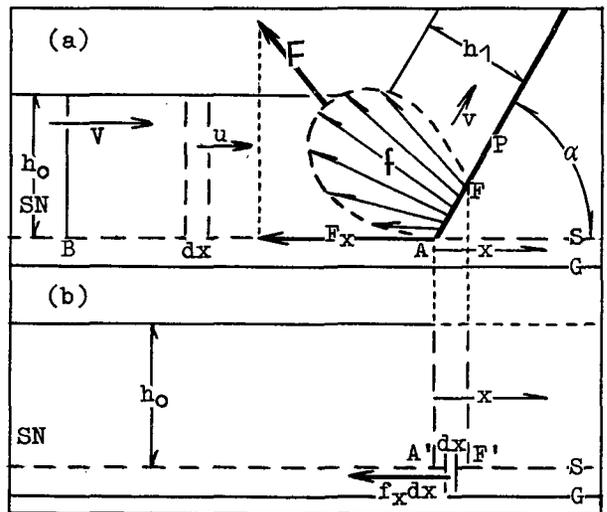
$$\gamma = (V/c)^2 = \rho_0 V^2/k \quad (4)$$

を速度変数として用いることにする。低速蹴あげでは、 γ の値が 1 より常に小さい

II. プラウの前にある雪の運動と圧縮

第 1 図 (a) は、プラウ P によって流動型低速蹴あげをうける雪の模型側面図である。点 A は、静止した直角直線プラウの最先端をあらわす。点 A を通る排雪面 S 上にある厚さ h_0 の雪の層が、左から速度 V で進んできて

蹴あげられる。排雪面 S の下の雪は、蹴あげられることなく、地面 G とともに、速度 V で右方へ走り去る。点 F は、プラウの傾斜面上 A 点より僅かのぼった所にある。プラウが雪を蹴あげる力 f は A 点と F 点との間に分布する。蹴あげの力 f が分布する A 点と F 点との間の面を、論文 I で「蹴あげ面」となづけた。矢印 F は f の合力を表すベクトルである。坐標 x を、A 点を原点として右向きにとる。直角直線プラウ P の前縁は第 1 図 (a) の紙面に垂直だから、この紙面に平行な面内でおこる現象はすべて同一である。よって以後は、第 1 図 (a) の紙面に垂直な単位長さの幅のなかでおこる事柄についてだけ考える。



第 1 図 (a) 流動型低速前縁蹴あげの側面図。処女雪 SN が地面 G とともに、速度 V で左から右にむかって流れ、静止したプラウ P に衝突して蹴あげられる。プラウは、その前縁の蹴あげ面 AF で蹴あげの力 f を雪に加える。 F は f の合力。S は排雪面。S より下にある雪は蹴あげられずに、地面 G に乗ったまま右方へ走り去る。B はプラウ前圧縮の開始点。(b) 蹴あげ面上での雪の運動を近似的に考察するための図。

1. プラウまえ圧雪の運動

速度 V でプラウに向かって進む排雪面上の厚さ h_0 の処女雪は、第1図(a)のB点をすぎると x 方向の一軸圧縮をうける。この圧縮を「プラウまえ圧縮」あるいは単に「まえ圧縮」と名づけ、圧縮された雪を「プラウまえ圧雪」あるいは単に「まえ圧雪」と呼ぶことにしよう。まえ圧縮は、論文Iの第III節ですでに考察し、高速蹴あげではまえ圧縮が起らないことを示した。

雪の厚さ h_0 は圧縮によっても変わらないとして、第1図(a)の微小区間 dx 内にある雪に注目すると

$$\rho u(du/dx) = -(dp/dx) + \mu \rho g \tag{5}$$

の運動方程式がえられる。 u と ρ と p とは、まえ圧縮をうけつつある雪の速度と密度と一軸圧縮応力とで、みな x の関数である。排雪面 S を境にして、その上下の雪は互にすべる。その滑りの摩擦係数を μ とした。 g は重力加速度である。

雪の厚さ h_0 を不変と仮定したために $\rho_0 V = \rho u$ の連続方程式がなりたつ。一軸圧縮歪 ε と ρ との間には $\rho_0 = \rho(1 - \varepsilon)$ の関係があるゆえ、 ε と u とは

$$\varepsilon = 1 - (u/V) \tag{6}$$

の式で結ばれる。圧縮は負荷過程にあるから p は $k\varepsilon$ にひとしい。これらの関係を用いると、運動方程式(5)は

$$\{1 - (1/\gamma)\} d(u^2/dx) = 2\mu g \tag{7}$$

に書きかえられる。点Aでの u の値、すなわち $x=0$ での u の値を u_A としよう。すると微分方程式(7)の解が

$$u^2 - u_A^2 = -\{\gamma/(1-\gamma)\} 2\mu g x \tag{8}$$

として得られる。

まえ圧縮の範囲の長さを l で表すと、圧縮がはじまるB点では $x = -l$, $u = V$ である。この条件を(8)式にいれると

$$l = l_0(1-\gamma) \{1 - (u_A/V)^2\} \tag{9}$$

$$l_0 = k/2\mu g \rho_0 = c^2/2\mu g \tag{10}$$

の関係がえられる。 l_0 は雪の性質だけできまる、長さを元とする量である。これに、まえ圧雪の「特性長さ」の名をあたえる。

2. まえ圧雪にはたらく摩擦力

プラウまえ圧縮の範囲では、排雪面 S の下の雪が速度 V で、上の雪が V より小さい速度 u でプラウにむかって進む。したがって、排雪面下の雪が排雪面上の雪をプラウの方向に摩擦力によって引きずることになる。第1図(a)の dx 内にある排雪面上の雪がうける摩擦力は $\mu \rho h_0 g dx$ にひとしい。よって、排雪面上の雪全体、すなわちプラウまえ圧雪の全体がうける摩擦力を F_G とすると

$$F_G = \mu h_0 g \int_{-l}^0 \rho dx \tag{11}$$

と書ける。連続方程式 $\rho = \rho_0 V/u$ の u に(8)式からえられる u を代入すれば、 ρ が x の関数とし

て知られる。それによって(11)式の右辺を積分し、 l の値に(9)式(10)式を用いると

$$F_G = h_0 k(1-\tau) \{1 - (u_A/V)\} \quad (12)$$

がえられる。この F_G は雪の摩擦で生ずる力ではあるが、雪の摩擦係数 μ の大小には関係しない。また、 F_G を負担するのは、結局は、速度 V で走る第1図(a)の地面Gである。添字Gはそれを表すためにつけた。

3. 蹴あげ面上の雪の動運量

まえ圧雪の長さ l を表す(9)式も、まえ圧雪がうける摩擦力 F_G を表す(12)式も、 u_A/V をふくんでいる。 u_A はプラウ最先端での雪の速度で、観測も困難だし実用上の意味も小さい。それに比べると、流動型蹴あげ終了後プラウ傾斜面を昇ろうとする、F点での雪の速度 v の方が遙かに重要である。それで、 u_A と v との関係をもとめ、(9)式と(12)式との u_A を v でおきかえることにしよう。

その準備として、第1図(a)のA点とF点との間にある雪、すなわち蹴あげ面のうえにある雪を「雪J」と名づけ、これに運動量の定理をあてはめる。まず雪Jに加えられる力を考えよう。まえ圧雪が雪Jの左端面を $h_0 p_A$ の力で x の正の方向に押す。F点での雪の一軸圧縮応力を p_F とすると、プラウ傾斜面をのぼろうとする厚さ h_1 の雪が $h_1 p_F$ の力で雪Jの右端面を押すことになる。この力はプラウの傾斜面にそって左下むきに作用する。よって、その x 成分は $-h_1 p_F \cos \alpha$ にひとしい。以上のほか、プラウの蹴あげ面が F の x 成分 F_x で表される力を雪Jの下面に加える。かくして、雪Jに加えられる外力の x -成分は

$$h_0 p_A - h_1 p_F \cos \alpha + F_x \quad (13)$$

となる。しかし、この式の第2項は消しきることにする。蹴あげ終了後の応力である p_F は、 p_A にくらべ非常に小さいと考えられるからである。

雪は、蹴あげ面上で短時間のあいだ雪Jとなつてはプラウの傾斜面をつぎつぎ流れのぼつてゆく。そして、単位時間に蹴あげ面上を通過する雪の運動量の x 成分の増しだか

$$h_1 \rho_1 v \cdot v \cos \alpha - h_0 \rho_A u_A \cdot u_A = h_0 \rho_0 V (v \cos \alpha - u_A) \quad (14)$$

にひとしい。上の式の左辺は、連続方程式 $h_1 \rho_1 v = h_0 \rho_A u_A = h_0 \rho_0 V$ によって右辺に書きかえられる。 ρ_A と ρ_1 とは、それぞれ、A点とF点における雪の密度である。

運動量の定理により(13)式と(14)式とは相ひとしい。よって、 $p_F = 0$ とすれば

$$h_0 p_A + F_x = h_0 \rho_0 V (v \cos \alpha - u_A) \quad (15)$$

の関係がなりたつ。

つぎの第4項で(14)式の左辺が0であることが示される。それによって u_A と v との関係が知られる。

4. 流動蹴あげ直後の雪の速度 v と u_A との関係

論文Iの第IV節第2項でと同様に、プラウを除去し、その代りに蹴あげの力 f の水平成分 f_x を雪に作用させて、雪を x 方向に走らせるばあいを仮想する。第1図(b)がこの仮想のばあいの図である。A'点とF'点とは、上方の(a)図のA点およびF点の射影点である。雪はA'点をこえて、方向も厚さ h_0 も変えずに水平に右方へすすむ。A'点とF'点の間にある微小区間

dx 内の雪の底には力 $f_x dx$ が水平方向にはたらく。この仮想のばあいの雪のなかに生ずる x 方向の一軸圧縮応力 p が、プラウの蹴あげ面上にある雪の一軸圧縮応力と同じであると考える。

第1図(b)の微小区間 dx にある雪の質量、加速度およびこの雪に加わる力とを考えれば

$$h_0 \rho u (du/dx) = -h_0 (dp/dx) + f_x \quad (16)$$

なる運動方程式がえられる。 ρ, u, p は、それぞれ、雪の密度、速度、一軸圧縮応力である。あとでの論議の便利のため、雪の一軸圧縮の応力 p と歪 ε との間には $dp = \kappa d\varepsilon$ の関係があるとしておく。今考えている仮想のばあいにも(6)式が通用する。よって

$$du/dx = -V(d\varepsilon/dx) = -(V/\kappa)(dp/dx)$$

なる関係がなりたつ。この関係と連続方程式 $\rho_0 V = \rho u$ とを使うと、運動方程式(16)は

$$\left\{1 - (\rho_0 V^2/\kappa)\right\} (dp/dx) = f_x/h_0 \quad (17)$$

に書きかえられる。

雪が A' 点から F' 点に進むにつれ雪の圧縮が進むとすれば、つまり雪が圧縮の負荷過程にあるとすれば、 dp/dx は正でなければならない。ところが、このように考えると矛盾におちいる。負荷過程では $p = k\varepsilon$ の関係がなりたつから、 κ は k にひとしい。よって(17)式の左辺の括弧内は $1-\gamma$ と書ける。ところで、今は低速蹴あげを考えているから、 $1-\gamma$ は正である。一方、(17)式の右辺の f_x は、第1図(a)に示したとおり、 \mathbf{f} が左に傾いているから負である。すると、 dp/dx を正としたのでは(17)式がなりたたないことになる。

それで、 A' 点から F' 点へかけての雪の圧縮が除荷過程にあると仮定しよう。まえにのべたように、除荷過程では ε が変化しないまま p が減少する。それゆえ除荷過程での κ は無限に大きい。すると(17)式は

$$dp/dx = f_x/h_0 \quad (18)$$

に変わる。上の仮定をおけば dp/dx は負となるはずだし、(18)式の dp/dx も負である。それゆえ前の段落で述べたような矛盾はない。したがって(18)式が今のばあいの正しい式となる。

蹴あげの力の x 成分 f_x の A' 点から F' 点までの積分が F_x を与える。すなわち

$$F_x = \int_{A'}^{F'} f_x dx$$

である。また、 A' 点と F' 点とでの p は p_A と p_F とにひとしいと考えるから

$$\int_{A'}^{F'} (dp/dx) dx = p_F - p_A$$

である。よって(18)式により

$$p_F - p_A = F_x/h_0$$

がなりたつ。ところで $p_F = 0$ と仮定した。よって

$$h_0 p_A + F_x = 0 \quad (19)$$

で、前項で導いた(15)式の左辺は消失する。したがって、(15)式の右辺にある V が0でないかぎり、すなわちプラウが動いているかぎり

$$u_A = v \cos \alpha \quad (20)$$

がなりたつ。これが求めようとしていた u_A と v とを結ぶ関係である。

式(20)により u_A/V は $(v/V) \cos \alpha$ でおきかえられるし、次の第 III 節で v/V が r の関数として求められる。それにより、(9)式の l も(12)式の F_G も速度変数 r の関数として表されることになる。

5. 前縁最大応力 p_M

まえ圧雪の一軸圧縮応力 p は、プラウ前縁に近いところほど高い。これは、まえ圧縮の範囲でなりたつ(7)式にも現われている。 r が 1 より小さいから、(7)式の $d(u^2)/dx$ は負である。すなわち雪の速度 u は、 x の増大とともに、つまり第 1 図(a)で左から右へ進むにつれ、減少する。式(6)によると u の減少は ε の増大をもたらし、 ε の増大は p の上昇を意味する。よって、まえ圧縮の範囲では $dp/dx > 0$ である。一方、蹴あげ面上の雪では $dp/dx < 0$ であることを前項でえた(18)式が示している。以上のことから p が、プラウ最先端の A 点で最大値をとることがわかる。したがって、前縁蹴あげにおける最大の p を「前縁最大応力」と名づけて p_M で表すことにすれば、低速蹴あげでは $p_A = p_M$ となる。

高速蹴あげでは事情が全くちがう。論文 I で見たように、高速蹴あげではまえ圧縮が全然おこらず $p_A = 0$ である。蹴あげ面をのぼるにつれ p は上昇し、蹴あげ面上端の F 点で最大値に達する。よって高速蹴あげでは $p_F = p_M$ となる。(論文 I では最大前縁応力を記号 p_A で表した。この記号は適当でなかった。)

III. 流動型低速蹴あげ直後の雪の速度 v

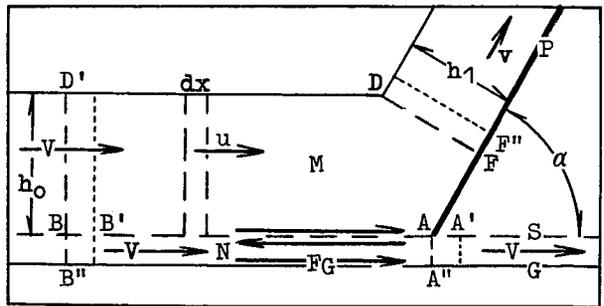
この第 III 節では、プラウの蹴あげ面で流動型蹴あげをうけたあと、プラウの傾斜面を滑りのぼろうとする雪の速度 v の値 v を、熱力学第一法則を用いて r の関数として定める。速度 v の方向は、プラウの傾斜面にそう方向である。

1. 熱力学系の境界

第 2 図はプラウと雪との模型側面図で、第 1 図(a)とかわらない。ある時刻 t に、第 2 図の不整六辺形 $AA''B'D'DFA$ のなかにある雪を熱力学系として取出し、その他のものはすべて外界と考える。時刻 t におけるプラウまえ圧雪に、おなじ時刻にプラウの蹴あげ面上に位置する雪 J を合せたものを「雪 M」と名づける。また、時刻 t に、プラウまえ圧雪の底と地面 G とにはさまれた雪を「雪 N」と呼ぼう。

雪 M に雪 N を加えたものが、うえに取出した熱力学系に他ならない。

時間がたつと系は右方へ移動する。微小時間 dt のあいだに系の左端面が破線 $D'B''$ の位置から B' 点を通る点線の位置まで動いたとすると、 $BB' = V dt$ である。点 B はまえ圧縮の開始点で、そこでの雪の速度が V にひとしいからである。おな



第 2 図 流動型低速前縁蹴あげの側面図。不整六辺形 $AA''B'D'DFA$ 内の雪を熱力学系と考える

じ微小時間 dt のあいだに、雪 M の左端面は破線 DF の位置から、 F'' 点を通るプラウの傾斜面に垂直な点線の位置へ移る。 F'' 点は F 点より $v dt$ だけプラウの傾斜面をのびた所にある。雪 N は全体が速度 V で走る。よってその右端面は $V dt$ だけ右へ動いて点線 A' の位置に移る。

系が上記の移動をおぎなう間に系に外界から仕事 dW がなされ、系の運動エネルギーと内部エネルギーとの和が dU だけ増したとしよう。この移動は極めて短い時間におこるから、系と外間との間の熱交換は無視する。すると熱力学第一法則、すなわちエネルギー保存則により

$$dW = dU$$

がなりたつことになる。重力による位置エネルギーの変化は考慮しない。それは、蹴あげ面の幅 AF が極めて狭いため、位置エネルギーには第 2 次無限小の変化しか生じないからである。

2. 外界が系になす仕事 dW

系に作用する外力は (1) 系の両端面で系外の雪が加える圧力 (2) プラウの蹴あげ面が加える蹴あげの力 f (3) 地面が系の底に加える力の 3 種類につきる。このうち (1) と (2) との力は系に仕事をしない。(1) の力が仕事をしないのは、この力がもともと 0 だからである。系の左端での一軸圧縮応力、すなわち圧力 p_B が 0 であることはいうまでもない。雪 M の右端面の応力 p_F は 0 と仮定した。雪 N は変形しないで移動するだけだから、内部に一軸圧縮応力は発生しない。よってその右端面での圧力も 0 である。(2) の力は確かに存在する。しかし蹴あげ面は静止しているから、(2) の力が仕事をするのではない。

雪 N は、第 II 節第 2 項で述べた摩擦力 F_G で雪 M を右方に引く。それゆえ雪 N には左向きの力 F_G が雪 M から加えられる。雪 N の左右両端面にはたらく力は 0 である。ところが雪 N の運動は速度 V の等速運動である。よって、地面 G が雪 N を F_G の力で右方へ引いているに違いない。そして、雪 N は地面 G とともに、その力の方向に $V dt$ だけうごく。よって地面は雪 N に、したがって系に

$$dW_G = F_G V dt$$

にひとしい仕事をする。(1) の力も (2) の力も仕事をしないから、外力が系になす仕事はこの dW_G だけである。かくして、式 (12) を用いることにより

$$dW = dW_G = (1 - \bar{r}) \left\{ 1 - (u_A/V) \right\} h_0 k V dt \quad (21)$$

がえられる。

3. 摩擦による内部エネルギーの増大

雪 M と雪 N とは、両者を分つ排雪面で摩擦しあう。この摩擦のために系の内部エネルギーが増す。

二箇の固体 A, B の表面同志が接触して相手に対して滑ると、それぞれの表面を片面とする薄層内の物質の内部エネルギーが摩擦のために増大する。内部エネルギー増大の結果薄層の温度が昇るため、増大した内部エネルギーの大部分は摩擦熱として、やがては、薄層から熱伝導によって逃げさる。しかし、観察を短かい時間に限れば摩擦熱の流出は無視できる。

固体 A が静止し、固体 B が速度 w で動くとし、両固体を合せたものをひとつの熱力学系と考える。また、それぞれの固体の摩擦する表面薄層内にある物質を C とし、固体のそれ以外

の物質を D と呼ぶ。すなわち、この熱力学系は物質 C と物質 D とからなる。固体 B を動かす力を F とすると、固体 B は dt のあいだに $w dt$ の距離だけ力 F の方向に移動する。よって力 F は $F w dt$ にひとしい仕事を系になすことになる。固体 B の移動によって生ずる物質 D の変化は、物質 D のうち固体 B に属する部分が位置をかえることだけである。よって物質 D の内部エネルギーは変らない。それゆえ、力 F のなした仕事 $F w dt$ が物質 C の内部エネルギーの増大分となる。

固体 A が速度 w_0 で、固体 B が速度 $w_0 + w$ で同じ方向に動いていても、前の段落でえられた結果はかわらない。この w は両固体の相対速度である。また F は摩擦力にほかならない。よって、両固体の接触面にある薄層内の物質の内部エネルギーの増大分は、両固体の相対移動距離と摩擦力との積にひとしいと言える。

雪 M と雪 N とからなるもとの熱力学系に戻る。第 2 図の微小区間 dx にある雪 M と雪 N との相対速度は $V - u$ にひとしく、両方の雪のあいだの摩擦力は $\mu h_0 \rho g dx$ である。したがって

$$dU_F = \mu h_0 g dt \int_{-l}^0 \rho (V - u) dx \quad (22)$$

だけ、雪 M と雪 N との接触面を片面とする 2 枚の薄層内の雪の内部エネルギーが dt のあいだに増す。この薄層内の雪は、いうまでもなく、熱力学系に属する。よって、排雪面での摩擦のため、系の内部エネルギーが dU_F だけ増大することになる。

この雪の摩擦は、同じ摩擦面がいつまでも摩擦しつづける車軸と軸受けとの間の摩擦とは形がちがう。雪 M の摩擦面も雪 N の摩擦面も、絶えず更新される。雪 M にしても雪 N にしても、その部分部分に着目すると、各部分の摩擦時間は l/V の程度で非常に短い。よって増大した内部エネルギー dU_F の摩擦熱としての逸散は無視してよい。

式 (8) から u が x の関数として知られ、 ρ も $\rho = \rho_0 V/u$ の関係によって x の関数として与えられる。 l の値は (9) 式からわかる。それによって (22) 式右辺の積分を実行すると

$$dU_F = \frac{1-\gamma}{2\gamma} \left(1 - \frac{u_A}{V}\right)^2 h_0 \rho_0 V^3 dt \quad (23)$$

となる。

4. 運動エネルギーの増分と塑性圧縮による内部エネルギーの増大

雪 N は、その上面で雪 M と摩擦はするが、全体が $V dt$ の距離移動するだけである。速度もかわらないし、一軸圧縮もうけない。それゆえ、前項で述べた摩擦による内部エネルギーの増大を除けば、雪 N のエネルギーに変化はおこらない。

時刻 t で雪 M は第 2 図の B 点と F 点との間にあり、時刻 $t + dt$ では B' 点と F'' 点との間にうつる。どちらの時刻においても雪 M の大部分は B' 点と F 点との間にある。この区間の雪を「雪 K」と呼ぼう。さらに、B 点と B' 点とのあいだの雪を「雪 B」と、F 点と F'' 点とのあいだの雪を「雪 F」と名づける。雪 K の状態はどちらの時刻でも同じだから、雪 K のエネルギーは dt のあいだに変化しない。よって、摩擦による内部エネルギーに加えておこる雪 M のエネルギー増大は、雪 F のエネルギーと雪 B のエネルギーとの差によって与えられる。

雪 F の速度は v で雪 B の速度は V である。どちらの雪も質量は $h_0 \rho_0 V dt$ にひとしい。

よって微小時間 dt におこる雪 M の運動エネルギーの増分は

$$dU_K = (1/2)(v^2 - V^2) h_0 \rho_0 V dt = -(1/2) \{1 - (v/V)^2\} h_0 \rho_0 V^3 dt \quad (24)$$

によって与えられる。

雪 B は処女雪であり、雪 F は純塑性的に圧縮されて前縁最大応力 p_M をうけたあと、 p が 0 にくだった雪である。それで、まえがきで述べたとおり、塑性圧縮の結果として、雪 F は雪 B より、処女雪の単位体積ごとに

$$E_p = p_M^2 / 2k = (k/2) \varepsilon_M^2 \quad (2)$$

だけ内部エネルギーが大きい。雪 F が処女雪であったときには、雪 B とおなじく $h_0 V dt$ の体積であった。よって、塑性圧縮によっても雪 M の内部エネルギーが

$$dU_P = (k/2) \varepsilon_M^2 h_0 V dt$$

だけ増す。ところで、前縁最大応力 $p_M = k\varepsilon_M$ は第 2 図の A 点における一軸圧縮応力 $p_A = k\varepsilon_A$ と同じだから、 $\varepsilon_M = \varepsilon_A = 1 - (u_A/V)$ である。よって

$$dU_P = \frac{k}{2} \left(1 - \frac{u_A}{V}\right)^2 h_0 V dt = \frac{1}{2\gamma} \left(1 - \frac{u_A}{V}\right)^2 h_0 \rho_0 V^3 dt \quad (25)$$

と書くことができる。

5. 速度変数 γ の関数としての v/V

微小時間 dt のあいだにおこる熱力学系のエネルギーの増分 dU は $dU_K + dU_F + dU_P$ で与えられる。熱力学系に仕事をするのは地面だけで、その仕事は (21) 式の dW_G である。よって第 1 項の終りに書いた $dW = dU$ は

$$dW_G = dU_K + dU_F + dU_P$$

と書かれる。この式の各項を (21), (24), (22), (25) の式でおきかえ、かつ (20) 式で与えられる $u_A = v \cos \alpha$ の関係を用いると、 v/V を未知数とする方程式

$$(v/V) \left[\left\{ \gamma + (2 - \gamma) \cos \alpha \right\} (v/V) - 2 \cos \alpha \right] = 0$$

がえられる。この方程式の解は、 $v/V = 0$ と

$$\frac{v}{V} = \frac{2 \cos \alpha}{\gamma + (2 - \gamma) \cos^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \gamma \sin^2 \alpha} \quad (26)$$

とである。

第一の解によると $v=0$ だから、蹴あげの直後、雪は停止することになる。すると雪は蹴あげ面上にたまり、その雪の密度は無限に大きくなるであろう。このようなことは物理的に許されない。よって第一の解は捨て、(26) 式の解だけを用いる。すなわち、(26) 式の中央あるいは右端にある γ の関数が v/V をあたえる。 v/V と γ との関係を表す曲線は、次の論文 IV に第 2 図、第 4 図として示す。

うえの (26) 式で $\gamma=0$ とおくと $v/V = 1/\cos \alpha > 1$ となる。すなわち V が小さいときは $v > V$ である。これは、 V が小さいと、地面のなす仕事が塑性圧縮や摩擦によるエネルギー損失をしのいで、蹴あげ後の雪の運動エネルギーの値を蹴あげ前の値より大きくするためである。高速

蹴あげでは、プラウまえ圧縮がおこらないから、地面は仕事をしない。それで、論文 I でのべたように、常に $v < V$ である。(次の論文 IV の第 2 図第 4 図参照)

IV. 前縁最大歪およびプラウまえ圧雪の長さの速度変数 γ による変化

1. 前縁最大歪 ϵ_M と速度変数 γ との関係

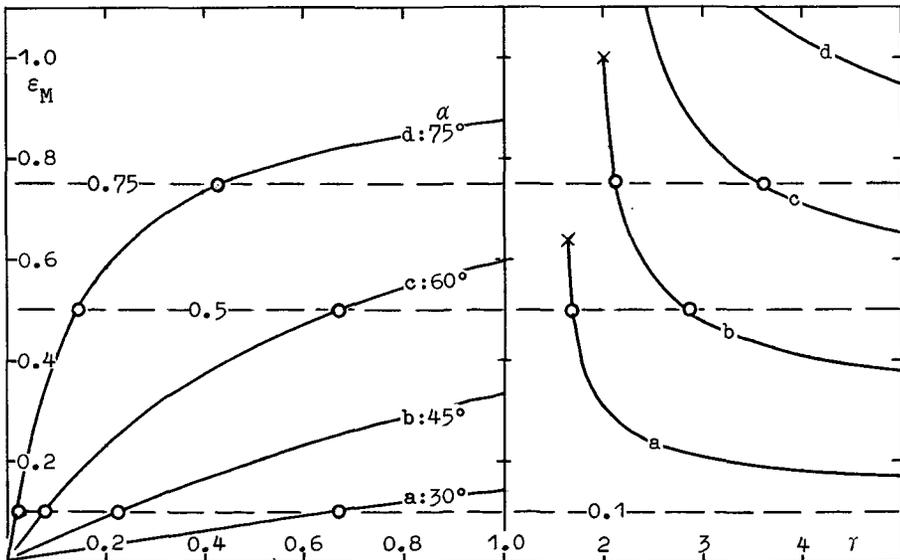
プラウがあるからこそ雪は圧縮される。それゆえ、雪の圧縮の度合いを表す前縁最大歪 $\epsilon_M = p_M/k$ は、プラウ前縁が雪にあたえる影響の大小を示す目安と見ることができる。それで ϵ_M と γ との関係を考察しよう。

第 III 節第 3 項の (25) 式のすぐ上の行で述べたように $\epsilon_M = 1 - (u_A/V)$ である。よって $u_A = v \cos \alpha$ の関係と (26) 式とを使って

$$\epsilon_M = 1 - (v/V) \cos \alpha = \gamma / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha) \quad (27)$$

がえられる。第 3 図の左半分に、(27) 式による、 ϵ_M と γ との関係を示す曲線をかいた。すくい角 α は副変数とし、その値には $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ が選んである。この α の値のそれぞれを、これからあとひきつづき、記号 a, b, c, d で表すことにする。第 3 図の右半分は流動型蹴あげにおける ϵ_M の図で、論文 I の第 6 図に $\alpha = 75^\circ$ のばあいの曲線を加えたものに他ならない。

第 3 図にあるとおり、 ϵ_M は、 $\gamma < 1$ では γ の増大関数、 $\gamma > 1$ では γ の減少関数である。つまり、プラウの速度 V が雪の塑性波速度 c より小さく流動型蹴あげが低速であるうちは、 V が大きいほどプラウの雪にあたえる影響が大きい。しかし、 V が c を超えて流動型蹴あげが高速になると、この関係が逆転する。すなわちプラウが速く走るほど、プラウの雪に及ぼす影響が弱くなる。



第 3 図 前縁最大歪 ϵ_M と速度変数 γ との関係。a, b, c, d は、すくい角 α がそれぞれ $30^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ であることを示す記号。水平破線は、値が 0.1, 0.5, 0.75 にひとしい雪の粉砕歪 ϵ_C を示す。

論文 I にはじまるこの前縁蹴あげの理論では、流動型蹴あげの途中で雪の一軸圧縮歪 ε がある値 ε_0 をこえると、雪が粉碎飛散し、蹴あげが流動型から飛散型に変わると考える。 ε_0 は雪の性質で定まる歪で「粉碎歪」の名でよぶ。ところで ε_M は ε の最大値である。よって、 ε_M が ε_0 より大きい流動型蹴あげは、みな、飛散型に転換する。すくい角 α が 60° の直角直線ブラウが $\varepsilon_0=0.5$ の雪のなかを進むばあいを例にとろう。 r が 0 から増すにつれ ε_M の値は第 3 図の曲線 c にそって昇り、 r が 0.6667 になったとき、白丸印の点で、 $\varepsilon_M=0.5$ を示す水平破線と交る。これから先では ε_M が ε_0 より大きい。よって 0.6667 の r の値を r_t で表わすと、 r_t より大きい r での蹴あげは飛散型であるといえる。 r_t は α と ε_0 との値で定まる。

蹴あげが流動型である r の範囲と飛散型に転換する r の範囲とを分ける r の値という意味で r_t を「型式変転値」と名づける。(論文 I, II では r_t を転換値とよんだ。) また白丸印の点には「型式変移点」の名をあたえよう。第 3 図左半分にある 7 箇の白丸印およびその r の値は、それぞれの α と ε_0 とに対する、低速蹴あげでの型式変移点および型式変転値 r_t をあたえる。

論文 II でみたように、1 をこえたばかりの r については、総てのばあい、蹴あげが高速飛散型である。高速蹴あげでは r が大きいほど ε_M が小さい。それで r がさらに増大すると ε_M が ε_0 までくだる場合が生ずる。第 3 図右半分にある 4 箇の白丸印、すなわち 4 箇の型式変移点があるような場合を示す。この型式変移点の r の値である型式変転値 r_t より大きい r での高速蹴あげは流動型である。しかし、例として上にあげた $\alpha=60^\circ$ 、 $\varepsilon_0=0.5$ のばあいには、 $\alpha=60^\circ$ について的高速領域における ε_M 曲線を与える曲線 c が、 $\varepsilon_M=0.5$ の水平破線と交らない。よって流動型への型式変移はおこらず、 r が増大しても、この高速蹴あげは飛散型のままに止る。

計算で型式変転値 r_t を求めるには、 ε_M を ε_0 にとりかえた (27) 式を満たす r をきめればよい。これは $r < 1$ のばあいの、すなわち低速蹴あげのばあいの r_t である。論文 II の (3) 式

$$\cos \alpha = \left\{ \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0) r \right\} / \sqrt{r(r - \varepsilon_0^2)} \quad (\text{II}, 3)$$

をみたす r が、高速蹴あげのばあいの r_t である。第 1 表は、第 3 図の白丸印で示される型式変移点における r_t の値である。このほかに $\alpha=75^\circ$ 、 $\varepsilon_0=0.75$ のばあいの $r_t=115$; $\alpha=60^\circ$ 、 $\varepsilon_0=0.5$ のばあいの $r_t=\infty$ がある。

第 1 表 型式変転値 r_t

ε_0	α			
	30°	45°	60°	75°
0.1	0.6667	0.2222	0.07407	0.01595
0.5	1.674	2.851	0.6667	0.1436
0.75	1.654*	2.109	3.586	0.4307

* 印の値については論文 IV 第 III 節第 3 項参照

2. ブラウまえ圧雪の長さ l と r との関係

ブラウまえ圧雪の長さ l を与える (9) 式の右辺から l_0 を取去ったものを λ とし

$$1 - (u_A/V) = \varepsilon_A = \varepsilon_M$$

の関係を用いると

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= (1-\gamma)(2-\epsilon_M)\epsilon_M \\ l &= l_0\lambda, \quad l_0 = c^2/2\mu g \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

と書くことができる。式(27)で ϵ_M が γ の関数として知られているから、これにより l を表す γ の関数がえられたことになる。

第4図の実線と点線とからなる山形の曲線 a, b, c, d が λ と γ との関係を示す。どの曲線も $\gamma=0$ および $\gamma=1$ で0にくだる。

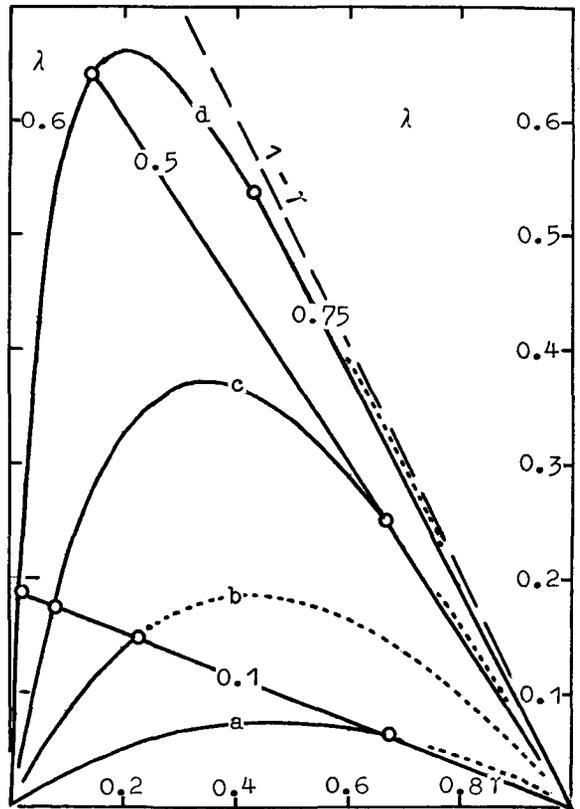
式(28)は蹴あげが流動型のばあいとの関係である。飛散型蹴あげでは、 γ に関係なく ϵ_M が ϵ_C にひとしい。よって λ は、直線

$$\lambda = (2-\epsilon_C)\epsilon_C(1-\gamma) \quad (29)$$

で表される。 ϵ_C が0.1, 0.5, 0.75にひとしい場合の直線が第4図にいてある。これらの直線と山形の曲線との交点の白丸印は型式変移点で、この点で流動型から飛散型への蹴あげの転換がはじまる。白丸印の γ の値が第1表にある γ_c の値にひとしいことは言うまでもない。

前にあげた例とおなじく $\alpha=60^\circ$, $\epsilon_C=0.5$ とすると、 γ が0から出発して増大するにつれ、 λ は曲線cにそって上昇する。直線0.1との交点である第一の白丸印をすぎて極大値に達し、そのあと下って直線0.5との交点に到ると、蹴あげが飛散型にかわる。そのあとの λ の変化は直線0.5にそう。 ϵ_C が0.1ならば、第一の白丸印で飛散型への転換がはじまり、 λ は直線0.1にしたがって下降する。山形曲線のうちの点線部分は、ここに選んだ α と ϵ_C との値では実現しない流動型蹴あげの λ を表す。

論文IIの第IV節第1項で、新雪の塑性波速度 c は10 m/secぐらいであろうと推定した。小島²⁾によると、しまり雪としまり雪との間の摩擦係数は0.8~0.9である。新雪同志の摩擦係数の側定値はないが、それを1としても大きな誤りにはなるまい。それで、(28)式で $c=10$ m/sec, $\mu=1$ とおくと $l_0=5$ mとなる。 $c=20$ m/secとしても $l_0=20$ mである。ところで第4図でみると、多くのばあい、 λ は0.3以下の値にとどまる。すると、プラウまえ圧雪



第4図 速度変数 γ と λ との関係。 λ に l_0 をかけるとプラウまえ圧雪の長さ l になる。a, b, c, dはすくい角 α が $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ であることを示す記号。0.1, 0.5, 0.75は雪の粉碎率 ϵ_C の値。

の長さ l は数 m の程度ということになる。

第4図には $\lambda=1-r$ の直線が破線で書きいれてある。図に現れているように、すべての r の値に対して、 λ は $1-r$ より小さい。この事実は、のちに、論文 V で使われる。 $1-r$ は $\alpha=90^\circ$ のときの λ を表す。

3. プラウまえ圧雪の盛り上がり

ラッセル車の前方の雪が、ある長さにわたって盛り上がり、その盛り上がりがいつまでもラッセル車とともに走ることがある。この盛りあがりやをプラウまえ圧雪の鉛直方向の歪によるものと考えてみよう。この論文では、プラウまえ圧雪の厚さは処女雪の厚さ h_0 と変わらないと仮定してきた。しかし、ここで、プラウまえ圧雪が、厚さが h_0 のままであるとして求めた水平方向の一軸圧縮歪 ε に比例する歪を、鉛直方向にもうけると考える。すなわち、 ν を常数として

$$\Delta h/h_0 = \nu \varepsilon \tag{30}$$

とおく。 Δh は、鉛直方向の歪のために生ずるまえ圧雪の表面の上昇距離、すなわち、盛りあがりである。

プラウまえ圧縮の開始点である第1図の B 点を原点として坐標 x' を右向きにとると、 $x' = x+l$ となる。すると、(8)式から

$$u^2 - u_A^2 = \{r/(1-r)\} 2\mu g(l-x'), \quad V^2 - u_A^2 = \{r/(1-r)\} 2\mu g l \tag{31}$$

の関係が導かれる。ここで

$$\xi = x'/l \tag{32}$$

とおき、(31)の第1式を第2式で割った商を $\varepsilon = 1 - (u/V)$ 、 $\varepsilon_M = 1 - (u_A/V)$ の関係を使って変形すると

$$\varepsilon = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon_M(2 - \varepsilon_M)\xi} \tag{33}$$

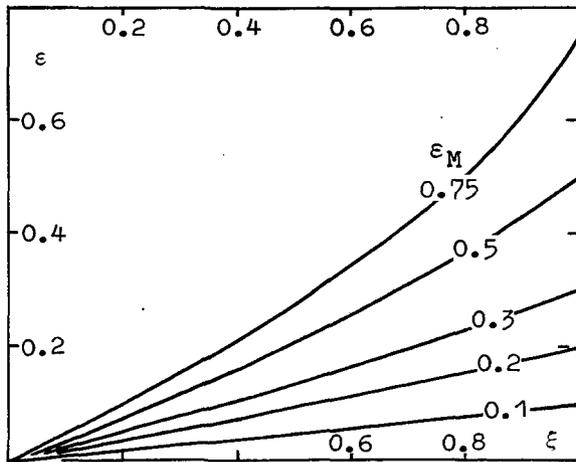
がえられる。根号の前が負号でなく正号の式もえられる。しかし、その式は $\xi=0$ で $\varepsilon=0$ 、 $\xi=1$ で $\varepsilon=\varepsilon_M$ の境界条件を満さないから用いない。 $2\varepsilon_M \ll 1$ ならば、(3)式は

$$\varepsilon = \varepsilon_M \xi \tag{31}$$

で近似される。

第5図に、5箇の ε_M の値について、 ε と ξ との関係を表す曲線を示した。図の左端がプラウまえ圧縮の開始点に、右端がプラウの最先端にあたる。 Δh は ε に比例するから、第5図の曲線が、プラウまえ圧雪の盛りあがった表面の形を表すことになる。

プラウまえ圧雪が短いと、すなわ



第5図 プラウまえ圧雪内の歪 ε と ξ との関係。プラウまえ圧縮の開始点からプラウにむかって測った距離 x' を、プラウまえ圧雪の長さ l で割った商が ξ である。プラウまえの雪の盛りあがり Δh は ε に比例する。

ち l の値が小さいと、この盛りあがり、実際におこっていても、見すごされるであろう。第4図からわかるように、 l は、 γ が 0 に近くても 1 に近くても小さく、 γ が雪の種類に応じた適当な値をとらないと大きくなならない。プラウまえ圧雪の盛りあがり、あまり注意されないが、それはこのためではあるまいか。

V. ま と め

直角直線プラウによる流動型低速蹴あげを理論的に考案した。静止したプラウにむかって、処女雪が、処女雪内の塑性波伝播速度 c より小さい速度 V で流れるばあいの流動型プラウ前縁蹴あげである。処女雪は、プラウ前縁に衝突するまえに圧縮をうける。論文 I および II で取扱った高速蹴あげでは、このプラウまえ圧縮が全然おこらなかった。雪の一軸圧縮応力 p は、プラウまえ圧縮の範囲内をプラウにむかって進むにつれ増大し、プラウの最先端で最大値 p_M に達する。そして、雪がプラウ前縁の蹴あげ面をすべり昇るあいだに減少して 0 となる。高速蹴あげのばあいの p は、プラウ最先端では 0 で、蹴あげ面上で増大し、蹴あげ面の終端で最大値 p_M に達したあと急に 0 に降下した。前縁最大歪 $\epsilon_M = p_M/k$ は、プラウが雪に与える影響の大小を示す目安と見ることができる。低速蹴あげでは、速度変数 γ の増大とともに ϵ_M が増大する。高速蹴あげでは、逆に、 γ の増大とともに ϵ_M は減少した。

熱力学第一法則を用いて、蹴あげ終了後の雪の速度 v を定めた。しかし、 v/V と γ との関係の説明は、都合上、つぎの論文 IV にまわした。そのかわり、プラウまえ圧縮範囲の長さ l と γ との関係、また、プラウまえ圧雪の盛りあがりを論じた。

この論文を書くにあたって、日本国有鉄道鉄道技術研究所の福地合一防災・雪氷研究室長、後藤巖、篠島健二両雪氷研究室主任研究員をはじめとして杉山博、中柴周三、高橋脩その他の所員から多くの有益な御教示をいただいた。ここに記して深い感謝の意を表す。

文 献

- 1) 吉田順五 1974 プラウ除雪の理論 I, II. 低温科学, 物理篇, **32**, 39-53, 55-70.
- 2) 小島賢治 1966 雪の剪断凍着力. 低温科学, 物理篇, **24**, 299-303.

Summary

In this Paper III, low speed kick up of snow of the flow type, that is, the flow type kick up of snow caused by a plough moving at 'low speeds' is studied theoretically on the same assumptions made in Papers I and II in which high speed kick up was dealt with. Let c denote the velocity with which a weak plastic strain is propagated in the virgin snow to be removed by the plough. The plough is said to move at a 'low speed', when it runs through the virgin snow at a speed V less than c . But, in the following, V should be regarded as the speed at which the ground carries the virgin snow towards the plough, because use will be made of coordinates moving together with it. A variable

$$\gamma = (V/c)^2 = \rho_0 V^2/k \quad (1)$$

will be used in place of V in such problems as that V acts as an independent variable.

(1) The virgin snow is compressed horizontally before it reaches the front edge of a plough moving at a low speed whether the kick up be of the flow or spray type, whereas the snow undergoes no such a 'compression before the plough' moving at a high speed. In Figs. 1 and 2, point A shows the tip of plough located some distance above ground G. Let a horizontal plane positioned at the same level as point A be called plane S. The layer of snow lying below plane S is carried away to the right together with the ground at speed V without being compressed by the plough. The snow above plane S is acted upon by two forces: compressive force due to the plough and frictional force which the snow below plane S exerts. Therefore the following equation of motion holds for the snow above plane S

$$\rho u(du/dx) = -dp/dx + \mu\rho g, \quad (2)$$

where ρ , u and p are density, horizontal velocity and compressive stress of the snow respectively, μ is coefficient of friction and g is gravitational acceleration. Coordinate x is counted from point A to the right. If the value of u at point A is denoted by u_A , solution of the above equation is given by

$$u^2 - u_A^2 = -\left\{\gamma/(1-\gamma)\right\} 2\mu g x. \quad (3)$$

Point B in Figs. 1 and 2 where $u=V$ gives the point at which the virgin snow begins to be compressed. It is found that the distance from point B to point A, the length of 'region of compression before the plough' is given by

$$l = l_0(1-\gamma) \left\{1 - (u_A/V)^2\right\}, \quad l_0 = c^2/2\mu g. \quad (4)$$

As mentioned at the beginning of this paragraph, no region of compression exists before the plough in case of a high speed kick up, because γ greater than 1 makes l negative and negative value of l is meaningless from the physical point of view.

Total frictional force F_G with which the snow below plane S drags to the right the snow in the region of compression before the plough is found to be equal to

$$F_G = \int_{-l}^0 \mu\rho g dx = h_0 k(1-\gamma) \left\{1 - (u_A/V)^2\right\}. \quad (5)$$

Point F in Figs. 1 and 2 shows the position of the rear margin of the narrow 'zone of kick up' within which the front edge of the plough exerts forces \mathbf{f} 's to the snow to kick it up. Compressive stress p_F at point F is assumed to be zero. Application of the approximate method described on page 53 of Paper I to motion of the snow lying on the zone of kick up gives

$$-F_x = h_0 p_A, \quad (6)$$

where F_x is x -component of the vectorial sum of \mathbf{f} 's, that is, x -component of the total force with which the front edge of plough kicks up the snow. p_A is the value of p at point A.

Compressive stress p of the snow increases from point B to point A, attains maximum value p_M at point A and starts decreasing to vanish at point F. Therefore $p_B=0$,

$p_A = p_M$ and $p_F = 0$. As the compression of snow is assumed to be completely plastic, compressive strain ϵ of the snow undergoes no change in the unloading process which occurs in the snow during its advance on the zone of kick up, with the result that $\epsilon_B = 0$, $\epsilon_A = \epsilon_M = p_M/k$ and $\epsilon_F = \epsilon_M$. It was shown in Paper I that $p_A = 0$ and $p_F = p_M$ in case of high speed kick up of the flow type: p starts increasing at point A and drops suddenly to zero after it has reached the maximum at point F. (In Papers I and II, p_M was written as p_A unlike in this Paper III.)

(2) If velocity of the snow at point F, that is, velocity of the snow just after the completion of kick up of the flow type is denoted by vector v , its direction is parallel with the sloping surface of the plough. Its value v will be found by the use of the first law of thermodynamics in the following paragraphs.

Let those parts of snow that are enclosed at time t in polygon ABD'DFA and rectangle ABB'A'A in Fig. 2 be called 'snow M' and 'snow N' respectively. If the combination of snow M and snow N is considered as a thermodynamical system, the only work done on the system during an infinitesimal time interval dt following time t is

$$dW_G = F_G V dt = (1-\gamma) \left\{ 1 - (u_A/V) \right\} h_0 k V dt \quad (7)$$

which ground G performs. Kinetic energy of the system increases during the same time interval by the amount

$$dU_K = -(1/2) \left\{ 1 - (v/V)^2 \right\} h_0 \rho_0 V^3 dt. \quad (8)$$

There are two causes effecting an increase in internal energy of the system: the plastic compression of snow M and the friction between snows M and N. An increase in internal energy due to the plastic compression is given by

$$dU_P = k(\epsilon_M^2/2) h_0 V dt = (1/2\gamma) \left\{ 1 - (u_A/V) \right\}^2 h_0 \rho_0 V^3 dt. \quad (9)$$

Infinitesimal part dx of snow M shown in Fig. 2 makes a displacement $(V-u)dt$ relative to snow N during dt , being pulled to the right by a frictional force given by $\mu\rho h_0 g dx$. Therefore the frictional force between snow M and snow N does the work equal in amount to

$$dU_F = \int_{-l}^0 (V-u) dt \cdot \mu\rho h_0 g dx = \frac{1-\gamma}{\gamma} \left(1 - \frac{u_A}{V} \right)^2 h_0 \rho_0 V^3 dt, \quad (10)$$

which turns out to raise by the same amount of internal energy of the snow composing two thin layers of which the one forms the bottom of snow M while the other forms the top of snow N.

Although temperatures of snow M and of the above two thin layers of snow are raised due to the increase in their internal energy, the increased internal energy has no time to escape from the system in the form of heat, because every part of snow passes the interval from point B to point A in a very short time of the order l/V . Therefore the change occurring in the thermodynamic system during dt is adiabatic and the first law of thermodynamics requires the relationship

$$dW_G = dW_K + dW_P + dW_F \quad (11)$$

to hold true.

Application of the theorem of momentum to the motion of snow M and use of equation (6) give

$$u_A = v \cos \alpha. \quad (12)$$

If u_A is exchanged for $v \cos \alpha$ in equations (7), (9) and (10), equation (11) yields the following function which relates v/V with velocity variable γ :

$$v/V = 2 \cos \alpha / (2 \cos^2 \alpha + \gamma \sin^2 \alpha). \quad (13)$$

(3) Maximum value ε_M of compressive strain ε of snow can be regarded as a measure for the influence rendered by the plough upon the snow. As $\varepsilon_M = 1 - (u_A/V)$ for the low speed kick up, equations (12) and (13) give

$$\varepsilon_M = \gamma / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha). \quad (14)$$

Curves in Fig. 3 show that ε_M given by equation (14) increases with increasing γ in the domain of γ less than 1. If γ exceeds 1, increasing γ brings reduction of ε_M as shown by the curves in the right half of Fig. 3 which is a copy of Fig. 6 in Paper I. For the same value of γ , whether kick up be of high speed or of low speed, the greater the scooping angle α of the plough is, the greater value ε_M has.

If equation (4) is written in the form of $l = l_0 \lambda(\gamma)$, then $\lambda(\gamma)$ can be expressed as

$$\lambda = (1 - \gamma) (2 - \varepsilon_M) \varepsilon_M. \quad (15)$$

For the flow type kick up a relationship between λ and γ is given by the convex curves in Fig. 4, while the straight lines in the same figure give a relationship for the spray type kick up.

プラウ除雪の理論 II, IV, V 正誤表

吉田 順五

論 文 II

ページ	上からの行数	誤	正
4 2	6	動運量	運動量
4 5	4	おぎなり	おこなり
"	6	外間	外界
5 0	1 3	言うまでない。	言うまでもない。
5 1	2 6	(3)	(3 3)
"	2 7	(3 1)	(3 4)
5 3	2 2	(3)	(4)
5 4	3 0	amount of internal	amount internal

論 文 IV

6 6	1 8	(II, 19)	(II, 20)
6 7	3	(III, 27) 式の中央項で	(II, 27) 式で
"	"	(6) と比較	(6) 式と比較
7 1	6	0.75 のばあい	0.75 とのばあい

論 文 V

7 6	1 1	速度 V	速度 V (ゴチ, イタ)
8 2	1 5	のうらから	のうちから
8 4	1 6	つまり圧雪作用	つまり圧縮作用