



Title	プラウ除雪の理論 IV : 飛散型低速プラウ前縁蹴あげ
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 33, 57-73
Issue Date	1976-03-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/18274">https://hdl.handle.net/2115/18274</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	33_p57-73.pdf



## プ ラ ウ 除 雪 の 理 論 IV\*

(飛散型低速プラウ前縁蹴あげ)

吉 田 順 五

(北海道大学名誉教授)

(昭和50年10月受理)

### I. ま え が き

この論文IVは、流動型低速プラウ前縁蹴あげを扱った同名の論文III<sup>1)</sup>の継続であると同時に、論文I以降<sup>2)</sup>の論文で求めた結果のとりまとめでもある。論文IIIで用いた記号を、説明をつけずに、そのまま用いる。まず直角直線プラウによる低速蹴あげが流動型から飛散型に転換する機構を論ずる。そのあと、高速のばあいもふくめて、蹴あげ直後の雪の速度の大きさおよび方向と速度変数

$$\tilde{r} = V^2/c^2 = \rho_0 V^2/k$$

との関係を曲線によって示す。排雪車から飛び去る雪が、排雪車の通路の両側にある施設物に衝突すると、それを破損するかも知れない。この破損は重要な実際問題である。雪は、蹴あげ直後の速度のまま排雪車から飛び去るわけではない。しかし、飛び去る速度は蹴あげ直後の速度で決定される。ただ、この論文の速度は、すべて、プラウと共にうごく運動坐標系に対するものである。実際問題をあつかうにあたっては、それを地面に固定された静止坐標系での速度に変換しなければならない。

高速ならびに低速蹴あげに基く排雪車の走行抵抗の係数、および雪がプラウ前縁を押しさげる力の係数と $\tilde{r}$ との関係も図示する。走行抵抗係数がプラウの使用また設計にあたって必要なことは言うまでもない。前縁押しさげ力はプラウを通じて排雪車に作用し、排雪車の運行の安定を脅すことがある。

### II. 飛散型低速蹴あげ

#### 1. 蹴あげを流動型から飛散型に転換する原因と機構

論文Iにはじまるこのプラウ前縁蹴あげの理論は、まず、蹴あげに流動型と飛散型との二型式があることを前提とする。ついで、飛散型蹴あげは、流動型蹴あげがその途中で雪の粉砕のために中断される結果として生ずると考える。雪の粉砕は、流動型蹴あげをうけつつある雪のなかの一軸圧縮歪 $\varepsilon$ が、雪の性質できまる粉砕歪 $\varepsilon_C$ を超えるばあいにおこる。したがって、流動型蹴あげの前縁最大歪 $\varepsilon_M$ が $\varepsilon_C$ にひとしいかそれより大きいこと、すなわち $\varepsilon_M \geq \varepsilon_C$ である

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第1697号

ことが、蹴あげが流動型から飛散型へ転換するための原因をもたらす。

この原因をもたらす機構は次のとおりである。論文 III の第 3 図にみられるとおり、速度変数  $\dot{\gamma}$  がおなじ値なら、プラウのすくい角  $\alpha$  が大きいほど前縁最大歪  $\varepsilon_M$  は大きい。粉碎歪  $\varepsilon_C$  が与えられると、ある  $\dot{\gamma}$  の値において、 $\varepsilon_M$  を  $\varepsilon_C$  に等しいからしめるようなすくい角  $\alpha_C$  をもつプラウを仮想することができる。この仮想プラウのすくい角  $\alpha_C$  を「飛散すくい角」とよぶ。 $\alpha_C$  は  $\dot{\gamma}$  と  $\varepsilon_C$  との関数である。

すくい角が  $\alpha$  である実在プラウによって流動型蹴あげがおこるばあい、雪の運動方向は水平方向から方位角  $\alpha$  の方向、すなわち水平方向と角  $\alpha$  をなす方向にかわる。しかし、この運動方向の変化は不連続におこるのではない。雪がプラウ前縁の蹴あげ面の上を通過するあいだに連続的にかわる。蹴あげ面上のある一点での雪の運動方向の方位角を  $\theta$  とすれば、 $\theta$  は 0 から出発して連続的に増大し、蹴あげ面の終端で  $\alpha$  の値に至る。

プラウのすくい角  $\alpha$  が  $\alpha_C$  より小さければ、 $\theta$  が  $\alpha_C$  に達することはない。よって  $\varepsilon_M$  も  $\varepsilon_C$  に達することなく、蹴あげは流動型のままである。しかし  $\alpha > \alpha_C$  のばあいには、流動型蹴あげの途中で  $\theta$  が  $\alpha_C$  に達する。すると  $\varepsilon_M$  も  $\varepsilon_C$  に達し、雪は粉碎して、流動型蹴あげは中断される。これが、この理論で考える飛散型蹴あげの発生機構である。中断されるまでの流動型蹴あげを「予備流動型蹴あげ」と呼ぶことにしよう。予備流動型蹴あげは、すくい角が  $\alpha_C$  の仮想プラウによる流動型蹴あげに他ならない。

以上の機構により、論文 II で、飛散型高速蹴あげの発生を説明した。ところが、この機構をそのままの形で低速蹴あげにあてはめようとする、次の第 2 項の第 1 段落で述べるような困難に出会う。

## 2. 飛散型低速蹴あげの発生機構

流動型低速蹴あげでは、論文 III 第 II 節第 5 項で示したように、同論文第 1 図第 2 図の A 点に前縁最大歪  $\varepsilon_M$  があらわれる。A 点はプラウの最先端であり、蹴あげ面の先端である。それゆえ、プラウのすくい角  $\alpha$  が  $\alpha_C$  よりも大きくて  $\varepsilon_M$  が  $\varepsilon_C$  に達すると、雪は蹴あげ面の先端で粉碎してしまい、予備流動型蹴あげがおこりえない。すると、蹴あげ面先端の一軸圧縮歪  $\varepsilon$  を  $\varepsilon_C$  まで上昇させる原因が消失する。蹴あげ面先端の  $\varepsilon$  を上昇させるのは、蹴あげ面の全面が雪に加える力であるが、粉碎した雪はこの力を蹴あげ面先端まで伝えることができないからである。つまり、予備流動型蹴あげがあつてこそ雪は粉碎するのに、その粉碎が予備流動型蹴あげの前でおこって、予備流動型蹴あげを阻止することになる。これは矛盾である。飛散型高速蹴あげでは、予備流動型蹴あげのあとで一軸圧縮歪  $\varepsilon$  が  $\varepsilon_C$  に達する。よって、このような矛盾は生じない。

この矛盾をのがれるために、次にあげる仮定 (A) あるいは (B) を設けて、第 1 項で述べた飛散型低速蹴あげの発生機構を補足する。

(A) 間歇粉碎の仮定 予備流動型蹴あげが出現したり消失したりして、蹴あげ面先端で雪が間歇的に粉碎するという仮定である。ある瞬間に雪が流動的に蹴あげ面をのぼり、雪の先端の  $\theta$  が  $\alpha_C$  に達する。つまり予備流動型蹴あげがおこる。すると蹴あげ面先端の  $\varepsilon$  が増大して  $\varepsilon_C$  に達し、そこで雪の粉碎がはじまる。粉碎とともに蹴あげ面先端の  $\varepsilon$  は減少しだす。その

結果雪の粉碎はとまり、雪は再び蹴あげ面を流動的にのぼり始める。このようなことが繰返されて飛散型低速蹴あげが発生すると考えるのが、間歇粉碎の仮定である。

あいつぐ粉碎のあいだに蹴あげ面を流動的に昇った雪は、そのあと、プラウ面を滑りあがる。したがって、間歇粉碎の仮定が実現するような蹴あげがあるとしたら、その蹴あげは流動飛散両型式の混合となる。しかし、便宜上、完全に流動型ではないという理由で、これも飛散型蹴あげとして教えることにする。

**(B) 有効歪の仮定** 流動型蹴あげの間に、粉碎はしないにせよ、雪は強く弯曲する。よって雪には、一軸圧縮歪にくわえて、弯曲による歪も生ずる。それで、雪の粉碎に必要な粉碎歪  $\varepsilon_c$  は、その一部が、予備流動型蹴あげの間に生ずる弯曲歪によって分担されると考える。弯曲歪が一軸圧縮歪に換算できるとして、その換算値を  $\varepsilon'$  で表し、更に  $\varepsilon'$  は  $\theta$  の増大とともに増大するとしよう。すると、本来の一軸圧縮歪  $\varepsilon$  と  $\varepsilon'$  との和  $\varepsilon'' = \varepsilon + \varepsilon'$  は、蹴あげが高速のばあいはもちろん、低速のばあいでも、雪が蹴あげ面を昇るにつれ増大することになる。それで、 $\varepsilon''$  を「有効歪」と名づけ、 $\varepsilon''$  が粉碎歪  $\varepsilon_c$  に達したときに雪が粉碎するとの仮定をおく。すると、低速蹴あげのばあいでも、雪の粉碎はプラウの最先端の A 点ではおこらず、蹴あげ面上の  $\varepsilon''$  が  $\varepsilon_c$  に達したところでおこることになり、先に述べた矛盾は消える。実際、高速蹴あげでは、雪が蹴あげ面を昇るにつれ、 $\varepsilon$  も  $\varepsilon'$  も増大するから  $\varepsilon''$  も増す。蹴あげが低速のばあいの  $\varepsilon$  は A 点で最大値  $\varepsilon_M$  に達し、一軸圧縮応力  $p$  は蹴あげ面を昇るにつれ減少する。しかし雪の圧縮は純塑性的だから、蹴あげ面上でも  $\varepsilon$  は  $\varepsilon_M$  の値に保持される。それゆえ蹴あげ面上での有効歪は  $\varepsilon'' = \varepsilon_M + \varepsilon'$  で与えられ、 $\varepsilon'$  の増大のために  $\varepsilon''$  も増大することになる。

本来の一軸圧縮歪  $\varepsilon$  が  $\varepsilon_c$  に達すると雪が粉碎すると考えるよりも、有効歪  $\varepsilon''$  の  $\varepsilon_c$  への到達が雪の粉碎をもたらすとの考えの方が事実に近いであろう。よって、このことを、仮定とせず、事実とみなす。しかし、有効歪の考えをそのままの形で採用すると、弯曲による歪  $\varepsilon'$  を決定する必要が生じ、理論が複雑になる。それで、 $\varepsilon'$  は  $\varepsilon$  にくらべ無視しうるほど小さいとして、その必要を回避する。このように、 $\varepsilon'$  を 0 ではないが無限に小さいと考えることが<sup>3)</sup>、標題 (B) の有効歪の仮定である。

有効歪の仮定をおけば、第 2 項のはじめにのべた矛盾が消えるばかりではない。 $\varepsilon'' = \varepsilon$  とおけるため、第 1 項後半でのべた飛散型蹴あげ発生機構が、低速蹴あげに対しても、訂正することなく使える。結局、飛散型蹴あげが発生するか否かは、 $\varepsilon_M$  が  $\varepsilon_c$  より大きい小さいかで判定すればよい。したがって、論文 III の第 IV 節第 1 項にある型式変転値  $\tau_i$  の値も変更する必要がない。

間歇粉碎の仮定は、有効歪の仮定にくらべ不自然ではあるが、プラウによる前縁蹴あげを写した写真に、雪の間歇粉碎を想像させるものがある。しかし、ただそれだけのことで、間歇粉碎を確めた観測を筆者は知らない。それで、これからあとの議論は有効歪の仮定をおいて進める。論文 III 以前の理論も有効歪の仮定と矛盾しない。よって今までに得られた結果は、すべて、そのまま用いられる。

### 3. 飛散すくい角 $\alpha_c$

第 1 項でのべたように、飛散すくい角  $\alpha_c$  は、前縁最大歪  $\varepsilon_M$  を雪の粉碎歪  $\varepsilon_c$  に等しからし

めるような仮想プラウのすくい角である。よって、低速蹴あげのばあいには、 $\alpha$  と  $\varepsilon_M$  との関係を示す論文 III の (27) 式で、 $\alpha$  を  $\alpha_C$  に  $\varepsilon_M$  を  $\varepsilon_C$  におきかえた

$$\varepsilon_C = \gamma / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha_C) \tag{1}$$

がなりたつ。これにより、低速蹴あげのばあいの  $\alpha_C$  が  $\gamma$  と  $\varepsilon_C$  との関数として与えられる。第 1 図の左半分にあるのが、 $\varepsilon_C$  の 3 箇の値 0.1, 0.5, 0.75 についての  $\alpha_C$  対  $\gamma$  の曲線である。

第 1 図の右半分は、高速蹴あげでの  $\alpha_C$  と  $\gamma$  との関係図で、論文 II の第 4 図とおなじものである。高速蹴あげのばあいの  $\alpha_C$  に関する数式は、論文 II の (1) 式と (2) 式

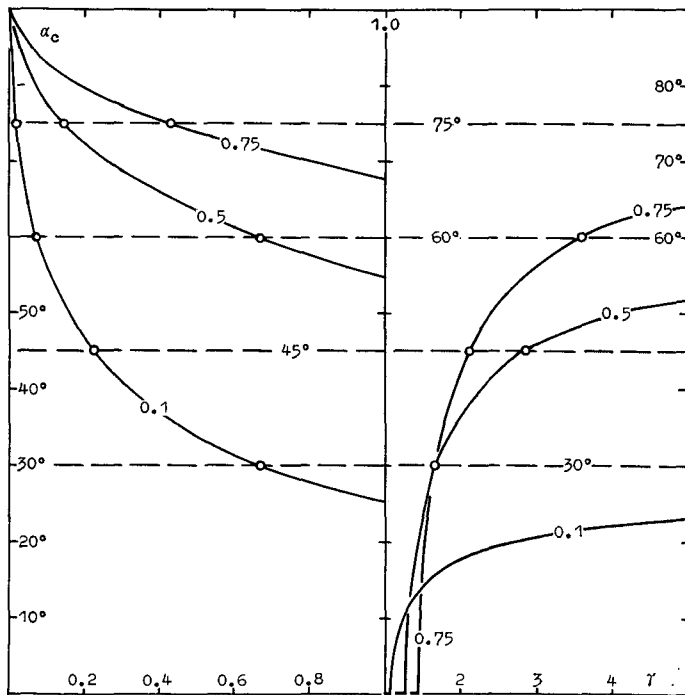
$$\varepsilon_C = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left( 1 - \frac{v_C}{V} \cos \alpha_C \right) \tag{II, 1}, \quad 1 - \left( \frac{v_C}{V} \right)^2 = \frac{\varepsilon_C^2}{\gamma} \tag{II, 2}$$

である。これからあと、I から III までの論文にある数式は、論文の番号とその論文での数式番号とを併記して示す。たとえば (II, 2) は、論文 II の (2) 式である。

第 1 図には、論文 III で  $\alpha$  の値として選んだ  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  の角が水平破線で示してある。飛散型蹴あげが発生するためには、すなわち、流動型蹴あげが飛散型蹴あげに転換するためには、 $\varepsilon_M \leq \varepsilon_C$  が必要条件である。この条件は  $\alpha_C \leq \alpha$  の条件と同等である。したがって、水平破線と  $\alpha_C$  曲線との交点を示す白丸印が型式変移点の位置を与える。白丸印の  $\gamma$  の値は、論文 III 第 1 表にある型式変転値  $\gamma_t$  の値に等しい。

#### 4. 飛散型低速蹴あげ直後の雪の速度

論文 II で、飛散型高速蹴あげにおける粉碎直後の雪の速度は、粉碎直前の雪の流動運動の速度に等しいとした。蹴あげが低速のばあいにも、この点は変わらないとしよう。すると粉碎



第 1 図 飛散すくい角  $\alpha_C$  と速度変数  $\gamma$  との関係

直後の雪の速度の値  $v_c$  は、すくい角が  $\alpha_c$  の仮想ブラウによる流動型蹴あげ直後の雪の速度の値と一致することになる。よって、論文 III (26) 式の  $\alpha$  を  $\alpha_c$  に、 $v$  を  $v_c$  とりかえた

$$\frac{v_c}{V} = \frac{2 \cos \alpha_c}{2 \cos^2 \alpha_c + \gamma \sin^2 \alpha_c} = \frac{1 - \varepsilon_c}{\cos \alpha_c} \quad (2)$$

がなりたつことになる。式 (1) により  $\alpha_c$  が  $\gamma$  の関数として判っているから、 $v_c/V$  もまた  $\gamma$  の関数として知られる。

すくい角が飛散すくい角  $\alpha_c$  にひとしい仮想ブラウによって流動的に蹴あげられた雪の速度の値が  $v_c$  である。このばあいの前縁最大歪  $\varepsilon_M$  は  $\varepsilon_c$  にひとしい。よって

$$\varepsilon_c = \varepsilon_M = 1 - (u_A/V) = 1 - (v_c \cos \alpha_c/V) \quad (3)$$

の関係がある。上の (2) 式の右端の項は、この関係からも導かれる。

粉碎した雪は、まず、方位角  $\alpha_c$  で飛び出す。しかし  $\alpha_c$  が  $\alpha$  より小さいため、論文 II の第 5 図の矢印で示されるように、ブラウの傾斜面で反射して

$$\alpha_s = 2\alpha - \alpha_c \quad (4)$$

の方位角で飛散する。よって、飛散型低速蹴あげ直後の雪の速度は、値が  $v_c$  で、方向は水平方向から角  $\alpha_s$  だけ偏った方向である。

### III. 蹴あげ直後の雪の速度の図示

第 2 から第 5 までの 4 枚の図に、ブラウ前縁蹴あげ直後の雪の速度の方位角  $\alpha$ ,  $\alpha_s$ , および、その速度の値とブラウの速度  $V$  との比  $v/V$ ,  $v_c/V$  を速度変数  $\gamma$  に関する曲線で示す。 $v/V$  と  $\alpha$  とは流動型蹴あげに関するもの、 $v_c/V$  と  $\alpha_s$  とは飛散型蹴あげに関するものである。どの図も、左半分は  $\gamma$  が 1 より小さい低速蹴あげのばあいで、論文 III およびこの論文 IV の第 II 節で求めた数式によって書いた。右半分にあるのは、 $\gamma$  が 1 より大きい高速蹴あげのばあいの曲線で、論文 I と II とにあげた図を書きなおしたものにすぎない。ただ、論文 I と II とでは書かなかった、すくい角  $\alpha$  が  $75^\circ$  のばあいの曲線が加えてある。

#### 1. 数 式

飛散型低速蹴あげに関しては、 $v_c/V$  の値も  $\alpha_s$  の値も、(1) 式で  $\alpha_c$  の値をきめ、それを (2) 式と (4) 式とに代入して計算すれば得られる。高速のばあいは、第 II 節第 1 項に再録した (II, 2) 式で  $v_c/V$  をまず求め、その値を (II, 1) 式に入れて  $\alpha_c$  をきめればよい。

流動型蹴あげ直後の雪の速度の方位角がブラウのすくい角  $\alpha$  に等しいことは言うまでもない。速度の値  $v$  を与える式は

$$\left[ \frac{v}{V} \right]_L = \frac{2 \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \gamma \sin^2 \alpha} \quad (\text{III, 26}),$$

$$\left[ \frac{v}{V} \right]_H = \frac{\gamma \cos \alpha + (\gamma - 1) \sqrt{(\gamma - 1)^2 - \gamma \sin^2 \alpha}}{\gamma \cos^2 \alpha + (\gamma - 1)^2} \quad (\text{I, 19})$$

である。L と H とを添えた大括弧は、それぞれ、大括弧内が低速 (low speed) と高速 (high speed) とのばあいの量であることを示す。なお、(I, 19) 式の分子にある根号内部の式の第 2 項が、論文 I では  $\gamma \sin \alpha$  となっている。それは誤りで上の式が正しい。

飛散型高速蹴あげに関する (II, 2) 式で  $\gamma=1$  とすれば

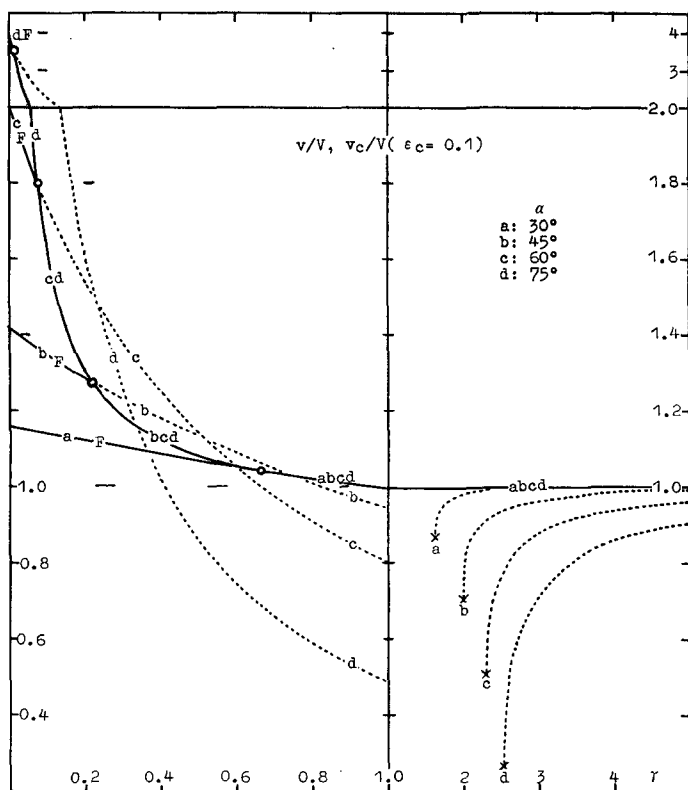
$$1-(v_c/V)^2 = \epsilon_c^2 \quad (5)$$

となる。飛散型蹴あげが低速のばあいでも、 $\gamma=1$  とおいた (1) 式と (2) 式とから  $\alpha_c$  を消去すると、(5) 式と全くおなじ式がえられる。よって、 $v_c/V$  は  $\gamma=1$  で連続である。つまり、低速蹴あげが  $\gamma=1$  で飛散型であるばあいには、高速蹴あげは  $\gamma=1$  で必ず飛散型だから、飛散する雪の速度は、 $\gamma$  が 1 をこえるとき不連続変化を示さない。しかし、低速蹴あげが  $\gamma$  が 1 にいたるまで流動型ならば、蹴あげ直後の雪の速度の値は、 $\gamma=1$  の前と後とで一致しない。

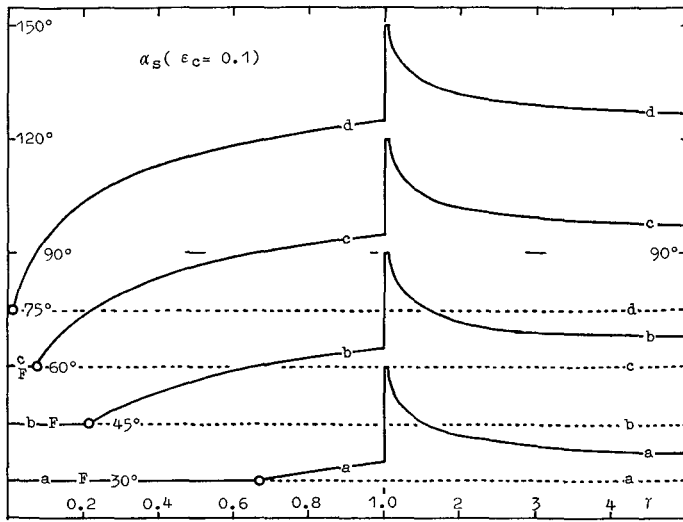
## 2. 図示 ( $\epsilon_c=0.1$ のばあい)

第 2 図と第 3 図とは、粉碎歪  $\epsilon_c$  が 0.1 という小さい値の、粉碎されやすい雪のばあいである。記号 a, b, c, d はプラウのすくい角  $\alpha$  が、それぞれ  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  であることを、記号 F は蹴あげが流動型 (flow type) であることを意味する。

第 2 図の点線の曲線は、飛散型に転換するため、えらんだ  $\epsilon_c$  と  $\alpha$  との値については実現しない流動型蹴あげの  $v/V$  である。実線の曲線が実現する  $v/V$  および  $v_c/V$  の値をあたえる。型式変移点を示す白丸印と白丸印とのあいだの曲線部分、あるいは白丸印と左右の枠線との間の曲線部分を「曲線分」と名づけよう。記号 F のついた曲線分は流動型蹴あげの  $v/V$  を示し、F



第 2 図 粉碎歪  $\epsilon_c$  が 0.1 にひとしい雪に関する  $v/V$  および  $v_c/V$  と速度変数  $\gamma$  との関係。  
 $\epsilon_c$  が小さいため、雪は粉碎しやすい。 $v$  は流動型蹴あげ直後の、 $v_c$  は飛散型蹴あげ直後の雪の速度の値。記号 F のある曲線分が  $v/V$  を、F のない曲線分が  $v_c/V$  を与える。



第3図 粉碎歪  $\epsilon_c=0.1$  のばあいの方位角  $\alpha_s$  と速度変数  $\gamma$  との関係。方位角  $\alpha_s$  は、蹴あげ直後の雪の運動方向と水平方向との間の角である。記号 F をつけた曲線分では、常に  $\alpha_s=\alpha$  である。

のついていない曲線分が飛散型蹴あげの  $v_c/V$  の値を与える。すくい角  $\alpha$  の値を表す記号が2箇以上ついた曲線分、たとえば bcd の記号のある曲線分は、 $\alpha$  が  $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  のどれに等しいばあいにも共通に通用する。この共通性は、飛散型蹴あげが、一軸圧縮歪  $\epsilon$  が粉碎歪  $\epsilon_c$  に達しさえすれば、 $\alpha$  の値には無関係に、発生することに由来する。それで、 $\alpha$  の値を表す記号が2箇以上つくのは飛散型蹴あげの曲線分に限られる。

第3図の  $\alpha_s$  は飛散型蹴あげのあとと飛散する雪の運動方向の方位角、すなわち運動方向と水平方向との間の角である。流動型蹴あげでは、蹴あげ後の雪がブラウ傾斜面を滑りのぼるから、 $\alpha_s$  に相当する角はブラウのすくい角  $\alpha$  にひとしい。それで記号 F のついた流動型の曲線分は水平直線である。

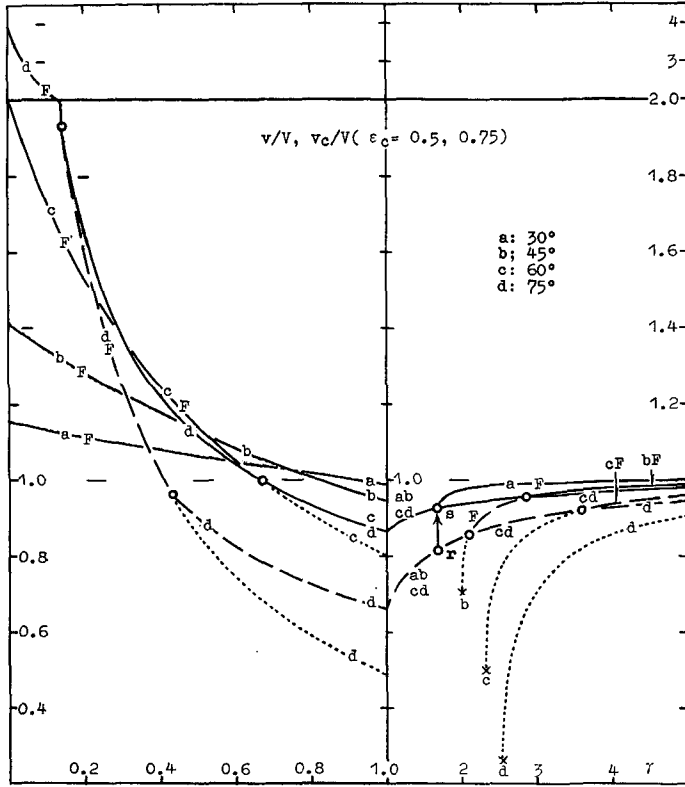
異なる4箇の  $\alpha$  の値のどれについても、 $\gamma$  が1を超えるとき  $\alpha_s$  が不連続的に上昇する。しかし  $\gamma$  が更にませば  $\alpha_s$  は減少しだす。

### 3. 図示 ( $\epsilon_c=0.5, 0.75$ のばあい)

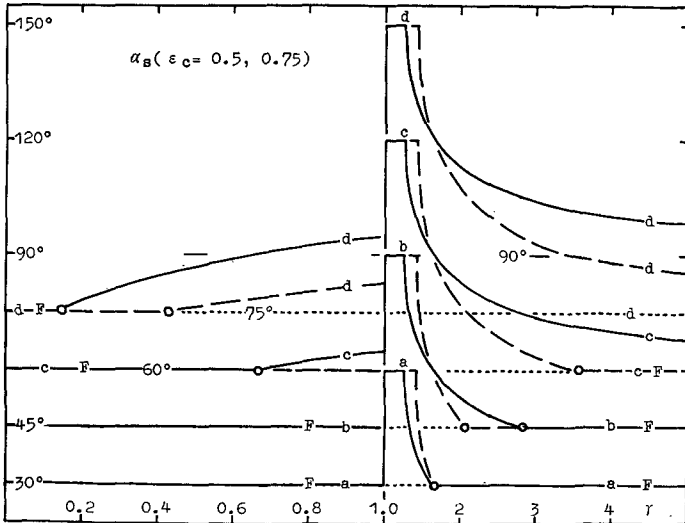
第4図と第5図とには、粉碎歪  $\epsilon_c$  が  $0.5$  と  $0.75$  とに等しいふたつの場合の  $v/V, v_c/V, \alpha_s$  を一緒に示してある。しかし、両方のばあいを区別するため、 $\epsilon_c=0.5$  については実線を、 $\epsilon_c=0.75$  については破線を使った。ただ破線分の両端に実線分がつながるばあいは、その実線分が破線分を兼ねる。

粉碎歪  $\epsilon_c$  の値が大きいから雪は粉碎しにくく、流動型から飛散型への蹴あげの転換がおこりにくい。それで、 $\epsilon_c=0.1$  のばあいの第2図、第3図にくらべると記号 F のついた流動型曲線分が多い。この事情を、曲線の配置が簡単な第5図で、まず調べてみよう。

すくい角  $\alpha$  が  $30^\circ$  と  $45^\circ$  と小さいときには、低速領域で、水平線 a, b が示すように、飛散型蹴あげがおこらない。しかし、 $\gamma$  が1をこえて高速領域にはいれば蹴あげは飛散型になる。いかなるばあいにも、すくなくとも  $\gamma$  が1より僅か大きいところでは、蹴あげは飛散型でなけ



第4図  $v/V, v_c/V$  と  $\gamma$  との関係。  $\epsilon_c=0.5, 0.75$  のばあい。  $\epsilon_c=0.5$  のばあいの  $v_c/V$  を実線で、  $\epsilon_c=0.75$  のばあいの  $v_c/V$  を破線で示してある。



第5図  $\alpha_s$  と  $\gamma$  との関係。  $\epsilon_c=0.5, 0.75$  のばあい。  $\epsilon_c=0.5$  のばあいの値を  
実線で、  $\epsilon_c=0.75$  のばあいの値を破線で示してある。

ればならないからである。しかし、その飛散型蹴あげも、 $\gamma$ が増大するとやがて流動型に戻ってしまう。

すくい角  $\alpha=60^\circ$  のばあいには、曲線 c が示すように、 $\epsilon_c=0.5$  の雪だけが低速領域で粉碎する。 $\epsilon_c=0.75$  の雪も  $\gamma$  が 1 になれば粉碎し蹴あげは飛散型になるが、これは非常に粉碎しにくい雪だから、やがて蹴あげは流動型にかわる。これに反し、この雪よりも粉碎しやすい  $\epsilon_c=0.5$  の雪のばあいは、第 5 図の  $\gamma$  の範囲内に関する限り、 $\gamma$  が増大しても蹴あげは流動型に戻らない。プラウのすくい角  $\alpha$  が  $75^\circ$  の大きい値になれば、曲線 d が示すように、両方の雪が低速領域で粉碎する。そして高速領域では、どちらの雪のばあいも、蹴あげは飛散型のままに止る。

蹴あげ直後の雪の速度の値に関する第 4 図は曲線が交錯して見にくい。しかし第 5 図について上に見た事情を考慮すれば、読みわけやすくなるであろう。それで第 4 図に関しては、高速領域にある上むきの矢印についての説明だけに止める。

第 II 節でのべた飛散型蹴あげの発生機構によれば、型式変転値  $\gamma_t$  での  $v/V$  と  $v_c/V$  とは同じ値をとる筈である。よって、 $v/V$  曲線と  $v_c/V$  曲線とは  $\gamma=\gamma_t$  において交叉し、第 4 図にも型式変移点である交叉点が白丸印で示してある。ところが、 $\alpha=30^\circ$  で  $\epsilon_c=0.75$  のばあいには、両曲線が交叉しない。このばあいの  $v/V$  曲線は第 2 図の高速領域にある点線の曲線 a である。一方、 $v_c/V$  曲線は、第 4 図の高速領域で、左端近くに記号 abcd を着け右端ちかくに記号 d を着けた、r 点を通る右あがりの破線である。見くらべると両曲線が交らないことがわかる。しかし第 5 図で見られるとおおり、 $\gamma$  が 1 から増大して  $\gamma_t=1.654$  (論文 III 第 1 表で \* 印をつけた値) に達すれば  $\alpha_s$  は  $\alpha=30^\circ$  にくんだり、蹴あげは飛散型から流動型に変移する筈である。それで、この  $\gamma_t$  において、蹴あげ直後の雪の速度を表す点が、 $\epsilon_c=0.75$  の  $v_c/V$  曲線上の白丸印 r から、矢印が示すように、 $\alpha=30^\circ$  の  $v/V$  曲線上の白丸印 s に不連続的に跳びあがると考える。そのあとの変化は曲線 aF にそっておこる。雪そのものが粉碎しにくいいうえ、すくい角が小さくてプラウが雪を粉碎する力も弱い。これが、このような特殊事情の発生原因となっているのであろう。 $\gamma$  が大きい値から減少して  $\gamma_t$  を通過するときには、点 s から点 r にむかって不連続変化がおこる。

#### IV. 前縁蹴あげによる走行抵抗係数 $C$ と前縁押しさげ力係数 $D$

プラウ前縁で蹴あげられる雪は、論文 III 第 1 図の  $F$  と反対方向の力  $-F$  をプラウ前縁に加える。前縁蹴あげによる走行抵抗係数  $C$  および前縁押しさげ力の係数  $D$  は

$$(-F)_x = -F_x = Ch_0\rho_0V^2, \quad (-F)_{-z} = F_z = Dh_0\rho_0V^2 \quad (6)$$

によって定義される。 $z$  は鉛直上方にとった坐標である。論文 II ではそれに  $y$  を用いたが、ここでそれを  $z$  に改める。

前縁で蹴あげられた雪は、プラウの上部や排雪車の車体に衝突したあとで排雪車から飛びさる。排雪車自体の走行抵抗係数  $C'$ 、また排雪車頭部を押しさげる力の係数  $D'$  は、この排雪車から飛びさる雪の速度の方向と大きさなどが判って始めてきめられる。よって、(6) 式の  $C$ 、 $D$  と  $C'$ 、 $D'$  とは同じでない。前縁蹴あげのあと、雪がプラウの上部にも排雪車の車体にも衝突しない仮想のばあいにも  $C=C'$ 、 $D=D'$  となる。

## 1. 数 式

蹴あげが流動型のときの係数を  $C_1, D_1$  とし、飛散型のときの係数を  $C_2, D_2$  とする。蹴あげが高速のばあいについては、論文 I および論文 II で

$$[C_1]_H = 1 - (v/V) \cos \alpha \quad (\text{I}, 22), \quad [C_2]_H = 1 - (v_c/V) \cos \alpha_s \quad (\text{II}, 6)$$

$$[D_1]_H = (v/V) \sin \alpha \quad (\text{II}, 10), \quad [D_2]_H = (v_c/V) \sin \alpha_s \quad (\text{II}, 10)$$

を導いた。 $v/V$  および  $v_c/V$  は、それぞれ、この論文 IV の第 II 節に再録した (I, 19) 式および (II, 2) 式により  $\gamma$  の関数として与えられる。また  $\sin \alpha_s$  と  $\cos \alpha_s$  とは、(II, 3) 式と (II, 5) 式とから  $\gamma$  の関数として求めることができる。

蹴あげが低速のばあい、論文 III で定義した雪 M に、すなわちプラウまえ圧雪に蹴あげ面上にある雪を合せたものに、運動量の定理をあてはめて、流動型蹴あげに対しては

$$-F_x = F_G - h_0 \rho_0 V (v \cos \alpha - V) \quad (7)$$

$$F_z = h_0 \rho_0 V v \sin \alpha \quad (8)$$

がえられる。この (7) 式 (8) 式の  $v$  を  $v_c$  に  $\alpha$  を  $\alpha_s$  にかえれば、飛散型低速蹴あげのばあいの式となる。

プラウまえ圧雪に加わる摩擦力  $F_G$  は

$$F_G = h_0 k (1 - \gamma) \left\{ 1 - (u_A/V) \right\} = h_0 k (1 - \gamma) \varepsilon_A \quad (\text{III}, 12)$$

で与えられた。 $u_A/V$  の  $u_A$  を

$$u_A = v \cos \alpha \quad (\text{III}, 19)$$

でおきかえた  $F_G$  の式を (7) 式にいれれば、(6) 式および (III, 26) 式によって

$$[C_1]_L = \left\{ 1 - (v/V) \cos \alpha \right\} / \gamma = 1 / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha) \quad (9)$$

がえられる。前縁押し上げ力の係数は、(6) 式と (8) 式とから

$$[D_1]_L = (v/V) \sin \alpha \quad (10)$$

として知られる。 $v/V$  を  $\gamma$  の関数として与える式は (III, 26) 式である。

摩擦力  $F_G$  を与える上の (III, 12) 式にある  $\varepsilon_A$  は、蹴あげが飛散型であれば  $\varepsilon_C$  にひとしい。 $\varepsilon_A = \varepsilon_C$  とした (III, 12) 式の  $F_G$  を、 $\alpha$  を  $\alpha_s$  に代えた (7) 式にいれれば

$$[C_2]_L = 1 + \left\{ (1 - \gamma) \varepsilon_C / \gamma \right\} - (v_c/V) \cos \alpha_s \quad (11)$$

がえられる。 $v$  と  $\alpha$  とを、それぞれ  $v_c$  と  $\alpha_s$  とにおきかえた (8) 式と (6) 式とから

$$[D_2]_L = (v_c/V) \cos \alpha_s \quad (12)$$

が導かれる。 $v_c/V$  はこの論文 IV の (2) 式で  $\gamma$  の関数として表されているし、 $\cos \alpha_s$  もこの論文 IV の (1) 式と (4) 式とから  $\gamma$  の関数として与えられる。

## 2. 前項 1 の数式の別な求めかた

流動型低速蹴あげの走行抵抗係数を表す (9) 式は次のようにしても得られる。論文 III の (19) 式によれば

$$-F_x = h_0 p_A \quad (\text{III}, 19)$$

である。\$p\_A = p\_M = k\varepsilon\_M\$ だから、これは

$$-F_x = h_0 k \varepsilon_M \tag{13}$$

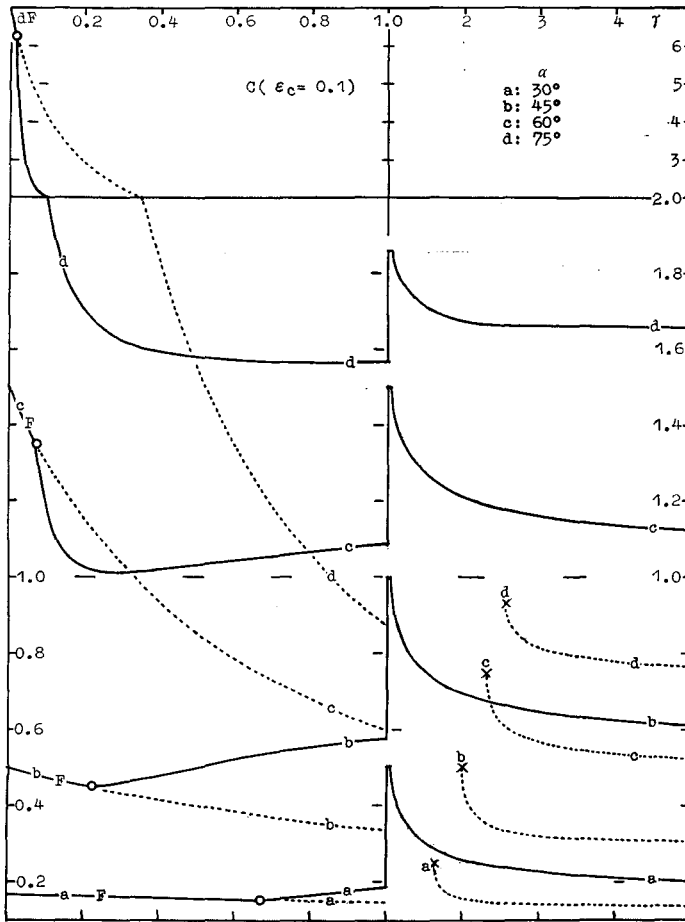
と書ける。この \$\varepsilon\_M\$ を (III, 27) 式の中央項でおきかえて (6) と比較すれば、(9) 式が得られる。

式 (13) の \$\varepsilon\_M\$ を \$\varepsilon\_C\$ にとりかえると、すくい角が飛散すくい角 \$\alpha\_C\$ にひとしい仮想ブラウによる流動型蹴あげの走行抵抗力になる。つまり、予備流動蹴あげの走行抵抗力である。予備流動蹴あげをうけた雪は粉碎して \$v\_C\$ の速度で方位角 \$\alpha\_C\$ の方向に飛び、ブラウの傾斜面にあたって方位角 \$\alpha\_S\$ の方向に反射する。この反射のため、ブラウには

$$F_R = \rho_0 V h_0 \cdot v_C (\cos \alpha_C - \cos \alpha_S) \tag{14}$$

の力が、水平方向に、新たに加えられる。よって、飛散型低速蹴あげの走行抵抗力は

$$-F_x = h_0 k \varepsilon_C + F_R \tag{15}$$



第6図 ブラウ前縁蹴あげによる走行抵抗係数 \$C\$ と速度変数 \$\gamma\$ との関係。粉碎歪 \$\varepsilon\_C = 0.1\$ の雪のばあい。記号 \$F\$ のある曲線分は流動型蹴あげの値 \$C\_1\$ を、記号 \$F\$ のない曲線分は飛散型蹴あげの値 \$C\_2\$ を与える。点線は、飛散型に転換するために実現しない流動型蹴あげの \$C\_1\$ 曲線である。\$a, b, c, d\$ はブラウのすくい角 \$\alpha\$ の値を表す記号で、記号と角度との対応が図の右上隅に示してある。

で表される。この (15) 式を

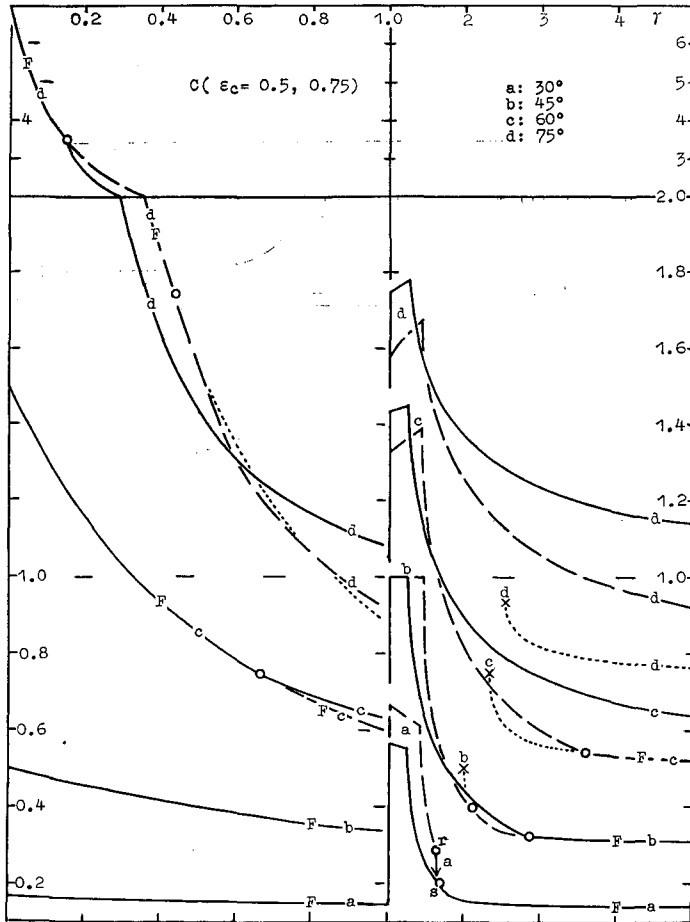
$$\epsilon_c = 1 - (v_c/V) \cos \alpha_c \tag{16}$$

の関係を使って整理し、(6) 式の  $-F_x$  として用いれば (11) 式に達する。

### 3. 図 示

第 6, 7, 8, 9 図に  $C$  および  $D$  と  $\gamma$  との関係を図示する。実線、破線、点線の意味、また、いろいろな記号の意味は、第 4 図および第 5 図でのと同じである。 $\epsilon_c=0.5$  と  $\epsilon_c=0.75$  のばあいの曲線を一緒に書きこんだ第 7 図と第 9 図とは、第 5 図と比べながら見るのが得策であろう。第 7, 9 図の矢印は、第 4 図の矢印が示す  $v/V$  の不連続変化に対応する  $C$  および  $D$  の不連続変化を表す。

第 III 節の第 1 項で示したように、低速蹴あげが  $\gamma=1$  で飛散型ならば、低速蹴あげの  $v_c/V$  は連続的に高速蹴あげの  $v_c/V$  にうつる。しかし、 $C_2$  と  $D_2$  とは  $\gamma=1$  で連続ではない。それは、飛散すくい角  $\alpha_c$  が  $\gamma=1$  で不連続であるため、第 3 図と第 5 図とに示したように、 $\alpha_s$  が  $\gamma=1$



第 7 図  $C$  と  $\gamma$  との関係。記号 F のついていない実曲線分が  $\epsilon_c=0.5$  のばあいの  $C_2$  曲線、記号 F のついていない破曲線分が  $\epsilon_c=0.75$  のばあいの  $C_2$  曲線である。記号 F のついた  $C_1$  曲線は  $\epsilon_c$  の値には無関係である。

で不連続になるからである。実際、論文 II で述べたように、高速蹴あげのばあいの  $\gamma=1$  における  $\alpha_C$  は、 $\varepsilon_C$  の値の如何に拘らず 0 である。しかし、低速蹴あげのばあいの  $\gamma=1$  における  $\alpha_C$  の値は、(1) 式の  $\gamma$  を 1 とおいた

$$\varepsilon_C = \sin^2 \alpha_C / (1 + \cos^2 \alpha_C) \tag{17}$$

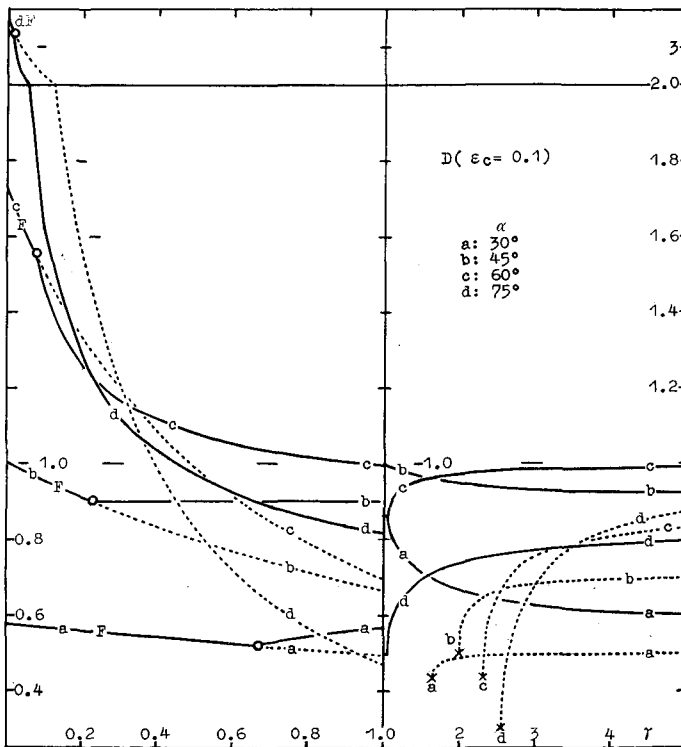
が示すように 0 ではない。

プラウが静止し処女雪が速度  $V$  で流れる運動坐標系から、プラウが速度  $V$  で走り雪が静止する静止坐標系にうつっても、 $C$  と  $D$  との値は変わらない。式 (6) の  $-F_x$  と  $F_z$  とは力だから、この等速坐標変換で値を変えることはない。 $V$  は、運動坐標系では処女雪の速度、静止坐標系ではプラウの速度と、両坐標系での意味に相違がある。しかし値は、両坐標系で同じである。処女雪の密度  $\rho_0$ 、厚さ  $h_0$  の値も坐標変換の影響はうけない。したがって、 $-F_x$  および  $F_z$  と  $\rho_0 h_0 V^2$  との比である  $C$  および  $D$  も、この坐標変換によって値を変えない。

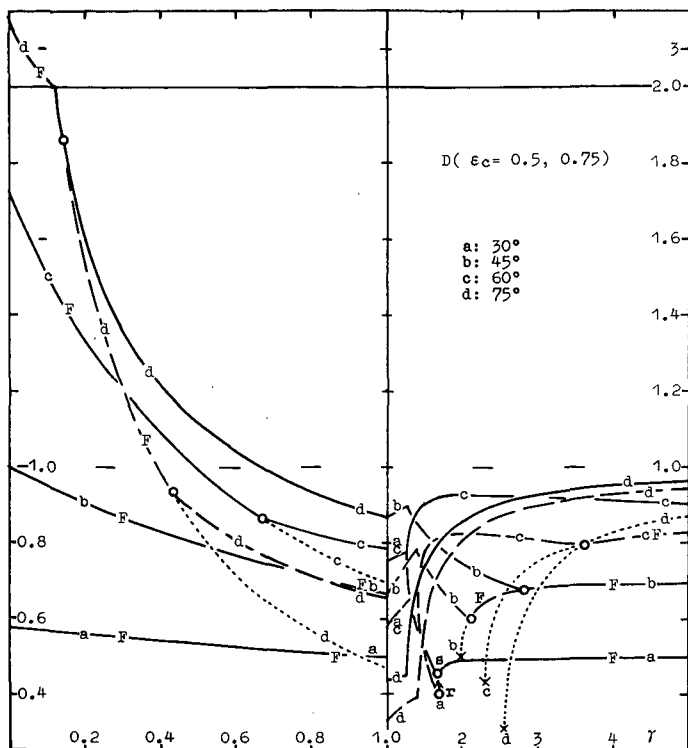
蹴あげが高速ならば、流動型のばあいでも飛散型のばあいでも、 $C$  は 2 を超えず  $D$  は 1 を超えない。運動坐標系によって見たばあい、高速蹴あげでは雪に仕事がなされない。よって、蹴あげ後の速度  $v$  あるいは  $v_C$  の上限は  $V$  である。それゆえ、雪の運動量変化の水平成分は

$$\rho_0 h_0 V \{(-V) - V\} \tag{18}$$

より大きくなることはないし、鉛直成分は



第 8 図 蹴あげられる雪がプラウ前縁を押しさげる力の係数  $D$  と速度変数  $\gamma$  との関係。 $\varepsilon_C=0.1$  のばあい。



第9図  $D$  と  $\gamma$  との関係。 $\epsilon_c=0.5$  のばあいの関係が実線で、 $\epsilon_c=0.75$  のばあいの関係が破線で示される。ただし記号 F をつけた曲線分は  $D_1$  の値を与え、 $\epsilon_c$  の値の大小にはよらない。

$$\rho_0 h_0 V(V-0) \quad (19)$$

を超えることがない。式(18)の  $(-V)$  は、処女雪がエネルギーを失わずに  $-x$  の方向へ跳ねかえされたばあいの速度、すなわち蹴あげ後の雪の速度の水平成分の下限である。式(19)の括弧内の  $V$  は蹴あげられた雪の鉛直上向き成分の上限である。ところで、地面が雪に力を加えないから、雪に力を加えるのはプラウだけとなる。よって、(18)式と(19)式との絶対値が  $-F_x$  と  $F_x$  との上限を与える。これから  $C$  が 2 を超えず  $D$  が 1 を超えないことが判る。

低速蹴あげでは地面が雪に力を加えて仕事をするから、うへの議論はなりたない。実際、第6~9図にあるとおり、 $\gamma$  が 1 より小さい低速蹴あげの領域では、 $C$  が 2 より大きく  $D$  が 1 より大きくなるばあいがある。

## V. ま と め

流動型低速蹴あげを扱った論文 III の継続であるこの論文 IV では、直角直線プラウによる飛散型低速蹴あげを理論的に考察した。論文 III までの理論に用いた仮定に加えて、飛散型蹴あげの発生機構に関して「有効歪」の仮定を新たに設定した。直角直線プラウによる高速、低速蹴あげについて得た論文 I 以降の結果を、まとめて図に表した。すなわち、速度変数  $\gamma$  と、蹴あげ直後の雪の速度とプラウの速度との比  $v/V$  および  $v_c/V$ 、蹴あげの走行抵抗係数  $C$ 、雪のプラウ前縁押さげ力の係数  $D$  との関係図である。

直角直線プラウによる蹴あげの考察は一応これで打ち切り、つぎの論文 V では実用の鋭角直線プラウによる蹴あげの考察にうつる。

この論文を書くにあたって、日本国有鉄道鉄道技術研究所の福地合一防災・雪氷研究室長、後藤巖、篠島健二両雪氷研究室主任研究員をはじめとし杉山博、中柴周三、高橋脩その他の所員から多くの有益な御教示をいただいた。ここに記して深い感謝の意を表す。

### 文 献

- 1) 吉田順五 1975 プラウ除雪の理論 III. 低温科学, 物理篇, **33**, 39-56.
- 2) 吉田順五 1974 プラウ防雪の理論 I, II. 低温科学, 物理篇, **32**, 39-53, 55-70.
- 3) 豊田利幸 1975 連続体の力学. 岩波講座現代物理学の基礎 I, 古典物理学 I, 97-100.

### Summary

(1) It was assumed in Papers I and II that snow is pulverized when uniaxial compressive strain  $\varepsilon$  in it is raised to 'strain  $\varepsilon_c$  of pulverization' which makes one of the physical features proper to the snow. Therefore, if the maximum value  $\varepsilon_M$  of  $\varepsilon$  produced in snow by a flow type kick up exceeds  $\varepsilon_c$ , the snow is pulverized and sprayed with the result that the kick up is transformed from the flow type to the spray type.

As described on p. 69 of Paper II, in case kick up is of high speed, such a transformation takes place when angle  $\theta$  reaches a critical angle  $\alpha_c$  before it arrives at scooping angle  $\alpha$  of the plough at the rear margin of the zone of kick up. Uniaxial compressive strain  $\varepsilon$  of the snow increases as the snow advances in the zone of kick up to reach  $\varepsilon_c$  at the instant when the snow is so bent that  $\theta$  becomes equal to  $\alpha_c$ , and this gives rise to pulverization of the snow. So angle  $\alpha_c$  is called 'angle of pulverization'. In case of low speed kick up, circumstances are different in that  $\varepsilon$  is raised to maximum value  $\varepsilon_M$  at point A in Figs. 1 and 2 of Paper III, that is, at the front margin of the zone of kick up, and  $\varepsilon_M$  is kept in the snow flowing up the zone without any decrease in its value as stated in the English summary of Paper III. This rise of  $\varepsilon$  to  $\varepsilon_M$  at point A, however, leads to the following contradiction if the transformation of low speed kick up from the flow type to the spray type should be brought to realization. The cause which makes  $\varepsilon$  attain  $\varepsilon_M$  at point A is the fact that the snow flows up the zone of kick up maintaining its consistence. Force of compression cannot be transferred from the zone of kick up to the snow lying in front of it if this consistence is lost. Therefore the snow should not be pulverized even if  $\varepsilon_M$  exceeds  $\varepsilon_c$ , in contradiction to the assumption that the snow is pulverized if only its  $\varepsilon$  is raised to  $\varepsilon_c$ .

In order to get rid of the above contradiction, a conception of 'effective strain of snow' is introduced. The snow is bent continuously, though quickly, as it flows up the zone of kick up and this bend will show some effect on pulverization of the snow. It will be possible to convert the strain produced in the snow through the bend to an equivalent uniaxial strain  $\varepsilon'$  which increases from zero at point A as the snow advances in the zone of kick up. The effective strain is defined by the sum  $\varepsilon'' = \varepsilon + \varepsilon'$ ,  $\varepsilon$  being uniaxial strain proper. As the snow does not lose  $\varepsilon_M$  that it attained at point A, the

effective strain which the snow has during its advance in the zone of kick up can be put equal to  $\varepsilon'' = \varepsilon_M + \varepsilon'$ .

It is assumed that what causes pulverization of snow in the zone of kick up is effective strain raised to the value of  $\varepsilon_C$ . Then the snow is not pulverized at point A, because  $\varepsilon_M$ , value of  $\varepsilon''$  at this point, remains less than  $\varepsilon_C$ . The snow keeps its consistence until it comes up to a point in the zone of kick up where its  $\varepsilon''$  reaches  $\varepsilon_C$ . Here let another assumption be made that  $\varepsilon'$  is infinitesimally small though not equal to zero. This assumption of infinitesimal  $\varepsilon'$  not only removes the above mentioned contradiction, but also leaves  $\varepsilon$  as it has hitherto been in this theory of snow removal with the result that no modification is needed to be imposed upon it.

(2) It is assumed that the snow does not change its velocity either in value or in direction when it is pulverized in the zone of kick up. Then the pulverized snow flies in the direction deviated by  $\alpha_C$  from the horizontal, and, as  $\alpha_C$  is smaller than scooping angle  $\alpha$  of the plough, it strikes the surface of the plough to be reflected in the direction deviated from the horizontal by the angle

$$\alpha_S = 2\alpha - \alpha_C. \quad (1)$$

Angle  $\alpha_C$  of pulverization is given by

$$\varepsilon_C = \gamma / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha_C), \quad (2)$$

an equation obtained by replacing  $\varepsilon_M$  and  $\alpha$  of equation (14) in the English summary of Paper III with  $\varepsilon_C$  and  $\alpha_C$  respectively. If the value of the velocity of snow at the time of pulverization is denoted by  $v_C$ , respective replacement of  $v$  and  $\alpha$  of equation (13) in the same summary with  $v_C$  and  $\alpha_C$  yields

$$v_C/V = (1 - \varepsilon_C) / \cos \alpha_C. \quad (3)$$

The right side of this equation can be regarded as a function of  $\gamma$ , because  $\alpha_C$  is known as a function of  $\gamma$  from equation (2).

Equations (12) and (15) in the English summary of Paper III modified into

$$u_A = v_C \cos \alpha_C \quad (4)$$

$$\lambda = (1 - \gamma)(2 - \varepsilon_C) \varepsilon_C \quad (5)$$

hold true for low speed kick up of the spray type. The formula

$$-F_x = h_0 k \gamma / (\gamma + 2 \cot^2 \alpha) \quad (6)$$

is derived from equations (6) and (14) in the same summary, when use is made of the relation

$$p_A = k\varepsilon_A = k\varepsilon_M. \quad (7)$$

But the above formula (6) is valid only for low speed kick up of the flow type. For low speed kick up of the spray type,  $-F_x$  is given by

$$-F_x = h_0 p_A + F_R = h_0 k\varepsilon_C + F_R, \quad (8)$$

where,  $F_R$  is the force raised by the reflection of pulverized snow on the surface of the plough. The formula for  $F_R$  is

$$F_R = \rho_0 h_0 V \cdot v_C (\cos \alpha_C - \cos \alpha_S). \quad (9)$$

(3) Last two-thirds of this Paper IV are devoted to summarising the theoretical results which have hitherto been obtained in this series of papers on kick up of snow by the front edge of a 'right-angled' plough. The adjective 'right-angled' is here used in the meaning that angle  $\beta$  between the front edge of the plough and its running course is equal to a right angle. Kick up by an acute-angled plough of  $\beta$  less than  $90^\circ$  will be discussed in the next Paper V and in those that will follow it.

Mathematical formulae giving  $\alpha_c$ ,  $v/V$ ,  $v_c/V$ ,  $\alpha_s$ ,  $C$  and  $D$  in relation to  $\gamma$  with  $\alpha$  and  $\varepsilon_c$  as parameters are collected and graphs for the formulae are shown in Figs. 1 to 9. In graphing  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  and  $75^\circ$  are chosen for the values of parameter  $\alpha$ , while three different decimal fractions 0.1, 0.5 and 0.75 are given to parameter  $\varepsilon_c$ .

プラウ除雪の理論 II, IV, V 正誤表

吉田 順五

論 文 II

ページ	上からの行数	誤	正
4 2	6	動運量	運動量
4 5	4	おぎなり	おこなり
"	6	外間	外界
5 0	1 3	言うまでない。	言うまでもない。
5 1	2 6	(3)	(3 3)
"	2 7	(3 1)	(3 4)
5 3	2 2	(3)	(4)
5 4	3 0	amount of internal	amount internal

論 文 IV

6 6	1 8	(II, 19)	(II, 20)
6 7	3	(III, 27) 式の中央項で	(II, 27) 式で
"	"	(6) と比較	(6) 式と比較
7 1	6	0.75 のばあい	0.75 とのばあい

論 文 V

7 6	1 1	速度 V	速度 V (ゴチ, イタ)
8 2	1 5	のうらから	のうちから
8 4	1 6	つまり圧雪作用	つまり圧縮作用