



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	気圧の局所急速降下による積雪の飛散 II : 膨脹流出による飛散の発生条件
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 34, 17-33
Issue Date	1977-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18295
Type	departmental bulletin paper
File Information	34_p17-33.pdf



気圧の局所急速降下による積雪の飛散 II*

—— 膨脹流出による飛散の発生条件 ——

吉 田 順 五

(北海道大学名誉教授)

(昭和51年10月受理)

I. ま え が き

同名の論文 I で、積雪内空気の圧力分布を支配する圧力方程式を導いた。また、拉致圧力勾配なるものを定義した。これは、積雪表面の雪粒を拉致し飛散させるのに必要な流速を流出空気に与えるために、積雪内空気が作りださなければならない圧力勾配の最小値である。論文 I では、さらに、急速気圧降下による積雪表面からの空気の流出は、膨脹流出と流動流出とのふたつの機構によっておこることを述べた。流動流出は、非圧縮性空気の積雪内流動の問題として扱える。この論文 II と続く論文 III とでは、膨脹流出のみによる積雪飛散の性質を探るため、圧力微分方程式と拉致圧力勾配とを用いて、積雪内空気の 1 次元純粋膨脹を理論的に考察する。

積雪は無限に広く水平につき、気圧は積雪表面全体にわたり一様に降下するものとしよう。こうすれば、論文題名にある「局所気圧降下」には反するが、流動流出がおこらないから、純粋な膨脹流出が考察できる。また、理論的計算を簡易にするため、積雪は無限に深いと仮定する。気圧急速降下は短時間で終了するから、その影響は積雪の深部には及ばない。影響の及ばない深部を切捨てれば、積雪の深さが有限なばあいの解がえられる。

飛散がはじまると積雪表面は下降する。それで、飛散がはじまる前の積雪表面を「平常積雪表面」と名づけ、その位置を原点として下にむけ位置坐標 z をとることにしよう。積雪内空気の圧力 $\varphi = p - p_0$ および飛散現象に関係するその他の量は、 z と時間 t との関数である。 p は積雪内空気の実際の圧力を、 p_0 は降下がおこる前の気圧を表す。 p_0 を「平常大気圧」と名づける。 p の代りに φ を考察すれば充分である。簡単のため、 φ を「積雪内空気の圧力」とよぶ。

積雪表面での p の値を p_s とすれば、 p_s は急速降下する気圧と常に一致する。よって、気圧降下の様式は、 $\varphi_s = p_s - p_0$ を時間 t の関数として与えれば定まる。その様式を (A) 一定速度 β での定速気圧降下、(B) 半無限正弦振動気圧による降下のふたつとする。この論文 II では、両様式の気圧急速降下が積雪飛散を発生させるのに必要な条件と、気圧降下の開始から飛散がはじまるまでの時間 t_0 とを定める。飛散開始後の積雪表面の下降は、様式 (A) の気圧降下のばあいについてのみ、論文 III で論ずる。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 1791 号

II. 定速気圧降下による積雪飛散の発生条件

論文 I の第 VI 節第 1 項で、積雪の表面の飛散は、積雪表面における積雪内空気の内むき圧力勾配 $G=(\partial\varphi/\partial z)_{z=0}$ が拉致圧力勾配 G_c に達するときに始まると仮定した。 G が、気圧降下開始時刻における値 0 から出発して G_c まで増大するには時間がかかる。 G が G_c に達する時刻が飛散開始時刻 t_0 となる。いまのばあい、積雪表面を水平とするから、 G_c は基本拉致圧力勾配 G_0 にひとしい。論文 I の第 VI 節第 2 項にあるとおり、新雪の G_0 の代表値は 0.13 mb/cm である。

まえがきで述べたとおり、平常積雪表面から鉛直下方に位置坐標 z をとる。積雪内空気の圧力 φ が満すべき圧力微分方程式 (I, 26) は、すべての現象が z 方向にのみおこるから

$$\partial\varphi/\partial t = k\partial^2\varphi/\partial z^2 \quad (1)$$

となる。(I, 26) は、論文 I の (26) 式を示す記号である。 k は積雪の圧力拡散係数で、(I, 27) 式にあるように、新雪のばあい、その代表値が $5.5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ で与えられる。

1. 飛散発生条件

気圧が一定速度 β で降下しはじめる時刻を時間 t の原点にとる。積雪内空気の圧力 $\varphi(z, t)$ の満すべき初期条件および境界条件は、それぞれ

$$\varphi(z, 0) = 0, \quad \varphi(0, t) = -\beta t (t > 0) \quad (2)$$

で与えられる。このふたつの条件を満足する圧力微分方程式 (1) の解を求めれば、積雪表面での積雪内空気の圧力勾配 G を表す式がきめられる。その解は、半無限固体の熱伝導に関する定理を用いると

$$\varphi(z, t) = -\beta t M(s), \quad M(s) = \left[(2s^2 + 1) \{1 - \Phi(s)\} - s\Phi_1(s) \right] \quad (3)$$

の形でえられる。ここに s は

$$s = z/(2\sqrt{kt}) \quad (4)$$

を表し、 $\Phi(s)$ および $\Phi_1(s)$ は、それぞれ、誤差関数およびその微分導関数

$$\Phi(s) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^s \exp(-u^2) du, \quad \Phi_1(s) = (2/\sqrt{\pi}) \exp(-s^2) \quad (5)$$

である。

式 (3) を z で微分した

$$\partial\varphi/\partial z = \beta\sqrt{t/k} \cdot N(s), \quad N(s) = \Phi_1(s) - 2s\{1 - \Phi(s)\} \quad (6)$$

で $z=0$ とおくことにより、積雪表面での積雪内空気の圧力勾配 G が t の関数として

$$G(t) = 2\beta\sqrt{t/\pi k} \quad (7)$$

によって与えられる。関数 $M(s)$ も関数 $N(s)$ も、第 1 図に示すような s の減少関数だから、任意の時刻において、 G は $\partial\varphi/\partial z$ の最大値にほかならない。よって積雪の飛散は、 $G(t)$ が基本拉

致圧力勾配 G_0 に達したとき表面飛散 (論文 I 第 VI 節第 3 項) として始まる。かくして、飛散開始時刻 t_0 は、(7) 式の $G(t)$ と t とを、それぞれ、 G_0 および t_0 とおくことにより

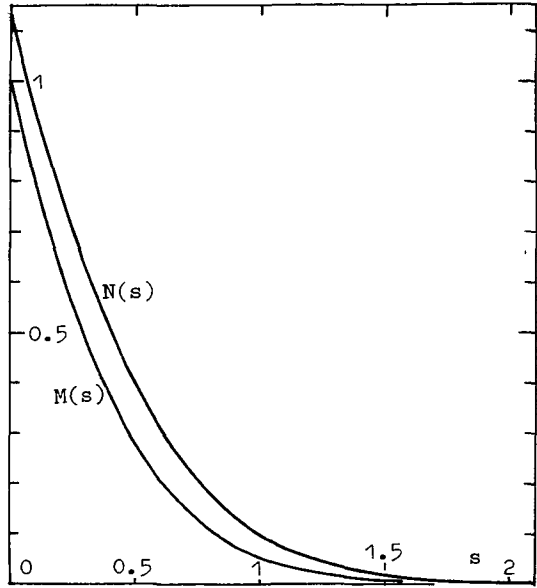
$$t_0 = \pi k G_0^2 / 4\beta^2 \quad (8)$$

として与えられる。時刻 t_0 よりまえに気圧降下が止まれば、積雪は飛散しない。よって、定速気圧降下が時間 t_0 より長く続くことが、飛散発生のための条件となる。

うえにあげた、新雪に関する G_0 と k との代表値を使うと、(8) 式は

$$t_0 = 7.3 \times 10^3 / \beta^2 \quad (9)$$

となる。ただし、 t_0 の単位には s を、 β の単位には mb/s を用いる。第 1 表に、(9)



第 1 図 関数 $M(s)$, $N(s)$ の曲線。 $dM(s)/ds = -2N(s)$ の関係がある。 $M(0)=1$, $N(0)=2/\sqrt{\pi}=1.1284$ である

式によって計算した t_0 の値、 および $\Delta p = \beta t_0$ と $l = 2\sqrt{kt_0}$ との値を示す。 Δp は時間 t_0 のあいだに生ずる気圧降下量である。 l は、この飛散現象に関連する或る基本的長さで、次の第 2 項にその説明がある。

第 1 表 代表的な新雪についての t_0 , Δp , l の値

β (mb/s)	100	500	10^3	5×10^3	10^4	5×10^4	10^5
t_0 (s)	0.73	2.9×10^{-2}	7.3×10^{-4}	2.9×10^{-4}	7.3×10^{-5}	2.9×10^{-6}	7.3×10^{-7}
Δp (mb)	73	15	7.3	1.5	0.73	0.15	0.073
l (cm)	1270	250	127	25	13	2.5	1.3

2. 無次元表示

気圧降下速度が一定であってもその値 β が違えば、また積雪の性質に差異があれば、飛散現象がいろいろに変わる。これらの違った飛散現象のあいだの相似性を明かにするために、現象に関係する量を無次元数で表すことにしよう。

第 1 表にあげた t_0 , l , Δp を単位にを使って、時間 t , 位置坐標 z , 積雪内空気の圧力 φ を、それぞれ

$$\tau = t/t_0, \quad \zeta = z/l, \quad \psi = \varphi/\Delta p \quad (10)$$

の無次元数でおきかえる。 t_0 は気圧降下開始から飛散開始までの時間、 $\Delta p = \beta t_0$ はその間に生ずる気圧降下量である。 l は

$$l = 2\sqrt{kt_0} \quad (11)$$

で定義される長さで、気圧降下の影響が積雪内部に及ぶ深さの、 $t=t_0$ でのおよその限界をあたえる。 $t=t_0$ における、積雪表面での積雪内空気の圧力 ϕ は気圧降下量 $-\beta t_0$ にひとしい。一方、 $t=t_0$ における深さ $z=l$ での ϕ の値は、(3)式と(4)式とにより $-\beta t_0 M(1)$ となる。ところで、第1図が示すように、 $M(1)$ の値は0.05にすぎない。つまり、深さ $z=l$ にいたれば、積雪内空気の圧力降下は気圧降下の僅か5%に衰えてしまう。これが、 l を、気圧降下の影響のおよぶ大凡の限界と言った理由である。

無次元数を用いると、飛散開始時刻は $\tau=1$ 、その時の気圧は $\phi=-1$ となる。よって、気圧降下速度は1で表され、飛散開始時刻にいたるまでの平常積雪表面においても、飛散開始のあと下降しつづける積雪表面においても

$$\psi = -\tau \quad (12)$$

の境界条件が満されなければならない。積雪内空気の圧力を定める圧力微分方程式は、(1)式の ϕ と t と z とを、それぞれ、 ψ と τ と ζ とでおきかえることにより

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} \quad (13)$$

にかわる。圧力拡散係数が無次元数の1/4になるわけである。それで、(4)式で定義した $s=z/(2\sqrt{kt})$ は $s=\zeta/\sqrt{\tau}$ に変る。しかし、 s はもともと無次元数だから、文字 s はそのまま保存する。

積雪内空気の圧力分布を表す(3)式は

$$\psi(\zeta, \tau) = -\tau M(s), \quad s = \zeta/\sqrt{\tau} \quad (14)$$

にかきかえられる。式(6)の圧力勾配は

$$\partial \psi / \partial \zeta = 2\sqrt{\tau} N(s) \quad (15)$$

で表される。ただし、(14)式(15)式がなりたつのは、積雪表面が平常積雪表面として $\zeta=0$ に固定されている飛散開始時刻までである。雪の飛散によって積雪表面が下降するばあい、すなわち $\tau > 1$ のばあいについては、成立しない。

本来の圧力勾配 $\partial \phi / \partial z$ と無次元圧力勾配 $\partial \psi / \partial \zeta$ とは

$$\partial \psi / \partial \zeta = (l/\Delta p) \partial \phi / \partial z = (2\sqrt{k}/\beta\sqrt{t_0}) \partial \phi / \partial z \quad (16)$$

の関係にある。本来の基本拉致圧力勾配は(8)式により $G_0 = 2\beta\sqrt{t_0/\pi k}$ と書ける。この G_0 を上の式の $\partial \phi / \partial z$ とおきかえて、無次元基本拉致圧力勾配 Γ_0 が

$$\Gamma_0 = 4/\sqrt{\pi} = 2.25676 \quad (17)$$

と定められる。

式(15)で $s=0$ とおくと、 $\zeta=0$ における $\partial \psi / \partial \zeta$ 、すなわち無次元表面圧力勾配 Γ がえられる。 $2N(0) = 4/\sqrt{\pi} = \Gamma_0$ である。よって

$$\Gamma = (\partial \psi / \partial \zeta)_{\zeta=0} = \Gamma_0 \sqrt{\tau} \quad (18)$$

と書ける。第2図は $Y = \Gamma / \Gamma_0$ と τ との関係を示す図で、曲線 OAB が $Y = \sqrt{\tau}$ を表す。 τ が1

に達するまでは飛散がおこらず、 Γ は $\sqrt{\tau}$ に比例して増す。 $\tau=1$ で気圧が -1 にさがり、 $\Gamma=\Gamma_0$ となって飛散がはじまると積雪表面は下降した。下降する積雪表面での圧力勾配 Γ と Γ_0 との比 Y は、論文IIIで示すように、曲線ACに沿って変化する。 $\tau=2$ で気圧が -2 までくざると、 Γ は $2\Gamma_0$ の値に達する。このときまでに積雪は全部飛散状態に入ってしまう。

III. 半無限正弦振動気圧による積雪飛散の発生

1. 無限正弦振動気圧による積雪内空気の圧力変化

まえがきで様式(B)の気圧降下としてあげた半無限正弦振動気圧とは、時刻 $t=0$ から周期 T で正弦的に振動しはじめる気圧のことである。この振動気圧をうける積雪のなかの空気の圧力 $\varphi=p-p_0$ は

$$\varphi(z, 0) = 0, \quad \varphi(0, t) = \varphi_0 \sin 2\pi(t/T) \tag{19}$$

の初期条件および境界条件をみたす圧力微分方程式(1)の解で与えられる。 $\varphi_0 < 0$ ならば $t=0$ が気圧降下開始時刻である。 $\varphi_0 > 0$ ならば、 $t=0$ で気圧は上昇をはじめ、 $t=T/4$ にいたって降下を開始する。

条件式(19)をみたす解を求めるための準備として、無限正弦振動気圧が積雪に作用するばあいの解 $\varphi_1(z, t)$ を考える。すなわち、初期条件 $\varphi(z, 0)=0$ の制約はうけず、ただ、

$$\varphi_1(0, t) = \varphi_0 \sin 2\pi(t/T) \tag{20}$$

と $\varphi_1(\infty, t)=0$ との境界条件をみたすだけの圧力微分方程式(1)の解である。この解は、よく知られた地中温度の日変化を表す式と形がおなじで、

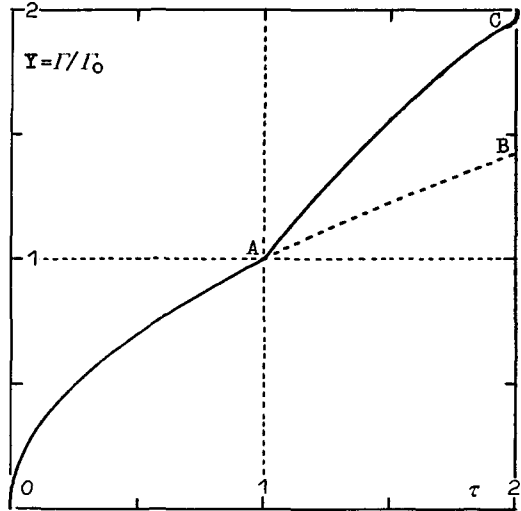
$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(z, t) &= -\varphi_0 \exp(-bz) \sin \{b(z-ct)\} \\ b &= \sqrt{\pi/kT}, \quad c = 2\sqrt{\pi(k/T)} \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

で与えられる。 b の元は長さの元の逆に、 c の元は速度の元にひとしい。それゆえ

$$b = 2\pi/L, \quad L = 2\sqrt{\pi kT} \tag{22}$$

とおくと、 L はある長さを表す。

これからあと、 φ についても φ_1 についても、 z と t との代りに



第2図 $Y=\Gamma/\Gamma_0$ と τ との関係。曲線OABが $Y=\sqrt{\tau}$ を表す。A点で積雪の飛散がはじまり、積雪表面が下降したと、論文IIIで示すように、 Y は曲線ACにそって増す。 $\tau=2$ で $Y=2$ となったときには、積雪が全部飛散状態に移行している

$$\zeta = bz = 2\pi z/L, \quad \tau = bct = 2\pi t/T \quad (23)$$

で定義される無次元の坐標 ζ と無次元の時間 τ を用いることにしよう。このふたつは、文字は同じだが、第 II 節第 2 項で用いた ζ と τ とは内容がちがう。積雪内空気の圧力の無次元表示には

$$\psi = \varphi/|\varphi_0|, \quad \psi_1 = \varphi_1/|\varphi_0| \quad (24)$$

を使う。 $|\varphi_0|$ は φ_0 の絶対値を表す。以上の無次元表示を用いると、 $\varphi_0 > 0$ ならば、(20) 式および (21) 式は、それぞれ

$$\psi_1(0, \tau) = \sin \tau, \quad \psi_1(\zeta, \tau) = -\exp(-\zeta) \sin(\zeta - \tau) \quad (25)$$

に変わる。 $\varphi_0 < 0$ のばあいには、第一式の右辺は $-\sin \tau$ となり第二式の右辺の頭にあるマイナス記号が消える。圧力微分方程式 (1) は

$$\partial\psi/\partial\tau = (1/2) \partial^2\psi/\partial\zeta^2 \quad (26)$$

に変換され、圧力拡散係数 k が無次元数 $1/2$ となる。

積雪表面における積雪内空気の圧力勾配 G_1 は、(21) 式を z で微分して $z=0$ とおくことにより

$$G_1(t) = (\partial\varphi_1/\partial z)_{z=0} = -b\varphi_0 \{ \sin(bct) + \cos(bct) \} \quad (27)$$

として与えられる。無次元系での表面圧力勾配を Γ_1 とすれば (25) 式から、 $\varphi_0 > 0$ として

$$\begin{aligned} \Gamma_1(\tau) &= (\partial\psi_1/\partial\zeta)_{\zeta=0} = -(\sin \tau + \cos \tau) \\ &= -\sqrt{2} \sin \left\{ \tau + (\pi/4) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

となるから、 G_1 と Γ_1 とは

$$\Gamma_1 = G_1/b\varphi_0 = (L/2\pi\varphi_0) G_1 \quad (29)$$

の関係にある。 $\varphi_0 < 0$ のときは、(27) 式 (28) 式の右辺の頭についたマイナス符号が、共に、プラス記号にかわる。式 (29) の関係は、 φ_0 の代りに $|\varphi_0|$ を用いれば、そのまま保存される。

基本拉致圧力勾配 G_0 を無次元化したものを Γ_0 とすれば、両者は、(29) 式の G_1 と Γ_1 との関係とおなじ関係にある。すなわち

$$\Gamma_0 = (L/2\pi|\varphi_0|) G_0 = G_0 \sqrt{k/\pi} (\sqrt{T}/|\varphi_0|) \quad (30)$$

とおける。第 I 節のまえがきで述べたように、新雪の G_0 および k の代表値は、それぞれ、 0.13 mb/cm および $5.5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ である。よって新雪のばあいの Γ_0 の代表値は

$$\Gamma_0 = 54.4 \sqrt{T}/|\varphi_0| \quad (31)$$

で表される。ただし、周期 T は s の単位で、気圧の振幅 φ_0 は mb の単位で測るものとする。基本拉致圧力勾配は、本来、積雪の性質だけで定る量である。しかし、ここに用いる無次元単位系では、積雪に作用する振動気圧の性質によっても、その値を変える。

第 2 表に、 φ_0 と T とのいくつかの値に対する Γ_0 と $\beta' = 4\varphi_0/T$ との値をのせた。正弦振動

第2表 各桁の上の数字は代表的新雪についての Γ_0 の値。
下の数字は β' (mb/s) の値

T (s)	φ_0 (mb)						
	2	3	5	10	15	20	30
0.001	0.86	0.57	0.34	0.172	0.115	0.086	0.057
	8×10^3	1.2×10^4	2×10^4	4×10^4	6×10^4	8×10^4	1.2×10^5
0.005	1.92	1.28	0.77	0.38	0.256	0.192	0.128
	1.6×10^3	2.4×10^3	4×10^3	8×10^3	1.2×10^4	1.6×10^4	2.4×10^4
0.01	2.72	1.81	1.09	0.54	0.36	0.272	0.181
	800	1.2×10^3	2×10^3	4×10^3	6×10^3	8×10^3	1.2×10^4
0.05	6.08	4.05	2.43	1.22	0.81	0.61	0.40
	160	240	400	800	1.2×10^3	1.6×10^3	2.4×10^3
0.1	15.2	5.73	3.44	1.72	1.15	0.86	0.57
	80	120	200	400	600	800	1.2×10^3

気圧の気圧降下速度は一定でないが、その平均値は β' に近い。第2表の桁ごとにあるふたつの数字のうち、上が Γ_0 の値で下が mb/s で表した β' の値である。あとの第3項、第4項で述べるように、積雪の飛散がはじまるには Γ_0 が、だいたい、1.4 より小さいことが必要である。それゆえ、第2表の階段形の太線より左下側にある Γ_0 では積雪の飛散がおこりえない。

2. 半無限正弦振動気圧による表面圧力勾配

平常積雪表面における積雪内空気の圧力勾配 $\Gamma = (\partial\psi/\partial\zeta)_{\zeta=0}$ を時間 τ の関数 $\Gamma(\tau)$ として表せば、飛散発生条件がきめられる。しばらくの間 $\varphi_0 > 0$ として考察をすすめる。

無限正弦振動気圧による積雪内空気の圧力は、 $\tau=0$ で

$$\psi_1(\zeta, 0) = -\exp(-\zeta) \sin \zeta = -g(\zeta) \quad (32)$$

にしたがって積雪内に分布する。半無限正弦振動気圧のばあいの $\tau=0$ における圧力 $\psi(\zeta, 0)$ は、積雪内いたる所で0にひとしい。それで、半無限正限振動気圧による積雪内空気の圧力の一般表示 $\psi(\zeta, \tau)$ は、(25)式の $\psi_1(\zeta, \tau)$ に、

$$\psi_2(\zeta, 0) = g(\zeta), \quad \psi_2(0, \tau) = 0 \quad (33)$$

の初期ならびに境界条件をみたす圧力方程式(26)の解 $\psi_2(\zeta, \tau)$ を加えることによって得られる。したがって、 $\Gamma(\tau)$ を求めるには

$$\Gamma_2(\tau) = (\partial\psi_2/\partial\zeta)_{\zeta=0} \quad (34)$$

と(28)式の $\Gamma_1(\tau)$ との和を作ればよい。

半無限固体内熱伝導の定理を用いると $\psi_2(\zeta, \tau)$ の表示が容易にえられる。それは、つぎの論文 III にある(16)式の右辺の第3項を取去り、積分表式のなかの関数 f を関数 g にとりかえ、 σ を $\zeta/2\sqrt{k\tau}$ でおきかえたものに他ならない。この $\psi_2(\zeta, \tau)$ を、積分表式のままで ζ について微分し、 $\zeta=0$ とおくと、 Γ_2 が

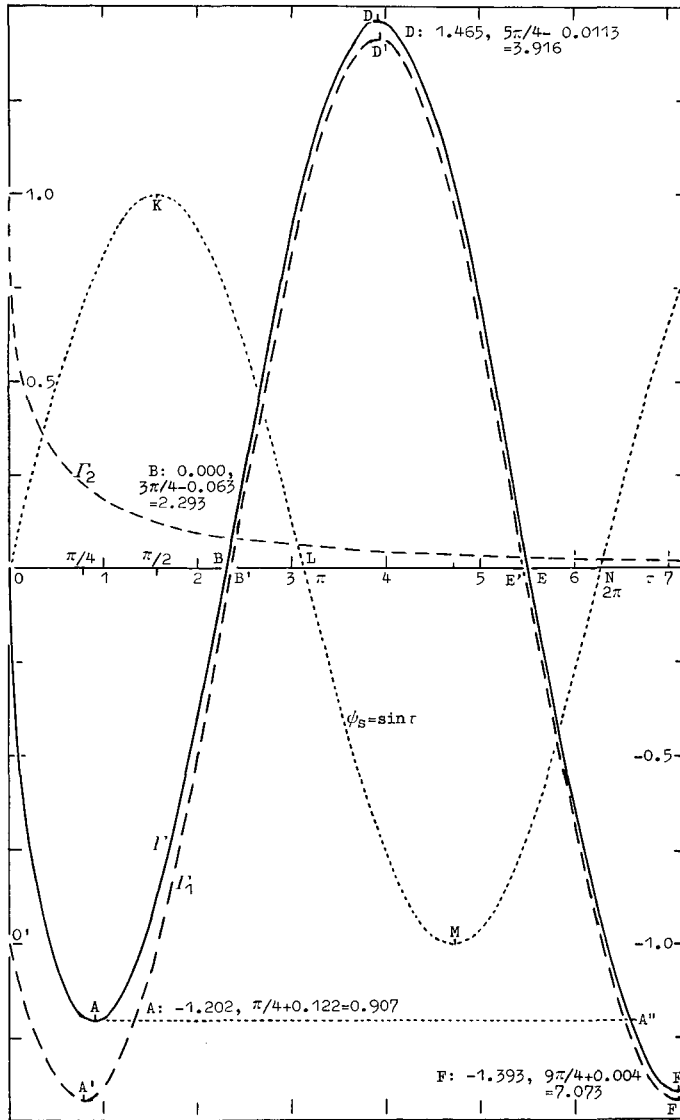
$$\Gamma_2(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi\tau}} g(0) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-u^2} g'(2\sqrt{k\tau}\cdot u) du \quad (35)$$

の形に書かれる。 $g(0)=0$ だから、右辺第 1 項は消える。 $g'(\zeta)$ は $g(\zeta)$ の導関数を表し

$$g'(\zeta) = \exp(-\zeta) \cdot (\cos \zeta - \sin \zeta) = \sqrt{2} \exp(-\zeta) \cdot \cos \left\{ \zeta + (\pi/4) \right\} \quad (36)$$

である。圧力拡散係数 k は $1/2$ にひとしいから、 $2\sqrt{k\tau} = \sqrt{2\tau}$ である。

式 (35) の積分は、性質のよく知られた関数の組合せで表せない。それで、その近似式を求



第 3 図 半無限正弦振動気圧 ϕ_s (点線) による表面圧力勾配 Γ (実線) と時間 τ との関係。 Γ_1 (破線) は無限正弦振動気圧による表面圧力勾配。無限正弦振動気圧は、 $\tau=0$ で、積雪内に圧力分布 $\{-g(\zeta)\}$ を残す。 Γ_2 (破線) は $g(\zeta)$ が作りだす表面圧力勾配。 Γ は $\Gamma_1 + \Gamma_2$ で与えられる

めよう。 $\zeta \ll 1$ として(36)式を ζ^6 の項までの冪級数に展開して積分をおこなうと、 $\tau \ll 1$ についてなりたつ

$$\Gamma_2(\tau) = 1 - 1.5958\sqrt{\tau} + \tau - 0.5\tau^2 + 0.4255\tau^2\sqrt{\tau} - (1/6)\tau^3 \quad (37)$$

がえられる。 τ が1にくらべて小さくないばあいについては、あとの第IV節第1項にあるように、 ζ の小領域ごとに $g(\zeta)$ を ζ の整多項式で表し、それから $g'(\zeta)$ の近似式を作った。この近似式を用いて積分をおこなって得たのが第IV節にある(53)式である。第3図の破曲線 Γ_2 が、0.5より小さい τ については(37)式を使い、0.5より大きい τ については(53)式を使って作った Γ_2 の曲線である。 $\tau=0.5$ での Γ_2 の値は、(37)式によると0.3010になり、(53)式によると0.3035になる。

第3図の破曲線O'A'B'D'E'F'が(28)式の Γ_1 の曲線である。 Γ_1 と Γ_2 との和を表す実曲線OABDEFが目的とした Γ を与える。 Γ が極値をとるA点D点F点、および Γ が0となるB点での τ と Γ との数値も第3図に書き入れた。各点を表す記号のすぐ次の数値が Γ の値、そのあとにあるのが τ の値である。

3. 飛散発生条件とその時刻 ($\varphi_0 > 0$ のばあい)

第3図の曲線OKLMNが示すように、 $\varphi_0 > 0$ のばあいの気圧は、まずK点まで上昇してから降下をはじめ。そのため、積雪表面における積雪内空気の圧力勾配も、B点の時刻 $\tau_B = 2.293$ までは値がマイナスで、B点で初めてプラスの値にかわる。したがって、飛散開始時刻 τ_0 は、必ず、時刻 τ_B よりあとになる。

第3図のB点をすぎたあと Γ はD点まで上昇する。それから下降にうつり、気圧振動がつけば Γ も振動をつけるが、D点の高さを超えることはない。したがって、 Γ が Γ_0 に達したとき飛散が始まるのだから、積雪の飛散がおこるためには、 Γ_0 がD点での Γ の値 $\Gamma_D = 1.465$ より小さいことが必要である。それで、 $\Gamma_0 < \Gamma_D$ を(30)式によって書きかえた

$$\varphi_0/\sqrt{T} > G_0\sqrt{k/\pi}/\Gamma_D \quad (38)$$

が、本来の単位系での飛散発生条件となる。式(31)を使うと、新雪の飛散発生条件式が

$$\varphi_0/\sqrt{T} > 37 \quad (39)$$

の形で得られる。ただし φ_0 はmbを単位として、 T はsを単位として表すものとする。

論文Iのまえがきで述べたように、時速100kmで走る新幹線列車の頭部が、線路わきに立てた側壁の前を通過するとき、側壁にかかる気圧を $p_0 + 2$ mbに上昇させた。そして、0.3s後にはそれを $p_0 - 2$ mbまで下げた¹⁾。この側壁にかかる気圧の変動は、第3図の ψ_s 曲線のO点からN点までの部分で近似してよいであろう。すると $\varphi_0 = 2$ mb、 $T/2 = 0.3$ sとおくことができ、 $\varphi_0/\sqrt{T} = 2.6$ となる。到底(39)式の条件は満足されない。それゆえ、列車床下の気圧変動が側壁上の気圧変動に近いものならば、線路上の雪が、雪のなかの空気の純粋膨脹流出だけによって飛散することはありえないことになる。

第3図の Γ -曲線のB点からD点にいたる部分は

$$\Gamma(\tau) = (\Gamma_D/\sqrt{2}) \sin(\pi/4)(\tau - \tau_B)/(\tau_D - \tau_B) \quad (40)$$

で近似できる。積雪飛散開始時刻 τ_0 は、(40) 式の Γ を Γ_0 に等しからしめる τ の値として定められる。本来の単位系での飛散開始時刻 t_0 を求めるには、この τ_0 に $T/2\pi$ を乗ずればよい。

4. 飛散発生条件とその時刻 ($\varphi_0 < 0$ のばあい)

正弦振動気圧が $t=0$ で降下しはじめる $\varphi_0 < 0$ のばあいには、無次元系での気圧 ψ_s が $-\sin \tau$ で表される。それゆえ、第3図の τ 軸から上方をマイナス方向に、下方をプラスの方向にとれば、つまり第3図を逆さにみれば、すべての曲線が、そのまま、 $\varphi_0 < 0$ のばあいの曲線として通用する。

積雪内空気の表面圧力勾配 Γ は、 $\tau=0$ で、曲線 OA にそい、正の値として急速に上昇しだし、時刻 $\tau_A=0.907$ で A 点での Γ の値 $\Gamma_A=1.202$ に達する。A 点をすぎると Γ は減少するから、飛散がおこるための条件は $\Gamma_0 < \Gamma_A$ で与えられる。この条件は、(38) 式の Γ_D を Γ_A に代えた

$$-\varphi_0 \sqrt{T} > G_0 \sqrt{k/\pi} / \Gamma_A \quad (41)$$

と同等である。 $\Gamma_A < \Gamma_D$ だから、これは(38)式の条件よりきびしい。新雪の飛散発生条件は

$$-\varphi_0 \sqrt{T} > 45 \quad (42)$$

で与えられる。 φ_0 および T を測る単位は、前項でと同様、mb および s である。

論文 I のまえがきで述べた「ほうなだれ」に伴う気圧急速降下は一回限りで終了する²⁾。それゆえ、この気圧降下は、第3図の ψ_s -曲線のうち O 点から K 点を過ぎて L 点にいたる部分で近似できる。(41) 式(42) 式は、この種の一回限りの気圧降下についての飛散発生条件である。

気圧振動が継続すると、第3図の Γ -曲線が示すように、2 回目の気圧降下のため Γ が第2の極大点 F まで昇る。F 点での Γ の値 $\Gamma_F=1.393$ は $\Gamma_A=1.202$ をかなり上まわる。それゆえ、 Γ_0 が Γ_A より大きくても Γ_F より小さければ、2 回目の気圧降下で積雪の飛散が始まる。第3図の A'' 点は A 点とおなじ高さの点である。飛散開始点は A'' 点から F 点にいたる Γ -曲線上に位置する。

第3図でみると、B 点より右では Γ -曲線と Γ_1 -曲線とがかなり接近している。それで、 $3\pi/4$ より大きい τ に対しては、 Γ_1 を Γ の代りに用いても著しい誤差は生じない。つまり、多少の誤差を許すなら

$$\Gamma(\tau) = \sqrt{2} \sin \left\{ \tau + (\pi/4) \right\} \quad (43)$$

とおける。この式の右辺は、(28) 式の右辺の頭のマイナス記号を取去ったものに他ならない。それで、第2回目の気圧降下による飛散開始時刻 τ_0 は、(43) 式の $\Gamma(\tau)$ を Γ_0 に等しからしめるような、 $3\pi/4$ より大きい τ の値としてきめられる。しかし、O 点から A 点までの Γ -曲線を(43) 式で表すのは無理である。第1回目の気圧降下による飛散の開始時刻 τ_0 を求めるには、(37) 式あるいは(53) 式と(28) 式との和で与えられる Γ の表式を使わなければならない。

IV. 表面圧力勾配の近似計算

1. 関数 $g(\zeta)$ の近似式

第 III 節の(35) 式の右辺にある $\Gamma_2(\tau)$ を定めるための積分は、 $g'(\zeta)$ が ζ の整多項式ならば、

誤差関数と初等関数との組合せで表すことができる。それで(32)式の

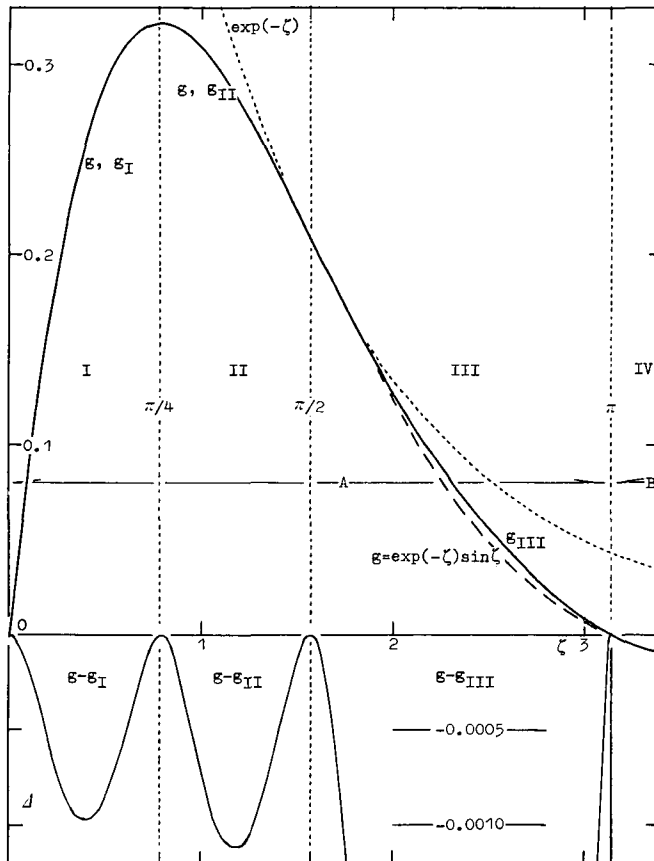
$$g(\zeta) = \exp(-\zeta) \cdot \sin \zeta \quad (44)$$

を整多項式で近似する。 $\Gamma_2(\tau)$ を求めるためだけならば、 $g'(\zeta)$ を直接近似した方が早道である。しかし、 $g(\zeta)$ の近似式の方が応用面がひろい。

独立変数 ζ の0から ∞ にいたる領域を $\pi/4, \pi/2, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 2\pi$ を境界として小領域に分け、それぞれの小領域を順にI, II, ... VI, Uと名づける。また小領域I, II, III; 小領域IV, V, VIをそれぞれまとめて、領域Aと領域Bとする。

$$g_I(\zeta) = \zeta - c_I \zeta^2 + d_I \zeta^3, \quad g_{II}(\zeta) = a_{II} - c_{II} \left(\zeta - \frac{\pi}{4}\right)^2 + d_{II} \left(\zeta - \frac{\pi}{4}\right)^3 \quad (45)$$

を小領域IとIIとでの $g(\zeta)$ の近似整多項式とした。各小領域の両端で $g(\zeta), g_I(\zeta), g_{II}(\zeta)$ の関数値および導関数値が一致するように係数の値を定めると



第4図 無限正弦振動気圧が、 $\tau=0$ で積雪内に残す圧力分布 $g(\zeta)$ とその近似整多項式とを表す曲線。破線が $g(\zeta)$ を示す。小領域I, IIでは、 $g(\zeta)$ 曲線と近似曲線とを区別して書けない。それで図の下部に、両者の差 D を拡大して示した。 g_I と g_{II} とは、小領域IとIIにおける近似式の値

$$\begin{aligned} c_{\text{I}} &= 0.97853, & d_{\text{I}} &= 0.29022, & a_{\text{II}} &= 0.32240, \\ c_{\text{II}} &= 0.29227, & d_{\text{II}} &= 0.13575 \end{aligned} \quad (46)$$

となる。小領域 III での近似整多項式は

$$g_{\text{III}}(\zeta) = a_{\text{III}} - b_{\text{III}} \left(\zeta - \frac{\pi}{2} \right) + c_{\text{III}} \left(\zeta - \frac{\pi}{2} \right)^2 \quad (47)$$

とおいた。そして、 $\zeta = \pi/2$ では関数値と導関数値とが、 $\zeta = \pi$ では関数値のみが $g(\zeta)$ と一致するように係数を定め

$$a_{\text{III}} = 0.20788, \quad b_{\text{III}} = 0.20788, \quad c_{\text{III}} = 0.04809 \quad (48)$$

をえた。

小領域 IV, V, VI での近似整多項式は $g_{\text{I}}, g_{\text{II}}, g_{\text{III}}$ の ζ を $\zeta - \pi$ に代えたものに $-\exp(-\pi)$ を乗じて作った。 g_{V} を例にとれば

$$g_{\text{V}}(\zeta) = -\exp(-\pi) g_{\text{II}}(\zeta - \pi) \quad (49)$$

である。領域 U での、すなわち、 2π より大きい ζ についての近似式は作らなかった。あとで述べるように、この領域での $g(\zeta)$ による $\Gamma_2(\tau)$ の値の分担が極めて小さいからである。

第 4 図の ζ -軸の上に書いた山形の実曲線が $g(\zeta)$ の近似整多項式 (45), (47) である。小領域 I, II では $g(\zeta)$ の曲線と近似曲線とは区別して書けないほど接近している。それで $\Delta = g(\zeta) - g_{\text{I}}(\zeta)$ と $\Delta = g(\zeta) - g_{\text{II}}(\zeta)$ とを、 ζ -軸の下側に、1 目盛りを上側の 100 倍に拡大して、曲線に表した。小領域 III の近似曲線 $g_{\text{III}}(\zeta)$ は、 $g(\zeta)$ を表す破曲線から、図に示された程度に外れる。しかし、この小領域は積雪表面から、すでに可成り距っているから、この程度の誤差のある $g_{\text{III}}(\zeta)$ を使ったとしても、 Γ_2 の値に大きな誤差をもたらさない。

2. $\Gamma_2(\tau)$ の近似式

第 1 項で求めた $g(\zeta)$ の近似整多項式を ζ で微分してえられる整多項式の ζ を $\sqrt{2\tau} \cdot u$ で置きかえる。これを (35) 式の $g'(2\sqrt{k\tau} \cdot u)$ として用い、 u について積分をおこなえば $\Gamma_2(\tau)$ を表す近似式がえられる。積分範囲は、 $g_{\text{II}}(\sqrt{2\tau} \cdot u)$ を用いた積分を例にとれば、 $(\pi/4)/\sqrt{2\tau} \sim (\pi/2)/\sqrt{2\tau}$ である。

小領域 I, II, III の各からえられる Γ_2 の近似式の和、つまり領域 A からえられる Γ_2 の近似式を $\Gamma_2(\tau, A)$; 小領域 IV, V, VI から、すなわち、領域 B からえられるものを $\Gamma_2(\tau, B)$ とすると

$$q = \pi/\sqrt{2\tau} \quad (50)$$

を使って

$$\begin{aligned} \Gamma_2(\tau, A) &= -3.4688/q + \left\{ 0.2897 \Phi(q/4) + 1.0693 \Phi(q/2) - 0.3590 \Phi(q) \right\} \\ &\quad + \tau \left\{ 0.4634 \Phi(q/4) + 0.4073 \Phi(q/2) \right\} \\ &\quad + \sqrt{2\tau} \left\{ 0.1844 \Phi_1(q/4) + 0.3404 \Phi_1(q/2) - 0.0481 \Phi_1(q) \right\} \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned}
-\Gamma_2(\tau, B) = & \left\{ -0.6803 \Phi(q) + 0.3097 \Phi(5q/4) + 0.3992 \Phi(3q/2) - 0.0286 \Phi(2q) \right\} \\
& + \tau \left\{ -0.0376 \Phi(q) + 0.0200 \Phi(5q/4) + 0.0176 \Phi(3q/2) \right\} \\
& + \sqrt{2\tau} \left\{ -0.1014 \Phi_1(q) + 0.0394 \Phi_1(5q/4) + 0.0424 \Phi_1(3q/2) - 0.0021 \Phi_1(2q) \right\} \quad (52)
\end{aligned}$$

がえられる。 Φ および Φ_1 は、(5) 式に示した誤差関数とその微分導関数とである。第 III 節第 2 項で、0.5 より大きい τ に対して用いた Γ_2 の近似式と言ったのは

$$\Gamma_2(\tau) = \Gamma_2(\tau, A) + \Gamma_2(\tau, B) \quad (53)$$

のことである。

関数 $\Gamma_2(\tau, A)$ は $\tau=0$ での値 1 から出発する τ の減少関数で、 τ が無限大に向うと 0 に漸近する。 $\Gamma_2(\tau, B)$ は $\tau=0$ で 0 である。 τ の増大とともに減少し、 $\tau=2$ で -0.0004 、 $\tau=3$ で -0.0008 の値をとったのち、5 と 6 との間のある τ の値で -0.0011 まで降ったあと増大に転ずる。 $\Gamma_2(\tau, A)$ の値は $\tau=5$ で 0.0337、 $\tau=6$ で 0.0275 である。よって $\Gamma_2(\tau)$ の値に対する $\Gamma_2(\tau, B)$ の分担率は、最大になったときでも、3% の程度にすぎない。

独立変数 ζ が 2π より大きい領域 U の $g(\zeta)$ の分担 $\Gamma_2(\tau, U)$ は更に小さい。式 (36) により

$$|g'(\zeta)| \leq h(\zeta), \quad h(\zeta) = \sqrt{2} \exp(-\zeta) \quad (54)$$

である。式 (35) の g' を h でおきかえ、 $2\pi/\sqrt{2\tau} \sim \infty$ の範囲にわたる u についての積分からえられる $\Gamma_2(\tau)$ を $\Gamma_h(\tau)$ で表そう。すると、(54) 式から

$$|\Gamma_2(\tau, U)| \leq \Gamma_h(\tau) \quad (55)$$

の関係が導かれる。 $\Gamma_h(\tau)$ は、 $\tau=0$ では 0 で、 $\tau=50$ のあたりで極大になる。ところが、その極大値は 0.00018 にすぎない。よって $\Gamma_2(\tau)$ の数値を小数点以下 4 桁目で打切るばあいには、 $\Gamma_2(\tau, U)$ を考慮する必要がない。

V. ま と め

(1) 表面が水平な無限に広く無限に深い積雪を仮想し、表面全体にわたって一様に気圧が降下するばあいに起る積雪飛散現象の発生条件を理論的に定めた。気圧降下を局所的としなかった点で、論文の題名にもとる。しかし、積雪内空気の膨脹流だけによる飛散を調べておくことが得策であると考えたため、このようにした。実際、うへのばあいには、積雪内空気の流動が鉛直方向に限られるから、流動流出の介在は全くない。

(2) 積雪表面における積雪内空気の圧力勾配 G が、論文 I の第 VI 節で定義した基本拉致圧力勾配 G_0 に達しうることが飛散発生のための条件である。積雪内空気の圧力 p は、降下する気圧と積雪表面で一致するような、論文 I の第 V 節で導いた圧力微分方程式の解として与えられる。鉛直下方にとった坐標を z とすれば、 $\partial p / \partial z$ の積雪表面での値が G にほかならない。

(3) 気圧降下としては (A) 一定速度 β での気圧降下と (B) 半無限正弦振動気圧の第一 4 半周期のあいだにおこる気圧降下、および、第一 4 半周期のあいだにおこる上昇に次ぐ第二、第三 4 半周期の気圧降下とを扱った。(B) の第 1 は、論文 I のはじめで述べた「ほうなだれ」に伴う気圧降下の模型、第 2 は、走行列車の頭部がおこす気圧降下の模型である。

(4) 表面圧力勾配 G が G_0 に達するには時間がかかる。その時間 t_0 は、定速気圧降下 (A) のばあい、第 II 節の (8) 式

$$t_0 = \pi k G_0^2 / 4 \beta^2$$

と与えられる。 k は、圧力微分方程式に現われる圧力拡散係数である。新雪のばあいにあてはめると、この式は

$$t_0 = 7.3 \times 10^3 / \beta^2$$

と書かれる。ただし、 t_0 は s で β は mb/s で測るものとする。気圧が時間 t_0 内で降下を止めれば、積雪は飛散しない。よって、気圧降下の継続時間が t_0 より長いことが、飛散発生条件となる。

(5) 前項 (4) のばあい、 β が小さいほど t_0 は長い。 t_0 が長いと気圧降下の影響が積雪内深く滲透し、 p の減少のおこる範囲が深くひろがる。積雪を無限に深くと仮定して作ったこの論文の理論を、有限な厚さ H の積雪にあてはめるには、気圧降下の影響範囲を H 以内に限定すればよい。その限定条件は、第 II 節の (11) 式で定義した $l = 2\sqrt{kt_0}$ が H をこえないとして表せる。すなわち、 t_0 には、 $H^2/4k$ より短くなくてはならないという制限が課される。

(6) 振動気圧 (B) のばあいは、第 III 節の (22), (23), (24) 式で定義される無次元数を使って論じた。第 3 図を上下さかさにして見ると、点線 OKL で、半周期のあいだにおこる (B) 第 1 のばあいの気圧降下が表される。表面圧力勾配 G の無次元表示 Γ は、実曲線 OAB にそって変化する。極大点 A での Γ および τ の値は、それぞれ、 $\Gamma_A = 1.202$ および $\tau_A = 0.907$ である。基本拉致圧力勾配 G_0 の無次元表示 Γ_0 は第 III 節の (30) 式で与えられ、 $\Gamma_0 < \Gamma_A$ ならば積雪は飛散する。これから

$$-\varphi_0/\sqrt{T} > G_0\sqrt{k/\pi}/\Gamma_A, \quad -\varphi_0/\sqrt{T} > 45$$

が飛散発生条件として得られる。第 2 式は、振動気圧の振幅 φ_0 を mb で、周期 T を s で表したとき、新雪についてなりたつ条件である。飛散開始時刻 $t_0 = T\tau_0/2\pi$ は、第 3 図の曲線 OA と Γ_0 とから τ_0 の値を定めれば得られる。

気圧振動が 1 周期より長く続くばあいには、 Γ_0 が第 3 図の F 点での値 $\Gamma_F = 1.393$ まで昇りうる。よって飛散発生条件のための条件は、うへの式で Γ_A を Γ_F にとりかえたものになる。

(7) そのままの位置の第 3 図が、(B) 第 2 のばあいの曲線を与える。気圧は、まず上昇し、K 点で降下にうつる。 Γ の最大値は D 点での値 $\Gamma_D = 1.465$ である。飛散発生条件の式を作るには、前項 (6) の式の Γ_A を Γ_D に、数字 45 を 37 に変えるだけでよい。飛散発生時刻 t_0 は、曲線 BD を使い、前項とおなじようにして定められる。

この論文を書くにあたって、北海道大学低温科学研究所の藤岡敏夫、若浜五郎両教授ならびに日本国有鉄道鉄道技術研究所の福地合一防災・雪氷研究室長および後藤巖主任研究員から親切なお世話と有益な御教示とをいただいた。ここに記して深い感謝の意を表す

文 献

- 1) Fukuchi, G. 1964 Application of axially non symmetric half bodies. Proceedings of the 14th Japan National Congress for Applied Mechanics, 127-131.
- 2) 清水 弘・藤岡敏夫・秋田谷英次・成田英器・中川正之・川田邦夫 1973 黒部峡谷高速なだれの研究, III. 低温科学, 物理篇, **32**, 113-127.

Summary

This paper II deals with studies made on the conditions for the phenomenon of snow flying to be initiated by pure 'expansion flow out' of air, which was defined in Paper I. Two types are assumed for the ways in which atmospheric pressure drops: a drop at a constant speed β and a drop induced by a sinusoidal vibration of atmospheric pressure. It is also assumed that the snow cover is infinitely deep and wide while atmospheric pressure drops evenly over its infinite horizontal surface, which situation excludes occurrence of 'migration flow out' entirely. Coordinate z is taken downward from the initial level of the surface of a snow cover. Time t is counted from the instant at which atmospheric pressure starts to change. Mathematical expressions in Paper I will be referred to by the use of notations such as (J, I, 1) and (E, I, 1), J and E meaning the Japanese text and the English summary respectively.

(1) Differential equation (E, I, 3) is simplified in this case into

$$\partial p / \partial t = k \partial^2 p / \partial z^2, \quad (1)$$

of which solution $p(z, t)$ gives the pressure of air in the interior of the snow cover if $p(0, t)$ coincides with the change in atmospheric pressure. Let G stand for $[\partial p / \partial z]_{z=0}$, gradient of p at the surface of the snow cover. As atmospheric pressure drops, G increases and the snow starts flying when G reaches 'take off pressure gradient G_0 ' defined by equation (E, I, 6).

(2) Let p_0 and p_s denote respectively the initial value of atmospheric pressure and the value of p at the surface of the snow cover. A drop in atmospheric pressure at constant speed β is expressed mathematically by

$$p_s = p_0 - \beta t, \quad (2)$$

and this boundary condition (2) yields the the solution of equation (1) in the form of

$$\varphi(z, t) = p(z, t) - p_0 = -\beta t M(s), \quad s = z / 2\sqrt{kt}, \quad (3)$$

from which is derived the equation

$$G = 2\beta\sqrt{t/\pi k}. \quad (4)$$

Expression (3) of the text gives the mathematical form of function $M(s)$; Fig. 1 of the text shows its curve.

Instant t_0 at which the snow starts flying is given by such a value of t as to make G in equation (4) equal to G_0 . The condition for initiation of snow flying can thus be said that the drop in atmospheric pressure should last longer than time t_0 . Values of t_0 are shown in Table 1 of the text, which were calculated for several values of β by the use of $k=5.5 \times 10^5$ cm²/s valid for new snow. In the same Table Δp means βt_0 , the

amount by which atmospheric pressure drops during time t_0 .

(3) If a length

$$l = 2\sqrt{kt_0}$$

is introduced, the transformations

$$\zeta = z/l, \quad \tau = t/t_0, \quad \psi = \varphi/\Delta p = (p-p_0)/\Delta p \quad (6)$$

make the quantities coming out in the article (2) change into dimensionless numbers as the arrows indicate below:

$$t_0 \rightarrow 1, \quad \beta \rightarrow 1, \quad k \rightarrow 1/4, \quad \Delta p \rightarrow 1, \quad G_0 \rightarrow \Gamma_0 = 4/\sqrt{\pi} \quad (7)$$

Length l may roughly be regarded as the limit of depth to which the influence of the drop in atmospheric pressure comes down in the snow cover, because the value of $p-p_0$ reduces at $z=l$ to one twentieth of the value at $z=0$ when the snow begins to fly at time $t=t_0$. Dimensionless variables (6) and numbers (7) will be used in the next Paper III for studying the descent of the surface of the snow cover given rise to by the flying off of snow.

(4) Suppose that atmospheric pressure p_s begins at $t=0$ to change according to

$$p_s - p_0 = \varphi_0 \sin 2\pi t/T, \quad (8)$$

then p_s drops during the first quarter period when $\varphi_0 < 0$ while it rises and drops during the first three quarters of a period when $\varphi_0 > 0$. Introduction of a length defined by

$$L = 2\sqrt{\pi k T} \quad (9)$$

and use of the dimensionless variables

$$\zeta = 2\pi z/L, \quad \tau = 2\pi t/T, \quad \psi = (p-p_0)/|\varphi_0| \quad (10)$$

bring the following transformations

$$p_s - p_0 \rightarrow \psi_s = \pm \sin \tau, \quad k \rightarrow 1/2, \quad G_0 \rightarrow \Gamma_0 = G_0 L / (2\pi |\varphi_0|) \quad (11)$$

Dimensionless form Γ_0 of 'take off pressure gradient' can again be transformed into

$$\Gamma_0 = G_0 \sqrt{k/\pi} (\sqrt{T}/|\varphi_0|) = 54.4 \sqrt{T}/|\varphi_0| \quad (12)$$

by use of equation (9). Numerical figure 54.4 is true for new snow when T and φ_0 are measured in units of s and mb respectively. Table 2 in the text gives the values of Γ_0 and of $\beta' = 4\varphi_0/T$ for selected pairs of values of T and φ_0 ; in each box of the Table the upper figure is for Γ_0 while the lower one is for β' . Quantity β' is introduced as a rough measure for the dropping speed of atmospheric pressure.

(5) In Fig. 3 of the text, dotted curve OKLMN shows $\psi_s = \sin \tau$, namely the change in atmospheric pressure for $\varphi_0 > 0$, and full curve OABDEF gives $\Gamma = [\partial\psi/\partial\zeta]_{\zeta=0}$, gradient of air pressure induced by ψ_s at the surface of the snow cover. No chance of flying is given to the snow before time $\tau_B = 2.293$ indicated by point B, because Γ is negative until this time. After time τ_B passes, Γ becomes positive to reach the maximum value of $\Gamma_D = 1.465$ at time $\tau_D = 3.916$. Therefore, if Γ_0 is smaller than Γ_D , then Γ attains the value of Γ_0 before time τ_D and the snow starts flying. Thus the condition for initiation of snow flying is given by $\Gamma_0 < \Gamma_D$, which inequality can be rewritten as

$$\varphi_0 \sqrt{T} > G_0 \sqrt{k/\pi} / \Gamma_D \quad (=37 \text{ for new snow with } \varphi_0 \text{ in mb and } T \text{ in s}). \quad (13)$$

This condition may be used for judging whether snow on the railroad track flies or not in front of a running train, because it carries at its head a ridge and a trough of air pressure.

(6) Figure 3 in the text becomes true for the case of $\varphi_0 < 0$ when looked at upside down. Change in ψ_s is shown in this case by downward convex curve OKL in the inverted Fig. 3 and it will make a close copy of the drop in atmospheric pressure which accompanies a *hō-nadare* described at the beginning of the English summary of Paper I. As soon as ψ_s starts changing, Γ begins to grow rapidly and reaches the maximum value of $\Gamma_A = 1.202$ at time $\tau_A = 0.907$. So the snow can start flying only when $\Gamma_0 < \Gamma_A$, namely, when

$$\varphi_0 / \sqrt{T} > G_0 \sqrt{k/\pi} / \Gamma_A \quad (=45 \text{ for new snow}). \quad (14)$$