HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪中の空洞における熱伝達
Author(s)	久保田, 裕士; 小島, 賢治
Citation	低温科學. 物理篇, 34, 123-132
Issue Date	1977-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18305
Type	departmental bulletin paper
File Information	34_p123-132.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Hiroshi KUBOTA and Kenji KOJIMA 1976 Heat Transfer in a Vacancy Formed Below or Within Snow. *Low Temperature Science, Ser. A, 34.* (With English Summary p. 131)

積雪中の空洞における熱伝達*

久保田裕士
(北海道大学大学院　理学研究科)
小島賢治
(低温科学研究所)

(昭和51年10月受理)

I. まえがき

積雪除去のためヒーターで局部的に雪を暖めると，ヒーターと積雪の間に空洞ができ，融雪の効率が著しく低下することが知られている。また氷河や雪渓の末端や，冬期，積雪下を川が流れている場合にも，川と氷あるいは積雪との間には空洞ができている。これらの場合の積雪下面での融雪について論じるには，空洞部分での熱伝達の機構がどのようになっているかを知る必要がある。

またある種の野外実験で，積雪中に測定器を設置して雪を元通りに埋め直そうとしても積雪中に空洞ができることが避けられないことがある。このようにしてできた空洞が，積雪中の温度場にどのような影響を与え，そのために周りの積雪の諸性質がどのように変化するかを知るためにも，空洞部分での熱伝達の機構について調べる必要がある。

そこで，1)雪の下に空洞がある場合，2)雪と雪との間に空洞がある場合について，それぞれ空洞に温度差を与えた時に，どれだけの熱が流れるかを低温実験室内で実験的に測定した。またその熱流のうち，熱放射による熱流，空気の対流・伝導による熱流，水蒸気移動による熱流がどういう割合になっているかについて調べた。

II. 測定原理

1. 雪の下に空洞がある場合

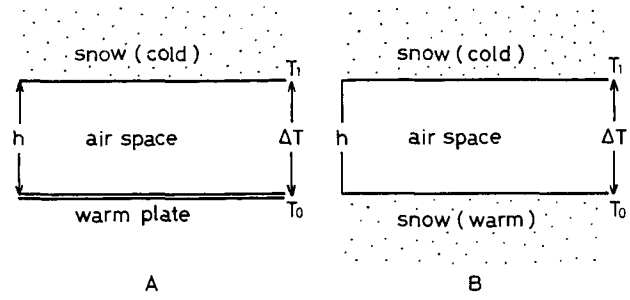
上が雪，下が水蒸気源のない固体面を上下の境界面とする水平方向に広がる空洞に，上が低温，下が高温であるような一定温度差がある場合を考える（第1図A)。この時流れる熱流としては，熱放射による熱流と対流・伝導による熱流の2種類が考えられる。

熱放射による熱流は，雪を赤外放射に関して完全黒体と見なせば，

$$q_R = \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_1^4) \qquad (1)$$

で与えられる。ここでεは空洞下面の射出率，σはStefan-Botzmann定数で，$\sigma = 1.35\times10^{-12}$ cal/cm^2·sec·°K^{4}である。またT_0, T_1はそれぞれ空洞の下面，上面の温度（°K）である。

* 北海道大学低温科学研究所業績　第1800号



第1図 空洞の模式図。A は雪の下に空洞がある場合。B は雪と雪との間に空洞がある場合

次に対流・伝導による熱流は，定常状態において，

$$q_C = \lambda \Delta T \tag{2}$$

で与えられる。ここで λ は熱伝達率，ΔT は空洞の上下の温度差である。

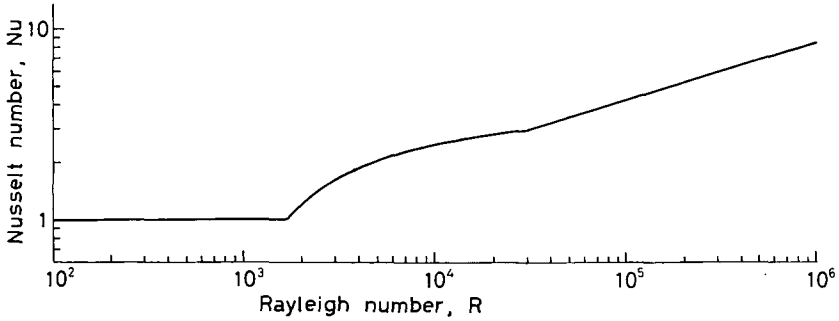
一般に上下を水平平行平板で仕切られた流体中での自然対流による熱伝達に関して，Nusselt 数が Rayleigh 数だけで決まることが知られている[1]。Nusselt 数とは，

$$Nu = \frac{\lambda h}{k} \tag{3}$$

で定義される無次元量で，伝導のみによる熱流に対する対流・伝導による熱流の比の意味を持つ。ここで k は流体の熱伝導率，h は流体層の厚さである。また Rayleigh 数とは，

$$R = \frac{g\alpha \Delta T h^3}{\kappa \nu} \tag{4}$$

で定義される無次元量で，κ は流体の温度拡散率，ν は動粘性係数，g は重力加速度，α は流体の体膨張係数である。第2図に Silveston[1] による Rayleigh 数と Nusselt 数の関係を示した。$R<1700$ の時対流は起こらず，熱伝達は伝導のみによって行なわれ，$R>1700$ では対流が起こり，Rayleigh 数の増加とともに Nusselt 数が増加することが示されている。$R=1700$ とは，空気の場合，空気層の厚さが 1 cm の時で 13 度の温度差，2 cm の時で 1.6 度の温度差に相当する。空洞の厚さ h と温度差 ΔT がわかれば，第2図を用いることにより熱伝達率 λ を計算することができ，空洞での対流・伝導による熱流が求められる。



第2図 Rayleigh 数と Nusselt 数の関係。(Silveston による)

よって空洞部分を流れる全熱流,

$$q = q_R + q_C$$
$$= \varepsilon\sigma(T_0^4 - T_1^4) + \lambda \Delta T \qquad (5)$$

は，空洞下面の射出率 ε，上下の温度 T_1，T_0 及び空洞の厚さ h がわかれば求められる。

2. 雪と雪との間に空洞がある場合

次に上下とも雪を境界面とする空洞の場合を考える（第1図 B)。この時流れる熱流としては，熱放射による熱流，対流・伝導による熱流，水蒸気移動による熱流の3種類が考えられる。

熱放射による熱流は，再び雪を赤外放射に関して完全黒体と見なせば,

$$q_R = \sigma(T_0^4 - T_1^4) \qquad (6)$$

で与えられる。

対流・伝導による熱流は，1) と同様な方法により空洞の厚さと温度差からめ求められる。

水蒸気の移動量は次の式で与えられる。

$$m = \lambda_D \rho (w_0 - w_1) \qquad (7)$$

ここで m は単位時間あたりに単位面積を通る水蒸気の質量，ρ は空気の密度，λ_D は物質伝達率，w_0, w_1 はそれぞれ空洞下面及び上面での水蒸気の質量濃度である。この式はまた，理想気体の状態方程式を使えば次のように表わすことができる。

$$m = \lambda_D \left(\frac{M}{R}\right)\left(\frac{p_0}{T_0} - \frac{p_1}{T_1}\right) \qquad (8)$$

ここで M は水の分子量，R は気体定数，p_0, p_1 はそれぞれ空洞下面及び上面での水蒸気圧である。今の場合 p_0, p_1 は飽和水蒸気圧に等しいと考えられるので，これらは空洞上下の温度によって決まる量である。

物質伝達に関する無次元量である Sherwood 数は次の式で定義される。

$$Sh = \frac{\lambda_D h}{D} \qquad (9)$$

ここで D は水蒸気が空気中へ拡散する場合の拡散係数で，温度によって決まった値をとる。今，空洞における対流・伝導による熱伝達と水蒸気移動について，熱伝達と物質伝達のアナロジーが成り立つと仮定すれば，Nusselt 数と Sherwood 数は値が等しくなると考えられる。よって空洞の厚さ h と温度差 ΔT がわかれば，第2図を用いることにより，物質伝達率 λ_D も計算することができ，空洞での水蒸気移動量が求められる。

従って空洞部分を流れる全熱流は,

$$q = q_R + q_C + q_V$$
$$= \sigma(T_0^4 - T_1^4) + \lambda \Delta T + L\lambda_D \left(\frac{M}{R}\right)\left(\frac{p_0}{T_0} - \frac{p_1}{T_1}\right) \qquad (10)$$

となる。ここで L は水蒸気の昇華・凝結による潜熱で $L=675$ cal/gr である。この場合も全熱流は，空洞上下の温度及び空洞の厚さがわかれば求められる。

以上の考えのもとに空洞に上が低温，下が高温であるような温度差を与え，流れる全熱流を測定した。

III. 実験装置及び方法

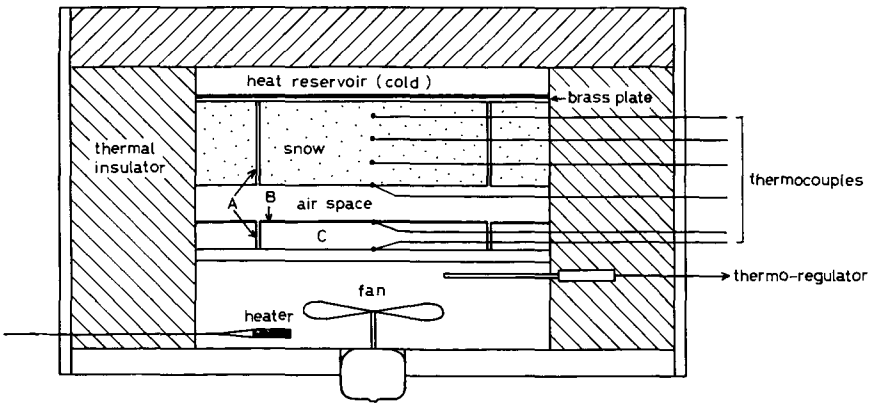
第3図に実験装置の概略を示す。上の熱源（低温部）は恒温槽から灯油を循環させて一定温度に保った。下の熱源（高温部）は電熱ヒーター，ファン及び温度調節器により一定温度に保った。

第3図においてCは熱流測定用の厚さ2 cmのシリコンゴム板である。熱流はあらかじめ求めておいたシリコンゴムの熱伝導率と，シリコンゴム板上下の温度差から求めた。シリコンゴム板上下の温度は，直径0.1 mmの銅-コンスタンタン熱電対をシリコンゴム板の上下で真鍮板との間にはさんで測定した。シリコンゴム板の熱伝導率は，厚さ5 cmの気泡を含まない市販氷の熱伝導率を既知のものとし，比較測定することにより求めた。市販氷の熱伝導率の値は，Ratcliffe[2]の測定によるものを用いた。得られたシリコンゴム板の熱伝導率の値は，0.59×10^{-3} cal/cm·sec·degであった。

シリコンゴム板の上にはつや消し黒のアクリル・ラッカーを塗った厚さ0.5 mmの真鍮板をのせた。雪の下に空洞がある場合の実験では，この真鍮板が空洞の下面となる。アクリル・ラッカーの射出率については詳しい値はわからないが，0.9から1の間にあるものと考えられる。実験結果の解析においてはアクリル・ラッカーの射出率を1と仮定した。雪と雪との間に空洞がある場合の実験においては，真鍮板の上に厚さ1.5 cmの雪をのせた。

雪試料，真鍮板，シリコンゴム板は中央の測定部分とその周りの部分とに分離し，測定部分ではできるだけ横方向の熱の流れがないようにした。測定部分の水平断面は，一辺の長さが18 cmの正方形である。

雪試料はすべて密度約0.42 g/cm^{3}前後のしまり雪で，上部の真鍮板に付着させることにより浮かせた。真鍮板をのせた雪試料に適当な温度勾配を10時間以上かけておくと雪は真鍮板に強く凍着するから，真鍮板を支えておけば雪の下に空洞を作ることができる。空洞の厚さは，0.8 cm, 1.0 cm, 1.5 cm, 2.0 cm, 3.0 cm, 5.0 cmの6種類について実験した。



第3図 実験装置の概略。Aは1 mm程度のすき間。Bはラッカーを塗った真鍮板。Cは熱流測定用のシリコンゴム

空洞上下の温度を測定するために，雪の表面には直径0.1 mm の銅-コンスタンタン熱電対を氷づけにして測定した。またラッカーを塗った真鍮板の表面温度は，真鍮板とシリコンゴム板の間にはさんだ熱電対で測定された値を用いた。空洞に与えられた温度差は雪の下に空洞がある場合で2.6度から10.3度の範囲，雪と雪との間に空洞がある場合では2.5度から9.0度の範囲であった。また空洞部分の平均温度は雪の下に空洞がある場合で −0.1°C から −3.9°C の範囲，雪と雪との間に空洞がある場合では −5.9°C から −9.3°C の範囲であった。

この他参考までに雪試料中の温度も数カ所測定した。

IV. 結果及び考察

1. 雪の下に空洞がある場合

第4図は雪の下に空洞がある場合について，空洞上下の温度差と熱流の関係を空洞の厚さ別に示したものである。黒丸は測定された全熱流である。また柱状図はそれぞれの場合の空洞上下の温度及び空洞の厚さから，II で述べた方法により熱流の各成分を計算で求めたものである。

空洞を流れる全熱流については，測定で求められるものは計算で求められたものより多少大きめに出たが，ほぼ一致した値が得られた。空洞を流れる全熱流が，空洞の厚さにはあまり依存せず温度差だけでほぼ決まっているのが特徴的なことである。

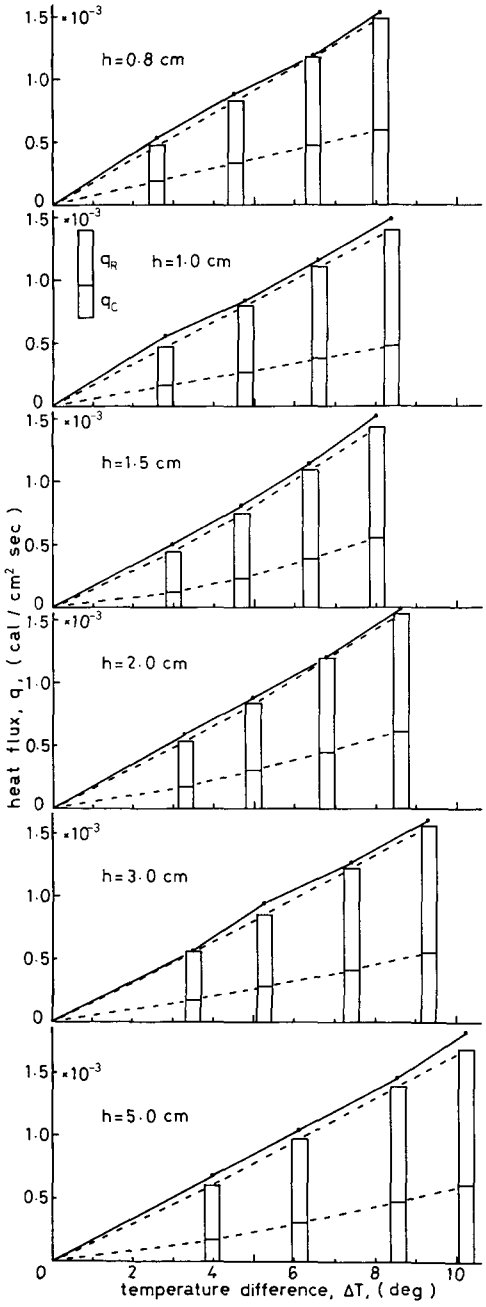
熱流の各成分については，実験したどの場合についても熱放射によるものが半分以上を占めていることがわかる。対流・伝導による熱伝達については，それぞれの場合に対応するRayleigh 数の値と対流の有無を第1表に示した。対流の有無は Rayleigh 数だけで判断した。

2. 雪と雪との間に空洞がある場合

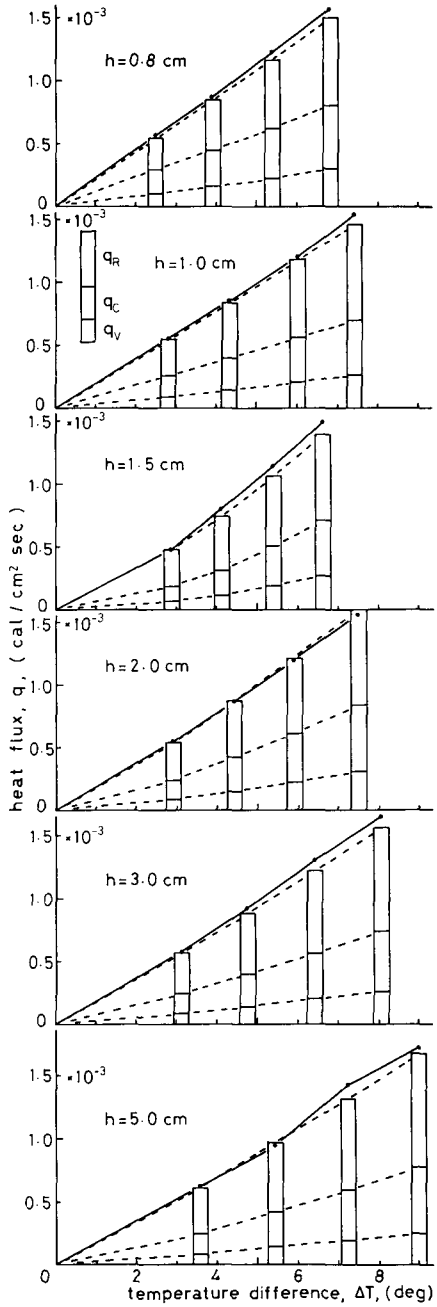
この場合についても同様の図を第5図に示す。空洞を流れる全熱流についてはやはり測定で求められたものと計算で求められたものはほぼ一致した。全熱流が空洞上下の温度差だけで

第 1 表

空洞の厚さ	0.8 cm				1.0 cm			
温度差	2.6 度	4.6	6.5	8.1	2.8 度	4.8	6.6	8.4
Rayleigh 数	180	320	450	570	380	660	900	1100
対流の有無	無	無	無	無	無	無	無	無
空洞の厚さ	1.5 cm				2.0 cm			
温度差	3.0 度	4.7	6.4	8.1	3.3 度	5.0	6.8	8.7
Rayleigh 数	1400	2200	2900	3700	3600	5400	7500	9600
対流の有無	無	有	有	有	有	有	有	有
空洞の厚さ	3.0 cm				5.0 cm			
温度差	3.5 度	5.3	7.4	9.3	4.0 度	6.2	8.6	10.3
Rayleigh 数	13000	20000	28000	35000	69000	110000	150000	190000
対流の有無	有	有	有	有	有	有	有	有



第4図 雪の下に空洞がある場合の空洞上下の温度差と熱流の関係



第5図 雪と雪との間に空洞がある場合の空洞上下の温度差と熱流の関係

ほぼ決まっている様子も1)の場合と同様である。

熱流の各成分については，どの場合についても熱放射によるものが一番多く約半分を占めている。次いで対流・伝導によるものが多く，水蒸気移動によるものが一番少ない。ただし氷の飽和蒸気圧は温度の上昇とともに指数関数的に増大するので，水蒸気移動による熱流は空洞

第 2 表

空洞の厚さ	0.8 cm				1.0 cm			
温度差	2.5 度	3.9	5.4	6.8	2.8 度	4.3	6.0	7.4
Rayleigh 数	190	300	410	520	420	650	890	1100
対流の有無	無	無	無	無	無	無	無	無
空洞の厚さ	1.5 cm				2.0 cm			
温度差	2.9 度	4.2	5.4	6.7	3.0 度	4.5	5.9	7.5
Rayleigh 数	1500	2100	2700	3300	3600	5400	7100	9000
対流の有無	無	有	有	有	有	有	有	有
空洞の厚さ	3.0 cm				5.0 cm			
温度差	3.2 度	4.8	6.4	8.1	3.6 度	5.5	7.3	9.0
Rayleigh 数	13000	19000	26000	33000	68000	100000	140000	170000
対流の有無	有	有	有	有	有	有	有	有

部分の平均温度が高いほど大きくなる。この実験を行なった際の空洞部分の平均温度は，すべて −5.9°C から −9.3°C の範囲にある。

第 2 表にそれぞれの場合に対応する Rayleigh 数の値と対流の有無を示した。

V. 空洞の上面が雪，下面が水である場合についての考察

雪渓の下を水が流れ空洞が形成されている場合，空洞部分でどれくらいの融雪量があるかということは興味ある問題である。そこでこれを上が全層 0°C の雪，下が水面であるような空洞での熱伝達の問題としてとらえ，空洞の厚さの増加とともに全熱流（＝融雪熱量）がどのように変化していくかを計算してみた。ただし水の流れが引き起こす強制対流や外気の流入はないものとした。計算方法は II で述べた方法を用いたが，Rayleigh 数から Nusselt 数を求める際には計算に便利な O'Toole と Silveston[3] による次の実験式を用いた。

$$Nu = 0.00238\,R^{0.816} \qquad 1700 < R < 3500 \tag{11}$$

$$Nu = 0.229\,R^{0.252} \qquad 3500 < R < 10^5 \tag{12}$$

$$Nu = 0.104\,R^{0.305}Pr^{0.084} \qquad 10^5 < R < 10^9 \tag{13}$$

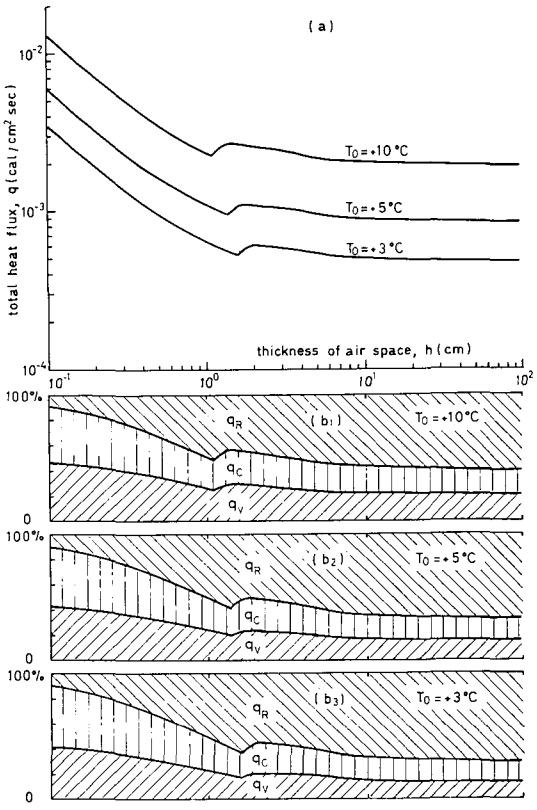
ここで Pr は Prandtl 数で，空気の場合 $Pr=0.72$ である。$R<1700$ ではもちろん $Nu=1$ である。水蒸気移動による熱流はこの場合水の蒸発・凝結による熱流であるから，潜熱 L は 596 cal/gr を用いた。また水の射出率は 1 とした。

計算結果を第 6 図に示す。(a) は空洞の厚さによって空洞を流れる全熱流がどのように変わるかを，両軸とも対数で目盛って示したものである。水温が 3°C, 5°C, 10°C の 3 つの場合を計算した。空洞の厚さは 1 mm から 1 m までについて計算してある。空洞の厚さが小さいうちは対流は起こらず，空洞の厚さの増加とともに熱流は急激に減少する。対流が起こり始める時の空洞の厚さは，水温が 10°C の時で 1.1 cm, 5°C の時で 1.4 cm, 3°C の時で 1.6 cm である。さ

らに空洞が大きくなると熱流は多少増加した後，徐々に減少する。

対流が起こっている場合には，空洞の厚さの変化に対して熱流はあまり大きな変化をしないので，空洞がある程度以上大きい時の空洞部分での融雪量は，ほぼ一定であることが予想される。この時の1日あたりの融雪量は水温が3°C の時で約6 gr/cm², 5°C の時で約 10 gr/cm², 10°C の時で約 25 gr/cm² と考えられる。

第6図 (b_1)～(b_3) はそれぞれの水温の場合について，空洞の厚さによって熱流の各成分の割合がどのように変化していくかを示したものである。空洞の厚さが数 mm 以内の時は伝導，水蒸気移動による熱流が大部分を占めるが，空洞の厚さが大きい時は放射が一番大きい割合を占める。



第6図 (a) 上面と下面とがそれぞれ雪と水である空洞における空洞の厚さと全熱流の関係。(b) 厚さと熱流各成分の割合との関係

VI. 結　論

今回の実験により雪の下に空洞がある場合，あるいは雪と雪との間に空洞がある場合に空洞部分を流れる熱流は，II で述べたような熱伝達の機構を仮定して空洞上下の温度と空洞の厚さから計算できることがわかった。このような場合の熱伝達では，空洞の厚さがある程度（約1 cm）以上大きければ流れる全熱流は空洞上下の温度差だけでほぼ決まり，空洞の厚さにはあまり依存しないのが特徴的なことである。また空洞の上下面が赤外放射に関して完全黒体に近い場合は，熱流の各成分のうち熱放射によるものが一番大きい割合を占めるということも言える。水蒸気移動による熱流は空洞部分の平均温度の上昇とともに増加するため，空洞の下が水面であるような場合には対流・伝導による熱流と同程度かそれ以上になる。しかし雪と雪との間にはさまれた空洞では，熱流の各成分のうちで水蒸気移動によるものの占める割合は最も小さくなる。

この研究を行なうにあたって低温科学研究所融雪科学部門の諸氏の他，特に北大工学部の関信弘教授，菅原征洋助手からは，種々の有益な御助言や御尽力をいただいた。ここに心から感謝の意を表わします。なお，この論文は著者の一人（久保田）の北大大学院理学研究科修士課程の修了研究を基に実験装置を改良して再実験を重ねた結果に依るものである。

文　献

1) Silveston, P. L. 1958 Wärmedurchgang in waagerechten Flüssigkeitsschichten. *Forsch. Ing. Wes.*, **24**, 29-32 und 59-69.
2) Ratcliffe, R. H. 1962 The thermal conductivity of ice, new dada on the temperature coefficient. *Phil. Mag.*, **7**, 1197-1203.
3) O'Toole, J. L. and Silveston, P. L. 1961 Correlation of convective heat transfer in confined horizontal layers. *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.*, **57**, 81-86.

Summary

A series of laboratory experiments was carried out on heat transfer in a vacancy formed below or within snow, and its mechanism was discussed. A horizontally extending air space was made below or within a snow block with an area of 28×28 cm and a thickness ranging from 0.8 to 5.0 cm. The top of this air space formed a boundary between air and snow, as is called the upper boundary. The bottom was a lacquered solid surface (Case 1) or a boundary between air and snow (Case 2), both of which are called the lower boundary. As regards the solid surface, it has no source of water vapor and is approximated to be a black body for thermal radiation. Total heat fluxes through these boundaries were measured by keeping the upper boundary colder and the lower boundary warmer with a temperature difference of 3 to 10°C.

In case 1 exist the radiative heat transfer and also the heat transfer by free convection and conduction. The total heat flux may be written as

$$q = \sigma(T_0^4 - T_1^4) + \lambda \Delta T,$$

where σ is the Stefan-Boltzmann constant, T_0 and T_1 are the temperatures of the lower and the upper boundary respectively, λ is the coefficient of heat transfer by both convection and conduction, and ΔT is the temperature difference between the boundaries. Then λ can be determined by the thickness of the air space and the temperature difference between the boundaries from the relation obtained by Silveston (1958) between the Rayleigh number and the Nusselt number. Consequently the total heat flux can be calculated from the temperatures of the upper and the lower boundary and the thickness of the air space.

In case 2 the heat transfer due to vapor transfer exists in addition to the radiative heat transfer and the convective and conductive heat transfer. The total heat flux may be written as

$$q = \sigma(T_0^4 - T_1^4) + \lambda \Delta T + L\lambda_D \left(\frac{M}{R}\right)\left(\frac{p_0}{T_0} - \frac{p_0}{T_1}\right),$$

where L is the latent heat of sublimation of ice, λ_D is the mass transfer coefficient, M is the molecular weight of water, R is the gas constant, and p_0 and p_1 are the saturated water vapor pressures at the temperatures of the lower and the upper boundary respectively. Postulating the analogy of heat transfer and mass transfer in the convective and conductive heat transfer and the vapor transfer, λ_D can be determined by the thickness of the air space and the temperature difference between the two boundaries from the same relation used in case 1. Consequently the total heat flux can be calculated

from the temperatures of the upper and the lower boundary and the thickness of the air space.

Both in case 1 and 2 measured values of the total heat flux were in good agreement with calculated values. In the heat transfer processes considered here, it is characteristic that the total heat flux is practically determined only by the temperature difference between the boundaries. Concerning the proportion of each heat flux, the heat flux due to radiative heat transfer is more than a half of the total in case 1. In case 2 it is about a half of the total, and the heat flux due to vapor transfer is least.

Finally discussions were made about the heat transfer in the air space bounded by wet snow (upper boundary) and water (lower boundary). The relations between the total heat flux (corresponding to the heat flux of snow melt) and the thickness of the air space were obtained by calculation taking water temperatures 3, 5 and 10°C. The total heat flux does not vary so much with the thickness of the air space when the convective motion takes place in the air space. So the quantity of snow melt in the air space is expected to be approximately constant when the thickness of the air space is large. The quantities of snow melt in such an occasion were estimated to be approximately 6, 10 and 25 $g/cm^2 \cdot day$ respectively when the water temperatures were 3, 5 and 10°C. Concerning the proportion of each heat flux, the heat fluxes of conductive heat transfer and the heat transfer due to vapor diffusion are largest when the thickness of the air space is smaller than a few millimeters. When the thickness of the air space is large, the percentage of the heat flux of radiative heat transfer is largest. Both the fluxes of the convective and conductive heat transfer and the heat transfer due to vapor transfer are of about the same magnitude for the cases in which the air spaces is bounded by wet snow and water.

The results obtained in this study seem to be useful for the analysis of the heat transfer process in a vacancy which is formed under a snowpatch or of the heat transfer process of a snow-covered stream, and also useful for the study of artificial snow melting by heaters which often make vacancies between the heaters and snow.