



Title	風が誘起する雪内気流
Author(s)	吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo
Citation	低温科学. 物理篇, 35, 47-65
Issue Date	1978-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18326
Type	departmental bulletin paper
File Information	35_p47-65.pdf



風が誘起する雪内気流*

吉田 順五

(北海道大学名誉教授)

(昭和52年10月受理)

I. ま え が き

大浦とその共同研究者とは、次の第II節で説明するように、雪面上を吹く風が積雪内部に弱い気流を誘起することを発見した¹⁾。この論文は、この誘起された「雪内気流」の発生機構に関する理論的考察である。雪内気流を発生させる力としては、風が雪面に加える剪断力と風の乱流によって雪面に生ずる変動気圧とのふたつを考える。剪断力を原因とする理論を「剪断力理論」変動気圧を原因とする理論を「変動気圧理論」と名づけよう。剪断力理論は風に平行に流れる定常な雪内気流を与え、変動気圧理論は流速ベクトルが一定値を保ったまま一定速度で回転する雪内気流を与える。前者を「定常雪内気流」後者を「変動雪内気流」と呼び、実際の雪内気流は、これらふたつが重畳した「合成雪内気流」であると考えられる。

II. 観測とその結果

1. 雪内気流観測のあらまし

大浦たちは、 -5°C の低温実験室に設けられた断面 $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ の風洞の床面を、厚さ 2.5 cm の新雪の板の上面でおきかえた。上面から 5 mm の深さに、長さ 20 mm 直径 4 mm の肉のうすい保護円筒を水平に埋めた。円筒の軸は風洞の軸と平行である。円筒内には雪がなく円筒の中心には熱線風速計の感部がとりつけてある。風洞を運転したら熱線風速計が雪内気流の発生を示した。風洞中心の風速 U が $5\sim 7\text{ m/s}$ のときの雪内気流の流速 q は 30 cm/s であった。風を強くして U を 13 m/s にしたら、 q も 70 cm/s にのぼった。

野外につもった自然積雪においても、雪内気流が観測された。小林は、厚さ 1 cm の新雪表層でおおわれた積雪の表面下 5 mm の深さに、熱膜風速計の感部をおいた²⁾。感部は新雪層を折半する高さに位するわけである。雪面上 68 cm での風速が $2\sim 4\text{ m/s}$ のとき、熱膜風速計は流速 $9\sim 12\text{ cm/s}$ の雪内気流の存在を示した。

雪内気流と名づけたものの、この気流は存在が雪面に近いうすい雪層内に限られる。これは、雪面から僅か 5 mm くだった極めて浅い所ですら数 10 cm/s の流速に落ちてしまうほど減衰が激しいためである。しかし、このように限定された雪内気流でも、地ふぶき発生には相当な役割を演じるかも知れない。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第1845号

2. 理論の結果の検討に使う観測値

剪断力理論では、直接には測定しにくい雪面での平均風速 U_s を用いる。小林は、上記の雪内気流観測をふくむ一連の観測²⁾において、雪面上いろいろな高さ Z での平均風速 U_z を測定し

$$U_z = (1/k')\sqrt{\tau_s/\rho} \ln \left\{ (Z+d)/Z_0 \right\} \quad (1)$$

の関係が、雪面にいたるまで正確になりたつことを確めた。それとともに、(1)式のなかの常数 τ_s , d , Z_0 の値も決定した。 k' と ρ とはカルマン常数と空気の密度とで、値は既知である。 τ_s , d , Z_0 はそれぞれ、風が単位雪面に加える剪断力、地面修正値、雪面粗度である。式(1)で $Z=0$ とおけば U_s が求められる。雪内気流の流速として 9~12 cm/s がえられた前項の観測のばあい(1)式をあてはめると、 U_s は 150 cm/s 前後の値となる。

剪断力理論には、また、風が雪面の単位面積ごとに加える上記の剪断力 τ_s も必要である。小林は、 τ_s を直接にも測定した。深さ 2 cm, 広さ 28 cm × 135 cm のアルミニウムの平箱に雪をいれ、その上面が積雪表面の一部をなすように積雪中に埋める。そして、平箱にかかる風の水平力を測定すれば τ_s が直接に求められる。こうして得られた τ_s の実測値と(1)式を定めるときに得られた τ_s の計算値とは、だいたいにおいて、一致した。

小林がえた以上の観測結果によって

$$U_s = 150 \text{ cm/s}, \quad \tau_s = 1 \sim 3 \text{ dyne/cm}^2, \quad q^* = 10 \text{ cm/s} \quad (2)$$

を選び、これを剪断力理論の結果を検討するための数値として用いる。これ以外に、うえの3箇の値をそろえた観測例がない。 q^* は雪面下 5 mm の深さでの雪内気流の流速を表す。野外積雪についての τ_s は、計算値も実測値も分散が甚しい。それで τ_s の値には、うえのように幅をもたせた。

将来は別として現在は、観測された雪内気流の流速 q^* を定常雪内気流の分と変動雪内気流の分とに分割できない。大浦たちは、熱線風速計のほかにピトー管風速計も使って、この分割を試みたが成功しなかった¹⁾。

III. 剪断力理論

1. 雪内気流の流速に関する仮定

剪断力理論は、まえがきで述べたとおり、雪面を吹く風が雪面に加える剪断力を雪内気流の発生原因と考える理論である。雪面にそって風の吹く方向に座標 x をおく。鉛直上方をむけて座標 Z をとると、単位雪面に風が与える剪断力を正の剪断応力 τ_s として表わすことができる。 τ_s の一部は、積雪を構成する氷の骨組に剪断歪を与えるのに使われ、残部は氷の骨組の空隙を満す雪内空気に運動をおこさせるのに使われる。この雪内空気の運動が、剪断力理論での雪内気流であるが、定常であるため「定常雪内気流」とよぶ。

雪内気流の微視的運動は氷の骨組のあいだを縫う複雑な流動である。しかし、その巨視的運動の速度である平均速度 u は x の正の方向をむく。雪面を吹く風は定常で x 方向に均一であると仮定しよう。すると u には時間的变化も x による変化も生じない。このような定常で

x 方向に均一な定常雪内気流を求めるのが、この論文における、剪断力理論の目的である。これからあと u を、形容詞「平均」を省いて単に流速とよぶ。

流速 u は、筆者が文献(4)の論文で空隙流速と名づけたもので、濾過流速 u' とは違う。積雪の空隙率を ε とすれば $u' = \varepsilon u$ の関係がある。

2. 剪断応力方程式

積雪内部に一枚の水平面を仮想する。この水平面の単位面積のうち $(1-\varepsilon)$ は氷の骨組の切断面によって占められ、残りの ε が雪内空気の切断面となる。空気の切断面上の微視的剪断応力の平均値を τ' とすれば、 τ' には x 方向に直角な成分はない。雪面を吹く風は定常で x 方向に均一であるとするから、 τ' も x 方向に均一で時間的に変化しない。また $\partial u/\partial t = 0$, $\partial u/\partial x = 0$ だから、雪内空気の流動の加速度は 0 である。よって、座標 z を雪面から鉛直下むきにとり、座標が z と $z+dz$ にひとしい 2 枚の単位水平面ではさまれた空気に運動の法則をあてはめると

$$\varepsilon(\tau' + d\tau') - \varepsilon\tau' = \varepsilon(u'/B) dz \quad (3)$$

がなりたつ。式(3)の右辺は、氷の骨組が気流に加える抵抗力を表す。 B は積雪の通気度である。式(3)の右辺が 2 枚の単位水平面の間にある氷の骨組の抵抗を表すのは、積雪の単位体積から透過空気がうける抵抗が $\varepsilon(u'/B)$ で与えられることによる^{3),4)}。 $u' = \varepsilon u$ の関係を用いて、(3)式から剪断応力方程式として

$$d\tau'/dz = \varepsilon u/B \quad (4)$$

が導かれる。

座標 z は下向きにとったから、応力の一般定義によって、剪断応力 τ' は、単位水平面の下にある雪内空気が、単位水平面を通してその上にある雪内空気に加える剪断力を表す。この剪断力は x の負の方向に向くから τ' は負である。あとで、積雪内部のある深さから鉛直上方にむかう座標 z' を用い、剪断応力を τ で表す。 τ は正で、 τ と τ' とは $\tau = -\tau'$ の関係にある。

3. 剪断応力と速度勾配

雪内気流の微視的運動は、複雑な構造の氷の骨組の間をぬって進む流動だから乱流である。したがって、微視的運動の速度には y 成分も z 成分もあり、また x 成分も雪内気流の巨視的速度 u とはちがう。それで微視的運動の速度の x, y, z 成分を

$$u + \Delta u, \quad \Delta v, \quad \Delta w$$

で表わそう。すると剪断応力 τ' はレイノルズ応力

$$\varepsilon\tau' = -\rho \overline{\Delta u \cdot \Delta w} \quad (5)$$

として与えることができる。 ρ は空気の密度である。 $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ は時間的には変化しないが空間的には不規則に変動する。式(5)の右辺の横線は、単位水平面上の $\Delta u \cdot \Delta w$ の値の平均をとることを表す。

自由大気中の風の乱流は流動の不安定が原因となって生ずる。これに反し、雪内気流の乱流は積雪の氷の骨組の構造が複雑であることのために現われる。それで、雪内気流の乱流を「構造乱流」と名づけよう。構造乱流は、雪内気流の平均流速 u に変化がない限り定常でもあ

るし安定でもある。また、雪が均一である限り構造乱流の混合距離 l は空間的に変らない。 l が氷の骨組の構造によって定められる性質のものだからである。

混合距離 l を用いると

$$\varepsilon\tau' = -\rho\overline{\Delta u \cdot \Delta w} = \rho l (\overline{\Delta w^2})^{\frac{1}{2}} (du/dz) \quad (6)$$

と書くことができる(たとえば文献5の p. 74 参照)。構造乱流の微視的流動はナビエ・ストークスの方程式に支配される。ところで、この微視的流動の流速は小さいし、また流動が定常だから、ナビエ・ストークスの方程式の慣性力の項は無視してよい。すると Δu , Δv , Δw のどれも、平均流速 u に比例することになる。したがって、 $(\overline{\Delta w^2})^{\frac{1}{2}}$ も u に比例し、(6)式は

$$\tau' = \mu' u (du/dz) \quad (7)$$

の形の方程式に書きなおされる。雪が均一なら l が一定だから、 μ' は一定値の常数である。

空気の分子粘性によっても剪断応力が生ずる。しかし、それは(7)式の乱流剪断応力 τ' にくらべると著しく小さいと予想されるから、考慮からはづす。

雪面のうへの空間を吹く風の乱流では、剪断応力が雪面上の高さ Z に関係なく一定値 τ_s に保たれる。混合距離 l は Z に比例して、雪面から離れるにつれ増大する。その結果、速度勾配 dU/dZ は $\sqrt{\tau_s}/Z$ に比例して減少することになる。 U は高さ Z での平均風速である。雪内気流のばあいは、氷の骨組の存在のため、事情が甚だちがう。積雪内でも剪断応力の全体は、雪面上の空間でと同様、雪面下の深さによって変ることなく $-\tau_s$ にひとしい。しかし、氷の骨組がその一部を分担するため、雪内空気の剪断応力 τ' は深さ z によって変化する。また、雪内気流の安定な乱流は氷の骨組の強制によるものゆえ、雪が均一で氷の骨組の構造が変らない限り、混合距離 l に変化が生じない。このような氷の骨組の干渉のために、雪内空気の剪断応力 τ' と速度勾配 du/dz との関係は、自由大気中での関係とは非常にちがう(7)式の形になる。

4. 運動方程式とその解

式(7)の τ' を(4)式の τ' として用いると、雪内気流の流速 u を深さ z の関数として定めるための運動方程式

$$d\left\{u(du/dz)\right\}/dz = Ku, \quad K = \varepsilon/\mu'B \quad (8)$$

がえられる。これを積分して

$$\left\{u(du/dz)\right\}^2 = (2/3)Ku^3 + (\text{積分常数}) \quad (9)$$

を得る。雪面から積雪内をくだるにつれ u は減少し、 z のある値で0になる筈である。 u が0ならば(9)式の左辺と右辺第1項とは0である。よって(9)式の積分常数は0でなければならぬ。かくして(9)式から

$$du/dz = \pm\sqrt{2K/3} \sqrt{u} \quad (10)$$

がえられる。 $du/dz < 0$ だから(10)式右辺の復号のうち正号は無縁である。それで負号を採用し、 $z=0$ での u の値を、すなわち雪面での u の値を u_0 で表わすと、(10)式の積分が

$$\sqrt{u} = \sqrt{u_0} - \sqrt{K/6} \cdot z \quad (11)$$

の形で得られる。

5. 雪内気流の存在範囲

式(11)から、 z が

$$H = \sqrt{6u_0/K} = \sqrt{6\mu' Bu_0/\varepsilon} \quad (12)$$

にひとしいとき、 $u=0$ となることがわかる。 $u=0$ ならば、(7)式により $\tau'=0$ である。すなわち H の深さに達すると $\tau'=0$ となり、それ以上の深さにある雪内空気には、雪面に加えられる風の剪断応力 τ_s の影響は及ばない。定常雪内気流の存在範囲は雪面から深さ H までに限られ、 H をこえる深さにある空気は静止状態にある。

式(11)は、 H を用いると

$$\sqrt{u/u_0} = 1 - (z/H) \quad (13)$$

と書かれる。また、深さ H にある水平面から鉛直上方に座標 z' をとって、(11)式は

$$u = (K/6) z'^2 \quad \text{あるいは} \quad u/u_0 = (z'/H)^2 \quad (14)$$

とも書くことができる。さきに述べたように、上むきの座標 z' を用いるときの剪断応力を τ とすると $\tau = -\tau'$ の関係がある。このことから

$$\tau = \mu' u (du/dz') = (\mu' K^2/18) z'^3 = (\varepsilon^2/18 \mu' B^2) z'^3 \quad (15)$$

$$\tau/\tau_0 = (z'/H)^3 \quad (16)$$

の関係が導かれる。 τ_0 は雪面における、すなわち $z'=H$ における、 τ の値である。

IV. 剪断力理論の結果の検討

1. 雪面における雪内空気の流速 u と剪断応力 τ との関係

積雪の通気度 B の値は既知だから、これまでにえられた理論式に含まれる未知常数は μ' だけとなるが、これも τ_0 と u_0 を使って表すことができる。すなわち、(15)式で $z'=H$ とおいてえられる

$$\tau_0 = -\tau'_0 = (\varepsilon^2/18 \mu' B^2) H^3 \quad (17)$$

の H を(12)式でおきかえると

$$\mu' = (3B/2\varepsilon) (\tau_0^2/u_0^3) \quad (18)$$

となる。ところが μ' は、積雪の氷の骨組の構造によって定まる常数である。したがって (τ_0^2/u_0^3) は常数でなければならない。すなわち、 α を常数として

$$\tau_0 = \alpha u_0^{1.5} \quad (19)$$

の関係が成立する必要がある。これと同じ形の関係

$$\tau = \alpha u^{1.5} \quad (20)$$

が任意の深さ z でもなりたつ。なぜならば、(14)式と(16)式とから $(\tau/\tau_0)^2 = (u/u_0)^3$ の関係が導かれるからである。

雪内気流が定常で x 方向に均一であるということが、(19)式をもたらした原因である。風

が定常で x 方向に均一であるという仮定をはずせば、剪断応力方程式 (4) に、ひいては運動方程式 (8) に、慣性力の項がつけ加わり、(19) 式とは異なる u_0 と τ_0 との関係がえられるであろう。もともと、 u_0 と τ_0 とは無関係ではない。 u_0 も τ_0 も、雪面での風速 U_s および風が雪面に加える剪断応力 τ_s によって定まるものであり、 U_s と τ_s との間には一定の関係があるからである。ただ (19) 式は、 U_s と τ_s とのあいだに存在する関係を全く用いずに定められた。そこに問題があるわけだが、もし U_s と τ_s との関係が (19) 式と矛盾しなければ、いままでに得た理論の結果は正しいことになる。実際 (19) 式は、あり得べからざる関係ではない。しかし、現在のところは、雪内気流についての観測結果が不十分で、この点を事実について調べることがむづかしい。

2. 理論の結果の数量的検討の準備

理論の結果を数量的に検討するには、少くとも U_s の値、 τ_s の値および積雪内の一点での雪内気流の流速の値が必要である。この三つを測定値として揃えた観測としては、第 II 節第 2 項で述べた小林の例が只ひとつあるにすぎない。以下、(19) 式の u_0 と τ_0 との関係は度外視して、小林の観測結果と理論の結果とを数量的に対比してみよう。

直接に必要なのは u_0 と τ_0 との値であるが、これは測定が非常に困難で、将来においても実測される見込みはうすい。それで、以下のように考えてその値を U_s と τ_s との値から推定する。

雪内空気は積雪の氷の骨組のあいだの狭い空隙を流れるのだから、 u_0 は U_s に比べれば著しく小さいに違いない。しかし U_s には比例するであろう。それで

$$u_0 = \gamma U_s \quad (\gamma < 1) \quad (21)$$

とおく。 γ の値は、もともと与えられるべきものである。剪断力理論によって定めらるべき性質のものではない。しかし、次の第 3 項で示すように、 γ の値の存在しうる範囲なら、ある仮定をおくことによって、剪断力理論をもとにして限定することができる。 U_s の値には、第 II 節第 2 項にあげた 150 cm/s を使う。

積雪の単位水平断面内にある氷の骨組の断面積は $1-\varepsilon$ で、氷の骨組の空隙をみたす空気の断面積は ε にひとしい。 ε は積雪の空隙率である。それゆえ τ_s は、ほぼ $(1-\varepsilon):\varepsilon$ の割合で氷の骨組と雪内空気とに分配されると見てよい。ところで観測は新雪について行われたから、 ε には新雪の空隙率の値 0.9 があてはまる。すると τ_s のほとんど全部が雪内空気に伝えられ、 τ_0 は τ_s より僅か小さいに過ぎないこととなる。それで、 τ_0 の値には τ_s の値をそのまま用いることにする。小林の τ_s の観測値は 1~3 dyne/cm² の範囲にちらばる。それで τ_0 の値には 1, 2, 3 dyne/cm² の 3 箇をえらぶ。

雪内気流の流速としては、雪面下 5 mm の深さで熱膜風測計で測られた $q^*=10$ cm/s がある。新雪の通気度 B は清水によって測定された。ある範囲にわたって分布する測定値の代表として $B=0.35$ cm⁴/s·dyne を用いる。

式 (21) を使って (18) 式を書きなおせば

$$\mu' = (3B/2\varepsilon U_s^3) (\tau_0^2/\gamma^3) \quad (22)$$

となる。これを (12) 式に代入して

$$H = (3B/\epsilon U_s) (\tau_0/\gamma) \tag{23}$$

をうる。さらに(13)式から

$$\sqrt{u} = \left\{ 1 - (\epsilon U_s/3B) (\gamma/\tau_0) z \right\} \sqrt{U_s} \sqrt{\gamma} \tag{24}$$

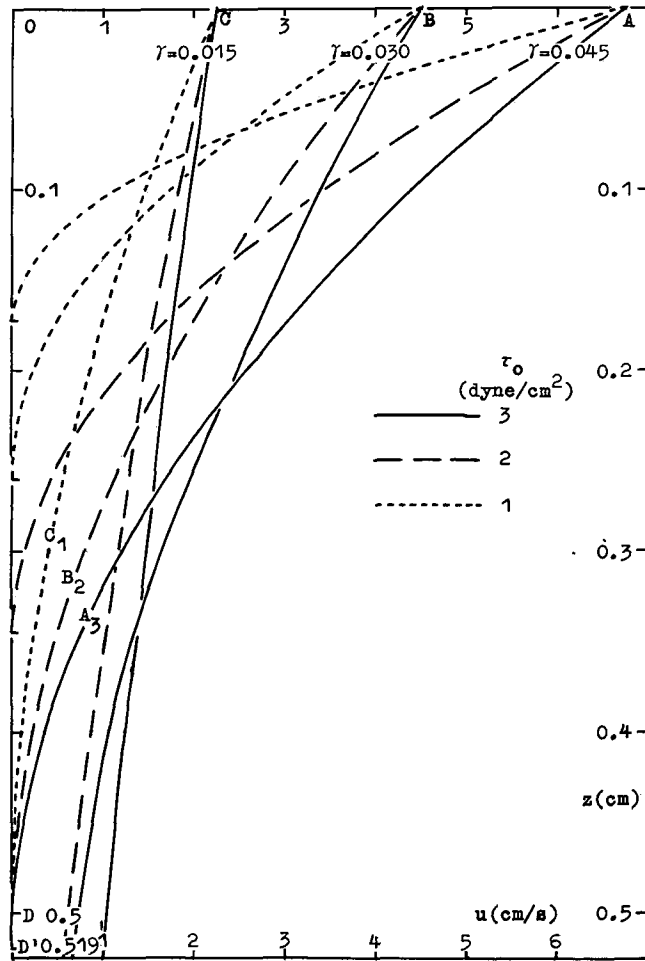
として、雪内気流の流速 u を z , τ_0 , γ の関数として表す式が導かれる。

3. 理論の結果の数量的検討

式(23)の B , ϵ , U_s , τ_0 に前項で述べた値を用い、 $\gamma = u_0/U_s$ の値には 0.045, 0.030, 0.015 を選んで、まず定常雪内気流の存在限界 H を計算した。その H の値を(13)式に用い、 u と z との関係をもとめた結果が第1図の曲線である。実曲線、破曲線、点曲線はそれぞれ、 τ_0 を 3, 2, 1 dyne/cm² としたときの曲線である。図の上縁の A, B, C 点から、 γ を 0.045, 0.030, 0.015 としたときの曲線が3本づつ発している。

まえがきで述べたように、雪内気流は定常、変動両雪内気流の合成である。ところで、第V節でわかるように、定常雪内気流とちがって、変動雪内気流には存在範囲の制限がない。それゆえ、雪面下5mmで雪内気流の風速 q^* が実際に測定されはしたが、 q^* に定常雪内気流の風速 u が含まれているとは限らない。含まれるためには、 H の値が5mmより大きいことが必要である。しかし、観測結果からは、含まれるか否かの判断がつけられない。それで、仮定として、 q^* には、たとえ僅かではあるにせよ u が含まれると考えよう。すると、第1図を利用して γ の存在範囲の限定を行うことができる。

第1図のA点から出る実



第1図 新雪の定常雪内気流の流速 u と深さ z との関係。各曲線の位置と形とは、副変数 $\gamma = u_0/U_s$ と τ_0 との値によって変わる。 γ には 0.045, 0.030, 0.015 を、 τ_0 には 3, 2, 1 dyne/cm² をえらんだ。各曲線は、図の左端に立つ z 座標軸に接して終る。その接点の z の値が定常雪内気流存在範囲の限界 H の値を与える。 $U_s = 150$ cm/s, $\epsilon = 0.9$, $B = 0.35$ cm⁴/s²・dyne とした

曲線、破曲線、点曲線を A_3 曲線、 A_2 曲線、 A_1 曲線と名づけよう。B 点、C 点からでる曲線にも同様な名をつける。添字 3, 2, 1 は dyne/cm^2 の単位で表した τ_0 の値を示す。 A_3 と B_2 と C_1 との 3 曲線は、 z が 0.519 cm にひとしい同一の点 D' で図の左端に立つ z 座標軸に接して終る。0.519 cm は、この 3 本の曲線に対応する H の値にほかならない。雪内気流の速度 q^* が観測された $z=0.5$ cm の点を z 座標軸上に D 点として表すと、これは D' 点に近い。それで記述を簡便にするために、 D' 点は D 点と一致すると見ることにしよう。

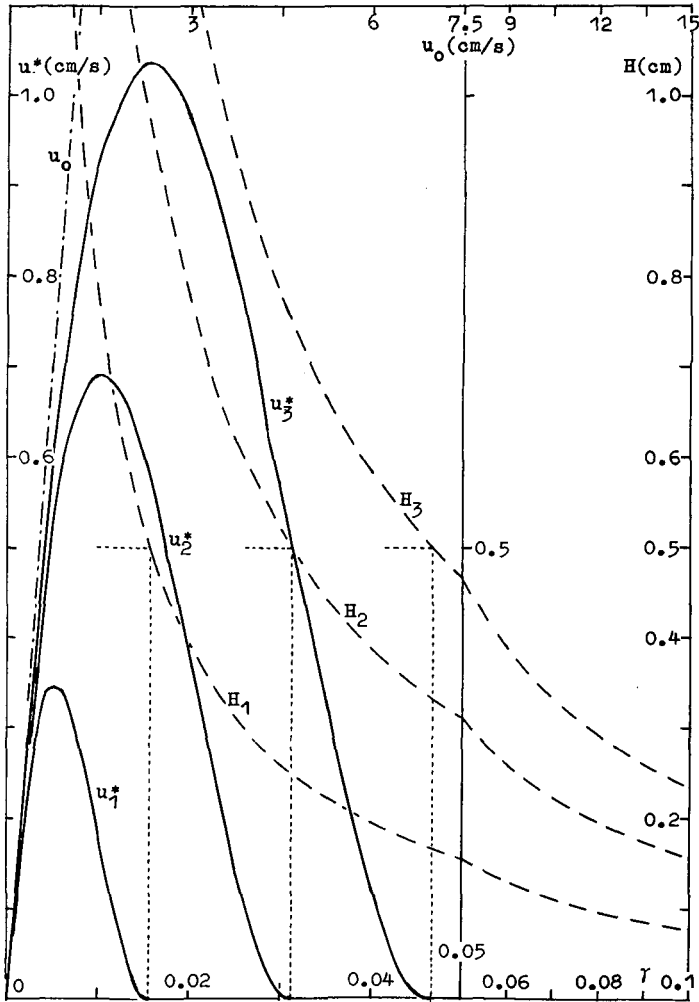
点 C からでる点曲線 C_1 は D 点でおわり、 C_2 曲線および C_3 曲線は D 点より遥か下で z 座標軸に接する。つまり、 C_2 曲線 C_3 曲線に対応する H の値は 0.5 cm より大きい。このことは、 $\gamma=0.015$ とすれば、1~3 dyne/cm^2 の範囲内にある τ_0 のいずれの値に対しても、D 点に定常雪内気流が存在することを示す。つまり、 q^* に定常雪内気流の速度 u が含まれるという仮定に背かないことを示す。点 B から発する $\gamma=0.030$ の曲線からは、同様に、 τ_0 が 2~3 dyne/cm^2 の範囲にあれば、仮定に反しない結果がえられることが知られる。 $\gamma=0.045$ の A 点から出る曲線では、仮定に反しない曲線は A_3 曲線一本だけとなり、 τ_0 に許される値の幅は消滅する。よって、 γ を 0.045 以上にとって尚仮定に反しない曲線を引くとすれば、 τ_0 を 3 dyne/cm^2 以上の値、すなわち観測値の範囲からはみでた値にとらなければならぬ矛盾におちいる。かくして、 q^* に u が含まれると仮定する限り、 γ は 0.045 をこえることはない。つまり、 γ の存在範囲は限定され、予想した通り、 u_0 は U_s にくらべ頗る小さいという結果に達する。

4. 定常雪内気流の流速推定値

第 2 図に、 $\gamma=u_0/U_s$ を変数にとり、それと u^* および定常雪内気流の存在限界 H との関係を示す曲線をかいた。 u^* は雪面下 0.5 cm における定常雪内気流の速度 u の値で、(24) 式の z を 0.5 cm とおいて計算した。曲線につけた記号 u^* および H の添字 3, 2, 1 は τ_0 として 3, 2, 1 dyne/cm^2 を用いたことを示す。 u^* の曲線は 1 箇の極大をもつ山形曲線である。そして、 τ_0 が大きいほど u^* は大きい。しかし、 τ_0 が許された最大値 3 dyne/cm^2 になるとしても、 u^* は極大値 1.03 cm/s を超えない。 γ には只ひとつの値がある筈だが、前項で見たように、その限界がわかっただけで、実際にいかなる値をとるか全く不明である。したがって、 u^* の理論値を定めることができない。それで u^* は、許された範囲内にある γ に対応する値ならどの値でも同じ確率でとると仮定しよう。つまり、第 2 図の u^* の曲線が与える u^* の平均値を u^* の理論値として採用する。第 2 図から見て、この平均値はだいたい 0.5 cm/s である。

雪面下 5 mm の深さで熱膜風速計によって得られた雪内気流の風速 q^* は 10 cm/s である。しかし、熱膜風速計の感部のまわりには空洞があり、そこへ気流が集るから、この測定値は実際の q^* の値にくらべると大きすぎるに違いない。あとの第 VI 節第 3 項で述べるように、実際の q^* の値は 2~3 cm/s と推定される。よって、 q^* のうちその 10 分の 1 から数分の 1 ままで u^* によって占められるという結論になる。

想像をまじえて引出した結論ではあるが、この結論にたてば、まえがきで述べたように、雪内気流を、剪断力理論で得られた定常雪内気流に或る変動雪内気流を合したものとする考えに導かれる。しかも、変動雪内気流の方が優勢である。次の第 V 節の変動気圧理論は、ひとつの変動雪内気流をうることを目的として作られた理論である。



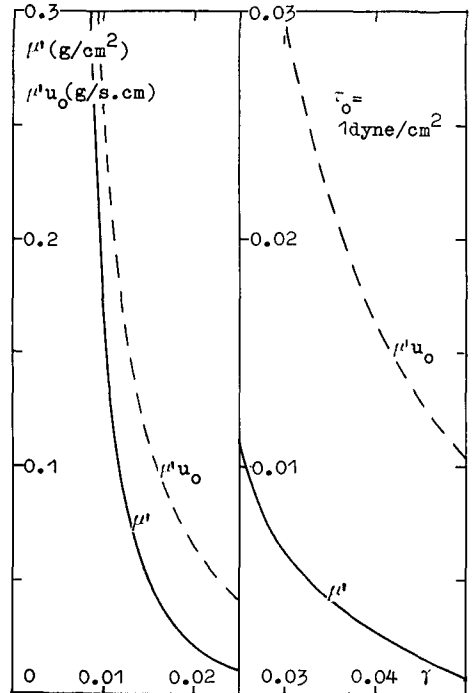
第2図 新雪の雪面下5mmにおける定常雪内気流の速度 u^* および雪内気流存在範囲の厚さ H と γ との関係。 $\gamma = u_0/U_s$ である。 γ にはただひとつの値が定まっているが、その値がわからない。しかしこの図の、 u^* が0でない γ の領域内のどこかに γ の値があるとは言える。 u^* および H に添えた数字 1, 2, 3 は、 τ_0 が 1, 2, 3 dyne/cm² であることを示す

5. 構造粘性と通気抵抗

雪内気流の剪断応力 $\tau = \mu' u (du/dz)$ あるいは $\tau = \mu' u (du/dz)$ は構造乱流に基くから「構造粘性応力」の名にふさわしい。第3図の実曲線は、(22)式によって書いた μ' と γ との関係である。 $\mu' u$ を「構造粘性係数」と名づけよう。その値は u によって変わるから u の値として u_0 をえらび、第3図に $\mu' u_0$ と γ との関係を破曲線で示した。 γ が大きくなるにつれ $\mu' u_0$ は減少するが、前項で知ったように、 γ が0.045以上の値をとることはない。この γ のとりうる最大の値0.045付近でも、第3図に見られるとおり、 $\mu' u_0$ には0.01 s·dyne/cm² の大きさがある。これに対し、0°Cでの空気の分子粘性係数は 1.71×10^{-4} s·dyne/cm² で、 $\mu' u_0$ のこの値の50分

の1以下にすぎない。このことから、雪内気流存在範囲の底ちかく、 u が非常に小さくなる狭い領域内を除けば、構造粘性に対し分子粘性は無視できるといえる。

風の剪断力によって生ずる定常雪内気流は雪面からの深さ z とともに速かに減衰する。すなわち、雪内気流の流速の勾配 du/dz の値は非常に大きい。このばあい、雪内空気に働く力は(4)式の左辺にある構造粘性応力 τ から生ずる力と、右辺にある水の骨組が加える通気抵抗とのふたつだけで、慣性力および圧力勾配は作用しない。それで、通気抵抗には τ から生ずる力が単独で抵抗する。ところが、構造粘性係数が分子粘性係数にくらべ非常に大きいとはいえ、なお流速勾配 du/dz が大きくなって τ を大にしなければ、 τ から生ずる力が対抗できないほど通気抵抗は大きい。これが du/dz をとりわけ大ならしめた理由である。しかし慣性力も圧力勾配も存在しないばあいは甚だ特殊である。一般にはこのふたつの力が作用して通気抵抗の大部分と釣合いを保つ。大きな流速勾配は現われず、 τ から生ずる構造粘性の力は通気抵抗に比して無視できるほど小さいのが普通である。次の第V節で考察する変動雪内気流も、この一般のばあいに属する。



第3図 定常雪内気流の剪断応力 τ と流速 u とは $\tau = \mu' u (du/dz')$ の関係にある。 z' は鉛直上方にとった座標。この図は μ' と雪面における構造粘性係数 $\mu' u_0$ と γ との関係を示す。 $\tau_0 = 1 \text{ dyne/cm}^2$ とした。 τ_0 を大きくとれば μ' も $\mu' u_0$ も大きくなる

V. 変動圧力理論

1. 変動気圧

第IV節第4項の終りで述べたように、変動雪内気流は定常雪内気流よりも可成り優性であると推定される。この第V節の変動気圧理論は、変動雪内気流の原因を、風の乱流が雪面に加える変動気圧に求める理論である。

乱流が変動圧力を示すことは理論的に予想されていたが、その存在を小橋が1957年に実験的に確めた⁶⁾。流速14 m/sの気流に直角に直径1 cmの円柱をたて、その後流のなか円柱から42 cm下流に、側面に小孔をあけた外径1.5 mmの静圧管を気流と平行においた。静圧管内の空気の圧力は、それに連結したコンデンサーマイクロフォンで測定する。このようにして小橋は、自乗平均の平方根が400 dyne/cm²にも達する変動圧力を観測した。

これからさき、雪面に加わる実際の変動気圧からその平均値である平常気圧を差ひいたものを、つまり気圧の変動部分だけを、単に「変動気圧」と呼び P_a で表すことにする。まえ

と同じく座標 x を風の吹く水平方向に、座標 z を雪面から下むきにとって、時間を t で表す。 y 方向にはすべての現象が一様におけるとすると、変動気圧は多くの圧力波

$$P_n \sin \left\{ 2\pi n(x - c_n t) + \varphi_n \right\} \quad (25)$$

の合成で表される。振幅 P_n 、伝播速度 c_n 、位相角 φ_n は波数 n の関数である。しかし、ここでは、特別な値の波数の波が特に卓越すると仮定し、変動気圧が1箇の圧力波

$$P_n(x, t) = P \sin \left\{ 2\pi n(x - ct) \right\} \quad (26)$$

で与えられると考える。

2. 雪内空気の圧力と流速とを定める微分方程式

雪面に加わる気圧が変動すれば雪内空気の圧力も変動して、雪内空気に圧力勾配が現われる。また、雪内空気は加速度のある運動をおこし、慣性力も生ずる。それで、第IV節第5項の後半でのべた理由により、構造粘性応力に基づく力を、通気抵抗にくらべ非常に小さいと予想して、無視しよう。すると、雪内空気の圧力の変動部分 p および雪内気流の流速について、筆者が文献(4)で導いた

$$\partial p / \partial t = k (\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial z^2) \quad (27)$$

$$u = -(B/\varepsilon)(\partial p / \partial x), \quad w = -(B/\varepsilon)(\partial p / \partial z) \quad (28)$$

が成立する。 u, w は雪内気流の流速の x, z 成分を表す。よって、雪面 $z=0$ で(26)式と一致する圧力微分方程式(27)の解 p を求め、その p を(28)式に用いれば u, w を与える式がえられる。

新雪では圧力拡散係数 $k=5.5 \times 10^5$ cm²/s、空隙率 $\varepsilon=0.9$ 、通気度 $B=0.35$ cm⁴/s·dyne とおくことができる⁴⁾。

その解 p は

$$p = P \exp(-2\pi n \alpha_1 z) \left[\cos(2\pi n \alpha_2 z) \sin \left\{ 2\pi n(x - ct) \right\} - \sin(2\pi n \alpha_2 z) \cos \left\{ 2\pi n(x - ct) \right\} \right] \quad (29)$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\sqrt{1+\beta^2}+1}/\sqrt{2}, \quad \alpha_2 = -\sqrt{\sqrt{1+\beta^2}-1}/\sqrt{2}, \quad \beta = c/2\pi nk \quad (30)$$

で与えられる。 $\beta \ll 1$ ならば

$$\alpha_1 = 1 - (\beta^2/8), \quad \alpha_2 = -(\beta/2) \left\{ 1 - (\beta^2/8) \right\} \quad (31)$$

である。

3. 理論の結果の数量的検討

第II節第2項の観測結果と理論の結果とを比較する。この観測のばあい、次に示すように、 $\beta \ll 1$ の条件がみたされる。

雪面を吹く風の乱流が変動気圧の原因だから、気圧の変動は速かであるに相違ない。それで、圧力波(26)の振動数

$$f = nc \quad (32)$$

を 1 Hz 以上にとる。\$f\$ には上限も設定する必要があるが、それは第 VI 節の第 2 項で考える。圧力波の伝播速度 \$c\$ は、雪面での風速 \$U_s\$ と一致するとは限らない。しかし \$U_s\$ に近いではあろう。それで観測結果にあわせて \$c = U_s = 150\$ cm/s とおき、圧力拡散係数には前項で示した値を用い、\$f = 1\$ Hz とすると

$$\beta = c/2\pi kn = c^2/2\pi kf = 6.5 \times 10^{-3}$$

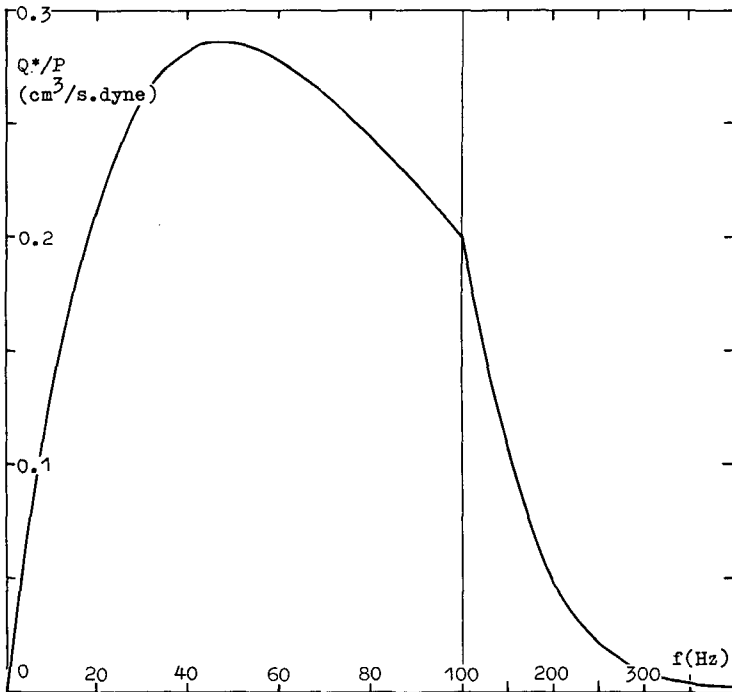
となる。\$\beta\$ は \$f\$ が増大すれば減少するから、1 Hz 以上の値なら \$f\$ がどのような値であっても、\$\beta\$ は 0.01 より小さい。よって (31) 式により

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -(\beta/2) \quad (33)$$

とおくことができる。

雪内気流の流速が深さ \$z\$ によって変る有様をみるために、\$x\$ をある値に定めて、\$u\$ と \$w\$ とを \$z\$ と \$t\$ との関数として表そう。この関数は \$x\$ と \$t\$ とを \$(x-ct)\$ 以外の形では含まないから \$x\$ を 0 に定めても一般性が失われない。式 (29) と (28) とから得られる \$u, v\$ で \$x=0\$ とおき、さらに (33) 式を使うと、\$u\$ と \$w\$ とは

$$Q = 2\pi P(B/\varepsilon)(1/\lambda) \exp(-2\pi z/\lambda), \quad \Theta = 2\pi f \left\{ t - (\lambda/4\pi k) z \right\}, \quad \lambda = c/f = 1/n \quad (34)$$



第4図 振幅 \$P\$ 振動数 \$f\$ の圧力波が雪面下 5 mm の点に誘起する変動雪内気流の流速の絶対値を \$Q^*\$ とし、\$Q^*/P\$ と \$f\$ との関係を示す理論曲線。
\$Q^*/P\$ は \$f=50\$ Hz で極大値 \$0.286\$ cm\$^3\$/s·dyne をとる。\$Q^*\$ の計算に使った \$\varepsilon\$ および \$B\$ の値は、第1図で使った値と同じである

を用いて

$$u = -Q \cos \theta, \quad w = -Q \sin \theta \quad (35)$$

と表される。

雪面下のある深さに着目して z をある値に指定すると、雪内気流の流速を表すベクトルは、すなわち u, w を x 成分 z 成分とするベクトルは、絶対値を Q に保ったまま、周期 $T=1/f$ で $x-z$ 面内を回転する。雪のなかに埋められた熱膜風速計の感部はこの Q に感じるわけである。 Q が時間的に変らないから、風速計の針は一定位置に停り、あたかも一定流速の雪内気流が存在するように見えることになる。ただし、着目する深さにより Q の値は変る。 z が増すにつれ、 Q は指数関数的に減少する。

第 II 節第 2 項の観測では雪内気流の測定点は雪面下 5 mm にあった。それで $z=0.5$ cm としたときの Q を Q^* とし、 Q^* と圧力波の振幅 P との比 Q^*/P を第 4 図に振動数 f に対する曲線として示した。 Q^*/P は $f=50$ Hz で極大となり、その値は $0.286 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot \text{dyne}$ である。第 III 節第 3 項で述べたように、雪面下 5 mm での雪内気流の実際の流速 q^* は $2 \sim 3 \text{ cm/s}$ と推定される。定常雪内気流は微弱だから無視し、仮に、 q^* はその全部が変動雪内気流の流速であるとしよう。すると、 f が 50 Hz であったとしても、 Q^* が q^* に達するためには、 P が $7 \sim 10 \text{ dyne/cm}^2$ であることが必要となる。 f が 50 Hz 以外の値であれば、 P はこれより更に大きくなければならない。しかし、第 1 項に紹介した小橋の観測結果からみると、 P がその程度の値になることは充分予想できる。

VI. 論 議

1. 定常雪内気流と変動雪内気流との合成

第 III 節でえた定常雪内気流は雪面を吹く風の定常部分が雪面にあたえる剪断力によって生じ、第 V 節で導かれた変動雪内気流は風の乱流部分が雪面に加える変動気圧によって誘起される。どちらの雪内気流も流速は非常に小さい。したがって、理論的には両方の気流を重ねることができる。実際の雪内気流も、特別なばあいを除けば、両者の合成であろう。

この合成雪内気流の流速の絶対値 q は、極大値 $u+Q$ と極小値 $|u-Q|$ との間を往復する。 u は定常雪内気流の流速、 Q は変動雪内気流の流速の絶対値で、 q の極小値は、 $u > Q$ ならば $u-Q$ 、 $u < Q$ ならば $Q-u$ である。 q の平均値を求めるために、変動雪内気流の速度ベクトル v が座標 x の正の方向となす角を θ とし、 v の x 成分 z 成分を

$$u' = Q \cos \theta, \quad w' = Q \sin \theta \quad (36)$$

の形に表そう。 θ は時間 t とともに一定速度 $2\pi f$ で増大する。合成雪内気流の流速の x 成分 z 成分は $u+u', w'$ だから

$$q = \sqrt{u^2 + Q^2 + 2uQ \cos \theta} = (u+Q) \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2(\theta/2)}, \quad \kappa^2 = 4uQ/(Q+u)^2 \leq 1 \quad (37)$$

である。よって、 q の平均値 \bar{q} は

$$q = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi q d\theta = \frac{2(Q+u)}{\pi} E(\pi/2, \kappa), \quad E(\varphi, \kappa) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (38)$$

で与えられる。 $E(\varphi, k)$ は第 2 種楕円積分である。 u と Q とのいずれが他方より大きいかは、感部を積雪中に埋めた熱膜風速計で測られる q の時間曲線の形からきめられる。

2. 圧力波の振動数の上限

第 V 節第 3 項で、変動雪内気流の原因である圧力波の振動数 f に 1 Hz の下限をおいたが f には上限もおく必要がある。理論的にえられた変動雪内気流の流速は、積雪の氷の骨組の空隙をぬう微視的流動の流速ではない。氷の骨組は微小な雪粒の連結したものだが、この雪粒を多数ふくむ程度に大きい体積のなかの微視的流動の流速の平均値である。よって、変動雪内気流の原因として働く圧力波の波長 λ は、そのなかに多数の雪粒を含みうる程度に長いことが必要である。新雪の雪粒については、さしわたしを 0.25 mm、間隔を 0.4 mm とおける。 λ の下限には、この雪粒の間隔の 10 倍にあたる 4 mm をとればよいであろう。第 V 節第 3 項のばあい、圧力波の伝波速度 c を 150 cm/s とした。よって、このばあいの f の上限は $f=c/\lambda=150/0.4=375$ Hz となる。

3. 雪内気流の流速の観測値と実際値との比

第 II 節第 1 項で述べたように、雪内気流を熱線風速計で測定するのに、大浦たちは薄肉の保護円筒を雪中に埋め、その中心に風速計の感部をおいた。円筒のなかは空だから、雪内気流は抵抗の少ない円筒を通るべくそこへ集る。したがって、このようにして得られた雪内気流の流速の観測値は、自然のままの積雪のなかでの実際値より大きいに違いない。

雪内気流は複雑に流れるから、そのままでは観測値と実際値との比 S を知ることがむづかしい。それで雪内気流を一様な流れであると仮想し、この仮想気流でどの程度に気流が円筒に集るかをみて S の値を推定することにしよう。円筒の半径を a 、長さを l とする。なかが空の円筒となかに雪をつめた円筒とを考え、それぞれの気流に対する抵抗を R_1, R_2 で表すと

$$R_1 = (l/A)(8\mu/a^2), \quad R_2 = (l/A)(1/B) \quad (39)$$

と書ける。 μ は空気の分子粘性係数で、 0°C では 1.71×10^{-4} g/s·cm の値である。 R_1 の式はポアズイユの法則から導かれる。 A は円筒の断面積を表す。 R_1 の式と R_2 の式とを比べると、空の円筒の抵抗が、通気度が

$$B' = a^2/8\mu \quad (40)$$

にひとしい仮想の雪でつめた円筒の抵抗とおなじであることがわかる。 a と B との値に、大浦たちの観測のばあいの値 $a=2$ mm, $B=0.35$ cm⁴/s·dyne をつかうと B' と B との比 ν は

$$\nu = B'/B = 85 \quad (41)$$

となる。

静磁気現象における磁場、磁束密度、透磁率のおおのほかに、雪内気流現象における圧力勾配、濾過流速、通気度を対応させると、両方の現象のあいだに数学的区別がつかない。それで透磁率が 1 にひとしい真空中にひろがる一様な磁場 H_0 のなかに、形が保護円筒とおなじで透磁率が ν の磁性体をおいたとし、磁性体のなかの磁束密度が J であるとしよう。すると、 J/H_0 が求めようとしている雪内気流の風速の観測値と実際値との比 S になる筈である。

磁性体内の磁場を H_1 で、磁性体の反磁係数と磁化とをそれぞれ N と I とで表すと

$$H_1 = H_0 - NI$$

である。これと $J = \nu H_1$, $I = \{(\nu - 1)/4\pi\} H_1$ の関係とを用いると

$$S = J/H_0 = \nu \left[1 + \{(\nu - 1)/4\pi\} N \right] \quad (42)$$

がえられる。保護円筒の長さ l は 20 mm であったから、その寸法比 $l/2a$ は 5 である。 N に寸法比 5 に対する値 0.68 (文献 7 の p. 16 にある表による) を、 ν には (41) 式の 83 を用いると $S = 15.3$ となる。

小林は、雪内気流の流速をはかるのに、切断しやすい熱線の代りに丈夫な熱膜をつかった。そのため保護円筒を必要としなかったとはいえ、熱膜のまわりは空洞であったに相違ない。空洞を球形とすると、空洞の半径には関りなく

$$S = J/H_0 = 3\nu/(\nu + 2) \quad (43)$$

となる。熱膜が空洞内の気流を妨げる。それゆえ、空洞をみだす仮定の雪の通気度 B' は有限であるとしなければならない。ただその値は不明である。しかし $\nu = B'/B$ を 10 より大きいとしてよいであろう。すると S は 2.5 以上になる。ただし S が 3 をこえることはない。

理論値との比較には小林の雪内気流の流速の観測値 10 cm/s を使った。熱膜のまわりの空洞は球からやや保護円筒の形に偏った長めの形であったと想像される。それで、 S にも、上にえたふたつの値の間にある 3~5 を用いることにした。これが、第 IV 節第 4 項で q^* を 2~3 cm/s と推定した理由である。

VI. ま と め

風が雪面にそって吹くと、雪面下 1 cm ほどの深さにわたって弱い気流が発生する¹⁾。これを「雪内気流」となづけ、その発生機構を理論的に考察した。雪内気流の観測には熱線あるいは熱膜風速計が使われた。したがって、雪内気流が風に平行に流れる定常気流であるか、方向を絶えず変える変動気流であるかの区別がつけられない。実際の雪内気流は両者の合成であろうと予想し、定常雪内気流は風の定常部分が雪面に加える剪断力によって誘起され、変動雪内気流は風の乱流部分が雪面に及ぼす変動気圧が原因となって現れると考えた。

定常雪内気流は、雪面からある深さ H までの間に存在するという結果をえた。深さ H から鉛直上方に座標 z' をとると、定常雪内気流の流速 u と剪断応力 τ とは、それぞれ z'^2 , z'^3 に比例する。よって τ は $u^{1.5}$ に比例することになる。 z' の負の値に対しては u も τ も 0 である。雪面における u の値を u_0 、雪面における風の速度を U_s とすると、観測された雪内気流に定常雪内気流が含まれると仮定すれば、新雪については、 u_0 が $0.045 U_s$ 以下となることがわかった。

雪内気流は積雪を構成する氷の骨組の空隙を縫う複雑微細な乱流である。氷の骨組の複雑な構造によるものだから、これを「構造乱流」となづけた。 u は構造乱流の平均流速にほかならない。積雪が均一な限り、構造乱流の混合距離は一定である。このことから、 μ' を常数として $\tau = \mu' u (du/dz')$ の式が導かれる。前文段のことは、この式を用いて得た結果である。

変動雪内気流を誘起する変動気圧を、振動数 f の正弦圧力波であるとした。まえの定常気

流のばあいには、雪内空気に圧力勾配による力も慣性力も作用しなかったが、今のばあいはこの両方の力がはたらく。それで、構造乱流に基く剪断応力から生ずる力を雪の通気抵抗に対して無視した。その結果、変動雪内気流の流速が、絶対値 Q が一定で、風の方向に平行な鉛直面内を振動数 f で回転するベクトルで表されることを知った。ただし Q は雪面からの深さとともに指数関数的に減少する。また、ある深さでの Q を f の関数として考えると、 Q はひとつの極大をもつ山形の曲線で表される。この曲線から、 $U_s=150$ cm/s のばあいの雪内気流の流速観測値をうるには、圧力波の振幅に少なくとも $7\sim 10$ dyne/cm² の値が必要であることがわかった。雪面における変動気圧の測定例はないが、気流のなかに立てた円筒の後流の乱流中に現われる変動気圧の実測がある⁶⁾。その結果により、上記の値より遙かに大きい圧力波の振幅を予想することができる。こうして変動雪内気流の存在を認めれば、変動雪内気流は定常雪内気流にくらべ優勢で、後者は前者の数分の一の強さに止ることになる。

この論文を書くにあたっては北海道大学低温科学研究所の石田 完教授と小林俊一助手とから多くの御教示をいただいた。ここに記して感謝の意を表す。

文 献

- 1) Oura, H., Ishida, T., Kobayashi, D., Kobayashi, S. and Yamada, T. 1976 Studies on blowing snow, II. *In* Physics of Snow and Ice, Part 2 (H. Oura ed.), *Inst. Low Temp. Sci.* Sapporo, 1099-1117.
- 2) 小林俊一 1969 雪面に働く風の力の測定. 低温科学, 物理篇, **27**, 87-97.
- 3) Shimizu, H. 1970 Air permeability of deposited snow. *Contri. Inst. Low Temp. Sci.*, **A 22**, 1-32.
- 4) 吉田順五 1976 気圧の局所降下による積雪の飛散, I. 低温科学, 物理篇, **34**, 1-15.
- 5) Sutton, O. G. 1953 *Micrometeorology*. pp. 333.
- 6) Kobashi, Y. 1957 Measurements of pressure fluctuation in the wake of cylinder. *J. Phys. Soc. Japan*, **12**, 533-543.
- 7) 本多光太郎 1928 英文「物質の磁性」. 裳華房, pp. 256.

Summary

(1) Oura and others¹⁾ placed the sensor of a hot-wire anemometer 5 mm deep below the surface of a snow cover and found that the needle of the meter moved when a wind blew over the surface. Theoretical studies will be made in this paper on how the wind gives rise to the air flow in snow evidenced by the above finding. To simplify the nomenclature, the air in snow and its flow thus found will be called "the internal air" and "the internal flow" respectively.

(2) The wind can be decomposed into two component flows: the steady flow which drags the surface of snow with shear stress τ_s and the turbulent flow which pushes the surface with fluctuating pressure P_a . Major part of stress τ_s is delivered directly to the internal air with the result that it flows steadily parallel to the wind whereas the remaining part of τ_s gives a shear strain to the three-dimensional network of ice with which the structure of snow is built. Fluctuating pressure P_a gives rise to a fluctuating internal flow which changes its flow direction incessantly when observed at any point arbitrarily chosen in the snow. The

internal flow is thus a composite air flow composed of "the steady internal flow" and "the fluctuating internal flow". But the measured internal flow could not be split into its steady and fluctuating components, because a hot-wire anemometer is such an instrument that tells nothing about the direction of any air flow.

(3) A theoretical study of the steady internal flow requires values of τ_s and of mean wind velocity U_s to be known at the surface of snow. Kobayashi²⁾ obtained experimentally the following values for them together with velocity q^* of the internal flow at a point 5 mm below the surface of snow:

$$U_s = 150 \text{ cm/s}, \quad \tau_s = 1 \sim 3 \text{ dyne/cm}^2, \quad q^* = 2 \sim 3 \text{ cm/s}.$$

Porosity ε of the snow was 0.9. This is the only case where the values of U_s , τ_s and q^* are available at present in a complete set. The actually measured value of q^* was as large as 10 cm/s, but it was reduced to the above value because the cavity inevitably made around the anemometer must have drawn excessive air from the surrounding snow towards the meter.

(4) Let coordinates x and z be respectively placed parallel to the wind and in the downward direction with the origin on the surface of the snow cover. The steady internal flow flows parallel to the x -axis and its velocity u depends solely upon z . Shear stress τ' on a virtual horizontal plane placed in the internal air is also a function solely depending upon z . As neither pressure gradient nor inertial force comes out in the steady internal flow, the equation of motion for the internal air can be written as

$$d\tau'/dz = \varepsilon u/B, \tag{1}$$

where B is the permeability of air through the snow.

(5) When viewed microscopically, the internal flow is turbulent, because the internal air can make its way only by meandering through the complicated structure of the three-dimensional network of ice. Mixing length l of this turbulence is kept at a constant value throughout the snow, because what determines l is nothing but the structure of the network of ice. The theory of mixing length then yields

$$\tau' = \mu' u (du/dz), \tag{2}$$

where μ' is a constant.

(6) Equations (1) and (2) give

$$du/dz = -\sqrt{2K/3} \sqrt{u} \quad \text{with } K = \varepsilon/\mu'B, \tag{3}$$

of which the solution can be written as

$$\sqrt{u} = \sqrt{u_0} - \sqrt{K/6} \cdot z, \tag{4}$$

if u_0 is used for u at the surface of snow.

(7) When z is equal to

$$H = \sqrt{6u_0/K}, \tag{5}$$

both u and τ' vanish. This means that there exists no steady internal flow in the snow lying deeper than the level of $z=H$. If coordinate z' is taken upwards from level H , u can be expressed as

$$u/u_0 = (z'/H)^2. \tag{6}$$

The sign of the shear stress is inverted when z' is used instead of z , that is, shear stress τ expressed in relation to z' is equal to $-\tau'$. Equations (2), (3) and (5) yield

$$\tau/\tau_0 = (z'/H)^3, \quad (7)$$

where τ_0 is the value of τ at the surface of snow. Therefore τ and u must satisfy the equation

$$\tau = \alpha u^{1.5} \quad \text{with constant } \alpha \quad (8)$$

at any level of $z' > 0$ or of $z < H$.

(8) The curves in Figs. 1 and 2 are drawn for the purpose of comparing the theoretical results obtained above with the experimental data given in Article (3). On drawing the curves, U_s was put equal to 150 cm/s while three values 1, 2 and 3 dyne/cm² were chosen for τ_0 , because it is nearly equal to τ_s and the observed values of τ_s lie in the region ranging from 1 to 3 dyne/cm². In Fig. 2, u^* stands for the value of u at the depth of 5 mm where velocity q^* of the internal flow was measured by the use of the hot-wire anemometer.

(9) Let it be assumed that u^* was not zero, namely that the internal flow had a steady component if very weak at the point where its velocity q^* was measured. On this assumption it is shown from the curves in Fig. 1 that ratio $\gamma = u_0/U_s$ must be smaller than 0.045 while its value is left unknown.

(10) As shown by $u^* - \gamma$ curves in Fig. 2, u^* remains less than 1.03 cm/s for any values of γ not exceeding 0.045, whereas the measured internal flow had velocity q^* amounting to 2-3 cm/s. From this it is known that the steady internal flow constitutes only a fraction of the internal flow and its major part is made of the fluctuating internal flow which is given rise to by the fluctuating pressure P_a imposed upon the surface of snow by the wind.

(11) That fluctuating pressure is supposed to be represented by a single pressure wave

$$P_a = P \sin \{2\pi n (x - U_s t)\}, \quad (9)$$

although the actual fluctuating pressure would need much more complicated mathematical formulae if it should exactly be expressed. Shear stress τ played an important role in the case of the steady internal flow. But, in the case of the fluctuating internal flow, the shear stress can be disregarded because there appear pressure gradient and inertial force to stand against the resistance with which the snow hinders the internal flow. Thus p , pressure of the internal air, is given by such a solution of the differential equation⁹⁾

$$\partial p / \partial t = k (\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial z^2) \quad (10)$$

that coincides with formula (9) at $z=0$. Equations (29) and (30) of the Japanese text make the full expression for that solution. In equation (10) k is a constant of which the value is determined by the natures of air and snow; k is equal to 5.5×10^6 cm²/s for the new snow of $\epsilon=0.9$ used for the measurements described in Article (3).

(12) The velocity of the fluctuating internal flow can be obtained by mere differentiation of p , namely

$$u = -(B/\epsilon) \partial p / \partial x, \quad w = -(B/\epsilon) \partial p / \partial z, \quad (11)$$

where u and w are x - and z -components of the velocity. If U_s is put equal to 150 cm/s given in Article (3), β in equation (30) of the text becomes very small. It results from this that, for $x=0$, u and w are given by

$$u = -Q \cos \theta, \quad w = -Q \sin \theta, \quad (12)$$

if Q and θ are used for representing the following expressions:

$$Q = 2\pi P (B/\epsilon) \exp(-2\pi z/\lambda), \quad \theta = 2\pi f \left\{ t - (\lambda/2\pi k) z \right\}, \quad f = nU_s, \quad \lambda = 1/n. \quad (13)$$

(13) Therefore, when a point is fixed in the snow, velocity vector $v(u, w)$ at the point rotates with frequency f in the xz -plane keeping its magnitude at the constant value of Q . Unlike the steady internal flow, the fluctuating internal flow is not limited in depths, because Q decreases with z in proportion to $\exp(-2\pi z/\lambda)$.

(14) Let Q^* be the value of Q at $z=5$ mm, that is, at the depth where the internal flow was measured. In Fig. 4 ratio Q^*/P is plotted against n , wave number of the pressure wave given by formula (9). As the ratio does not exceed $0.3 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot \text{dyne}$, P needs to be greater than $7 \sim 10 \text{ dyne/cm}^2$, for Q^* to make the major part of the measured velocity $q^* = 2 \sim 3 \text{ cm/s}$ of the internal flow.

(15) Kobashi⁶⁾ made experiments of measuring the fluctuating pressure appearing in the turbulent wake behind a cylinder which was stood in an artificial wind blowing at the speed of 14 m/s , and he found that the root-mean-square value of the pressure could amount to 400 dyne/cm^2 . This experimental fact makes a powerful support for thinking that P can get such a great value as mentioned in the previous Article.