HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	流氷の非定常運動
Author(s)	納口, 恭明
Citation	低温科學. 物理篇, 40, 83-99
Issue Date	1982-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18440
Type	departmental bulletin paper
File Information	40_p83-99.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Yasuaki NOHGUCHI 1981 Nonsteady Motion of Drifting Sea Ice. *Low Temperature Science, Ser. A, 40.* (With English Summary p. 97)

流 氷 の 非 定 常 運 動*,**,***

納 口 恭 明****
(北海道大学大学院理学研究科)

(昭和56年10月受理)

目　　次

頁
I. 緒　　言 …… 83
II. 流氷の運動モデル …… 84
II-1. モデルの導出 …… 84
II-2. モデルの性質 …… 86
III. 風の変化による慣性周期運動の形成 …… 89
III-1. 衝撃応答 …… 89
III-2. 階段応答 …… 90
IV. パラメータの実験的導出 …… 91
IV-1. 導出方法 …… 92
IV-2. 紋別沖流氷 …… 92
IV-3. 北極漂流ステーション T-3 …… 95
IV-4. 考　　察 …… 95
V. 結　　語 …… 96

I. 緒　　言

北海道オホーツク海沿岸には三基のレーダー(枝幸・紋別・網走)が設置されており，それぞれ半径約60キロメートルの範囲の流氷の様子が観測できる。レーダー画像上の流氷の特徴ある点に注目することによって流氷の運動を追跡することができ，その流跡や速度などが得られる。

これまでになされたこのようなレーダーによる研究から，流氷は平均的には岸に沿って南東方向へ流れているが，時間や空間のスケールを小さくして見ると，回転や発散[1]などが存在したり，渦を巻くような不均質運動が現われたり，また均質な運動においてさえも，その流跡は単純でないことなどが知られている。

レーダーによる流氷観測と同時に冬期間の流氷下の海流観測[2]なども行なわれており，流氷の漂流速度と海流や風との関係などが調べられている[3]が，それらの間の単純な対応関係は得られていない。

---

* 北海道大学低温科学研究所業績　第2390号
** 北海道大学低温科学研究所　流氷研究施設研究報告　第97号
*** 北海道大学提出学位論文
**** 現在国立防災科学技術センター雪害実験研究所

しかし，このような複雑な運動の中にも，約24時間周期の潮流運動の成分や，約17時間という慣性周期の運動成分[4]といった単純な運動成分が卓越して現われる場合があることなどが最近見い出されている。流氷上の風と下の海水の運動とから流氷のいろいろな動きを説明し，またそれを予測するためには，1個の氷盤に着目した運動方程式に立ち返って，その性質を調べてみる必要がある。

本論文の目的は，非定常現象が無視できなくなるようなスケールでの流氷の運動を記述する簡単なモデルを導くとともに，そのモデルによって示される流氷の運動の性質を調べ，実際の流氷の運動との対応によって定量化することである。この際，特に状況設定としては，運動は水平方向に均質であること，氷盤は海面をすべて覆っていることを仮定する。

II. 流氷の運動モデル

慣性周期の運動や海流や潮流成分の運動を定性的に説明できるような，なるべく簡単な流氷の運動モデルを導びき，それによって記述される流氷の運動の一般的な性質について考察する。

II-1. モデルの導出

1個の氷盤の運動を2次元平面 xy 上で速度 (u,v) によって記述される点の運動として考える。また氷盤に作用する力は位置には依らず，各氷盤は xy 平面上で均質な運動をしているものと考える。したがって，この場合，氷盤間の相互作用は考慮しなくてよい。このとき流氷についての運動方程式は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= fv+\mu_x+\frac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wx}}{\rho_i h_i}\\ \frac{dv}{dt} &= -fu+\mu_y+\frac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wy}}{\rho_i h_i}\end{aligned}\right\}\qquad\left.\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= u\\ \frac{dy}{dt} &= v\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

ここで $(fv,-fu)$ は単位質量あたりに作用するコリオリ力，f はコリオリ係数，(μ_x,μ_y) は単位質量あたりに作用する海面傾斜による圧力勾配力と起潮力とを合計したもの，(τ_{ax},τ_{ay}) は氷盤の上面での風による摩擦応力，(τ_{wx},τ_{wy}) は氷盤下面での海水との間の摩擦応力，ρ_i と h_i はそれぞれ氷の密度と厚さである。

一方，流氷の下の海水の運動も水平方向には均質であり，また垂直方向 (z 方向) の流速は無視できるものとする。このとき海水についての運動方程式は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= fV+\mu_x+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\\ \frac{\partial V}{\partial t} &= -fU+\mu_y+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

ここで (U,V) は海水の流速の x 成分と y 成分，(τ_{zx},τ_{zy}) は接線応力，ρ_w は海水の密度である。

海面は氷盤で完全に覆われているものとする。したがって風による摩擦力は直接海水には作用せず，海水は流氷との間でのみ運動量の交換を行なう。このとき海水と氷盤の間の境界条件は，

$$\tau_{zx} = \tau_{wx}, \qquad \tau_{zy} = \tau_{wy} \tag{3}$$

となる。

海水の流速の垂直分布を考えると，表面付近では，風によってひきずられた氷盤の運動の影響を受けるであろうが，十分に下の方では，その影響も少なく速度勾配も小さいと考えられる。このようなところでの流速 (U_L, V_L) は次の式によって記述される。

$$\left.\begin{aligned} \frac{dU_L}{dt} &= fV_L + \mu_x \\ \frac{dV_L}{dt} &= -fU_L + \mu_y \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

μ_x, μ_y の意味から (U_L, V_L) は海流や潮流運動を表わしており，その意味で今後 (U_L, V_L) を海潮流成分と呼ぶことにする。

流氷の運動と海水の運動から海潮流成分を取り去ると (1) 式，(2) 式はそれぞれ次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} \frac{du'}{dt} &= fv' + \frac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i} + \frac{\tau_{wx}}{\rho_i h_i} \\ \frac{dv'}{dt} &= -fu' + \frac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i} + \frac{\tau_{wy}}{\rho_i h_i} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial U'}{\partial t} &= fV' + \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial V'}{\partial t} &= -fU' + \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

ただし $u' = u - U_L$, $v' = v - V_L$, $U' = U - U_L$, $V' = V - V_L$

である。すなわち (5), (6) 式は風の摩擦力 (τ_{ax}, τ_{ay}) によってひき起される流氷と海水の運動の海潮流成分からのずれを記述している。この意味で今後，(u', v') と (U', V') をそれぞれ流氷と海水の風成漂流成分と呼ぶことにする。

いま，U', V' の代表的な値として U_s', V_s' を海水の代表的な厚さ h_s を用いて次のように定義する。

$$U_s' h_s = \int U' dz, \quad V_s' h_s = \int V' dz \tag{7}$$

ただし積分範囲は，流氷の下面から U', V' がゼロとなるような十分に深い所までとする。このとき U_s', V_s' は (6) 式と境界条件 (3) 式から次の方程式を満す。

$$\left.\begin{aligned} \frac{dU_s'}{dt} &= fV_s' - \frac{\tau_{wx}}{\rho_w h_s} \\ \frac{dV_s'}{dt} &= -fU_s - \frac{\tau_{wy}}{\rho_w h_s} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

この U_s', V_s' を用いて海水と氷盤との摩擦力 (τ_{wx}, τ_{wy}) を次のように仮定する。

$$\left.\begin{aligned}\tau_{wx} &= -\rho_w \delta(u'-U_s')\\ \tau_{wy} &= -\rho_w \delta(v'-V_s')\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

ここで δ は海水と氷盤の摩擦係数とする。

(5)式，(8)式，(9)式をまとめると次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{du'}{dt} &= fv' - \frac{\delta}{h}(u'-U_s') + \frac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i}\\ \frac{dv'}{dt} &= -fu' - \frac{\delta}{h}(v'-V_s') + \frac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i}\\ \frac{dU_s'}{dt} &= fV_s' - \frac{\delta}{h_s}(U_s'-u')\\ \frac{dV_s'}{dt} &= -fU_s' - \frac{\delta}{h_s}(V_s'-v')\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

ただし $h = \dfrac{\rho_i}{\rho_w} h_i$

(10)式は4次元の常微分方程式であり，風の摩擦力 (τ_{ax}, τ_{ay}) を時間の関数として与えることにより，流氷の風成漂流成分 (u', v') が得られる。ところで，方程式の中の定数 h_s, δ は方程式(10)を導びく段階で定義された定数であり，その値は，実際の流氷の運動との対応によって実験的に決められるべきものである。

結局，流氷の速度 (u, v) は風の力を原因として(10)式から得られる風成漂流成分と海潮流成分の合計としてモデル化されたことになる。

II-2. モデルの性質

(10)式によって表わされる流氷の風成漂流成分の一般的な性質を見るために，(10)式の解の挙動を調べる。式を見やすくするために，変数を次のように無次元化する。

$$t = f^{-1}t^*$$

$$u' = V_0 x_1$$

$$v' = V_0 x_2$$

$$U_s' = V_0 x_3$$

$$V_s' = V_0 x_4$$

ここで代表的な時間スケールとして f^{-1} を用いた。また V_0 は代表的な速度を表わす。このとき(10)式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt^*}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\varepsilon_1 & 1 & \varepsilon_1 & 0\\ -1 & -\varepsilon_1 & 0 & \varepsilon_1\\ \varepsilon_2 & 0 & -\varepsilon_2 & 1\\ 0 & \varepsilon_2 & -1 & -\varepsilon_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}C_1\\C_2\\0\\0\end{pmatrix} \tag{11}$$

ただし $\varepsilon_1 = \dfrac{\delta}{fh}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{\delta}{fh_s}$, $C_1 = \dfrac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i V_0 f}$, $C_2 = \dfrac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i V_0 f}$

(11)式は，ふたつの無次元パラメータ ε_1, ε_2 によって特徴づけられる4次元の常微分方程式であり，4次元位相空間上の代表点 (x_1, x_2, x_3, x_4) の動きを記述している。いま，C_1, C_2 を t^* によらない定数とする。このとき，(11)式の左辺をゼロとおいた連立方程式

$$\left.\begin{aligned} -\varepsilon_1 x_1 + x_2 + \varepsilon_1 x_3 + C_1 &= 0 \\ -x_1 - \varepsilon_1 x_2 + \varepsilon_1 x_4 + C_2 &= 0 \\ \varepsilon_2 x_1 - \varepsilon_2 x_3 + x_4 &= 0 \\ \varepsilon_2 x_2 - x_3 - \varepsilon_2 x_4 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

を満す点 $(x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40})$ は(11)式の力学的な平衡点であり，ただひとつの定常解である。代表点が平衡点上にあれば，いつまでもそこにとどまっている。一方，代表点が平衡点以外にある場合，時間の経過につれて代表点は位相空間上を移動するため，運動は非定常となる。

(12)式を解くと次のとうりである。

$$\left.\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix} &= \frac{1}{\varepsilon^2+1} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 1+\varepsilon_2\varepsilon \\ -1-\varepsilon_2\varepsilon & \varepsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_{30} \\ x_{40} \end{pmatrix} &= \frac{1}{\varepsilon^2+1} \begin{pmatrix} -\varepsilon_2 & \varepsilon_2\varepsilon \\ -\varepsilon_2\varepsilon & -\varepsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

ただし　$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

(13)式は，一定の風の力 (C_1, C_2) を受けたときに生ずる風成漂流成分のうちの定常部分を示すものである。第1図は単位大きさの力が x 方向に作用した場合，すなわち $C_1=1$, $C_2=0$ に対する流氷の風成漂流成分の定常部分 (x_{10}, x_{20}) を無次元の速度空間上に示したものである。一般に，大きさ C の風の力が作用した場合，流氷の風成漂流の定常成分は，力の方向に対して右に

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1+\varepsilon_2\varepsilon}{\varepsilon_1}\right) \tag{14}$$

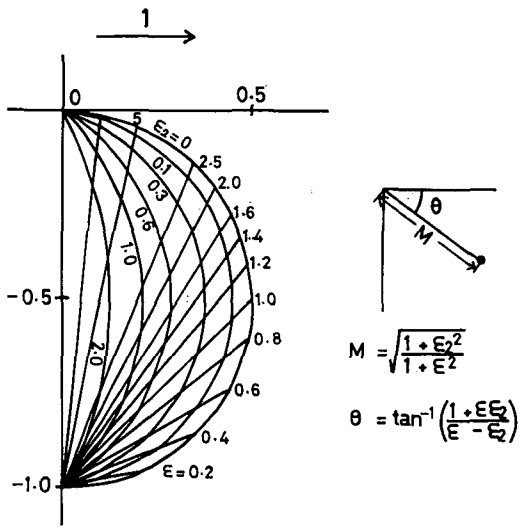
だけ偏った方向を向き，大きさ V_w^*(無次元)は次のようになる。

$$V_w^* = (x_{10}^2 + x_{20}^2)^{\frac{1}{2}} = CM \tag{15}$$

ここで

$$M = \sqrt{\frac{1+\varepsilon_2^2}{1+\varepsilon^2}} \tag{16}$$

である。



第1図　矢印の方向に単位大きさの力が作用した場合の，無次元化速度空間上の流氷の風成漂流成分の平衡点の位置を示す。平衡点の位置は ε と ε_2 をパラメータとして決まる

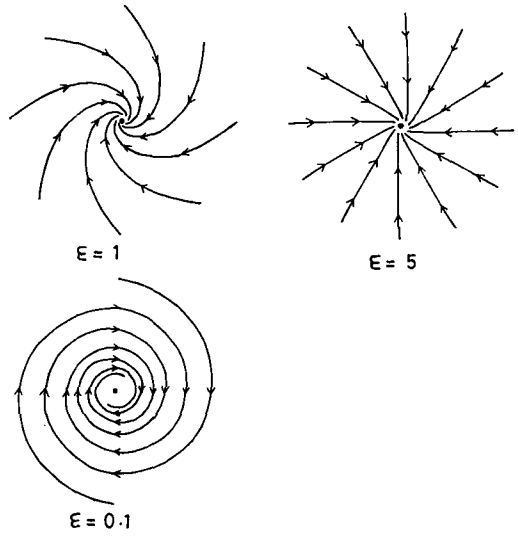
(11)式の一般解から(13)式で示される定常成分を取り去った残りの非定常部分を示すと次のとうりである。

$$\left.\begin{aligned}\begin{pmatrix}x_1-x_{10}\\x_2-x_{20}\end{pmatrix}&=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}e^{-\varepsilon t^*}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\\cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\\cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E\\F\end{pmatrix}\\\begin{pmatrix}x_3-x_{30}\\x_4-x_{40}\end{pmatrix}&=-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}e^{-\varepsilon t^*}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\\cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\\cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E\\F\end{pmatrix}\end{aligned}\right\}\quad(17)$$

ただし A, B, E, F は初期条件から決められる任意定数である。

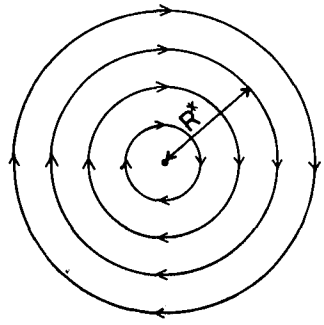
第2図は，非定常成分の右辺第1項の無次元化速度空間上での軌道を示したものである。この項は，時定数 $1/\varepsilon$ (無次元) で減衰していく過渡的な成分であり，速度空間上では，ε で特徴づけられる対数らせんを描き，十分に時間が経過するとゼロに収束する。

(17) 式の右辺第2項の，速度空間上での軌道は第3図で示されるとうり円を描く。この成分は，円軌道上を右まわりに周期 2π (無次元) で回転する。すなわち，これは慣性周期運動になっている。特に，この速度空間上での円軌道の半径 R^* (無次元) を今後慣性周期運動の大きさと呼ぶことにする。



第2図 (17) 式の右辺第1項で示される風成漂流成分の非定常項 (減衰振動成分) を速度空間上に示す。速度空間上の軌道は ε によって特徴づけられる対数らせんである

結局，風成漂流成分は，平均的な動きをする定常成分と，そのまわりで変動する非定常成分からなる。この意味で，この定常成分を平均風成漂流成分と呼ぶことにする。一方，非定常成分の中には，減衰する成分と慣性周期の運動をする成分が存在することがわかった。今後，前者を減衰振動成分，後者を慣性振動成分と呼ぶことにする。



第3図 (17) 式の右辺第2項で示される風成漂流成分の非定常項 (慣性振動成分) を速度空間上に示す

海潮流成分と (10) 式によって記述される風成漂流成分からなる流氷の運動モデルを使うと，実際の流氷の動きの観測から知られていた海流や潮流成分の運動や，風の作用による海潮流成分からのずれ，さらには，慣性周期の運動などを定性的に説明できることがわかった。したがって逆にこのことは，このモデルによって，今問題とするようなスケールでの流氷の運動を近似することの妥当性を与える。

III. 風の変化による慣性周期運動の形成

風成漂流成分の中の非定常部分である慣性振動項と減衰振動項は，位相空間上において代表点が平衡点の上にないことによって生じる。代表点が平衡点と一致しない原因は，風の変化に求めることができる。そこで，風の力の変化のうち，特に単純なものとして衝撃的な力が作用した場合と階段的に力が変化した場合とについて，この流氷運動モデルにしたがって非定常運動の様子を調べ，さらに平衡点からのずれと，それによって形成される慣性周期運動の大きさの関係を求める。

III-1. 衝撃応答

はじめ風はほとんどなく，海潮流成分だけで運動していた流氷上を，ある瞬間だけ突風が吹いたような場合を考える。このとき，$t^*<0$ では $x_1=x_2=x_3=x_4=0$ とし，また(11)式の C_1, C_2 を次のように置く。

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= I\delta^*(t^*) \\ C_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

ただし，I は衝撃力の大きさ，δ^* は無次元化されたデルタ関数である。こうして(11)式を解くと，$t^*>0$ に対して次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} I e^{-\varepsilon t^*} \begin{pmatrix} \sin t^* - \cos t^* \\ \cos t^* \quad \sin t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} I \begin{pmatrix} \sin t^* - \cos t^* \\ \cos t^* \quad \sin t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} I e^{-\varepsilon t^*} \begin{pmatrix} \sin t^* - \cos t^* \\ \cos t^* \quad \sin t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} I \begin{pmatrix} \sin t^* - \cos t^* \\ \cos t^* \quad \sin t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

(19)式からわかるように，平均風成漂流成分はゼロであり，非定常成分だけからなっている。これは，$t^*=0$ の瞬間を除いて外力はゼロであるためである。

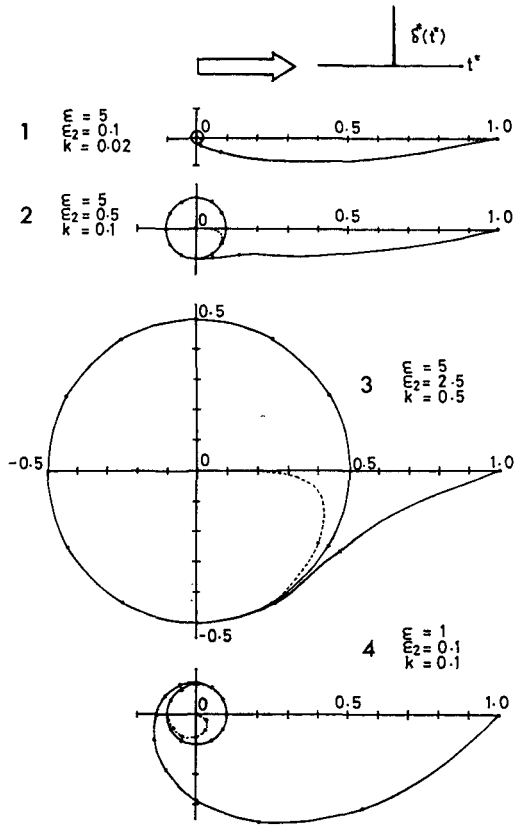
慣性周期運動の大きさ R^* は次のとうりである。

$$R^* = I\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \tag{20}$$

すなわち，慣性周期運動の大きさは，衝撃力の大きさ I に比例すると同時に，同じ衝撃力に対しては，パラメータ ε, ε_2 の比 $\varepsilon_2/\varepsilon$ に比例して定まることがわかる。今後，この比を k と置くことにする。

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} = k \tag{21}$$

いま，$I=1$ の場合について，無次元化速度空間上での解のふるまいを第4図に示す。実線は流氷の風成漂流成分であり，破線は海水の代表的風成漂流成分である。はじめ，各速度成分ともゼロであり原点にある。そして，$t^*=0$ の瞬間に衝撃力が流氷に作用するため流氷の風成漂流成分は (1, 0) になる。一方，海水には直接衝撃力は作用しないので，この瞬間にもまだ (x_3, x_4) は (0, 0) である。そしてその後，外力は再びゼロとなり平衡点は，$x_1=x_2=x_3=x_4=0$ となる。このとき海水は氷盤にひきずられ，逆に氷盤は海水の抵抗を受け，過渡的な現象を経て風成漂流成分に慣性周期運動が現われてくる。



第4図 矢印の方向に，ある瞬間単位大きさの衝撃力が作用した場合の，その後の風成漂流成分の挙動を無次元化速度空間上に示す。実線は流氷の風成漂流成分，点線は海水の代表的風成漂流成分

図中の **1, 2, 3** は，ε はすべて 5 であるが，ε_2 をそれぞれ，0.1, 0.5, 2.5 と変えることによって，その比 k としては 0.02, 0.1, 0.5 を得ている。(20) 式で示されるように，k の値に比例して慣性周期運動を現わす円の半径は大きくなっている。一方，**4** の場合は，k の値は **2** と同じく 0.1 であるが，ε の値がちがうために，円の大きさは同じであっても，それが形成されるまでの過渡的な現象の様子が異なっている。

III-2. 階段応答

はじめ，風はほとんどなく，海潮流成分だけで運動していた流氷上を $t^*=0$ の瞬間から風が吹き出して，その後ある一定の力が流氷に作用した場合を考える。このとき，力の作用する方向を x 方向とし，その大きさを C とすると，$t^*>0$ に対する (11) 式の解は次のとうりである。

$$\left.\begin{aligned}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}&=\frac{C}{\varepsilon^2+1}\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\-1-\varepsilon_2\varepsilon\end{pmatrix}+\frac{C\varepsilon_1}{\varepsilon^2+1}e^{-\varepsilon t^*}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\ \cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\\varepsilon\end{pmatrix}+C\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\ \cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}x_3\\x_4\end{pmatrix}&=-\frac{C\varepsilon_2}{\varepsilon^2+1}\begin{pmatrix}1\\\varepsilon\end{pmatrix}-\frac{C}{\varepsilon^2+1}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}e^{-\varepsilon t^*}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\ \cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\\varepsilon\end{pmatrix}+C\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\sin t^*-\cos t^*\\ \cos t^* \quad \sin t^*\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{22}$$

このような階段的な力の変化の場合は，一定外力が $t^*>0$ に対して作用するために，平均風成漂流成分が存在する。慣性周期運動の大きさは次のとうりである。

$$R^* = C\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} = Ck \qquad (23)$$

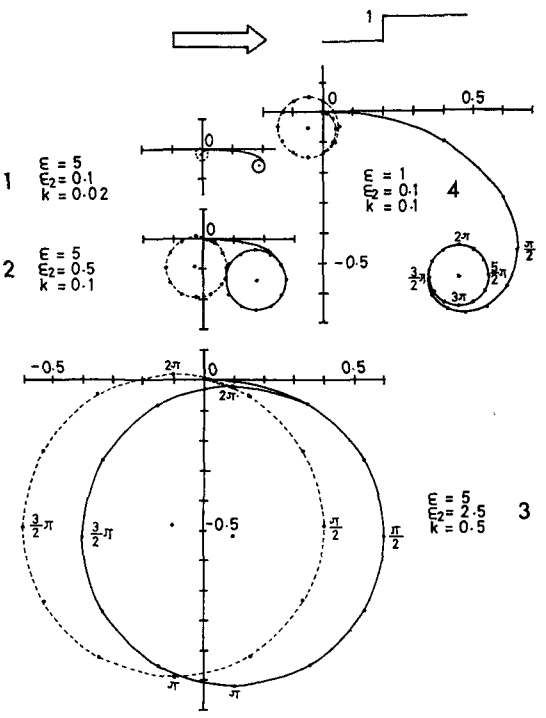
前述の衝撃力の場合と同様，慣性周期運動の大きさ R^* は，再びパラメータ k に比例することがわかる。また，風の力の大きさ C に関しても，k が一定であれば，それに比例して慣性周期運動は大きくなる。

$C=1$ の場合について，解の様子を無次元化速度空間上に描いたものを第5図に示す。はじめ平衡点は $x_1=x_2=x_3=x_4=0$ であったのが，一定の風の力の出現によって新たな平衡点

$$x_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^2+1}, \quad x_2 = \frac{-1-\varepsilon_2\varepsilon}{\varepsilon^2+1},$$

$$x_3 = \frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon^2+1}, \quad x_4 = \frac{-\varepsilon_2\varepsilon}{\varepsilon^2+1}$$

に変わる。このため，風成漂流成分は原点から出発して新しい平衡点に対応した速度へ近づこうとする。そして過渡的な段階を経たのちに慣性周期運動が新しい平衡点のまわりに出現する。



第5図　矢印の方向に，ある瞬間から単位の大きさの力が階段的に作用する場合の，その後の風成漂流成分の挙動を無次元化速度空間上に示す。実線は流水の風成漂流成分，点線は海水の代表的風漂流成分

一般的な風の場のように，短い間隔で変動が起る場合，慣性周期運動の成分は，他の非定常成分の中にかくれて表面上は現われてこない。しかし，ここで扱ったふたつの例のように，風の力の変化があって，その後ある程度の期間，力が一定となったときにはじめて慣性周期運動が現われてくることになる。

IV. パラメータの実験的導出

これまでの議論は，流氷の運動モデルにもとづく定性的なものであった。実際に風速を与えた場合に流氷の運動はどうなるかというような定量的な議論は，このモデルに含まれるパラメータを決定してはじめて可能になる。

氷厚 h_i や氷の密度 ρ_i はともかくとして，方程式(10)を導びく途中で導入されたパラメータである海水の代表的な厚さ h_s と流氷と海水との摩擦係数 δ は，実際の現象とモデルとの対応によって実験的に求めなければならない。

そこで，実測された慣性周期運動をもとにして，風速と平均風成漂流速度との対応と，風速変化と慣性周期運動の大きさとの対応から未知パラメータを決定する。

IV-1. 導出方法

風がほとんどなかったところに，ある時から階段的に風が吹きはじめて生じた慣性周期運動に注目する。いま，風速 W の風が流氷におよぼす摩擦力の大きさ τ_a を抵抗係数 C_D を用いて次のように与えることにする。

$$\tau_a = C_D \rho_a W^2 \tag{24}$$

ここで ρ_a は空気の密度である。このとき慣性周期運動の大きさ R は次のように現わされる。

$$\begin{aligned} R &= V_0 R^* = V_0 C k \\ &= \frac{\tau_a}{\rho_i h_i f} \cdot k = \frac{C_D \rho_a W_{max}^2}{\rho_i h_i f} \cdot k \end{aligned} \tag{25}$$

ただし W_{max} は風が変化した直後の風速である。いま，ρ_i, h_i, f, ρ_a, C_D を与えておけば，R と W_{max} を測定することによって k を求めることができる。ところで k は次のように現わされる。

$$k = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} = \frac{h}{h+h_s} = \frac{\frac{\rho_i}{\rho_w} h_i}{\frac{\rho_i}{\rho_w} h_i + h_s} \tag{26}$$

したがって k と h_i から海水の代表的厚さ h_s を求めることができる。

次に，同じ流跡を用いて平均風成漂流速度の大きさ V_w と，この間に吹いていた風の平均的な速度 $\overline{W}$ が測定できると，次の関係

$$\begin{aligned} V_w &= V_0 V_w^* = V_0 C M \\ &= \frac{\tau_a}{\rho_i h_i f} \cdot M = \frac{C_D \rho_a \overline{W}^2}{\rho_i h_i f} \cdot M \end{aligned} \tag{27}$$

を用いて，$M = \sqrt{(1+\varepsilon_2^2)/(1+\varepsilon^2)}$ が計算される。M と k から ε と ε_2 が求められ，最終的に δ と h_s が得られる。

IV-2. 紋別沖流氷

紋別沖に冬期間流速計が設置され，1977年から，流氷下の海流観測が行なわれている。沖合い8マイル点での観測結果では，水深 25 m と 60 m とでは上の方がやや流速が大きい程度で，ほとんど差がないことがわかっている[2]。したがって水深 25 m の流速を海潮流成分であると考えてさしつかえないであろう。一方，レーダー上の流跡から読み取った流氷の平均速度 $(\bar{u}, \bar{v})$ を用いると，平均風成漂流速度の大きさ V_w は次のようにして与えられる。

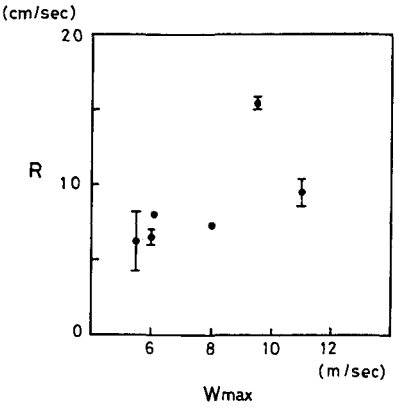
$$V_w = \sqrt{(\bar{u} - \bar{U}_{25})^2 + (\bar{v} - \bar{V}_{25})^2} \tag{28}$$

ここで $(\bar{U}_{25}, \bar{V}_{25})$ は，25 m 水深の平均流速である。

小野[4]が示したような，均質氷野が岸に拘束されることのない状態で慣性周期の運動を少なくとも1周期以上するのは，1冬の間に2～3回程度である。第1表に1977年と1978年の

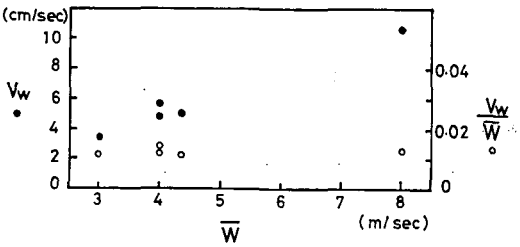
第1表　1977年と1978年の紋別沖流氷の慣性周期運動

年　月　日	W_{max} (m/sec)	$\overline{W}$ (m/sec)	R (cm/sec)	V_w (cm/sec)
1977 1. 20	5.5	3.0	6.0	3.4
2. 3	11.0	8.0	9.5	10.6
2. 20	6.0	4.0	6.5	4.8
2. 22	8.2	4.0	7.3	5.7
1978 2. 10	6.1	2.7	8.0	—
3. 15	9.5	4.7	15.5	5.0



第6図　風速 W_{max} とそのときに現われた慣性周期運動の大きさ R の関係

紋別沖のレーダー観測から得られた慣性周期運動をまとめる。また，表の中の風の記録としては，流氷上の風速の実測がないため，紋別測候所の記録を用いている。なお，この期間の流氷の厚さとしては，2 m 程度と思われる。



第7図　平均風速 $\overline{W}$ と平均風成漂流速度の大きさ V_w（黒丸印）の関係。白丸印は風力係数を示す

第6図は，実測された R と W_{max} の関係を示す。(25)式からも定性的に示されるように，風の変化が大きい場合ほど大きな慣性周期運動が現われることが実測からもうかがえる。また(27)式からわかるように，一般に，平均風速が大きいほど，それによってひき起される平均風成漂流速度も大きくなるはずである。第7図は V_w と $\overline{W}$ の関係を示したものであるが，確かにその傾向がわかる。V_w と $\overline{W}$ の比 $V_w/\overline{W}$ は一般に風力係数と呼ばれるものであるが，図中の白丸で示されている風力係数の値は，約 0.01 前後であることがわかる。

これらの実測値 V_w, R, W_{max}, $\overline{W}$ を用いて，未知パラメータを求める。この際に，必要な定数として次の値を用いる。

$$C_D \sim 2\times10^{-3}$$

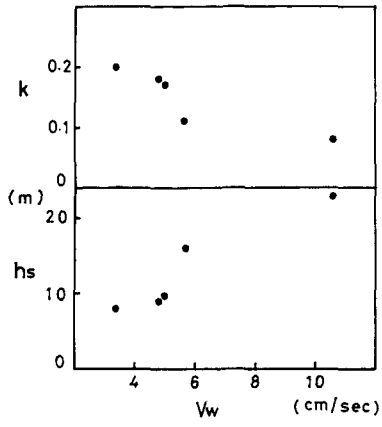
$$\rho_a \sim 10^{-3}\ \mathrm{g/cm^3}$$

$$\rho_i \sim 1\ \mathrm{g/cm^3}$$

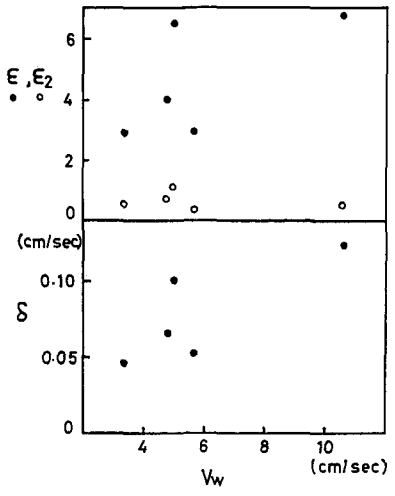
$$h_i \sim 200\ \mathrm{cm}$$

$$f \sim 10^{-4}\ \mathrm{sec^{-1}}$$

第8図は，V_w を横軸として，k と h_s とを記入したものである。k の値は，0.1～0.2 であり 10^{-1} のオーダーである。一方，h_s の値は，10～20 m 程度である。ε, ε_2, δ の値を第9図に示す。δ の値は，0.05～0.1 cm/sec である。



第8図 横軸を平均風成漂流速度の大きさ V_w として k, h_s を示す



第9図 横軸を平均風成漂流速度の大きさ V_w としてε(黒丸印), ε_2(白丸印), δ を示す

これらの計算値が実際に適当なものであるかどうかを調べるために，h_s と δ を水の垂直渦動粘性係数 K_z と対応づけることを試みる。

海水と流氷との摩擦力 τ_w は，K_z の定義から次のように現わせる。

$$\tau_w \sim \rho_w K_z \frac{\partial U}{\partial z} \tag{29}$$

ここで $\partial U/\partial z$ は，流氷の風成漂流成分 u'，海水の代表的風成漂流成分 U_s'，海水の代表的厚さ h_s を用いて次のように評価できる。

$$\frac{\partial U}{\partial z} \sim \frac{u'-U_s'}{h_s} \tag{30}$$

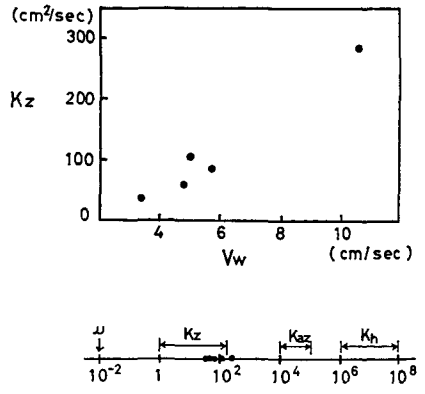
ところで δ についての定義は次のとうりであった。

$$\tau_w \sim \rho_w \delta (u'-U_s') \tag{31}$$

したがって，(29), (30), (31) 式から δ は h_s, K_z によって次のように現わされる。

$$\delta \sim \frac{K_z}{h_s} \tag{32}$$

δ と h_s とから求めた K_z が第10図に示してある。K_z の実測はないが，普通考えられている K_z の値は 1～200 cm^2/sec である。したがって，h_s と δ から，ここで求めた K_z の値とほぼ同じ範囲にあり，h_s と δ の値が合理的であること，すなわち，この流氷運動モデルが妥当であることのひとつの根拠を与える。



第10図 h_s と δ から求めた水の垂直渦動粘性係数 K_z を V_w を横軸として示す

IV-3. 北極漂流ステーション T-3

流氷の慣性周期運動についての観測例は，他にはあまりなく，北極海で行なわれた Hunkins[5] (1967) と Mcphee[6] (1977) のものがあるだけである。Hunkins の観測は，氷島 T-3 においてなされたものである。氷島 T-3 は長さ 13 km，幅 8 km，厚さ 30 m である。観測された慣性周期運動の大きさは 1 cm/sec 程度である。

紋別沖流氷の場合，氷厚は 2 m 程度であったが，氷厚が 30 m のように大きい場合の運動を記述するための h_s は同じくらいの値でよいのかどうかを調べる。

第2表　T-3 で観測された慣性周期運動の大きさ R とそれに対応する風速 W_{max} (Hunkins[5] 1967)

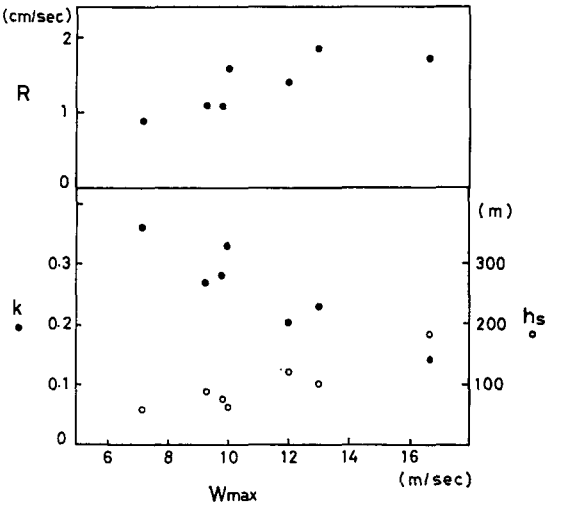
R (cm/sec)	1.7	1.1	1.6	1.9	0.9	1.4	1.1
W_{max} (m/sec)	16.4	9.8	10.0	13.0	7.2	12.0	9.3

第 2 表は，Hunkins の論文の第 10 図から読みとった風速変動のピーク値とそれに対応する慣性周期の運動のピーク値とを示している。測定のあった地点の緯度は北緯 82～83° であり慣性周期としては，約 12 時間である。いま T-3 を均質運動をする氷野と考え，それぞれのピーク値を W_{max}, R として k と h_s とを求める。ただし計算に際して，h_1 と f については次の値

$$h_1 \sim 30 \text{ m}$$
$$f \sim 1.4 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

を用い，他の定数については紋別沖流氷の場合と同じ値を用いる。

第 11 図に W_{max} を横軸として，R, k, h_s を記入する。第 6 図と同様に，風の変動 W_{max} が大きくなるほど，現われる慣性周期運動の大きさも大きくなるのがわかる。k の値は 0.1～0.4 の間であり，紋別沖の流氷から得られた k の値と同じオーダーである。ところが，氷厚が両者で大きく異るために，h_s の値は 100 m 程度になる。



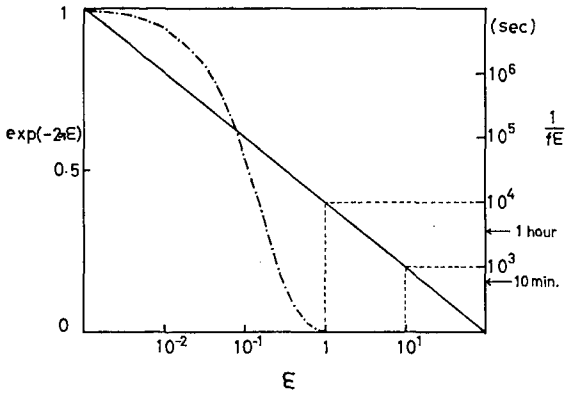
第11図　W_{max} を横軸として R, k (黒丸印), h_s (白丸印) を示す

IV-4. 考　察

氷厚 2 m 程度の紋別沖流氷に着目して得た h_s の値と氷厚 30 m の T-3 から求めた h_s の値は大きく異なっている。h_s は本来，(10) 式によって流氷の風成漂流を記述するために導入したパラメータであり，運動に合わせて決められるという任意性をもっている。ここで得られた結果のように，h_s の値が氷厚の数倍程度であって，氷厚が大きくなると，その運動を記述するための h_s も大きくしなければならないということが，一般にいえるかどうかは，さらに多くの測定例による検討が必要である。また，

(U'_s, V'_s) の物理的意味についても，定義式(9)からわかるように海水の速度分布の他に h_s を含むために，注目する流氷に応じた任意性をもつ。

ε の値は，減衰振動成分の時定数と関係していた。第12図は，時定数 $1/f\varepsilon$ と1慣性周期につき，はじめの大きさに対してどのくらいになるかを現わす $e^{-2\pi\varepsilon}$ を示す。ただし f としては，紋別の値を用いている。ε が1以上では，1慣性周期でほとんど減衰してしまうことがわかる。



第12図 ε と $1/f\varepsilon$（減衰振動成分の時定数；実線），$e^{-2\pi\varepsilon}$（1慣性周期後の減衰振動成分の大きさ；一点鎖線）の関係

ε の値を紋別沖で得られた1～10程度とすると，時定数は10数分から約3時間程度の間となる。すなわち，風の変化があって慣性周期運動が現われてくるまでに要する時間は，せいぜい3時間程度ということになる。

任意の運動状態にある流氷を，この運動モデルと結びつけて，パラメータを決定することは原理的には可能である。しかし，その場合には，風速や海水の流速についての詳細な資料が必要であるのだが，現実には，今のところそのような資料はない。ところが，慣性周期運動をしている流氷に着目すると，その期間の風は単純であり，変化した風速と，その後の平均風速だけによって特徴づけられる。その意味で，このモデルにとって最っとも単純な非定常現象である慣性周期運動との対応によってパラメータを求めるのは最良の方法といえる。パラメータの値が決まると原理的には，流氷上の風速と，下の海水の速度から流氷の運動を定量的にすべて決定できるのであるが，このパラメータを計算する際に，ここで用いたいろいろの測定値は，その精度からみて厳密な結果を与えるものではなく，おおよその目安を与えるにすぎない。したがって，たとえば流氷の運動予測という目的のためには，ここで求めた以上の精度で，これらのパラメータを決定する必要がある。

V. 結　　語

非定常現象が無視できないようなスケールでの均質な流氷野の運動の研究を行なった。流氷の運動は，下の海水の海流や潮流運動の成分（海潮流成分）と上を吹いている風によって起される風成漂流成分からなっていることがわかった。流氷の風成漂流運動を記述するために，ふたつのパラメータ δ（氷盤と海水の摩擦係数），h_s（海水の代表的厚さ）と海水の代表的風成漂流速度 (U'_s, V'_s) を導入することによって，4次元の常微分方程式によるモデル化を行なった。このモデルを使うと，実際の流氷の観測から知られていた慣性周期の運動や海水と流氷との平均的な相対運動が定性的に説明される。

流氷の運動は，ふたつの未知パラメータ δ と h_s を与えさえすれば，流氷上の風と，下の海水の海潮流成分から，完全に定量的に記述できる。ところで，このふたつのパラメータはモデ

ルを導出する際に出てきたものであり，したがって実際の流氷の運動との対応によって実験的に求めなければならない。

このモデルにおいて最っとも単純な非定常現象である慣性周期運動に着目し，実際に観測した慣性周期運動との対応からパラメータを求めた。その結果わかったことを列記すると次のとうりである。

(i) 紋別沖の流氷から求めた無次元パラメータ ε の値は 1～10, ε_2 の値は 0.1～1 であった。

(ii) ε は減衰振動成分の減衰の時定数を特徴づけており，(i) での値から時定数を求めると 10 数分～3 時間程度である。

(iii) 氷厚 2 m の紋別沖流氷から求めた h_s の値は 10～20 m であり，氷厚 30 m の T-3 から求めた h_s の値は 100 m 程度である。

紋別沖流氷から得られた h_s と δ の値を使って海水の垂直渦動粘性係数を評価したが，この値は，一般に考えられている値と一致した。しかし，ここで計算された h_s, δ などのパラメータの値は，それを決定するために使われた他の測定値の精度からみて，流氷の運動を正確に求めるものというよりも，だいたいの目安を与えるにすぎない。したがって，流氷の運動を正確に定量化するという目的のためには，より精度の高いパラメータの決定が必要となる。

謝　辞

本研究をまとめるにあたり，低温科学研究所の田畑忠司教授，小野延雄助教授には多くの御指導，御援助を頂いた。また低温科学研究所の鈴木義男教授，地球物理学教室の金成誠一教授，低温科学研究所の石田完教授からは多くの有益な御助言を頂いた。その他，低温科学研究所の海洋学部門の皆様ならびに紋別流氷研究施設の皆様にもお世話になった。これらの方々に深く感謝の意を表します。

文　献

1) 河村俊行 1977 流氷野の発散と回転について II. 低温科学，物理篇，**35**, 259-266.
2) 青田昌秋・河村俊行 1979 オホーツク海・北海道沿岸海域の冬季の海況. 文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果 No. A-54-1. 自然災害科学総合研究班，沿岸海域における流氷の運動予測の研究，59-80.
3) 河村俊行 1979 流氷の動きの特徴および風・海流との関係. 低温科学，物理篇，**38**, 161-168.
4) 小野延雄 1978 流氷の慣性周期運動. 低温科学，物理篇，**37**, 107-113.
5) Hunkins, K. 1967 Inertial oscillations of Fletcher's Ice Island (T-3). *J. Geophys. Res.*, **72**, 1165-1174.
6) McPhee, M. G. 1977 A simulation of inertial oscillations observed in the drift of manned ice stations. *AIDJEX Bull.*, **36**, 65-85.

Summary

Observations have been made, of drift of sea ice off the Okhotsk sea coast of Hokkaido, using a sea ice radar system at the Sea Ice Research Laboratory. In general ice motion is so complicated in a small-time scale that simple relations between ice velocity and wind velocity

or current velocity have not yet been obtained. However, it was found by Ono[4] that sometimes such a simple nonsteady motion as a inertial periodic motion exists in the motion of drifting sea ice. The purpose of this paper is to derive a simple model to describe the nonsteady ice motion.

Consider only the case in which the sea surface is covered with ice and ice motion is homogeneous in the horizontal plane (xy plane). Then the equation of sea ice motion is

$$\left.\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= fv+\mu_x+\frac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wx}}{\rho_i h_i}\\ \frac{dv}{dt} &= -fu+\mu_y+\frac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wy}}{\rho_i h_i}\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

where (u, v) is the ice velocity, $(fv, -fu)$ is the Coriolis force per unit mass, (τ_{ax}, τ_{ay}) is the wind stress at the air-ice interface, (τ_{wx}, τ_{wy}) is the water stress at the water-ice interface, (μ_x, μ_y) is the sum of the pressure gradient force due to tilting of the sea surface and the tidal force per unit mass, ρ_i is the ice density, and h_i is the ice thickness.

The equation of sea water motion is

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= fV+\mu_x+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\\ \frac{\partial V}{\partial t} &= -fU+\mu_y+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

where (U, V) is the sea water velocity, and ρ_w is the sea water density.

If (U_L, V_L) is the water velocity at the depth free from the influence of wind driven ice motion, the equation of the sea water motion at the depth is

$$\left.\begin{aligned}\frac{dU_L}{dt} &= fV_L+\mu_x\\ \frac{dV_L}{dt} &= -fU_L+\mu_y\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

When (4) is subtracted from (1) and (2), we obtain

$$\left.\begin{aligned}\frac{du'}{dt} &= fv'+\frac{\tau_{ax}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wx}}{\rho_i h_i}\\ \frac{dv'}{dt} &= -fu'+\frac{\tau_{ay}}{\rho_i h_i}+\frac{\tau_{wy}}{\rho_i h_i}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} &= fV'+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\\ \frac{\partial V'}{\partial t} &= -fU'+\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

where $(u', v')=(u-U_L, v-V_L)$, and $(U', V')=(U-U_L, V-V_L)$. These velocities can be considered as the wind driven component of the ice velocity and the sea water velocity respectively.

To obtain the simple equation so that the wind driven component of the ice velocity is determined the characteristic velocity (U_s', V_s') and the characteristic thickness h_s are introduced, which satisfy the equation

$$U_s' h_s = \int U' dz, \qquad V_s' h_s = \int V' dz \tag{7}$$

where the integral is carried from the ice-water interface to the arbitrary depth where (U', V') vanishes. Using the characteristic velocity, the water stress is assumed to be

$$\tau_{wx} = -\rho_w \delta (u' - U_s'), \qquad \tau_{wy} = -\rho_w \delta (v' - V_s') \tag{9}$$

where δ is the coefficient of ice-water interaction.

After all, by summarizing (5), (6), (7) and (9), we obtain

$$\left.\begin{aligned} \frac{du'}{dt} &= fv' - \frac{\delta}{h}(u' - U_s') + \frac{\tau_{ax}}{\rho_1 h_1} \\ \frac{dv'}{dt} &= -fu' - \frac{\delta}{h}(v' - V_s') + \frac{\tau_{ay}}{\rho_1 h_1} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dU_s'}{dt} &= fV_s' - \frac{\delta}{h_s}(U_s' - u') \\ \frac{dV_s'}{dt} &= -fU_s' - \frac{\delta}{h_s}(V_s' - v') \end{aligned}\right\}$$

as the simple model to describe the nonsteady wind driven ice motion.

Figure 5 shows solutions in a nondimensional velocity space, which was obtained under the initial condition that $u' = v' = U_s' = V_s' = 0$ when the wind stress is constant. The solutions are characterized by two nondimensional parameter ε and ε_2, which are defined by δ and h_s as

$$\varepsilon = \frac{\delta}{fh} + \frac{\delta}{fh_s} \qquad \varepsilon_2 = \frac{\delta}{fh_s}$$

The circle shown in Fig. 5 is the inertial circle whose radius R is in this case

$$R = \frac{\tau_a}{\rho_1 h_1 f} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \tag{25}$$

which represents the magnitude of the inertial oscillation. The distance from the origin to the center of the inertial circle is

$$V_w = \frac{\tau_a}{\rho_1 h_1 f} \sqrt{\frac{1+\varepsilon_2^2}{1+\varepsilon^2}} \tag{27}$$

which represents the mean velocity of the wind driven ice motion.

The unknown parameter δ and h_s should be determined experimentally through actual motion of drifting ice. If R and V_w are measured from the inertial periodic motion, h_s and δ can be evaluated by (25) and (27). The results on drifting ice off Mombetsu, which is about 2 m in thickness, are shown in Figs. 8 and 9. The values of h_s are 10～20 m.