HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	斜面積雪の挙動の研究　XIX : 積雪の塑性ポアソン比　3
Author(s)	大泉, 三津夫; 藤岡, 敏夫
Citation	低温科學. 物理篇, 43, 59-67
Issue Date	1985-03-18
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18500
Type	departmental bulletin paper
File Information	43_p59-67.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Mitsuo OH'IZUMI and Tosio HUZIOKA 1984 Studies of the Behavior of a Snow Cover on Mountain Slope XIX. Poisson's Ratio of Snow. 3. *Low Temperature Science, Ser. A, 43.* (With English Summary p. 67)

斜面積雪の挙動の研究 XIX

——積雪の塑性ポアソン比3——

大泉三津夫・藤岡　敏夫
(北海道大学大学院　理学研究科)(低温科学研究所)

(昭和59年10月受理)

1. はしがき

斜面積雪内の応力や積雪が構造物に及ぼす雪圧を，応力と歪速度との間の構成方程式から計算する際，密度や雪質に応じた塑性ポアソン比νが必要となってくる。

著者らは平地積雪の均質な雪層で，鉛直方向の雪圧P_vと水平方向の横圧力P_hを厚さの薄い円板型雪圧計で測定し，線型構成方程式を仮定してνを求めた（大泉，藤岡[1,2])。更に，最大傾斜線を含む鉛直面（以下，流動面と呼ぶ。)内で平面歪を生じる，層境界がほぼ平行な斜面積雪で2種類の雪圧を測定した。これらの値と別に得られた主歪速度の値から流動面内の主応力σ_1, σ_3，剪断粘性係数η，塑性ポアソン比νの2週間平均値を計算した（大泉，藤岡[2])。計算で得られたσ_1, σ_3は穿孔法（清水[3])で得られた主応力と一致し，νの値も平地積雪で得られた値と一致した。

しかし，ここで得られた主応力は2週間の平均値であり，これより短期間の応力状態を知ることはできない。又，平地積雪で得られるνと斜面積雪で求まるνとでは応力状態が異なるため，νに違いが生ずる可能性がある。

今回は，(1)雪圧計の直径の測定値への影響を平地積雪で調べ，(2)斜面積雪で流動面内に存在する3個の雪圧を連続的に測定し，同じ面内の主応力σ_1，σ_3をこの3個の雪圧とそれらの方向だけを使って求めた。更に，(3)等高線方向の主応力σ_2の測定値とσ_1，σ_3からνを計算し，平地積雪で得られたνと比較した。

2. 方　　法

2−1. 構成方程式と塑性ポアソン比ν

雪は粘弾性体であるが，応力が小さい場合，近似的に圧縮性ニュートン粘性流体とみなすことができる（Mellar and Smith[4], Salm[5,6])。Salm[6]はこの近似が可能な応力の目安として10kpaという値を与えている。ここで扱う平地積雪や斜面積雪では，通常，積雪上部荷重（積雪水量)はこの応力値と同じ程度である。それ故，ここでは取り扱い易さを考慮して，雪を等方均質な圧縮性ニュートン粘性流体と仮定する。この時，主応力σ_i $(i=1,2,3)$ と主歪速度$\dot{\varepsilon}_i$との間に

---

* 北海道大学低温科学研究所業績　第2684号

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{1}{2\mu(1+\nu)}\left(-\nu I_1 + (1+\nu)\sigma_i\right) \tag{1}$$

が成り立つ。ここでI_1は応力の1次不変量，νは塑性ポアソン比，μは剪断粘性係数である。なお，前論文（大泉，藤岡[2]）ではμをηとしている。$\dot{\varepsilon}_i$，σ_iは伸び又は引張り応力の場合を正とし，代数的に大きいものを$\dot{\varepsilon}_1$，σ_1とする。

平地積雪ではまわりを拘束された一軸圧縮歪が生じ，

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_2 = 0, \quad \sigma_1 = \sigma_2 \tag{2}$$

が成り立つ。ここに$\dot{\varepsilon}_1$，$\dot{\varepsilon}_2$，σ_1，σ_2は水平面内に存在する主歪速度，主応力である。雪圧計で鉛直方向の主応力σ_3（$=P_v$），水平方向の主応力σ_1（$=P_h$）を測定すれば，

$$\nu = \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3}\left(=\frac{P_h}{P_h+P_v}\right) \tag{3}$$

によってνを求めることができる。(3)は(1)で$i=2$とし，(2)を使うことによって得られる。

次に，流動面内で平面歪を生じる斜面積雪について考える。流動面内に存在する主応力と主歪速度を各々σ_1，σ_3（$\sigma_1>\sigma_3$），$\dot{\varepsilon}_1$，$\dot{\varepsilon}_3$（$\dot{\varepsilon}_1>\dot{\varepsilon}_3$）とし，これらに垂直な主値を代数的大小にかかわらずσ_2，$\dot{\varepsilon}_2$（$=0$）とする。平地積雪で(3)を求めた時と同様な手順で，

$$\dot{\varepsilon}_2\ (=0) = \frac{1}{2\mu(1+\nu)}\left(\sigma_2 - \nu(\sigma_3+\sigma_1)\right)$$

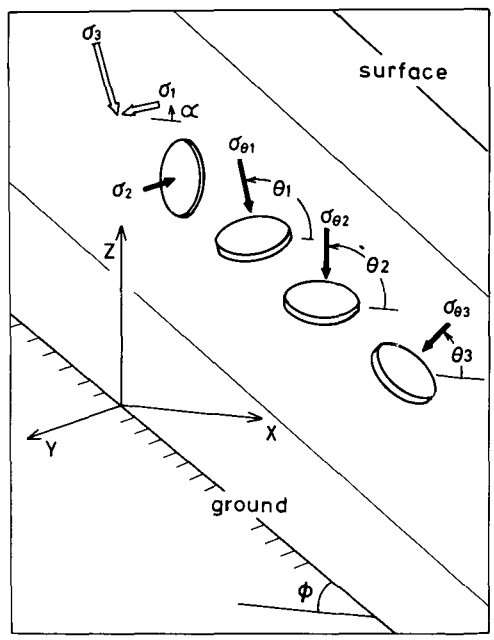
から，

$$\nu = \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_3} \tag{4}$$

が出てくる。σ_1とσ_3は次節2－2で述べる方法で求め，σ_2は雪圧計によって実測した（第1図）。(3)と(4)は同じ式であるが，応力の場が異なるためνも異なる可能性がある。今後，(4)のνを平地積雪で得られるνと区別してν_sと書く。

2－2．斜面積雪内の主応力σ_1，σ_3の連続測定

はしがきで述べた様に，前論文の主応力算出法では2週間の平均的な主応力しか求められない。これは，歪速度の測定期間が2週間であるためである。今回は雪圧計で流動面内に法線を有する面に働く垂直圧縮応力$\sigma_{\theta i}$と$\sigma_{\theta i}$が水平軸（X軸）となす角度θ_iを測定し（第1図），3個の$\sigma_{\theta i}$，θ_iの組（$i=1,2,3$）からモール円を使ってσ_1，σ_3の値及びσ_1がX軸となす角度αを求めた。計算では先ず，



第1図 斜面積雪での雪圧測定
$\sigma_{\theta i}$は流動面（Z-X面）内に存在し，水平軸（X軸）とθ_iの角度をなす垂直圧縮応力。
σ_2は等高線（Y軸）方向の主応力。σ_1，σ_3は流動面内に存在する主応力，αは主軸方向で計算で求める。

$$\begin{bmatrix}\sigma_{\theta 1}\\ \sigma_{\theta 2}\\ \sigma_{\theta 3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos^2(\theta_1) & \sin^2(\theta_1) & \sin(2\theta_1)\\ \cos^2(\theta_2) & \sin^2(\theta_2) & \sin(2\theta_2)\\ \cos^2(\theta_3) & \sin^2(\theta_3) & \sin(2\theta_3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_z\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}$$

から，行列演算で σ_x, σ_z, τ_{zx} を求め，次に

$$\begin{cases}\sigma_1 = A+B\\ \sigma_3 = A-B\\ \alpha = \dfrac{1}{2}\arctan\left(\dfrac{2\tau_{zx}}{\sigma_x-\sigma_z}\right)\end{cases}$$

から，σ_1, σ_3, α を計算した。但し，

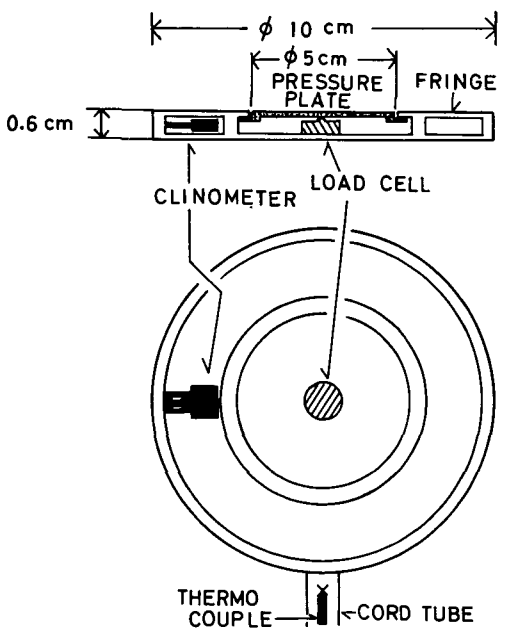
$$A=\frac{1}{2}(\sigma_x+\sigma_z)$$

$$B=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_z}{2}\right)^2+\tau_{zx}^2}\quad 。$$

2−3. 雪圧計

今回は厚さは6 mmで同じであるが，受圧板と全体の直径が異なる2種類の大きさの雪圧計を用いた。両方とも受圧板にかかる雪圧を小型ロードセル（容量500gw）で電気的に検出するもので，同時に傾斜角，雪温も測定できる。第2図に示した雪圧計は前回の測定で用いた雪圧計を小型化して，直径10cmとし，ロードセルを1個に減らしたもので，斜面及び平地の積雪で用いた。もう一種類の雪圧計は前回使用した直径15cmの雪圧計である。どちらの雪圧計も積雪の自由な流動を極力さまたげない様に厚さを薄くし，更に，エッヂ効果（de Quervain[7]）を避けるため受圧板の直径を全体の直径より小さくしてあるのが特徴である。

雪圧計の埋設方法は前回と同じである。データーの読みとりは，平地積雪では3時間おきに，斜面積雪では1時間おきに自動的に行い，データ収録装置に記録した。以下に示す測定結果は全て日平均値である。



第2図　雪圧計

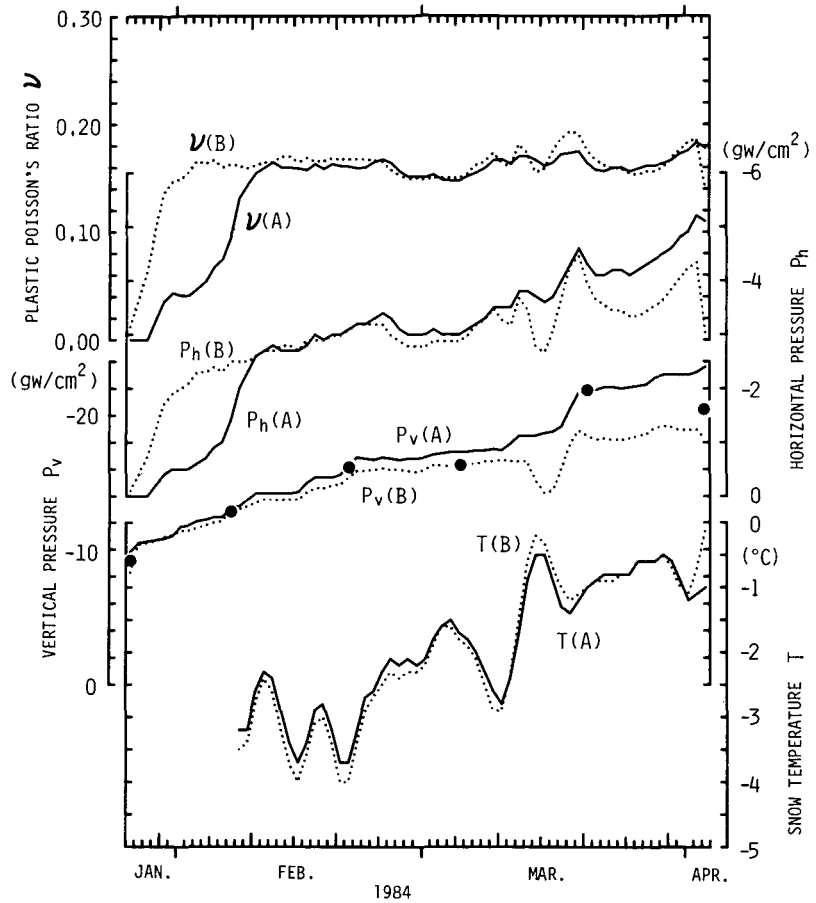
3. 結果と考察

3−1. 平地積雪で得られた塑性ポアソン比ν

第3図に，北海道北部の間寒別にある北大天塩地方演習林庁舎裏の平地積雪で得られた鉛直圧力 P_v，横圧力 P_h，雪温 T，塑性ポアソン比ν の経過を示す。横軸は日付けである。圧力の

単位はgw/cm²，雪温の単位は°Cである。圧力を負にとっているので，雪圧を表わす軸には負の値が目盛ってある。図の中でA（実線）と書き添えた値は第2図に示した直径10cmの雪圧計で測定した値で，B（点線）の添字の付いた値は直径15cmの雪圧計で得た値である。

約2週間おきに断面観測を行なった。第1表に雪圧計を埋めた層の断面観測結果と当日のP_v，P_h，νの値を示す。上部荷重は雪圧計の受圧板上の単位断面を持った雪柱の重量で，鉛直圧力P_vに相当し，積雪サンプラーで測定した。この値は第3図には黒丸で示してある。



第3図 平地積雪における鉛直圧力P_v，横圧力P_h，塑性ポアソン比ν，雪温Tの推移。●は雪圧計上の上部積雪荷重（積雪水量）。実線は第2図の雪圧計で得た値。点線は前論文（大泉，藤岡[2]）で使用した雪圧計で測定した値。

第3図の鉛直方向の雪圧P_v（A），P_v（B）は，何れも，埋設後すぐに妥当な値を示し，上部荷重の値と一致している。一方，水平方向の雪圧P_h（A），P_h（B）は，埋設後約2週間を経て同一の値を示すようになった。P_vが雪の重量による圧力で，10gw/cm²以上の値であり，雪と雪圧計との密着が短い時間で達成されるのに対し，P_hは鉛直方向の雪の縮みによって生じる2次的な圧力で，その値も5gw/cm²以下と小さいため，密着するのに長い時間が必要となる。

雪圧計と雪との密着が完全となる2月10日前後から，融雪が始まり密着状態が再び悪くな

る3月中旬まで，P_v，P_hともAとBの測定値が大体一致している。今回雪圧計を挿入した雪層は，挿入時の厚さが20cm，密度0.29g/cm³の雪層である。以上の結果は，この程度の雪層に対しては，今回使用した2種類の大きさの雪圧計で測定値に差が生じることはなく，測定器の大きさの影響を考慮しなくてもよいことを示している。

2月7日から3月6日までの密度0.327g/cm³～0.370g/cm³のしまり雪のνは，約0.16となり，前回得られた結果（密度0.28g/cm³～0.38g/cm³のしまり雪に対して，$\nu=0.15$）とほぼ一致する。

2月21日から3月6日までの第3図のν，Tと第1表の密度，雪質の変化に注目する。この期間，密度は一定で，雪質もこしもざらめ雪が混ざってくるが，ほぼ一定であった。雪温Tだけが変化を示し，νはほぼ一定である。この結果は，雪温はνに殆んど影響しないというSalm[5]の結果と一致している。

3－2．斜面積雪での主応力のσ_1，σ_3

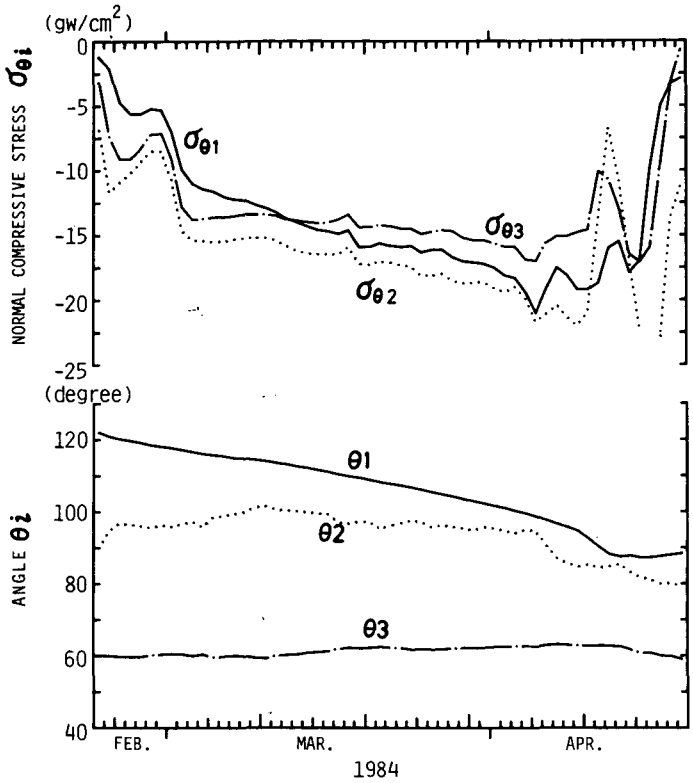
第4図に，同じく問寒別にある雪崩観測所の横にある傾斜角31°の斜面上の積雪で測定した垂直圧縮応力$\sigma_{\theta i}$ $(i=1,2,3)$と角度θ_iの推移を示す。$\sigma_{\theta i}$用雪圧計は平地積雪でのP_v用雪圧計と同様に埋設後すぐに（通常2，3日で）雪との密着が良くなり，妥当な値を示す。他方，σ_2用雪圧計については，平地のP_h用雪圧計と同様で，まわりの雪となじむのに時間がかかる。2月末から3月にかけての$\sigma_{\theta i}$の変動から，この時期に積雪内で急激な応力変化が生じたことが予想される。

著者らは，この雪圧計で積雪内の急激な応力変化を検出できるかどうかを確かめるため，人為的に応力状態を変えてみた。4月4日，雪圧計が埋まっている積雪の両側と斜面下方の雪を取り除き，長さ5.5m，巾2m，高さ1.36mの直方体の雪柱を切り出した。この雪柱より斜面上部の雪は短杭（長さ約30cm）によって流動がさまたげられており，雪柱と斜面上部の雪との接続部分は張力域となる。但し，底面での摩擦力の評価ができないため，この引張り応力を理論的に算出することはできない。この接続部分は第1図に示した$\sigma_{\theta i}$用雪圧計とσ_2用雪圧計の埋設位置の中間にあたり，それ故，σ_2の値は0にはならない。

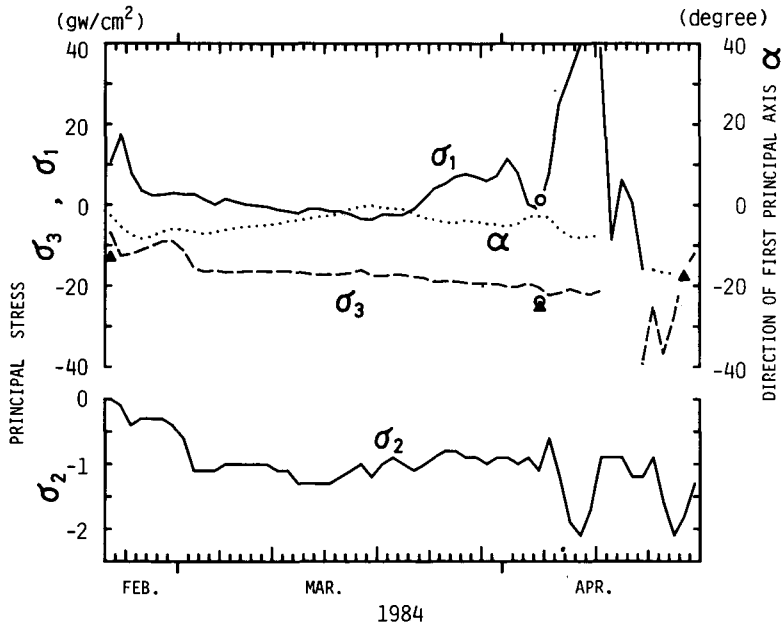
第5図に，測定の全期間について，$\sigma_{\theta i}$とθ_iから計算した流動面内の主応力σ_1，σ_3，第1

第1表　平地積雪での断面観測結果と雪圧計による測定値

日付け	1／26	2／7	2／21	3／6	3／20	4／3
雪質	しまり雪	しまり雪	しまり雪	しまり雪 こしもざらめ雪	ざらめ雪 こしもざらめ雪	ざらめ雪
密度(g/cm³)	0.286	0.327	0.370	0.370	0.404	0.410
上部荷重(gw/cm²)	9.3	13.0	16.2	16.4	22.9	20.6
P_v（A）	9.8	13.2	16.2	17.3	21.9	23.6
（B）	8.3	12.9	15.4	16.4	18.5	18.2
P_h（A）	0	1.4	3.1	3.1	4.3	5.0
（B）	0.1	2.5	3.1	3.0	4.0	3.0
ν（A）	0	0.10	0.16	0.15	0.16	0.18
（B）	0.01	0.16	0.17	0.15	0.18	0.14



第4図 斜面積雪での垂直圧縮応力 $\sigma_{\theta i}$ と $\sigma_{\theta i}$ がX軸となす角度 θ_i の推移



第5図 計算で求めた流動面内の主応力 σ_1, σ_3, 第1主軸の方向 α と実測した等高線方向の主応力 σ_2.
▲は積雪の上部荷重.
○は力の釣り合い（藤岡[8]）から求めた主応力

主軸方向α，及び，雪圧計で実測した等高線方向の主応力σ_2の推移を示す。黒三角は雪圧計の位置 z での積雪の上部荷重 $w(=\int_z^{z_0}\rho dz$, ρは雪の密度，z_0は積雪表面のZ座標)であり，αが0の時にσ_3と等しくなる。白丸はwとαから後述する藤岡[8]の計算式によって計算したσ_1，σ_3である。但し，測定の初日と終日については藤岡の式による主応力計算は行なっていない。初日については，$\sigma_{\theta i}$雪圧計の雪との密着が不完全なため，又，終日については，4月10日以後の第4図における$\sigma_{\theta i}$の大変動から判る様に融雪によって再び密着が悪くなり，両日とも$\sigma_{\theta i}$の値の信頼性が低く，αが不正確なためである。

第5図から，藤岡の計算式から求めた主応力と雪圧測定だけから求めた主応力が一致していることが判る。4月初旬までの真の主応力σ_3は，この期間にαが0°近くにあることから，上部荷重wとほぼ等しくなっていたと考えられる。雪圧測定から求めたσ_3は，2月23日のwと4月4日のwとを結ぶ線分の近くに位置しており，真のσ_3に近い値となっていた。上に述べた様に，人為的に応力状態を変えるまでαは0°の近くにあり，σ_1の大きさも0に近くなっている。つまり，4月の初めまでこの斜面積雪は，吉田[9]が述べた単独鉛直主応力状態を持続していた。

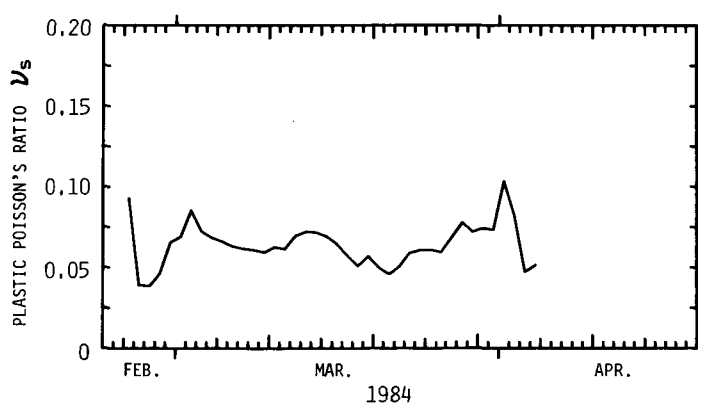
2月末から3月上旬までのσ_3の変化は，第4図の$\sigma_{\theta i}$の変動に対応したものである。同時に，σ_2の絶対値（ここでは圧力）が増加しているが，埋設直後のことであり，積雪内部の応力変化に対応したものかどうかは判らない。4月4日から10日までσ_1とσ_2には大きな変化が見られ，人為的に張力域とした影響が表われている。以上の2例は積雪内の短期間の応力変化を知る測定手段として，この雪圧計が有効であることを示している。

藤岡[8]は積雪に変形が生じても各層境界が平行であるならば，

$$\sigma_1/w' = -\sin\alpha/\sin(\alpha+\varphi)$$

$$\sigma_3/w' = -\cos\alpha/\cos(\alpha+\varphi)$$

が成り立つことを示した。ここにw'は斜面に垂直な単位断面をもつ雪柱の重量で，$w'=w\cos\varphi$が成り立つ。φは斜面の傾斜角である。この2式でαが負から0に近づくと，σ_1/w'は大きく減少するが，σ_3/w'はほとんど減少しない。第5図の3月中のσ_1，σ_3とαの関係は，定性的に藤岡のこの計算式と一致している。



第6図　斜面積雪で得られた塑性ポアソン比ν_sの推移

3−3. 斜面積雪で得られた塑性ポアソン比ν_sと平地積雪で得たνとの比較

第6図に，第5図のσ_1，σ_2，σ_3から求めた4月4日までの斜面積雪の塑性ポアソン比ν_sをを示す。2月23日の雪の密度は0.285g/cm³で，雪質はしまり雪であった。3月22日では0.360 g/cm³の密度で，しまり雪とこしもざらめ雪とが混ざった雪質になっていた。4月4日には密度は0.385g/cm³となっている。2月23日から3月22日までの斜面積雪と，$\nu \simeq 0.16$を得た2月7日から3月6日までの平地積雪について考察する。この期間の斜面積雪の密度範囲は0.285 ～0.360g/cm³で，平地積雪での密度範囲0.327～0.370g/cm³と大体重なっている。又，斜面積雪の雪温は図に示さなかったが，その温度範囲は平地積雪での雪温の範囲とほぼ等しい。更に，雪質も同じ変化を受けている。にもかかわらず，ν_sはνの約$\frac{1}{3}$になっている。

Salm[5]は多くの著者が求めた雪の塑性ポアソン比について考察し，同じ密度でありながらこれらの塑性ポアソン比が大きく分散する理由として，(*i*)測定方法の違い（応力状態の違い），(*ii*)ニュートン粘性流体の仮定からのズレ（非線型項の寄与），(*iii*)積雪の組織の違い，の3点を掲げている。今回得たν_sとνについては，主応力がそう大きくないことからニュートン粘性流体という近似は妥当なものであって，組織の違いも，上述した様に両者とも同じ雪質の変化を行なっていることから近似的には無視できる。よって，今回得たν_sとνの違いは，主に，応力状態の違いがもたらしたものと考えられる。

4. ま と め

平地積雪で直径の異なる2種類の雪圧計を使って，鉛直圧力，横圧力を両方の雪圧計で測定し，積雪を圧縮性ニュートン粘性流体と仮定して塑性ポアソン比νを計算した。その結果，2種類の雪圧計で測定値に差は現われず，密度0.327～0.370g/cm³のしまり雪に対して，$\nu = 0.16$が得られた。この値は前回著者らが得た値とほぼ等しい。

最大傾斜線を含む鉛直面（流動面）で平面歪を起こす斜面積雪で，流動面内に法線をもつ面に働く3つの垂直圧縮応力をその方向とともに3個の雪圧計で測定し，連続的に流動面内の主応力σ_1，σ_3を得た。同時に，等高線方向の主応力σ_2の連続測定も行った。積雪内の応力状態が急激に変わった時，雪圧計の測定値及び主応力にもその変化が現われ，この雪圧計がこの様な場合の有効な測定手段となることが判明した。主応力σ_1，σ_3とσ_1の方向αについて考察し，吉田[9]の単独鉛直主応力状態が長期間持続したこと，及び，藤岡[8]の計算式と定性的に$\sigma_1 - \alpha$関係が一致することが判った。

斜面積雪で得られた三つの主応力から，塑性ポアソン比ν_sを求めた。このν_sはほぼ同じ特性をもつ平地積雪から得られたνの約$\frac{1}{3}$の大きさで，Salm[3]の議論をもとにその原因を考察した。

本研究に際し，雪害科学部門の方々，天塩地方演習林の方々には大変お世話になった。ここに記して深く感謝いたします。なおこの研究は文部省雪崩特別事業費で行なわれた。

文 献

1) 大泉三津夫・藤岡敏夫 1982 斜面積雪の挙動の研究Ⅺ．積雪の塑性ポアソン比1，低温科学，物理篇，41，43−54．

2) 大泉三津夫・藤岡敏夫 1983 斜面積雪の挙動の研究XIX．積雪の塑性ポアソン比2，低温科学，物理篇，**42**，89－100.
3) 清水弘 1968 斜面積雪の内部歪Ⅰ，低温科学，物理篇，**26**，143－168.
4) Mellor M. ・Smith J. H. 1967 Creep of Snow and Ice, *In* Physics of Snow and Ice, Part 2 (H. ôura, ed), Inst. Low Temp. Sci., Sapporo, 843－855.
5) Salm B. 1977 Snow Forces, J. Glacio., **19**, 67－100.
6) Salm B. 1978 Snow Forces on Forest Plants, *In* IUFRO Seminar Mountain Forests and Avalanches, Davos, 157－181.
7) de Quervain M. R. 1966 Measurements on the pressure at rest in a horizontal snow cover, *In* International Symposium on Scientific Aspects of Snow and Ice Avalanches, Davos Symposium, 1965. IAHS－AISH Publ. 69, 154－159.
8) 藤岡敏夫 1974 斜面積雪の挙動の研究Ⅳ．斜面積雪内の応力，低温科学，物理篇，**32**，105－112.
9) 吉田順五 1980 斜面積雪の挙動の研究Ⅶ．単独鉛直主応力状態，低温科学，物理篇，**39**，1－16.

Summary

Viscous analog of Poisson's ratio (or plastic Posisson's ratio) ν were measured in a snow cover on both a level ground and a mountain slope by the use of thin snow pressure gauges, by assuming snow as compressible Newtonian viscous fluid (eq.(1)).

Tow snow pressures, horizontal pressure P_h and vertical pressure P_v, were measured in a snow cover on a level ground. To check the size effect of the pressure gauge on the measured value, the authors utilized the gauges of the different diameters, type A (diameter = 10 cm, Fig.2) and type B (d = 15 cm, used in the previous measurement[2]). Figure 3 shows P_v and P_h, snow temperature T, and ν calculated from P_v and P_h (eq.(3)). It is seen that there is little difference between the results from the gauges of both types. Values of ν were nearly 0.16 from February 7 to March 6, when snow was dry compact snow, with density ranging from 0.327 to 0.370 g/cm^3.

Meanwhile in a mountain snow cover three nomal compressive stresses $\sigma_{\theta i}$ were measured using three Type-A pressure gauges, as well as their angles θ_i from the X − axis using the clinometer built in each gauge. The gauges were placed in a snow layer, with the normal of each pressure plate being in the Z − X plane where plain strain took place (Fig.1). Moreover, the principal stress σ_2 parallel to the Y-axis was also measured. The principal stresses σ_1, σ_3, and the direction of the first principal stress α are shown in Fig.5 ; they were calculated from $\sigma_{\theta i}$ and θ_i in a similar way to the Rosette analysis in strain. It was confirmed that during the midwinter, 1) the mountain snow cover remained in the state of single vertical stress (Yosida[9]), 2) the relation between σ_1, σ_3 and α were similar to those formulas indicated by Huzioka[8], and 3) the snow pressure gauge was effective to pick up an abrupt change in stress, as seen in late February (the pressure variation occurred naturally) and early April (induced artificially).

Values of ν_s which were calculated frpm σ_1, σ_3 and σ_2 according to eq.(4) are shown in Fig.6. They show a little fluctuations around 0.06, which are rather smaller than ν obtained from the snow cover on the level ground. As pointed out by Salm[5], the difference between ν_s and ν could be attributed to the difference between strain states, uniax ial strain (on the level ground) and plain strain (on the slope).