



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	つららの研究 Ⅰ : つららの構造と成長の一般的特徴
Author(s)	前野, 紀一; MAENO, Norikazu; 高橋, 庸哉 他
Citation	低温科学. 物理篇, 43, 125-138
Issue Date	1985-03-18
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18506
Type	departmental bulletin paper
File Information	43_p125-138.pdf



つ ら ら の 研 究 I*

—つららの構造と成長の一般的特徴—

前 野 紀 一

(低温科学研究所)

高 橋 庸 哉

(札幌市青少年科学館)

(昭和59年11月受理)

I. はじめに

一般に、なんらかの原因で流れ出た水が水滴となって落下するとき、寒気のために凍結し垂れ下がった形の氷となるならば、それは「つらら」と呼ばれる。屋根雪の融解水で生じる軒先のつららや滝水のつららは、北国ではしばしば見られる光景である。つららの形は特徴的なため、西洋でも東洋でも古くから多くの人々に関心を持たれ、文芸作品にも度々登場した。しかし、つららそのものの研究はきわめて少なく、現在でもつららの構造や成長機構などはほとんどわかっていない。

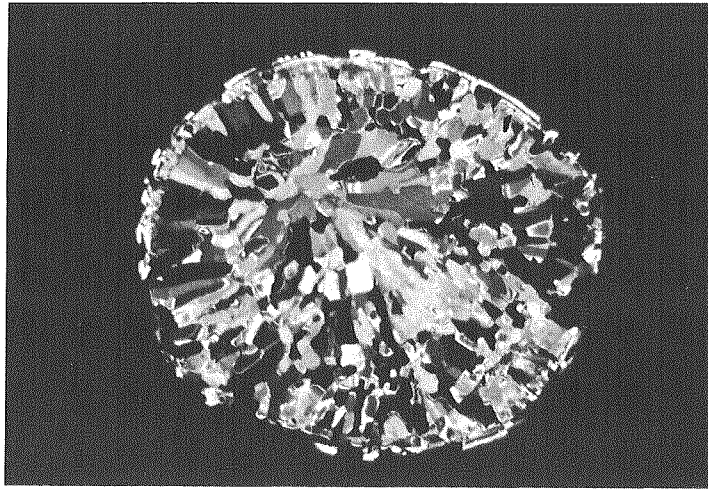
筆者の一人 (N.M.) は約10年前からつららの研究を始め、天然つららの観察、人工つららの育成およびつらら研究の過去の文献の収集を進め、これまでに多量のデータが蓄積された。以後、それらをいくつかの研究論文としてまとめる予定である。まず、本稿「つららの研究 I」では、つららの構造と成長の一般的特徴を報告し、次の「つららの研究 II」¹⁾では、つららの波模様、つららのとげ、曲ったつららなどの特徴的な形について述べる。つららに関する過去の文献、特に、入手にくい研究論文の内容を含むつらら研究史は、「つららの研究 III」として『低温科学 A44輯』で紹介する予定である。

II. つららの構造と成長様式

通常のつららは、地球の重力によって滴下する水が一部凍結して形成されるのであるから、一般に形は鉛直方向に細長く、水平断面は円形である。ただし、断面が完全な円のつららは、むしろ珍らしく、また、成長の中心も重心位置からずれている方が多い。第1図は、天然のつららの水平薄片試料を偏光で撮った写真である。断面はほぼ真円に近いが、中心は重心位置より少し左上寄りにあり、そこから多数の氷単結晶粒が放射状に成長している。

つららの全体的な形が細長くなるか、ずんぐりとなるかは、長さの増加と太さの増加の度合で決まる。長さの増加は、つららの先端部の氷の成長の問題であり、太さの増加はつららの

* 北海道大学低温科学研究所業績 第2689号

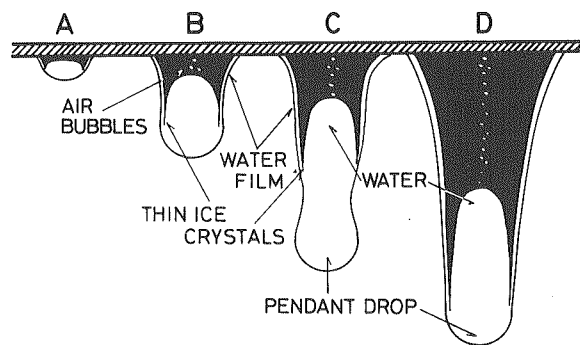


第1図 つららの水平断面薄片の偏光写真

側面を流れ下る薄い水膜の凍結の問題であるから、両者は一応別々に取り扱うことができる。しかし、いずれの問題に関しても、物理的な観察と考察はこれまでほとんど報告されていない。次に述べるのは、天然および人工のつららに関するわれわれの観測結果である。

つららの成長様式は、模式的に第2図のように描ける。これは、成長中のつららの鉛直断面構造であり、時間の経過とともに(A→B→C……)，つららの長さが増加している。特徴的なのは、先端部の構造である。つららの先端は、中の詰まった氷の棒でなく、中空の管となっており、内部には、未凍結の水が詰まっている。この事情は、鐘乳石の最も典型的な形である鐘乳管(ソーダ・ストロー)に類似している²⁾。

氷の管の最先端部は、数枚の樹枝状(デンドライト)の薄い(およそ0.1mmかそれ以下の)板状氷からなっている。板状氷は、水に浸った状態で下向きに伸び、先端の懸垂水滴が落下するとき、瞬間的に水から顔を出し、空気に触れる(第2図C)。第3図は、成長中のつららの先端部から水を振り切ったものの写真である。氷の管と、先端の薄い板状氷の様子が理解されるであろう。

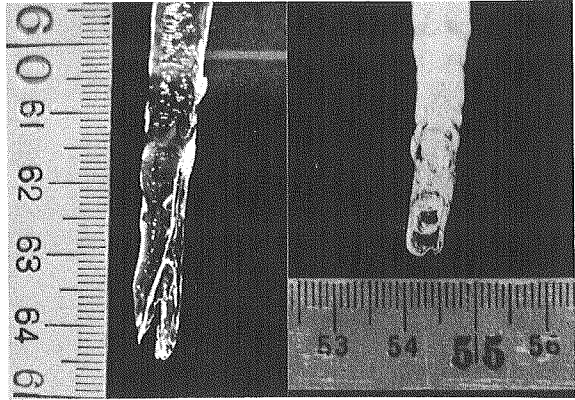


第2図 つららの成長過程の模式図(鉛直断面)
つらら先端部は薄い板状氷の管となっており、内部には未凍結水が取り残される

上の結果から、つららが成長するとき、先端の中心部には常に未凍結の水が円柱状にとり残されることになる。未凍結の水の直径はおよそ5mm、長さは、時には5cmにも達する。この水は、この後ゆっくりと中心に向かって凍結する。このとき凍結界面では水に溶解していた空気が折出し、気泡となるが、逃げ場がないため、最終的には、つららの中心部で氷に捕りこ

まれる。(第2図 B, C, D)

第4図と第5図は、その証拠写真である。第4図は、つららの水平薄片の写真であるが、中心部には、確かに気泡が捕りこまれており、そこが囲りから進行した凍結の最終点であることを示している。ただし、その外側の同心円状の気泡群は、つらら側面の成長で発生したものであり、別物である。第5図は、つらら中心部の水平薄片(A)と鉛直薄片(B)の顕微鏡写真である。写真Aにおいて、気泡はつららの中心(写真の下から約 $\frac{1}{4}$ 位置)に向ってほぼ放射状に配列しており、特にほとんどの気泡の形は中心に向って太くなっている。これは、凍結が中心に向って進むに従い、凍結界面の進行速度が減少することと、溶存空気濃度が増すことに起因している。³⁾中心部の水平断面を示す写真Bにおいても、気泡の形は同様の状況を呈している。結局、気泡の形と配列の観察からも、つらら先端の中心管内部では、とり残された水が囲りから中心に向って凍結することが確認される。



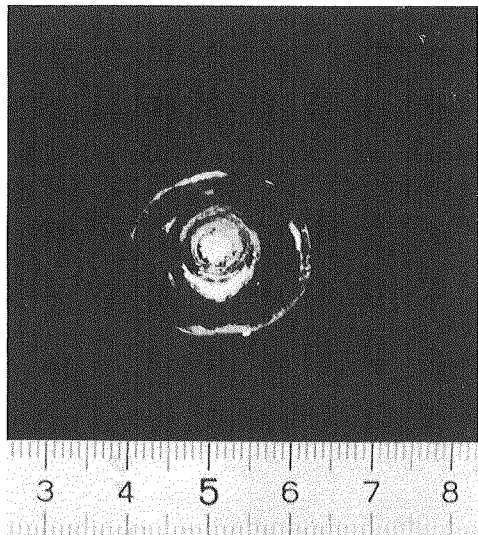
第3図 成長中のつららの先端部
成長中のつららから水を振り切ったものの写真。右図は、先端の管の内部が見えるように、傾けて撮った写真。スケールの最小目盛は1mm

Ⅲ. 人工つららの実験

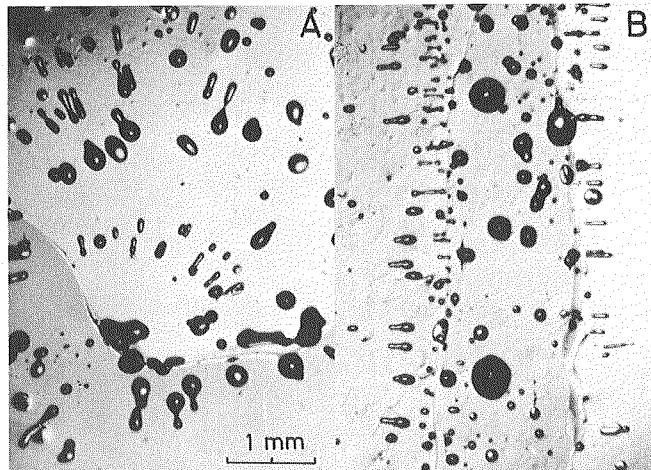
前章で述べたように、つららの全体的な形は、長さとおさの成長速度のかねあいで決る。しかし、両者とも、気温、水の供給量、水の温度と純度、風の有無などの外的な条件、およびつらら自身の長さ、太さ、形(側面の凹凸)などの内的な条件に依存して決る複雑な関数である。したがって、天然のつららの観測から物理的に意味のある成長速度を求めるとは、不可能に近い。このような理由から、上述した多くのパラメーターをコントロールしやすい人工つららの実験を行なった。

1. 人工つららの成長装置

人工つららの成長装置の概略を第6図に示す。装置全体は、一定温度の低温実験室(温度は0 \sim -30 $^{\circ}$ Cで可変)に設置されている。水は蒸留水で、温度は約+4 $^{\circ}$ Cに保たれた。水の供給量は、定量ポンプによって長時間一定に保たれた。用いたポンプは、イワキ・メタリング・ポンプのHP-05S4型とHP-1V型で、それぞ



第4図 つららの水平断面の写真
スケールの最小目盛は1mm。中心部の白いものは気泡



第5図 つららの中心部の顕微鏡写真
(A:水平断面, B:鉛直断面)

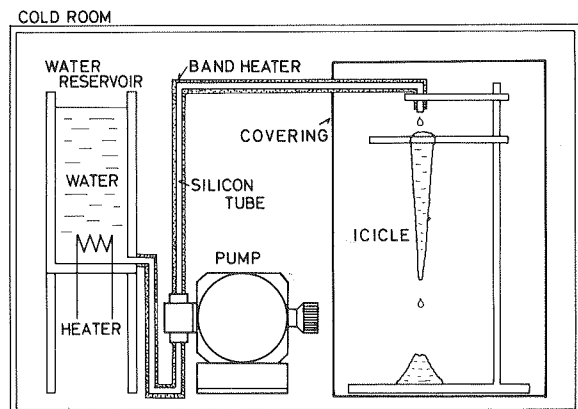
これは水の供給量を $0 \sim 167 \text{ mg/s}$ および $0 \sim 16.7 \text{ mg/s}$ の範囲で長時間精度良く一定に保つことができる。実際の測定は、主に $0 \sim 30 \text{ mg/s}$ ($0 \sim 108 \text{ g/hr}$) の範囲で行なわれた。水を輸送するシリコン・チューブは、帯ヒーターで保温されている。チューブからつららに落下する水滴の温度は、ほとんど 0°C に近いが 0°C よりはいくらか高い。

つららは、水平に張られた金属棒に部分的にガーゼ等の布を巻きつけた部分から成長させた。この部分(つららの根元)をどのような形態にするか(棒でなく、細い線や平面にするか)あるいはどのような物質にするかは、つらら発生を防ぐ実用的問題として重要である。しかし、前章で述べたように、つららの成長は基本的に長さとかさの成長の問題であり、根元の問題は本質的でないので、以後触れない。本実験では、このことを考慮し、つららの太さの測定は、根元から約 10 cm 離れた所で行なわれた。

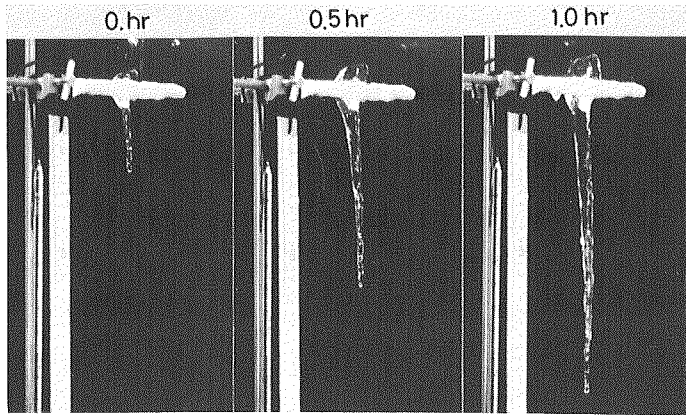
つららの成長は、ビニールの覆いあるいは木箱の中で行なわれた。これは、空気の動きによる熱交換の不均一を防ぐためである。覆いや木箱を用いない場合、つららの側面には凹凸が生じやすい。凹凸は、水膜の厚さや流速に影響を与えるため、この傾向は更に助長される。これらのつららの波状模様や風の影響については、別に報告する。

2. つららの成長速度

人工つららの成長の様子の一例を第7図に示す。ガーゼの部分に落下した水滴は、つららの根元で一部凍り、残りが水膜となって流下する。流下の途中一部は凍結してつららを



第6図 人工つらら成長装置

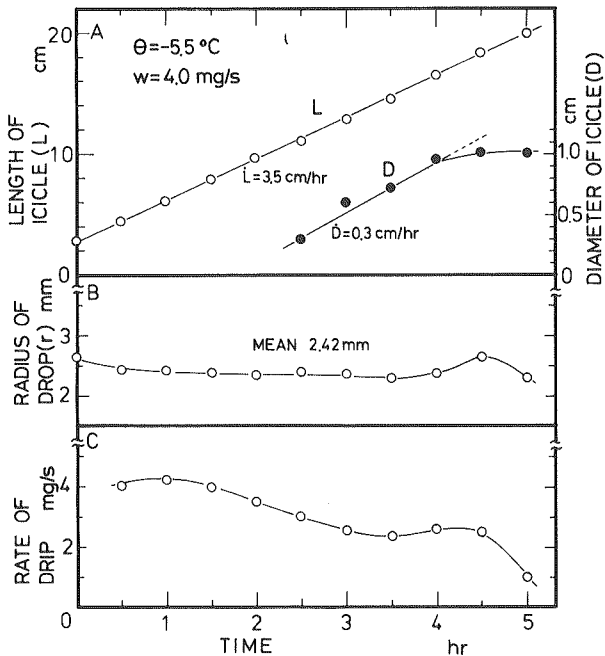


第7図 人工つららの成長過程
 気温 $\theta = -15.0^{\circ}\text{C}$, 水の供給量 $w = 4.0 \text{ mg/s}$

たらせ、残りが先端から水滴となって落ちる。

第8図は、気温 $\theta = -5.5^{\circ}\text{C}$, 水の供給量 $w = 4.0 \text{ mg/s}$ (14.4 g/hr) の時のつららの長さ
 と太さの時間変化(A), およびつららから落下する水滴の半径(B)と落水量(C)である。
 つららの長さは、5時間の全実験期間中、時間に正比例して増加した(平均成長速度 3.5 cm/hr
 $= 9.72 \mu\text{m/s}$)。つららの太さの測定は、長さがおおよそ 10 cm になってから開始された。
 太さもほぼ時間に比例して増えるが(平均成長速度 $0.3 \text{ cm/hr} = 0.83 \mu\text{m/s}$)、次第に頭打ち
 となる。

つららから落ちる水滴の大きさ(図B)はほぼ一定で、平均半径は 2.42 mm であった。水
 滴の大きさは、一定時間内に落下した水滴の質量と数を測定して求められた。一方、一定時間



第8図
 人工つららの実験結果 (温度 $\theta = -5.5^{\circ}\text{C}$, 水の供給量 $w = 4.0 \text{ mg/s}$)
 A: つららの長さ(L)と太さ(D)の時間変化
 B: つららから落ちる水滴の半径(r)の時間変化
 C: つららから滴下する水の量の時間変化

内につららから落下する水滴の数（落水量，図C）は，時間の経過とともに減少する。これは，太さが増加した結果である。

第9図は，気温がもっと低く（ $\theta = -18.7^\circ\text{C}$ ），水の供給量が多い場合（ $w = 30\text{ mg/s} = 108\text{ g/hr}$ ）の測定結果である。第8図の場合と本質的な違いはない。しかし，気温が低いために成長速度は約3倍に増えている。ただし，この場合も，つららから落下する水滴の半径はほぼ一定で（平均2.48mm），第8図の場合と大体等しい。これについては，次の第3節で述べる。

種々の温度と水の供給量で測定したつららの成長速度を第10図と第11図に示した。測定値は表1にまとめた。第10図Aと第11図から明らかなように，長さの成長速度は，温度の低下とともに増加し，水の供給量の増加とともに減少する。一方，太さの成長速度も温度の低下とともに増加するが，水の供給量を増加してもほとんど変化しない（第10図B）。また，同じ温度で比べて，長さの成長速度は，太さの成長速度より8～32倍大きい。この結果の説明は，第IV章で与える。

3. つらら先端部の太さ

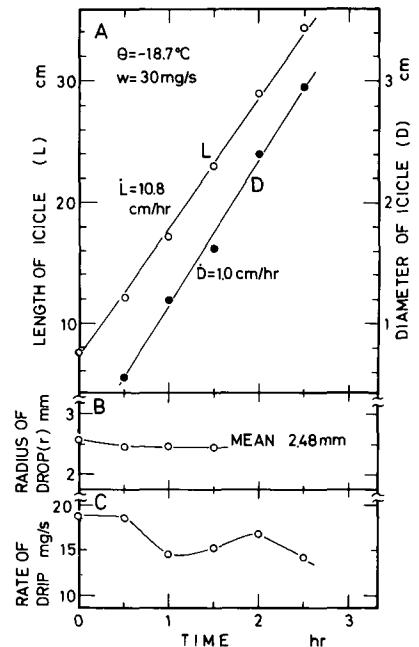
成長中のつららの先端部の太さは，第2図と第3図で示した薄いデンドライト状の水からなるパイプの太さに対応する。そして，つららから落下する水滴の直径は，このパイプの直径で決る。第8図と第9図の実験において，温度と水の供給量が異なるにもかかわらず，落下水滴の大きさは，ほぼ類似の値を示した。

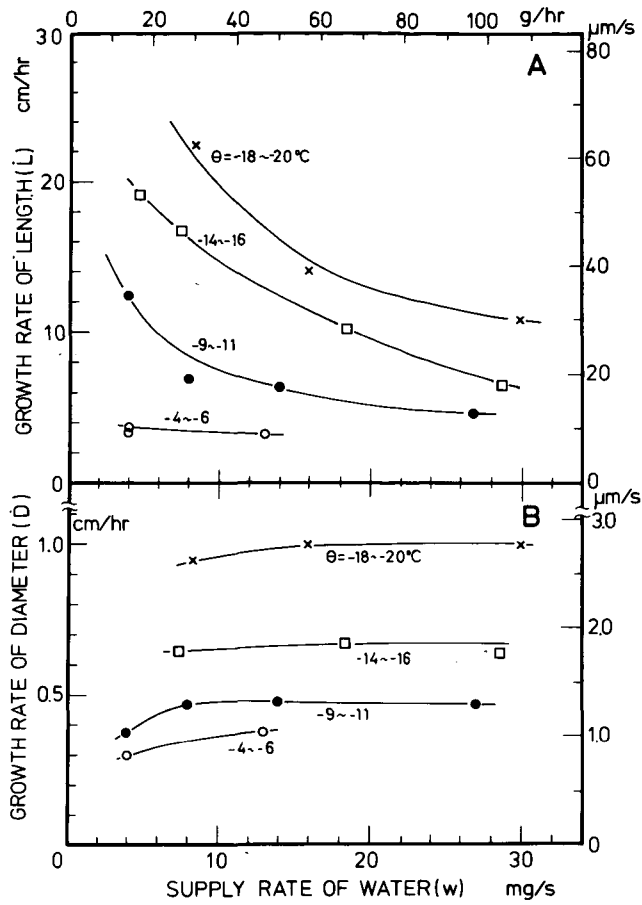
他の測定結果もあわせて示した第12図から明らかなように，落下水滴の大きさは，温度や水の供給量にほとんど依存しない。本実験での平均半径は2.44mmであり，したがって，つらら先端の太さは，常に5.0mm近辺に保たれていたことになる。また，水の供給量を4～30mg/sの範囲でかえたとき，懸垂水滴は15～2秒に1回落下し，入れ替ることになる。

IV. 考察——つららの結晶成長

つららの成長が，基本的に，長さの増加の問題と太さの増加の問題に分離され，前者はつらら先端に懸垂した水滴中のデンドライト状氷の成長の問題，そして後者は側面を流下する薄い水膜の凍結の問題と考えてよいことが，第II章で明らかにされた。第III章では，各々の成長速度が温度と水の供給量の関数として測定され，両者の値に8～32倍の違いのあることが示された。この結果は，つららの長さとおさの増加過程に関わる結晶成長機構に明確な違いのあることを示唆している。

第9図 人工つららの実験結果（温度 $\theta = -18.7^\circ\text{C}$ ，水の供給量 $w = 30\text{ mg/s}$ ）
 A: つららの長さ(L)と太さ(D)の時間変化
 B: つららから落ちる水滴の半径(r)の時間変化
 C: つららから滴下する水の量の時間変化



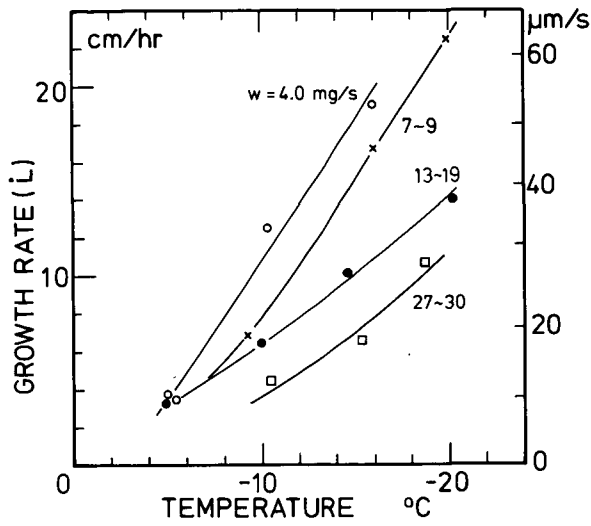


第10図 つららの成長速度と水の供給量の関係
 A:長さの成長速度 (L)
 B:太さの成長速度 (D)

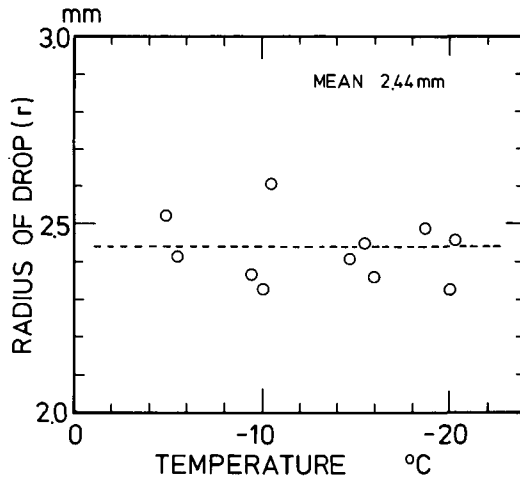
1. つらら先端の水成長

つらら先端の懸垂水滴中では、薄いデンドライト状の水が下向きに成長する。成長方向は、a 軸である。つららを構成する結晶粒の多くは、c 軸が水平面内にあるという報告は、これまでいくつかが発表されているが、⁴⁾これは上の結果から説明することができる。すなわち、つららの先端には、常に a 軸が下向き、したがって c 軸が水平の水からなる直径約 5 mm のパイプが形成される。これが以後のつららの幹となり、太さを増してゆく。つららの結晶粒の c 軸がすべてが水平とならないのは、気象条件の変化やその他の攪乱により、つららの側面であらたな氷結晶の核生成が起るためと考えられる。

懸垂水滴は、つららの根元に供給された水が側面で冷やされながら流下したものであるから、その温度は 0°C かそれより低い。懸垂している間 (人工つららの実験では、2~15 秒間)、まわりの空気に熱を奪われ、水滴の温度は、更に冷える。しかし、水滴は臨界の大きさになると落下して入れ替るので、達成される過冷却度 (ΔT) には、水の供給量 (w) と気温 (θ) で決る定常値が存在する。 ΔT は、 w が少ないほど、また θ が低いほど大きい。



第 11 図 つららの長さの成長速度 (\dot{L}) と温度との関係



第 12 図 つららから落下する水滴の半径

次に、懸垂水滴内でどの程度の過冷却が達成されているかを、氷の成長速度から見積る。過冷却水における氷の成長速度 (V) は、過冷却度とともに増え、実測結果は、一般に、

$$V = C(\Delta T)^m \tag{1}$$

と書き表わされる。⁵⁾ C と m は成長機構に依存する定数である。値は測定者によって異なるが、ここでは、次の Hillig and Turnbull⁶⁾ と Hillig⁷⁾ の結果を用いて議論する。

$$V = 0.16 \Delta T^{1.7} \quad \text{cm/s} \quad (\text{a 軸方向}^6)$$

$$V = 0.01 \Delta T^{1.2} \quad \text{cm/s} \quad (\text{c 軸方向}^7)$$

式(2), 式(3), および第13図から明らかのように、a 軸方向の成長速度は c 軸方向より大きい。長さの成長が厳密に a 軸成長だとすると、人工つらら実験で測定された長さの成長速度、

表1 つららの成長速度

温度	水の供給量(w)	長さの成長速度(\dot{L})	太さの成長速度(\dot{D})	\dot{L}/\dot{D}
-5.0°C	4.0 mg/s	3.7 cm/hr	—	—
-5.5	4.0	3.5	0.30 cm/hr	11.7
-4.9	13.0	3.3	0.38	8.7
-10.4	4.0	12.5	0.38	32.9
-9.4	8.0	7.0	0.47	14.9
-10.0	14.0	6.5	0.48	13.5
-10.5	27.0	4.7	0.47	10.0
-15.9	4.6	19.0	—	—
-16.0	7.5	16.8	0.65	25.4
-14.6	18.4	10.2	0.68	15.0
-15.4	28.6	6.4	0.63	10.2
-20.0	8.4	22.4	0.95	23.6
-20.3	16.0	14.0	1.00	14.0
-18.7	3.0	10.8	1.00	10.8

($\dot{L}=3.3\sim 22.4$ cm/hr, 表1) から, 懸垂水滴の内部には, $\Delta T=0.05\sim 0.15^\circ\text{C}$ の程度の過冷却が達成されていることがわかる(第13図の破線の領域)。

2. 水膜の厚さと流速

つらら側面の水膜の流れは, 近似的に平らな鉛直壁に沿って流下する液膜流とみなせる。この場合, 液膜流の Reynolds 数 (Re) が臨界値(1080) 以下では層流となり, 液膜の厚さ(d) は次の Nusselt の式で表わされる⁸⁾ :

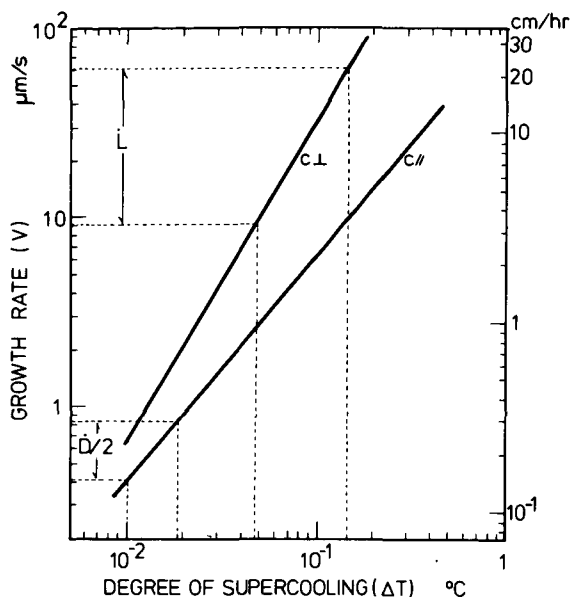
$$d = \left(\frac{3\eta Q}{\rho^2 g} \right)^{1/4} \quad (3)$$

ここで Q は単位幅単位時間あたりの質量流量, η と ρ は液体の粘性係数と密度, g は重力加速度である。液膜の場合の Reynolds 数は

$$Re = \frac{4Q}{\eta} \quad (4)$$

と定義される⁹⁾ 人工つらら実験の場合, つららを直径 $2r$ の円柱と仮定すれば, $Q = w/2\pi r$ (w は水の質量供給量) である。いま, $2r = 1\sim 2$ cm, $w = 4\sim 30$ mg/s, $\eta = 1.792$ センチポアズ $= 1.792 \times 10^{-3}$ N \cdot s/m² (0°C) とおけば, $Re = 0.15\sim 3.6$ となり, 臨界値よりはるかに小さい。したがって, 人工つららや天然のつららが成長するときの水膜の流れは層流と考えてよい。

つららが成長しているとき, 水膜の片面は寒気(温度 T_0) に接し, もう片面は水氷界面(温度 T_d) となっている(第14図)。このため, 水膜の内部には温度勾配が存在し, その結果, 粘性



第13図 氷の成長速度(V)と過冷度(ΔT)との関係
 2本の実線は Hillig & Turnbull⁶⁾と Hillig⁷⁾
 の測定結果で、 $c_{//}$ は式(3)、 c_{\perp} は式(2)である。
 破線は、人工つららの測定結果(L と $D/2$)で
 ある。それぞれ、 $\Delta T = 0.05 \sim 0.15^{\circ}\text{C}$ および
 $\Delta T = 0.01 \sim 0.019^{\circ}\text{C}$ に相当する

の分布が存在するはずである。このことを考慮した水膜の厚さは簡単に計算できる。第14図のように、厚さ d の水膜の表面を原点として x 軸を水平にとり、水膜内部の温度(T)の x 軸方向の分布は定常と仮定する。そうすると、温度分布は線型で

$$T = T_0 + \frac{T_a - T_0}{d} x \quad (5)$$

と書ける。 T_a はもちろん 0°C である($T_a = 273\text{K}$)。温度勾配層は水の過冷却領域を意味するから、実際の温度勾配は、水膜の極く表面近傍に限られていると考えた方が自然かもしれない(第14図の点線)。そう考える場合、水膜の厚さはおよそ式(3)で表わされる。

過冷却水の粘性係数の表示は発表されていない。それで、実測値¹⁰⁾を次式で近似したところ、非常に良い結果が得られた(第15図)。

$$\eta = A \exp\left(\frac{E}{RT}\right), \quad T < 273\text{K} \quad (6)$$

ここで、 R は気体定数($8.31434\text{J/mol}\cdot\text{K}$)、 $A = 6.536 \times 10^{-8}\text{N}\cdot\text{s/m}^2$ 、 $E = 23.2\text{kJ/mol}$ である。したがって、水膜の粘性係数の分布は、式(5)と式(6)から

$$\eta = A \exp\left(\frac{E}{R\left(T_0 + \frac{T_a - T_0}{d} x\right)}\right) \approx B \exp\left(-\frac{\alpha}{d} x\right) \quad (7)$$

となる。Taylor展開近似して表われたあらたな定数 α と B は、

$$\alpha = \frac{E(T_a - T_0)}{RT_0^2}, B = A \exp\left(\frac{E}{RT_0}\right) \quad (8)$$

である。水膜が Newton 粘性流体とすると、運動量保存の式は、流速を v として

$$-B \exp\left(-\frac{\alpha}{d}x\right) \frac{dv}{dx} = \rho g x \quad (9)$$

となる。式(9)を積分し、 $x = d$ で $v = 0$ と置くと、流速は、

$$v = \frac{\rho g d^2}{B} \left\{ e^{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} \right) - e^{\frac{\alpha x}{d}} \left(\frac{x}{\alpha d} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \right\} \quad (10)$$

と書き表わされるから¹¹⁾、平均流速 (\bar{v}) は

$$\bar{v} = \int_0^d v dx / \int_0^d dx = \frac{\rho g d^2}{B} \left\{ e^{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) - \frac{2}{\alpha^3} \right\} \quad (11)$$

となる。 $Q = \rho d \bar{v}$ であるから、水膜の厚さは、

$$d = \left[\frac{BQ}{\rho^2 g} \left\{ e^{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) - \frac{2}{\alpha^3} \right\}^{-1} \right]^{1/2} \quad (12)$$

となる。一定温度 (粘性) のときは、式(10)、式(11)、式(12)で $\alpha \rightarrow 0$ の極限操作をすると

$$v = \frac{\rho g d^2}{2\eta} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right\} \quad (13)$$

$$\bar{v} = \frac{\rho g d^2}{3\eta} \quad (14)$$

および Nusselt の式 (式(3)) が得られる。

式(10)と式(13)で計算した水膜内の流速分布を第14図に示した。分布の形は、水膜内部に温度勾配があってもなくてもあまり変わらない (実線と破線)。

第16図は、水膜の厚さ (d) と平均流速 (\bar{v}) が、水の供給量 ($w = 2\pi rQ$) でどのように変るかを示したものである。図には、水膜が全層 0°C の場合と、水膜表面が -10°C および -20°C の場合が示してある。水膜を過冷却水とみなした場合の平均流速は、 0°C と考えた場合に比べて、より小さく、水膜の厚さはより厚い。これは過冷却水の粘性がより大きいからである。しかし、その違いはおおよそ5%以下にすぎない。したがって、水膜の

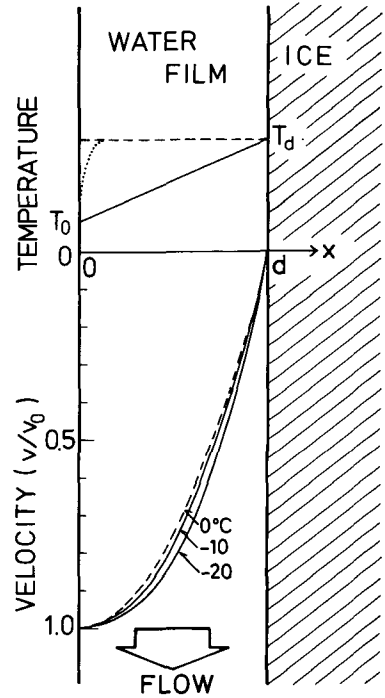


図14図 つらら側面を流下する水膜の温度分布と流速分布
破線は、水膜の温度が 0°C の場合で流速分布は式(13)に相当する。実線は、温度が線型分布 (式(5)) している場合で、流速分布は式(10)で計算された。流速は水膜表面の流速 (v_0) で規格化してある

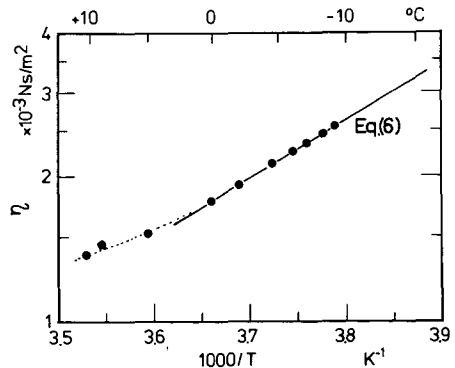
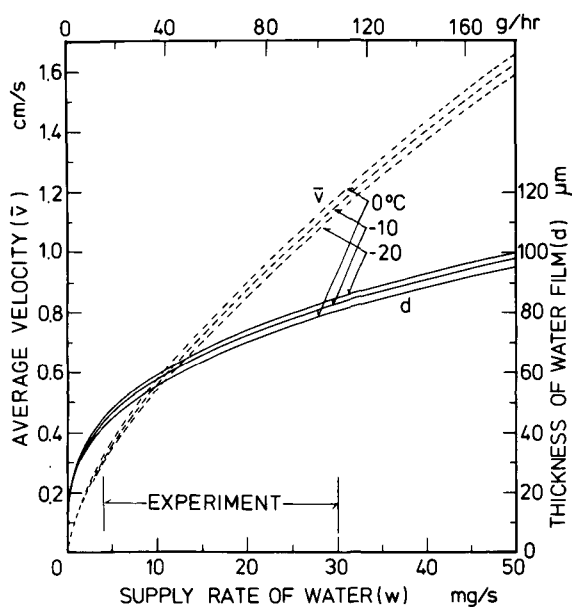


図15図 過冷却水の粘性係数 (η) と絶対温度 (T) の逆数の関係
実測データ¹⁰⁾は、式(6)、 $\eta = 6.586 \times 10^{-8} \exp(23200/RT)$ $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ で良く表現される

厚さや流速を議論する限り、全層 0°C の水とみなして大きな間違いは起らない。

第16図において、水の供給量が増すと、水膜の厚さも平均流速も増加する。つららの成長に関連して重要なのは、前者の増加の割合が後者に比べて小さい点である。例えば、水の供給量を10倍に増したとき ($5\text{ mg/s}\rightarrow 50\text{ mg/s}$)、水膜の厚さは2.2倍 ($44\text{ }\mu\text{m}\rightarrow 96\text{ }\mu\text{m}$) にしかならないが、平均流速は4.6倍 ($0.36\text{ cm/s}\rightarrow 1.66\text{ cm/s}$) にもなる。

われわれの人工つららの実験では、水の供給量を約8倍 ($w = 4\sim 30\text{ mg/s}$) の範囲でかえた。しかし、第16図の結果によれば、水膜の厚さはおよそ2倍 ($d = 40\sim 80\text{ }\mu\text{m}$) の範囲でしかかわっていなかったことになる。第III章において、つららの太さの成長速度が水の供給量にほとんど依存しない結果 (第10図) が得られたのは、このためと考えられる。



第16図 水膜の平均流速 (\bar{v}) と厚さ (d) の水供給量依存性と温度依存性
水供給量を変化させるとき、流速 (破線) の変化は、厚さ (実線) の変化に比べて数倍大きい。人工つららの実験範囲が矢印で示されている

3. 水膜内の氷成長

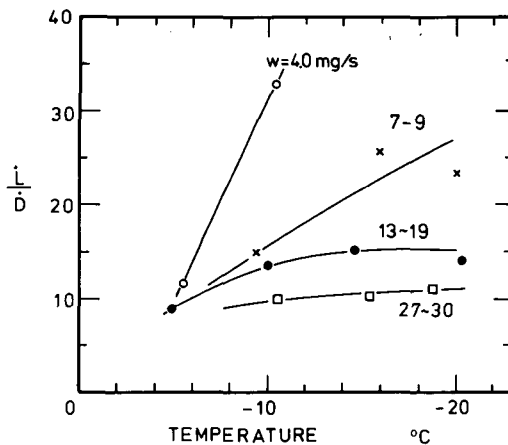
つららの太さの成長は、水膜内の氷成長の問題である。しかし、水膜は流動しているので、これはかなり難解な問題である。水膜の厚さや流速のみを扱うとき、内部の温度分布は直線的と考えても一定と考えても大差はない (第14図)。しかし、水膜の片面での氷の成長速度を扱うとき、温度分布の形は非常に重要である。真の温度分布は、第14図のような単純なものではなく、おそらく氷表面近傍には薄い温度境界層が形成されていると考えられるが、詳しいことはわかっていない。

長さの成長の場合と同様に、太さの成長速度から水膜内の過冷却度を見積ってみよう。この場合、氷の面成長速度は、太さの成長速度の半分 に等しい。人工つらら実験で測定された

成長速度は $\dot{D}/2 = 0.15 \sim 0.50 \text{ cm/hr}$ の範囲にある。一方、つららの結晶粒の多くは c 軸が水平面内にあることがわかっているから、過冷却水における c 軸成長の式 (式(3), 第13図) に照らし合わせることで、 $\Delta T = 0.01 \sim 0.019 \text{ }^\circ\text{C}$ の過冷却が達成されていたことがわかる。この値は、同時に得られた懸垂水滴中の過冷却度 $\Delta T = 0.05 \sim 0.15 \text{ }^\circ\text{C}$ に比べると非常に小さい ($1/5 \sim 1/8$)。これは、水膜が常に流れているのに比べて、水滴は一定時間懸垂するため、それだけ冷却が進む結果と考えられる。ただし、太さの成長速度は根元から 10 cm の位置で行なわれたから、もっと下の水膜の過冷却度はもっと大きいと考えられる。

4. つららの外形

第II章の冒頭で、つららの形が細長くなるか、ずんぐりとなるかは、長さの成長速度 (\dot{L}) と太さの成長速度 (\dot{D}) の大小で決ると述べた。第17図に、実測された速度の比 (\dot{L}/\dot{D}) を温度と水の供給量の関数として目盛った。 \dot{L}/\dot{D} の値は常に1より大きく、8~32の間に分布する。 $\dot{L} > \dot{D}$ の理由は、長さが a 軸成長で太さが c 軸成長であることと、懸垂水滴の過冷却度が水膜のそれより大きいからである。



第17図 長さ成長速度と太さ成長速度の比 (\dot{L}/\dot{D}) の温度依存性および水供給量依存性

第17図で、水の供給量が減少すると \dot{L}/\dot{D} は増加する傾向がある。また、 \dot{L}/\dot{D} は温度の低下によっても増加する傾向がある。しかし、水の供給量が非常に多くなると、ほぼ一定値 (~ 10) となる。単純に \dot{L}/\dot{D} の大小がつららの外形を決めると考えるならば、一般に水の供給量が少なく、温度が低いほど、細長いつらが成長するといえる。しかし、断定的な結論を出すにはもっともデータを増す必要がある。

おわりに、北大低温科学研究所気象学部門の皆様には、本研究に関する野外測定、実験、議論のすべての面で大変お世話になった。厚くお礼申し上げる。

文 献

- 1) 前野紀一・高橋庸哉 1984 つららの研究. II. つららの波模様・つららのとげ・曲ったつらら. 低温科学, 物理篇, 43, 139-147.
- 2) 上野俊一・鹿島愛彦 1978 洞窟学入門. 講談社〈ブルーバックスB-361〉233pp.
- 3) 前野紀一 1966 水氷界面における気泡の発生と捕捉. 低温科学, 物理篇, 24, 91-109.
- 4) たとえば, Yoshida, U. and Tsuboi, S. 1929 Examination of ice-crystals by X-rays. *Mem. Coll. Sci., Kyoto Imp. Univ.* A 12, 203-207.
- 5) フレッチャー, N.H. 1974 氷の化学物理(前野紀一訳). 共立出版, 235pp.
- 6) Hillig, W. and Turnbull, D. 1956 Theory of crystal growth in undercooled pure liquids. *J. Chem. Phys.* 24, 914.
- 7) Hillig, W. 1958 The kinetics of freezing of water in the direction perpendicular to the basal plane. *Growth and Perfection of Crystals* (ed. R.H. Doremus and others), 350-360, John Wiley and Sons, New York.
- 8) Dukler, A.E. and Bergelin, O.P. 1952 Characteristics of flow in falling liquid films. *Chem. Engr. Prog.* 48(11), 557-563.
- 9) Grimley, S.S. 1948 Liquid flow conditions in packed towers. *Trans. Inst. Chem. Engrs.* (London) 23, 228-235.
- 10) Weast, R.C. (ed.) 1967 Handbook of Chemistry and Physics (48ed.). Chem. Rubber Co., Cleveland.
- 11) 例えば, Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N. 1960 Transport Phenomena. John Wiley & Sons, New York, 764pp.

Summary

The structure and growth mechanism of an icicle were investigated and several new results were obtained:

1) The growth of an icicle involves two processes which are the increase in its length and that in its diameter. The growth at its root or neck does not seem to have an important role in icicle formation.

2) The length (L) of an icicle increases by the downward growth of thin dendritic ice crystals into the supercooled pendant water drop at the tip (Figs. 2 and 3). The a -axis of each crystal is vertical; and the ice forms a sheath (or pipe) and captures unfrozen water in a cylindrical form. Usually the diameter of the water cylinder is about 5 mm and its length amounts to 5 cm. Later the water freezes slowly and produces many minute air bubbles at the center of an icicle (Figs. 4 and 5).

3) The diameter (D) of an icicle increases by the freezing of a water film flowing down at the icicle wall (Fig. 14). The thickness of the water film is roughly 40-100 μm and varies with the supply rate of water (Fig. 16).

4) Fig. 10 and Table 1 show that the growth rate of length (\dot{L}) is larger by 8-32 times than that of diameter (\dot{D}), and that \dot{L} decreases as the supply rate of water increases but \dot{D} does not and maintains almost similar values.

5) \dot{L} is larger than \dot{D} because \dot{L} and \dot{D} are essentially the growth rates of ice in a - and c -axis directions respectively, and the degree of supercooling attained is larger in the pendant drop (0.05-0.15°C) than in the film (0.01-0.02°C).