HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪深変化の推定法（乾雪の場合）：積雪層の粘性圧縮を考えて
Author(s)	本山, 秀明; 小島, 賢治
Citation	低温科學. 物理篇, 44, 15-25
Issue Date	1986-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18515
Type	departmental bulletin paper
File Information	44_p15-25.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Hideaki MOTOYAMA and Kenji KOJIMA 1985 Estimation Model for the Depth of a Dry Snow Cover —Based on the Viscous Compression Theory of Seasonal Snow Cover—. *Low Temperature Science, Ser. A, 44.* (With English Summary P. 24)

積雪深変化の推定法（乾雪の場合）*

——積雪層の粘性圧縮を考えて——

本山秀明
（北海道大学大学院　理学研究科）
小島賢治
（低温科学研究所）

（昭和60年11月受理）

I. 緒　　言

積雪は降り積もった後，日が経つにつれて次第に厚さを減じ，密度は増加する。この積雪の圧密に対する研究が南極やグリーンランドの雪に対して行なわれており 0.3×10^3 kg/m^3 から 0.9×10^3 kg/m^3 近くまでの密度分布について多くの理論式または実験式が提案されている[1~3]。日本における寒冷地の積雪については小島が圧密を粘性圧縮で扱い，野外観測で粘性圧縮係数を求め，密度の時間変化を的確に再現している[4,5]。この方法を広範囲な積雪分布について応用した例もある[6]。しかし今まではこれらの方法を用いて積雪深の時間変化などを推定しようとするには多大な手間がかかった。最近手軽な計算機を用いて，積雪層の粘性圧縮を考えた小島の方法で，積雪深の時間変化を計算することが簡単に出来るようになった。この論文では積雪深の計算法を述べる。ここで扱う積雪はすべて乾き雪とする。

II. 積雪層の粘性圧縮による積雪深変化

1. 理　　論

対象とする積雪は0°C以下の乾雪である。積雪層が粘性圧縮すると考える。小島の観測によると，粘性係数 η は積雪密度 ρ を用いて，

$$\eta(\rho)=\eta_0' e^{K\rho}, \tag{1}$$

で表わされる。ここで η_0' は $\rho=0$ と置いたときの $\eta(\rho)$ の値であり，K は定数（$\rho\sim\log(\eta(\rho))$ グラフ上の傾き）である。次にある1つの積雪層が形成されたときの密度を ρ_0, t 日後の密度を $\rho(t)$, この層に作用する上層荷重を $W(t)$ とすれば，

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=\frac{W(t)}{\eta(t)}, \tag{2}$$

の関係がある。(2)式に(1)式を代入して積分すれば，

* 北海道大学低温科学研究所業績　第2787号

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{e^{K\rho}}{\rho}\,d\rho = \frac{1}{\eta_0'}\int_0^t W(t)\,dt, \tag{3}$$

整理すれば,

$$\eta_0'\left\{\bar{E}_1(K\rho) - \bar{E}_1(K\rho_0)\right\} = \int_0^t W(t)\,dt, \tag{4}$$

$$\bar{E}_1(-x) = \int_\infty^x \frac{e^{-x}}{x}\,dx, \tag{5}$$

ここで積分指数関数 $\bar{E}_t(-x)$ を使った[7]。密度の時間変化は,

$$\rho(t) = \frac{\bar{E}_1^{inv}\left\{\frac{1}{\eta_0'}\int_0^t W(t)\,dt + \bar{E}_1(K\rho_0)\right\}}{K}, \tag{6}$$

$$\bar{E}_1^{inv}(\bar{E}_1(x)) = x, \tag{7}$$

で計算される。対象としている層の積雪水量を HW_i とすれば, t 日後の層厚 $HS_i(t)$ は,

$$HS_i(t) = \frac{HW_i}{\rho_i(t)} \tag{8}$$

である。

2. 積雪深変化の計算

計算の手順を以下に示す。

1. K, η_0' の決定 (冬期の雪温 (気温), 積雪構造に依存)。
2. 初期値としての積雪深 HS_0^0, 積雪水量 HW_0, 密度 ρ_0^0。
3. i時間ステップ毎に加わる新雪 : HS_i^i, HW_i, ρ_i^i。
4. 1単位時間後の密度を, 層にかかる全荷重を $\int W(t)\,dt$ =(上層荷重+1/2 自重)×日数として1層毎に計算する。→すべての層の新しい密度分布 ρ_j^{i+1} $(j=0, 1, \cdots\cdots, i)$ が決定される。
5. 層の厚さ $HS_j^{i+1} = HW_j/\rho_j^{i+1}$, 積雪深 $HS^{i+1} = \sum_j HS_j^{i+1}$
6. 終了, あるいは $i=i+1$ 時間ステップとして3. に戻る。

III. 基 本 図

降雪強度を一定としたときの積雪深変化図を図1に示す。 K と η_0' については小島[4]が野外観測から得ている値の範囲内で, $K=21.0\times10^{-3}\,m^3/kg$, $\eta_0'=1.6\times10\,kg\cdot d/m^2$ を使った。新雪密度を $0.07\times10^3\,kg/m^3$ とし, 降雪強度が 0.1, 0.2, ……, 1.0 cm-water/day の場合を 150 日後まで計算した。図1に示されるように降雪強度が一定でも積雪深は直線的には増加せず, しだいに圧密が進む。積雪深変化図のみが得られており, それから積雪水量を求めるには, 図1を重ね合わせて実際の積雪深変化を代表している降雪強度を見つけて, 降雪強度に経過日数を乗じることで積雪水量が推定される。

降雪強度が圧密に対する影響を調べるため図2に横軸として降雪強度を 0.1 から 1.0 cm-water/day までをとり, 縦軸には 50, 100, 150 日後の積雪深および全層平均密度を降雪強度が

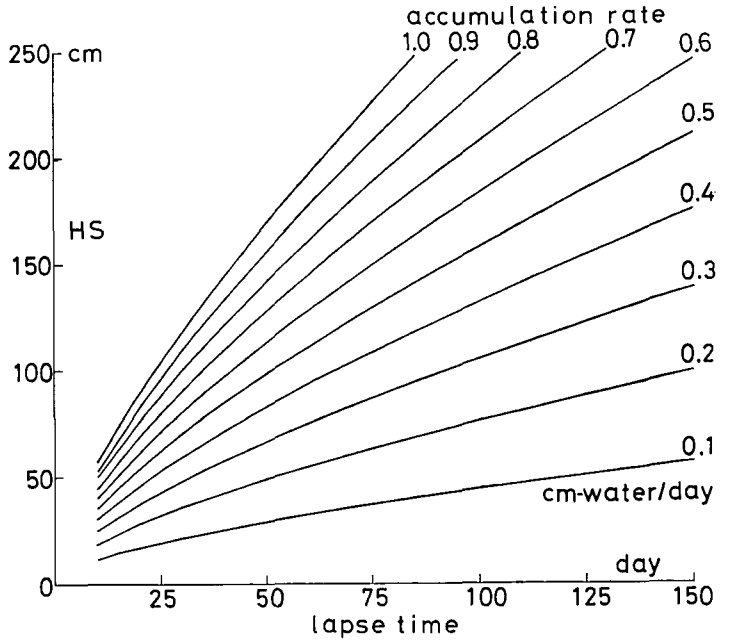

図1　$K=21.0\times10^{-3}$ m³/kg, $\eta_0'=1.6\times10$ kg·d/m² 新雪密度 0.07×10^3 kg/m³, 降雪強度を 0.1, 0.2, ……, 1.0 cm-water/day としたときの積雪深変化図

0.5 cm-water/day の場合の計算値との比で表わした。この図から降雪強度が大きいほど圧密され全層平均密度が大きくなるが，日数が経つにつれて降雪強度による差は小さくなる。山地積雪について積雪深もしくは積雪水量が標高と1次の関係があると報告されている（山田[8]）。観測精度，観測点の地域代表性を考えれば観測値について1割程度のばらつきは考えられるので積雪深，積雪水量のどちらを用いても標高と1次の関係が得られるのであろう。

積雪深変化に対する粘性係数の影響を図3，図4で調べる。図では，$K=21.0\times10^{-3}$ m³/kg，降雪強度 0.5 cm-water/day，$\rho=0.07\times10^3$ kg/m³ とし $\eta_0'=0.6$, 0.8, ……, 2.0×10 kg·d/m² の各値について積雪深計算を行なった。図3では各 η_0' の値に対する積雪深の時間変化を表わし，図4では横軸に η_0'，縦軸に 150 日後

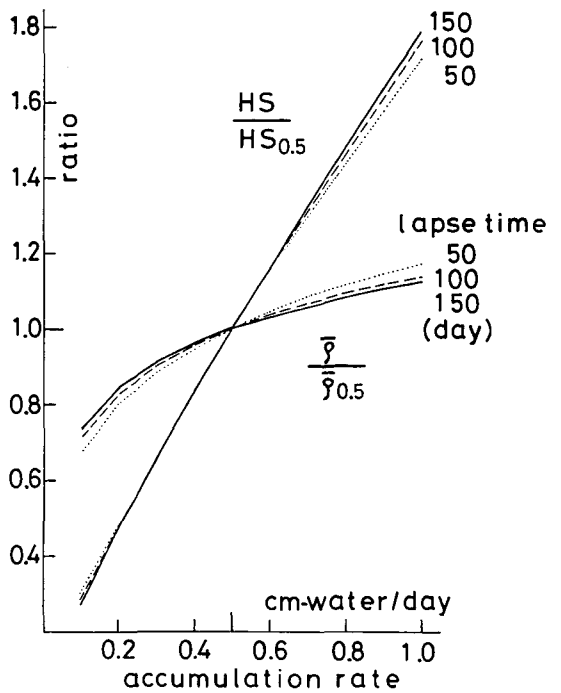

図2　横軸に降雪強度，縦軸に 50, 100, 150 日後の積雪深 HS および全層平均密度 $\bar{\rho}$ を降雪強度が 0.5 cm-water/day の $HS_{0.5}$, $\rho_{0.5}$ との比で表わした。計算に用いたパラメータは図1と同じ

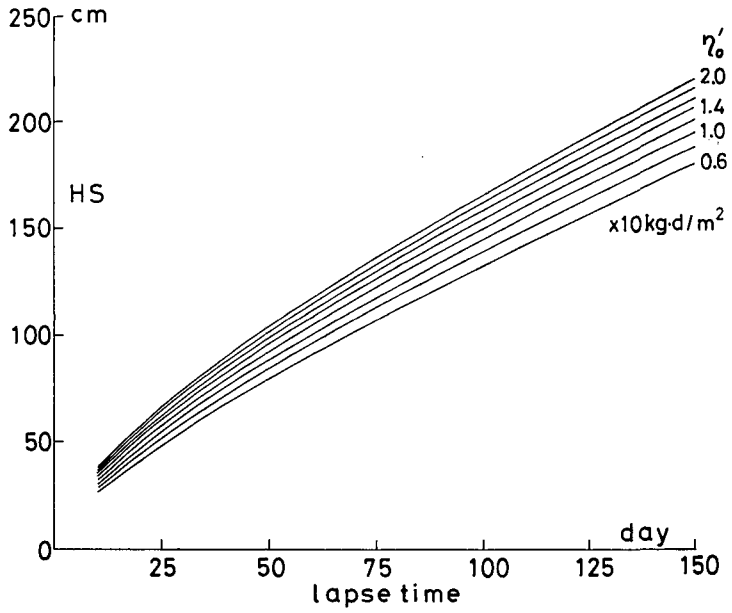

図3 $K=21.0\times10^{-3}$ m³/kg, 新雪密度 0.07×10^{3} kg/m³, 降雪強度を 0.5 cm-water/day, η'_0 を 0.6, 0.8, ……, 2.0×10 kg·d/m² としたときの積雪深変化図

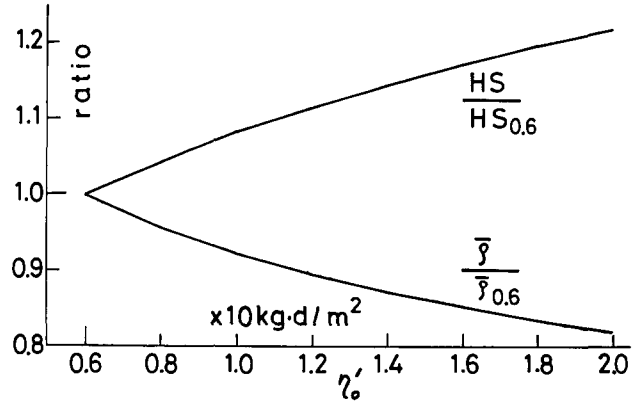

図4 横軸に η'_0, 縦軸に 150 日後の積雪深 HS および全層平均密度 $\bar{\rho}$ を η'_0 が, 0.6×10 kg·d/m² の $HS_{0.6}$, $\rho_{0.6}$ との比で表わした。計算に用いたパラメータは図3と同じ

の積雪深と全層平均密度を $\eta'_0=0.6\times1.0$ kg·d/m² の計算値との比で表わした。η'_0 が小さいほうが粘性圧縮は進むが積雪深，全層平均密度の差に関しては1～2割程度の違いしか現われない。札幌では $\eta'_0=1.0\times10$ kg·d/m², 母子里で 1.6×10 kg·d/m² の値が小島によって採用されており，雪温の高いほうが η'_0 の値が小さく圧密は早く進む。しかし冬期の平均雪温（気温）と η'_0 との間を定量的に関係ずけるのは将来の課題である。

IV. 流域内積雪深分布推定への応用

対象とした流域は北海道北部母子里の石狩川水系雨竜川源流部美深越沢川流域（北緯 44° 23′，東経 142°17′，流域面積 11.2 km²，海抜 280～630 m）で，1983～84 年の積雪期に関して積雪深計算を適用する。流域内の 6 地点にグラスファイバーを用いた長期自記積雪深計（油川[9]）を設置し積雪深の時間変化を観測した。流域末端の北海道大学低温科学研究所融雪観測室前の観測露場（BH 地点，海抜 285 m）において 8 ミリカメラを用いて積雪深の連続観測を行ない，さらに月 1～2 回の断面観測から積雪水量と積雪密度分布を得た。次に示す手順で流域内積雪深分布を推定し，観測値と比較する。

1. BH 地点における断面観測実施日から次の実施日までに積もった降雪水量を求める。
2. 5 日または 10 日毎の降雪水量に変換する。
3. 新雪密度を $0.05\sim0.10\times10^3$ kg/m³ とする。
4. 1～3 で計算プログラムへの基礎入力データとなる 5 日または 10 日毎の HS_i, HW_i, ρ が決定された。
5. BH 地点と他観測点の（最大）積雪水量の比を α とする（降雪水量の割増率）。
6. 4 の基礎入力データに対して $HS_i\times\alpha$, $HW_i\times\alpha$, ρ が計算プログラムへの入力データである。
7. $K=21.0\times10^{-3}$ m³/km, $\eta_0'=1.6\times10$ kg·d/m² で計算する。

3 地点（BH, B 1：海抜 450 m, E 1：海抜 560 m）における積雪深の観測値と推定値を図 5～7 に示す。矢印で示される日に BH 地点で断面観測を行ない，その結果をもとにして 5 日毎の新雪データを作成した。3 月末に上記 3 地点で積雪水量調査を行ない，BH, E 1, B 1 地点での水量比が 1 : 1.25 : 1.5 であったので，計算プログラムへの入力データの割増率 α はそれぞれ 1, 1.25, 1.5 とした。図には計算結果を白抜き丸で示したが，実線の観測値をよく再現して

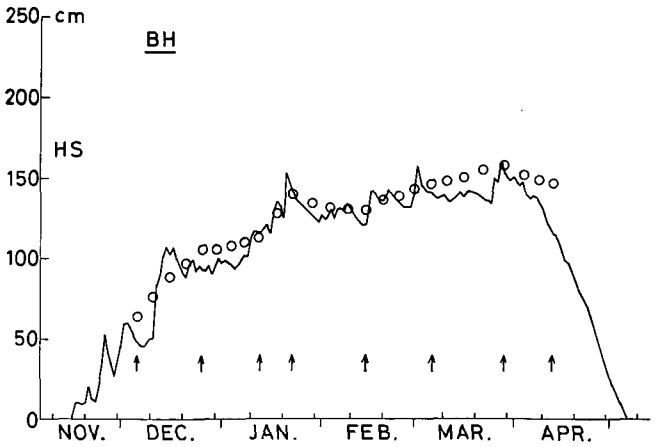

図 5　BH 地点（海抜 285 m）における 1983～84 年の積雪深変化図。
実線：観測値。
白抜き丸：5 日毎の推定値。
矢印で示された日に BH 地点で断面観測を行なった

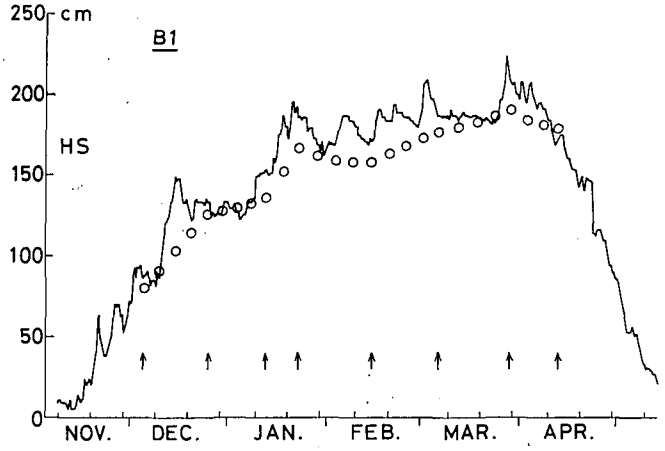

図6 B1地点（海抜450 m）における1983～84年の積雪深変化図。
実線：観測値。
白抜き丸：5日毎の推定値（降雪強度をBH地点の1.25倍として計算）

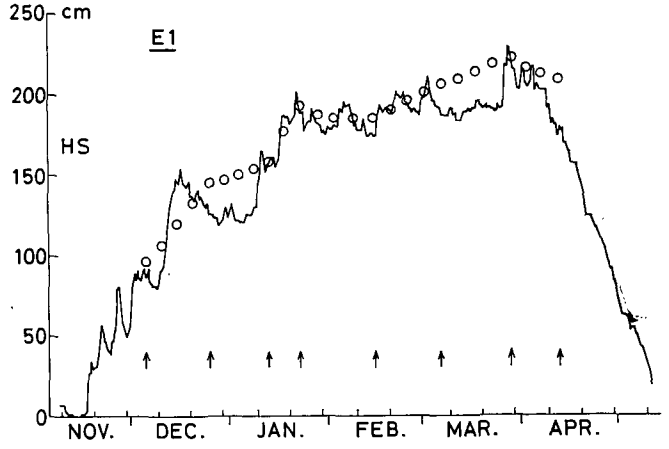

図7 E1地点（海抜560 m）における1983～84年の積雪深変化図。
実線：観測値。
白抜き丸：5日毎の推定値（降雪強度をBH地点の1.50倍として計算）

いる。より細かな新雪量データが得られれば，小さな積雪深の変動が十分に推定されうることが示唆された。

V. 降水量，気温から積雪深の推定

気象月報[10~16]に地域気象観測点における降水量，気温，積雪深のデータが公表されている。これらのデータを用いて積雪深計算を行ない，積雪深の推定と雨雪量計の降雪水量補捉率を求める。対象地点は，朱鞠内（北緯44°17′，東経142°10′，海抜280 m），岩見沢（北緯43°13′，東経141°47′，海抜42 m），倶知安（北緯42°54′，東経140°45′，海抜174 m）の3地点とした。図8～10に3地点の日降水量 R，日平均気温 T，午前9時の積雪深 HS を1983年11月から

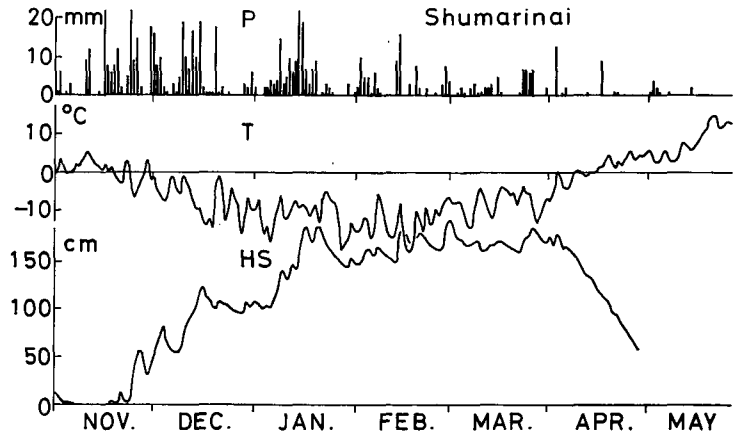

図8　朱鞠内における1983～84年の日降水量 P，日平均気温 T，積雪深 HS

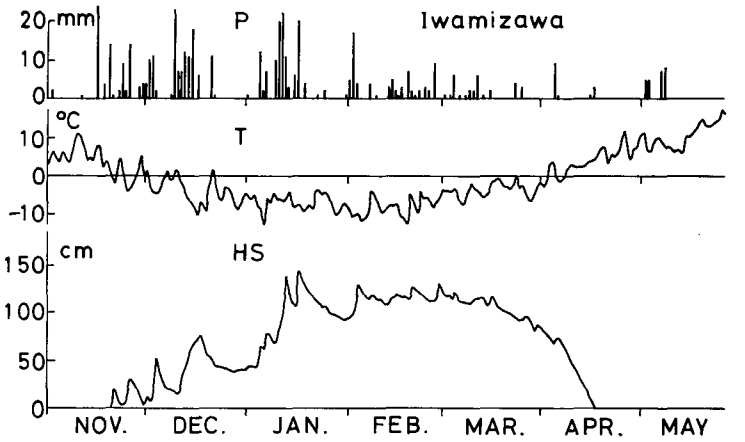

図9　岩見沢における1983～84年の日降水量 P，日平均気温 T，積雪深 HS

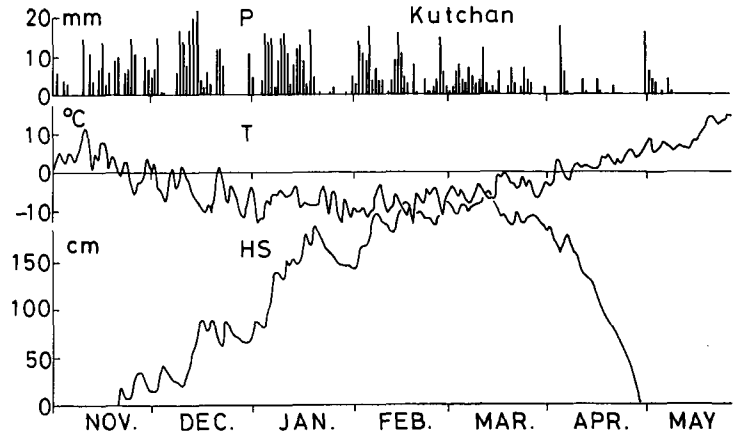

図10　倶知安における1983～84年の日降水量 P，日平均気温 T，積雪深 HS

1984年5月まで示した。気温は12月から3月まで3地点共にほぼ0°C以下であり積雪表面の融解は生じていない。よって今まで述べてきた積雪深計算の方法は使える。3地点のみで気象状態を比較すれば，朱鞠内は寒地多雪，岩見沢は暖地少雪，倶知安は暖地多雪であると言える。

降水量を雨と雪に分離する方法は経験的に気温が2°C以上のときに雨，2°C未満のときに雪とした（樋口[17]）。計算は5日毎に行ない，その期間の新雪密度は0.10×10^3 kg/m^{3}とした。雨雪量計で測られる降雪水量は実際の平地に積もる降雪水量より少ないことが多い（山田他[28]）。それゆえ雨雪量計の捕捉率をβとすれば観測降水量Rに$1/\beta$を乗じた量が計算プログラムへの入力データとなる。

計算結果を図11～13に示す。実線が観測積雪深，破線が推定積雪深である。朱鞠内と倶

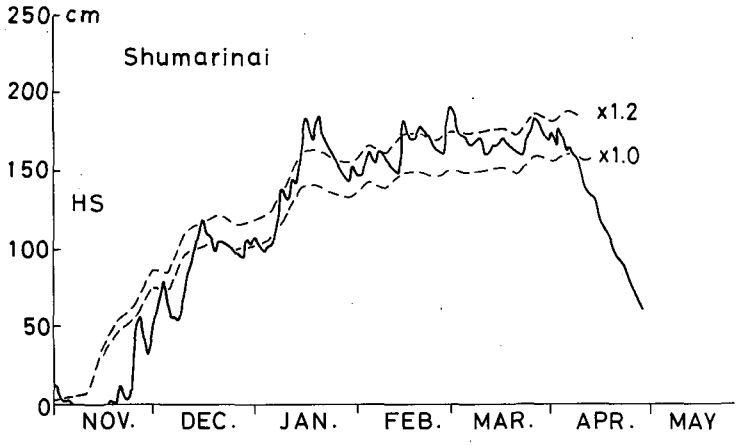

図11 朱鞠内における1983～84年の積雪深変化図。
実線： 観測値。
破線： 推定値（降雪強度として雨雪量計で観測された降水量を1.0, 1.2倍して計算）

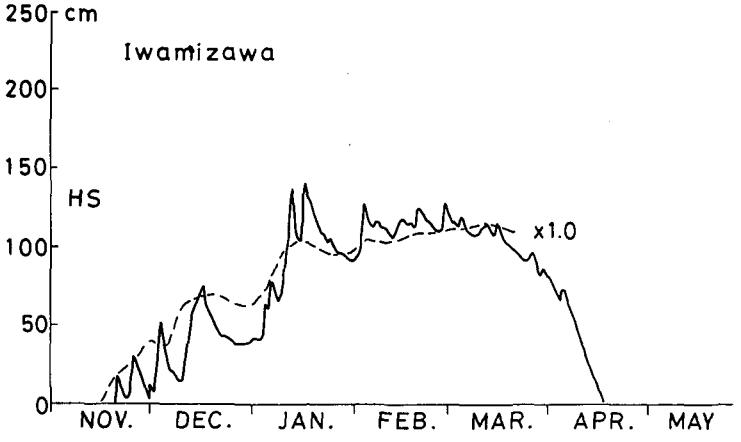

図12 岩見沢における1983～84年の積雪深変化図。
実線： 観測値。
破線： 推定値（降雪強度として雨雪量計で観測された降水量で計算）

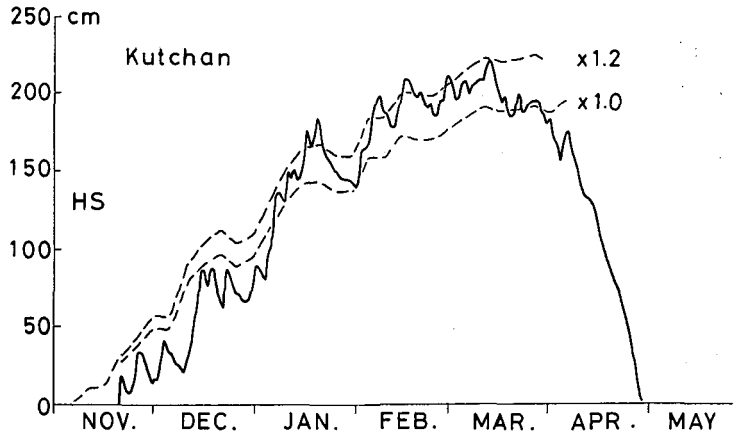

図13　倶知安における1983～84年の積雪深変化図。
実線：　観測値。
破線：　推定値（降雪強度として雨雪量計で観測された降水量を1.0, 1.2倍して計算）

知安では$1/\beta$に1.0と1.2の場合を計算し，岩見沢では$1/\beta=1.0$の場合のみを計算した。この3地点については，降水量を1.0ないし1.2倍することで積雪深変化は十分再現される。このことから降水量のデータがあれば寒冷地ではある程度の積雪深予測が可能である。

日平均気温が0°C近くまで上昇すると積雪表面付近で融解が生じる。その後の積雪深変化においては上記の計算方法が使えなくなる。大浦ら[19]は融雪期の雪面低下量を，degree-day法で推定した融雪量に相当する積雪表面層が融解するとして積雪深計算を行ない，良好な結果を得ている。しかし積雪層が乾き雪の状態からぬれ雪の状態へ移行する過程を定量的に計算法に取り入れることは難しい。積雪の全層が0°Cになっていないときに表面層が融解したとしても，浸透してゆく段階で周囲の雪に潜熱を放出して雪温を上昇させて再凍結する。積雪層全体が0°Cになったとしても安定に水を留めておける余地のある場所に融雪水が浸透した場合はそこに留まる。積雪の含水率がある段階を越えると始めて地中に表面融雪水が供給される。これらのことを考慮して積雪深変化を積雪の始めから消雪まで気象データから再現するのが将来の課題である。

VI. 結　　論

小島の方法に従い積雪深変化を粘性圧縮と考えて積雪深の計算手段を述べた。降雪強度が大きいほど，あるいは粘性圧縮係数が小さいほど圧縮速度が早いが，降雪強度を0.1～1.0 cm-water/day, ηを$0.6\sim2.0\times10$ kg·d/m^{2}の範囲で150日間の積雪深変化を計算した結果，全層平均密度の差は1～2割に過ぎなかった。

さらに美深越沢川流域では，月1～2回の積雪水量が得られている観測点と任意の観測点との積雪深もしくは積雪水量の比が分かれば十分に流域全体の積雪深変化が推定出来る。

気象月報で地域気象観測点の降水量と気温が公表されておりこのデータをもとにして積雪深計算を行なった結果，雨雪量計の捕捉率を0.8～1.0とすることで十分積雪深変化が再現さ

れる。

今回は乾き雪の期間のみの積雪深変化を扱ったが，今後は融雪期を含む積雪期全体にわたる積雪深の計算法を作成する予定である。

なお北海道大学雨竜地方演習林母子里作業所の方々には，美深越沢川流域に積雪深計を設置する際にお世話になった。ここに感謝いたします。

文　献

1) Bader, H. 1962 Theory of Densification of Dry Snow on High Poler Glaciers, II. *CREEL Res. Rept.*, **108**, 1-26.
2) Herron, M. H. and Langway C. C. Jr 1980 Firn Densification: An Empirical Model. *J. Glaciol.*, **25** (93), 373-385.
3) Ling, Chi-Hai 1985 A Note on the Density Distribution of Dry Snow. *J. Glaciol.*, **31** (108), 194-195.
4) 小島賢治 1957 積雪層の粘性圧縮 III. 低温科学，物理篇，**16**, 167-196.
5) Kojima, K. 1967 Densification of Seasonal Snow Cover. In Physics of Snow and Ice, Part 1 (H. Oura *ed.*), Inst. Low Temp. Sci., Sapporo, 929-952.
6) 北海道開発局石狩川開発建設部 1975 豊平峡ダム流域積雪融雪モデル解析. 北海道開発局.
7) 山内二郎・宇野利雄・一松信 共編 1972 電子計算機のための数値計算法 III. 培風館，132-153.
8) Yamada, T. 1982 Studies on Accmulation-Ablation Processes and Distribution of Snow in Mountain Regions, Hokkaido. Contributions from the Institute of Low Temperature Science, *A*, **31**, 1-33.
9) 油川英明 1980 自記積雪深計による天塩山地の積雪調査. 低温科学，物理篇，**39**, 63-74.
10) 札幌管区気象台 1983 北海道気象月報，昭和58年11月.
11) 札幌管区気象台 1983 北海道気象月報，昭和58年12月.
12) 札幌管区気象台 1984 北海道気象月報，昭和59年1月.
13) 札幌管区気象台 1984 北海道気象月報，昭和59年2月.
14) 札幌管区気象台 1984 北海道気象月報，昭和59年3月.
15) 札幌管区気象台 1984 北海道気象月報，昭和59年4月.
16) 札幌管区気象台 1984 北海道気象月報，昭和59年5月.
17) Higuchi, K. 1977 Effect of the Nocturnal Precipitation on the Mass Balance of the Rikha Samba Glacier, Hidden Valley, Nepal. *Seppyo*, **39** (Special Issue), 43-49.
18) 山田知充・秋田谷英次・成瀬廉二・遠藤八十一・遠藤辰雄・若浜五郎 1983 石狩平野における降雪水量分布の積雪層位法による精密測定. 低温科学，物理篇，**42**, 179-182.
19) 大浦浩文・小島賢治・小林大二・小林俊一・成瀬廉二・石川信敬 1969 幾寅（金山ダム流域）における融雪の研究 II. 低温科学，物理篇，**27**, 143-162.

Summary

The depth of snow gradually decreases with the lapse of time after a snow-cover forms because of the densification of a snow layer. The results of numerical computations of depth-density profiles of snow in the Antarctic and in Greenland have been reported by many investigators. The seasonal snow, however, covers the ground only during the winter in Japan. Since the accumulation rate changes every day, the numerical calculation of densification is more complicated for the seasonal snow cover than for the polar permanent snow under the assumption of constant rates of accumulation.

Kojima (1975) studied the densification of snow by using the viscous compression theory. He found the empirical relation between the snow density and the compactive viscosity factor, and he obtained a successful result in his attempt to compute depth-density profiles numerically for the seasonal snow. This paper describes the calculation method of the time variation of snow depth. These calculations were conducted by a conventional personal computer.

Calculation is made of the snow density and the snow depth, varying the accumulation rate (0.1～1.0 cm-water/day) and the compactive viscosity factor η, in which $\eta(\rho)=\eta_0' e^{K\rho}$, ρ is density of the snow layer $\times 10^3$ kg/m^3, $K=21.0\times10^{-3}$ m^3/kg, and $\eta_0'=0.6\sim2.0\times10$ kg·d/m^2. The calculated densities of the snow cover for various accumulation rates do not vary so much in this range, amounting only to 10～20% (Figs. 1-4).

The amount of snow water equivalent (*HW*) was obtained once or twice a month at one place (A) in a watershed and the ratios of *HW* at (A) to *HW* at other places were also obtained in the same watershed. Then, the variation of snow depth distribution with time can be estimated from them (Figs. 5-7).

The data of precipitation and air temperature at local meteorological stations are available from the monthly report published by Sapporo District Meteorological Observatory. In an effort to calculate the time variation of snow depth at three stations by using these meteorological data, the actual snow depths were simulated fairly well by considering the ratio of the solid precipitation measured by the snow-rain gauge to the actual one to be 0.8 or 1.0 (Figs. 8-13).

The calculating method of snow depth during the whole snow-covered period including the melting season should be established in future studies.