



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	土壌凍結の溶液モデル
Author(s)	堀口, 薫; HORIGUCHI, Kaoru
Citation	低温科学. 物理篇, 45, 69-82
Issue Date	1987-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18538
Type	departmental bulletin paper
File Information	45_p69-82.pdf



土 壌 凍 結 の 溶 液 モ デ ル *

堀 口 薫

(低温科学研究所)

(昭和61年10月受理)

I. ま え が き

土の凍結に関する系統的な研究は Taber^{1,2)} (1929, 1930) によって始められた。彼は凍上した土の中には多数の薄い氷の層 (ice lens) が散在していることを観察している。また, Beskow³⁾ (1935) は荷重を加えた条件のもとで凍上実験を行い, 荷重が増えると凍上量が減少することを見出した。これらの凍上に関する重要な発見以来, 土の凍結に関して多くの実験が行なわれて来た。更に, 凍上量や凍上力を推定するためのモデルも提案されている。

凍上現象は水の流れ, 熱の流れ及び上載荷重が複雑に結合した現象である。したがって, 凍上現象を記述するモデルはこれらすべてを矛盾なく理論の中に取り入れていなければならない。Miller^{4,5)} (1972, 1978) は, 毛管力理論 (Everett⁶⁾ 1961) より予測される凍上圧よりも実測された凍上圧が数倍大きいことに着目し, 2次凍上 (secondary frost heaving) の概念を提案した。その中で彼は frozen fringe や“復氷”など現在の凍上理論に欠くことのできない重要な概念を導入した。O'Neill 他⁷⁾ (1980) は, この理論を用いて, 凍上現象をシュミレートし, 周期的なアイスレンズを含んだ凍土を得た。しかし, 彼の理論の適用範囲は土粒子同志が接触している飽和土に限られている。上載荷重を考慮した土の凍結モデルは, この他, Hopke⁸⁾ (1980), Gilpin⁹⁾ (1980), 高志¹⁰⁾ (1982) などがある。この内, 高志のモデルは, 日本の工学者の間で, 広く受け入れられている。しかし, いずれのモデルにも具体性に欠けた概念を含んでいる。またその適用範囲にも限界がある。

理論の中で上載荷重をどのように取り扱うかということは重要な問題である。ところが現在のところ, その取り扱いに関してはいろいろな見解がある。その1つに, 大きな凍上力を説明するために“有効応力”の概念を用いる学派がある。ところが, 有効応力の提唱者である Terzaghi¹¹⁾ (1936) の定義によると, 有効応力は土粒子と土粒子との直接接触によって伝えられる応力である。一方, 凍結面では氷と土粒子との間には薄い水の膜が存在しなければいけないという考え方は, Taber 以来, 凍土研究者の間で一致した見解である。したがって, 凍上性の土では固体同志の接触はなく, 固体は必ず薄い水膜を介して接触していることになる。このように考えると, Terzaghi の定義した有効応力の概念を凍上理論の中で用いることに疑問が生じて来る。第2は有効応力の代りに氷の圧力 (ice pressure) なる概念を用いる学派である。この学派に対しても, 凍結面で複雑な形状をしている固体の氷に圧力という概念を用いることが出来るのかどうか疑問が残る。凍結面でアイスレンズと土粒子との間に介在する薄い水膜は上

* 北海道大学低温科研究所業績 第2900号

載荷重を支えていると同時に未凍土側にある圧力の低い水を圧力の高い水膜の所に引き寄せる性質を持っている。水膜のこのような性質に注目して、第3の学派の人達 (Vignes 他¹²⁾ 1974, 高木¹³⁾ 1980) は、水膜に固体的応力 (solid like stress) なる概念を付与した。しかし、このような新しい概念の導入に関しては賛同しない研究者も多い。

Miller, Hopke, Gilpin, 高志等のモデルは水で飽和した土の凍結が対象である。一方, 上載荷重を考慮していない Harlan¹⁴⁾ (1973), Guyman 他¹⁵⁾ (1974) のモデルは不飽和土の凍結が対象である。ところが, アイスレンズが連続して成長するためには, その成長面へ水が連続して補給されなければならない。このことは氷の成長面には常に水が存在することを意味する。したがって, 飽和土であるか不飽和土であるかということは, 凍上理論を作る上で重要なことではないと考えられる。

Cass 他¹⁶⁾ (1959) は土粒子の表面近くに存在する電気二重層が凍上の機構に重要な役割をしていることを指摘した。堀口^{17,18)} (1976, 1977) は粉体の凍上性と比表面積との関係を実験により求めた。その際, 比表面積が同じであれば表面電荷の大きい粉体の方がより凍上性であるという結果を得た。この論文では, これらの実験結果をもとにして, 土粒子の表面近くに存在するイオン拡散層に希薄溶液の法則が適用出来ると仮定して, 凍上現象を説明するためのモデルを提案する。

II. 浸透圧

溶液中にある水分子の化学ポテンシャルは, 同温の純粋な自由水の化学ポテンシャルよりも低い。この低さの程度を定量的に表わす指標の1つに浸透圧がある。浸透圧は, 半透膜を通して, 水分子が純水より溶液の方に拡散するのを阻止する圧力である。この浸透圧 Π は, 等温状態では, 次式で定義される。

$$\Pi = P_s - P_w \quad (1)$$

ここで, P_s と P_w は, それぞれ, 溶液と純水が受けている実際の圧力である。

希薄溶液の浸透圧は別の方法でも求めることが出来る (Glasstone¹⁹⁾ 1948)。その1つは希薄溶液の氷点降下度より求める方法である。すなわち,

$$\Pi = \frac{\rho_w L}{T_0} \Delta \bar{U} \quad (2)$$

ここで, ρ_w , L , T_0 及び $\Delta \bar{U}$ は, それぞれ, 純水の密度, 氷の融解潜熱, 氷の融点 (°K) 及び希薄溶液の氷点降下度 (°C) である。第2は希薄溶液の濃度より求める方法である。すなわち,

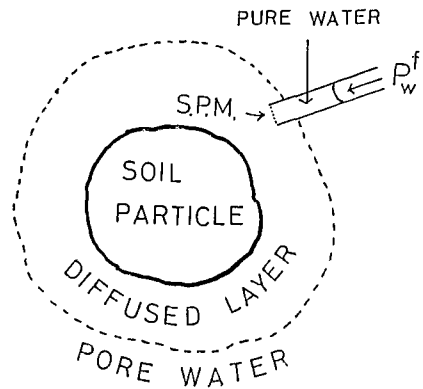
$$\Pi = \frac{RT}{V'} \quad (3)$$

ここで, R , T 及び V' は, それぞれ, 気体定数, 溶液の温度 (°K) 及び溶質1モルを含む水の体積である。

土粒子は同形置換, 表面原子の化学結合の欠如などの原因により, その表面に電荷を帯びている。この表面電荷を中和するために, 反対の電荷を持ったイオンが表面近くに分布している。

表面に引き寄せられたイオンの一部は、スターン層 (Stern layer) として知られているように、土粒子の表面に強く吸着している。残りのイオンは表面からある距離の範囲にわたって分布している。ここに提案する溶液モデルでは、このイオンが分布している領域を拡散層 (diffused layer) と呼び、この層に前に述べた希薄溶液の法則が適用出来ると仮定する。

拡散層中にある水分子は、自由水よりも化学ポテンシャルが低い。言い変えると、常にテンション状態にある。このテンションの大きさを知るために第1図に示した様な思考実験を行う。すなわち、非常に小さい理想的なテンショメータの感部を拡散層



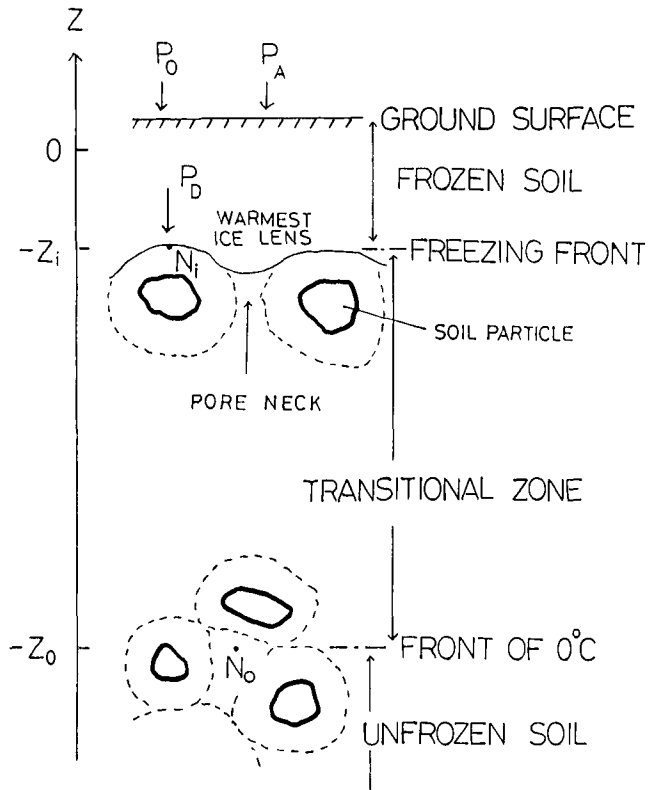
第1図 拡散層中の水分子のテンションを測定するための思考実験

中の任意の場所に挿入し、そこにある水分子のテンションを測定出来たとする (具体的な求め方は後に述べる)。これを P_w^f で表わし、水膜の圧力 (film water pressure) と呼ぶことにする。拡散層中のイオンの濃度分布から考えて、この P_w^f は土粒子表面からの距離の関数である。拡散層中にある水分子はテンション状態にあるために、 0°C では凍らずに、それよりも低い温度で凍る。このような水は不凍水として、凍土研究者の間では、広く知られている。不凍水の量は温度の低下と共に指数関数的に減少することが実験的に求められている (例えば、Anderson 他²⁰⁾ 1973, 堀口²¹⁾ 1985)。これより、拡散層中の水の凍結温度は、粒子の表面に近づくにつれて指数関数的に低くなっていることがわかる。溶液モデルでは、氷と拡散層との界面に於ける P_w^f が重要な意味を持っている。これを \bar{P}_w^f で表わすことにする。後で述べるように、 \bar{P}_w^f は温度と圧力の関数である。未凍土中で拡散層よりも外側にある間ゲキ中の水の圧力を間ゲキ水圧 (pore water pressure) と呼び、 P_w で表わす。

III. 最大凍上圧

間ゲキ水には溶質を含まない正規圧密土の凍結について考察する。微視的にみた凍りつつある土の断面を第2図に示す。凍結前の地表面を座標の原点とし、上方が正になるように z 軸をとる。大気圧、上載圧及び凍土の自重による圧力を、それぞれ、 P_0 , P_A 及び P_D で表わす。土粒子を取り巻いている点線は、拡散層と間ゲキ水との境界を示す。隣接する拡散層にはさまれた狭い領域を間ゲキのくびれ (pore neck) と呼ぶことにする。この論文では、均質な土を考え、間ゲキのくびれはすべて同じ大きさであると仮定する。

深さ $z = -z_1$ でアイスレンズが成長している場合を考える。その温度を $\theta(-z_1, t) (^\circ\text{C})$ とする、 t は時刻である。アイスレンズの下面を凍結面と呼ぶことにする。土中の温度は深くなる程、つまり z が減少する程高く、 $z = -z_0$ で 0°C とする。温度が 0°C と $\theta(-z_1, t) (^\circ\text{C})$ との間の領域を未凍土から凍土への遷移領域 (transitional zone) と呼ぶことにする (後に述べるように、この領域に間ゲキ水が存在する場合と存在しない場合があるので、Miller が用いた frozen fringe という名称は用いないことにする)。遷移領域の存在は実験的に確かめられている (高



第2図 凍りつつある土の断面

志¹⁰⁾ 1982, 石崎²²⁾ 1985)。しかし、この領域の性質については、今のところ、研究者の間で見解が必ずしも一致していない。点 N_i はアイスレンズとそれに隣接する土粒子との間にある凍結面の任意の点を表わす。点 N_0 は深さ $z = -z_0$ での間ゲキを示す。

溶液モデルでは、凍結面の温度 $\theta(-z_i, t)$ は、その場所のイオン濃度によって決まる。すなわち、

$$\theta(-z_i, t) = - \frac{RT_0^2}{\rho_w L V'(-z_i, t)} \quad (4)$$

ここで、 $V'(-z_i, t)$ は時刻 t に深さ $z = -z_i$ の所にある拡散層のイオン濃度であり、1モルのイオンを含む水の体積で表わしてある。ある一定の温度 $\theta(-z_i, t)$ を保ちながら、 $z = -z_i$ でアイスレンズが連続して析出するためには、未凍土側より N_i 点に水が連続して補給されなければならない。この時、凍結面での浸透圧 $\Pi(-z_i, t)$ は、(2)式より

$$\Pi(-z_i, t) = -12.2\theta(-z_i, t) [\text{kgf/cm}^2] \quad (5)$$

で与えられる。最大凍上圧はアイスレンズの成長を阻止する圧力である。したがって、溶液モデルでは、浸透圧 $\Pi(-z_i, t)$ が最大凍上圧に相当する。この(5)式は最大凍上圧とアイスレンズの析出温度とを関係づける重要な式である。

毛管力理論によると、最大凍上圧は間ゲキのくびれで発生する。しかし、ここに提案した

第1表 未凍土中への氷の侵入温度 θ'_i n' : 空ゲキ率

	Silt fraction (4-8 μm)	Manchester silt	Calgary silt	Zeolite (0.5-5 μm)	Illite
θ'_i ($^{\circ}\text{C}$)	-0.09	-0.10	-0.15	-0.20	-0.16
n'	0.50	0.43	0.35	0.60	0.65

溶液モデルでは、間ゲキのくびれは氷の未凍土側への侵入温度 (ice intrusion temperature) を決めるだけであり、最大凍上圧は拡散層内の N_i 点で発生すると考える。堀口他^{23,24)} (1980, 1983) は数種類の凍土の見かけ透水係数の測定を行った。その際、未凍土中への氷の侵入に対応して見かけ透水係数が急激に減少することを見つけた。その時実測された氷侵入温度 θ'_i ($^{\circ}\text{C}$) を第1表に示す。表中、 n' は空ゲキ率である。この θ'_i に相当する凍上圧は (5) 式から求めることが出来る。後で述べるように、アイスレンズの析出温度 $\theta(-z_i, t)$ は凍結面にかかる荷重によって決まり、氷侵入温度 θ'_i に等しいとは限らない。

IV. アイスレンズの発生する場所

これまでではアイスレンズが凍結面 ($z = -z_i$) で成長しているとして話しを進めて来た。この節では、アイスレンズが発生する場所の指定を中心にして、関連事項について考察する。Radd 他²⁵⁾ (1973), 生頼他²⁶⁾ (1985), 石崎²⁷⁾ (1985) 等の実験によれば、凍結面で成長するアイスレンズ (warmest 又は final ice lens と呼ばれている) の他に、凍土内で成長するアイスレンズ (after-growing ice lens と呼ぶことにする) が存在する。以下に、この両者を区別して考察する。

1. 凍結面でアイスレンズが成長する場合

まず、凍結面での力の釣り合いについて考える。第3図に示すように、凍結面に於て面積 S の領域に働く凍土側からの合力は $(P_0 + P_A + P_D)S$ である。この力は未凍土側より働いている合力 ($P_s S_s + P_w S_w + P_a S_a$) と釣り合っていないなければならない。すなわち、

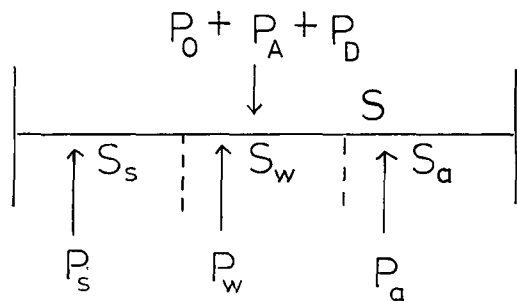
$$(P_0 + P_A + P_D)S = P_s S_s + P_w S_w + P_a S_a \quad (6)$$

ここで、添字の s, w, a は、それぞれ、拡散層、間ゲキ水、間ゲキにある空気を示す。飽和土に対しては S_a はゼロである。更に、圧密した粘性土では S_s は S_w に比べて非常に大きいと考えられる。このような場合には $S_w = 0$ と見做しても結果に重大な誤差は生じないであろう。この時、 P_s は

$$P_s = P_0 + P_A + P_D \quad (7)$$

で近似できる。以後、 P_s を凍結面にかかっている全圧力と呼ぶことにする。

次に、 θ , P_s , P_w , Π 及び \hat{P}_w の間の相互関係について考察する。氷と拡散層 (不凍



第3図 凍結面における力の釣り合い

水) が共存している領域では, Π と θ の間には, (2) 式より

$$\Pi(-z, t) = -\frac{\rho_w L}{T_0} \theta(-z, t) \tag{8}$$

の関係がある。即ち, 最大凍上圧は温度の 1 価関数である。また, \tilde{P}_w^f は, (1) 式と (8) 式より

$$\tilde{P}_w^f(-z, t) = P_s(-z, t) + \frac{\rho_w L}{T_0} \theta(-z, t) \tag{9}$$

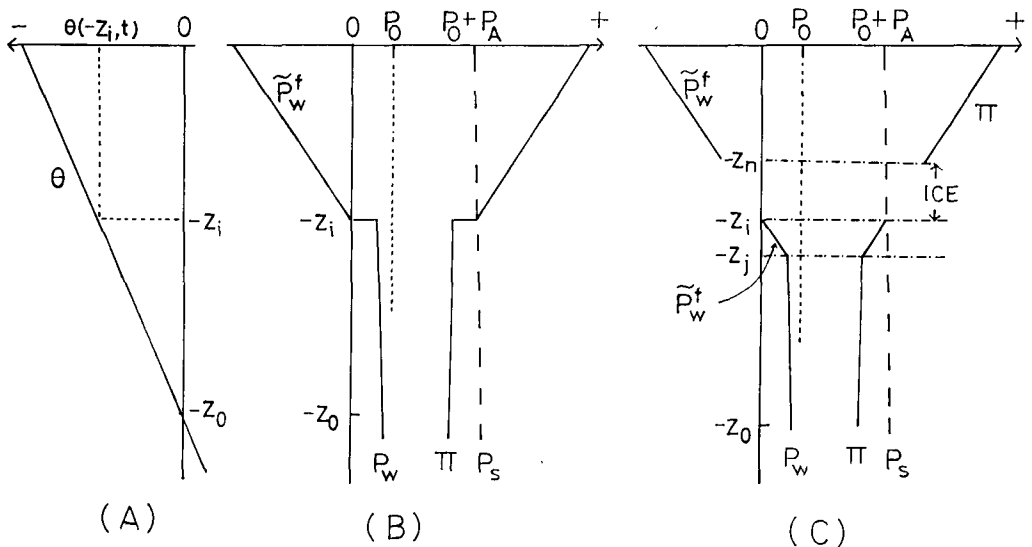
であり, 全圧力と温度が与えられれば一義的に決まる。但し, 水の存在しない所, 例えば氷の内部や不凍水が存在しない程低い温度にある凍土中では, 定義により Π や \tilde{P}_w^f は意味を持たない。

溶液モデルでは, 氷が存在しない領域では間ゲキ水の圧力 P_w が重要な意味を持っている。その大きさは, 大気圧を基準にして,

$$P_w(-z, t) = P_0 + \delta P_w(-z, t) \tag{10}$$

で表わされる。ここで, δP_w は大気圧からのずれを示す。

第 4 図は θ , P_s , P_w , \tilde{P}_w^f および Π の間の関係を示す。地表面の温度が低下していくとき, 時刻 t に於ける土中の温度分布は第 4 図 (A) の様であったとする。第 4 図 (B) は, アイスレンズが成長し始める直前(時刻 t) の P_s , P_w , \tilde{P}_w^f および Π の分布状況を示す。但し, $z > -z_1$ では間ゲキ氷と不凍水が共存し, $z < -z_1$ では氷が存在しないと仮定する。全圧力 P_s は地表面では ($P_0 + P_A$) であるが, 深くなるにつれて, 凍土の自重による分だけ増大する。深さ $z = -z_1$ では, $P_w(-z_1, t)$ の大きさに依存して, $\tilde{P}_w^f(-z_1, t)$ と $P_w(-z_1, t)$ の間に急激な変化がある。 $z > -z_1$ の領域では, 浸透圧 Π は全圧力 P_s よりも常に大きい。このことは, 凍上力の観点からだけす



第 4 図 土中における温度 θ , 全圧力 P_s , 間ゲキ水圧 P_w , 水膜の圧力 \tilde{P}_w^f および浸透圧 Π の分布状況
 (A): 温度分布, (B): 1 次凍上, (C): 2 次凍上

れば、この領域は何処でもアイスレンズが成長し得ることを意味する。しかし、warmest ice lens の成長する所は、 Π が P_s に等しくなる $z = -z_i$ の所である。溶液モデルでは、 $z = -z_i$ の位置を凍結面と呼ぶことにする。したがって、第4図(B)は1次凍上 primary frost heaving の状況に対応する。一方、 $P_w(-z_i, t)$ が負の場合には、warmest ice lens は $P_w(-z, t)$ と $\tilde{P}_w^f(-z, t)$ が等しくなる所で成長し、そこが凍結面となる。

次に、warmest ice lens の成長に対する上載荷重の影響を考察しよう。いま、凍結面 $z = -z_i$ で水が V の速度で成長している状況を考える。時間が dt だけ経過したとき、凍結面の温度が $\Delta\theta(-z_i) (>0)$ だけ低下したとしよう。この温度低下により、凍結面での浸透圧は $\frac{\rho_w L}{T_0} \Delta\theta(-z_i)$ だけ増大することになる。一方、この期間に析出した氷の重量は単位面積当り $\rho_i V dt$ である。したがって、warmest ice lens が連続して成長し得るためには $\Delta\theta(-z_i) \geq \frac{T_0}{\rho_w L} \rho_i V dt$ でなければいけない。一方、 $\Delta\theta(-z_i) < \frac{T_0}{\rho_w L} \rho_i V dt$ の時には、warmest ice lens は上載荷重が大きすぎるために成長することが出来ない。

第4図(C)は θ , P_s , P_w の分布は第4図(B)と同じであるが、 $-z_n > z > -z_i$ にはアイスレンズが存在し、 $z > -z_n$ と $-z_i > z > -z_j$ には間ゲキ氷と不凍水が存在し、 $z < -z_j$ には氷が存在しない場合の \tilde{P}_w^f と Π の分布を示す(この状況は Miller の提唱した2次凍上 secondary frost heaving に対応する)。定義から、 \tilde{P}_w^f は P_w よりも大きくなることは出来ない。 $-z_i > z > -z_j$ の領域では、 Π は P_s よりも常に小さいので、この領域にある間ゲキ氷は成長することが出来ない。この時も warmest ice lens は $z = -z_i$ で成長する。このように、溶液モデルでは凍結面の温度 $\theta(-z_i, t)$ は全圧力 $P_s(-z_i, t)$ によって決まると考える。即ち、 $P_s(-z_i, t)$ が大きい程、 $\theta(-z_i, t)$ は低くなる。 $z < -z_i$ の領域に間ゲキ氷が存在するしかしないかということは、凍結面の位置を決めるのには重要なことではない。しかし、間ゲキ氷が存在すれば遷移領域の見かけ透水係数は著しく小さくなる。

第4図(B)では、 $z < -z_i$ の領域に間ゲキ氷が存在しないと仮定したけれども、この仮定は $\theta(-z_i, t)$ が供試体固有の水侵入温度 θ_i^* よりも低くない場合には常に正しい。一方、 $\theta(-z_i, t)$ が θ_i^* よりも低い場合には、 $z < -z_i$ の領域の一部に間ゲキのくびれを通して氷が侵入する。第4図(C)はこのような場合の例である。たとえば、マンチェスターシルトを例にとると、このシルトの θ_i^* は -0.10°C である(第1表参照)。この温度に相当する凍上圧は(5)式より 1.2 kgf/cm^2 である。したがって、 $P_s(-z_i, t)$ が 1.2 kgf/cm^2 よりも小さいときには第4図(B)に示すような1次凍上の形態をとり、 1.2 kgf/cm^2 よりも大きい時には第4図(C)のような2次凍上の形態をとる。Miller は大きな凍上力を説明するために2次凍上の概念を導入したが、溶液モデルでも上載荷重が大きいときには2次凍上の形態をとることがわかる。

第4図(B), (C)から、遷移領域の厚さは次の様に、外的条件によって変わることがわかる。

- (a) 温度勾配が与えられると、全圧力 P_s が大きい程、遷移領域は広がる。
- (b) 全圧力が与えられると、土中の温度勾配が小さい程、遷移領域は広がる。

これらの結果は、Penner²⁷⁾ (1982) や石崎²²⁾ (1985) 等が行なった実験的観察と一致している。

Terzaghi は砂質土に対して有効応力なる概念を導入したが、水で飽和し粒子が分散している粘性土では Terzaghi 的な意味での有効応力は存在しないと考えられる。Lambe 他²⁸⁾ (1979)

はこのような分散土にも有効応力の概念を拡張し、粒子間に働いている正味の電氣的応力を広い意味での有効応力と定義した。しかし、その具体的な求め方や測定例は、今のところ、報告されていない。溶液モデルによると、飽和した粘性土の広義の有効応力は、次式に示すように、浸透圧に対応する。

$$II(-z, t) = P_s(-z, t) - P_w(-z, t) \quad (11)$$

$P_w(-z, t)$ の代りに $\tilde{P}_w^f(-z, t)$ を用いると、この式は凍土にも有効である。又、粒子の表面を微視的に見ると、砂質土といえども拡散層が存在するので、上記の式はすべての土に適用可能であり、Lambe 等の概念をより具体的に表現したものと見做すことができる。

2. 凍土内でアイスレンズが成長する場合

凍土内 ($z > -z_i$) では、第5図(B)と(C)に見られるように、 II は P_s よりも常に大きい。したがって、凍土中で水の移動があり氷が析出するに必要な熱的条件が満たされていれば、凍土中でもアイスレンズは成長することが出来る。その際、水の移動の形態としては、連続した拡散層(不凍水)を通しての移動と温度勾配のために生ずる復氷現象の結果おこる水の移動とが考えられる。今の所、凍土中でのアイスレンズ形成に関しての実験データが少ないので、ここでは詳しい討論は行なわない。

以上の考察から、最大凍上圧を求めるのには次の3つの方法があることがわかる。第1は開方系で直接凍上圧を測定する方法である (Hoekstra²⁹) 1965, Penner³⁰) 1966, 木下³¹) 1972, Radd 他²⁵) 1973, Loch 他³²) 1975)。第2は間接的な方法である。即ち、平衡状態では \tilde{P}_w^f は P_w に等しいので、広義の有効応力の式(11)を用いて最大凍上圧 II を求める方法である。そのためには、高志他³³) (1981) が行なったように、上載荷重を一定にした閉式系の凍上実験で間ゲキ水圧 P_w の低下を測定して II を求めればよい。第3は、(5)式より、アイスレンズが析出しているところの温度から最大凍上圧を算出する方法である。

Radd 他や高志他は、長時間にわたって凍上実験を行ない、大きな凍上圧を実測した。その際、高志等はアイスレンズが冷却面に接して成長することを見つけ、上限凍上力 σ_u と冷却面の温度 θ_c (°C) との間に次の関係式を得た。

$$\sigma_u = -11.1\theta_c \text{ [kgf/cm}^2\text{]} \quad (12)$$

ここで、 σ_u はゲージ圧で測定されている。この結果は、上記第3の方法の基礎になっている(5)式と同じである。

凍土の見かけ透水係数は著しく小さいので、凍土内でのアイスレンズの成長速度は遅い。これに比べ、凍結面でのアイスレンズの成長速度は大きい。したがって、凍上圧を測定する実験に於て、凍上速度が大きい実験初期では凍結面で生ずるアイスレンズによる凍上圧が実測されるが、ついには凍土内で生ずるアイスレンズによる凍上圧を実測するようになる。現実の土では、両方のアイスレンズが同時に成長することがあるので、両者の凍上圧を完全に分離して測定することは非常に困難であろう。

V. 水の流れ

この節では、上載荷重と熱流が凍上現象を律速する因子ではないと仮定して、凍上の際の水の流れについて考察する。凍結面への水の流れは、水の圧力差が原因で、ダルシー則に従うと仮定する。凍上はこの水の流れの結果生ずる。以下、凍上速度を次の2つの場合に分けて考察する。

1. 凍結面でアイスレンズが成長する結果生じる凍上速度

0°C面における間ゲキ水圧 $P_w(-z_0, t)$ は、(10)式より

$$P_w(-z_0, t) = P_0 + \delta P_w(-z_0, t) \quad (10')$$

で表わされる。一方、凍結面に於ける水膜の圧力 $\tilde{P}_w^f(-z_i, t)$ は(9)式より

$$\tilde{P}_w^f(-z_i, t) = P_s(-z_i, t) + \frac{\rho_w L}{T_0} \theta(-z_i, t) \quad (9')$$

で表わされる。仮定により、0°C面より凍結面への水の流速 $q_w(t)$ は

$$\begin{aligned} q_w(t) &= -\frac{\bar{K}}{\rho_w g} \frac{\tilde{P}_w^f(-z_i, t) - P_w(-z_0, t)}{\Delta z} \\ &= \frac{\bar{K}L}{gT_0} \frac{\Delta\bar{\theta}(-z_i, t)}{\Delta z} - \frac{\bar{K}}{\rho_w g} \frac{P_s(-z_i, t) - P_w(-z_0, t)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (13)$$

である。ここで、 \bar{K} と Δz は、それぞれ、遷移領域の見かけ透水係数とその厚さであり、 g は重力加速度、 $\Delta\bar{\theta}(-z_i, t)$ は凍結面の氷点降下度である。この論文では、地下水面から0°C面への水の流れについての考察は省略する。

質量保存則より、 $q_w(t)$ にもとづく凍上速度 $V_m(t)$ は

$$V_m(t) = \frac{\rho_w \bar{K}L}{\rho_i g T_0} \frac{\Delta\bar{\theta}(-z_i, t)}{\Delta z} - \frac{\bar{K}}{\rho_i g} \frac{P_s(-z_i, t) - P_w(-z_0, t)}{\Delta z} \quad (14)$$

である。したがって、凍上速度 $V_m(t)$ は遷移領域に於ける温度勾配とその領域に存在する液体相にかかっている圧力勾配に依存することがわかる。すなわち、

- (a) 遷移領域に存在する液体相にかかっている圧力勾配が一定であれば、その領域の温度勾配が大きい程、凍上速度は大きい。
- (b) 遷移領域の温度勾配が一定であれば、その領域に存在する液体相にかかっている圧力勾配が大きい程、凍上速度は小さくなる。

Konrad 他³⁴⁾(1980)は、遷移領域に於ける温度勾配と移動する水の流量との比で定義される segregational potential (SP) なる概念を導入し、数種類の土について SP を実測した。溶液モデルによると、彼等の導入した SP は(13)式の右辺第1項の係数 $\bar{K}L/gT_0$ に対応する。この係数と SP の対比を第2表に示す。表中、実験番号、 \bar{K} および SP の値は Konrad 等の論文から引用した。実測値 SP と計算値 $\bar{K}L/gT_0$ とは非常に良い一致を示した。したがって、SP は $\bar{K}L/gT_0$ であると解釈できる。

これまでの議論では、深さ $z = -z_0$ の温度 $\theta(-z_0, t)$ は0°Cであると仮定して考察を行なって来た。しかし、この論文では $z = -z_0$ での間ゲキ水圧 $P_w(-z_0, t)$ はそこでの温度 $\theta(-z_0, t)$

第2表 Segregational potential (SP) と $\bar{K}L/gT_0$ の対比

Test	\bar{K} (10^{-10} cm/s)	SP (10^{-5} mm ² /s \cdot °C)	$\bar{K}L/gT_0$ (10^{-5} mm ² /s \cdot °C)
E-4	5.72	61.2	70.9
E-5	11.10	132.1	137.6
E-6	11.60	138.0	143.8
E-7	6.60	72.7	81.8
E-8	8.30	94.6	102.9

に依存しないと考えている。したがって、(13)式は $\theta(-z_0, t)$ が $\theta(-z_1, t)$ よりも高いか低いかに関係なく成り立つ。事実、毛細管を用いた primary frost heaving のモデル実験によって、Vignes 等¹²⁾ (1974) は遷移領域の温度勾配の正・負に係わらず氷晶分離が起ることを確かめている。

2. 凍土中に生じたアイスレンズの成長にもとづく凍上速度

凍土中で温度が $\theta(-z_1, t)$ と $\theta(-z_2, t)$ [$\theta(-z_1, t) > \theta(-z_2, t)$] である2カ所 $z = -z_1$ と $z = -z_2$ を考えよう。溶液モデルによると、凍土内にある水分子が移動し得る限り、水分子は浸透圧の低い場所から浸透圧の高い場所に拡散する。今の場合には、 $z = -z_1$ より $z = -z_2$ に拡散する。この水の拡散にもダルシー則が適用出来ると仮定すると、凍土内で成長する after-growing ice lens による凍上速度 $V_m^*(t)$ は

$$V_m^*(t) = - \frac{\rho_w K^* L}{\rho_i g T_0} \frac{\theta(-z_2, t) - \theta(-z_1, t)}{\Delta z^*} - \frac{K^*}{\rho_i g} \frac{P_s(-z_2, t) - P_s(-z_1, t)}{\Delta z^*} \quad (15)$$

で与えられる。ここで、 K^* と Δz^* は、それぞれ、2点 $z = -z_1$ と $z = -z_2$ との間の見かけ透水係数と距離である。

凍土の見かけ透水係数は非常に小さいので、 $V_m^*(t)$ は $V_m(t)$ に比べて小さいことが予想される。しかし、after-growing ice lens が析出する温度 $\theta(-z_2, t)$ は $\theta(-z_1, t)$ よりも低いので、その凍上圧は大きな値に達する。

Arvidson 他³⁵⁾ (1977) は、開式凍上実験において凍上を阻止するための上載圧を遮断圧 (shut-off pressure) と定義し、数種類の土についてそれを実測し、数 kgf/cm² のオーダの値を得た。実験を行った時間の長さで得られた遮断圧の大きさから判断すると、Arvidson 他や Hill 他³⁶⁾ (1977) が実測した遮断圧は1次凍上を阻止する上載圧であったと推定される。

凍上はアイスレンズの形成によって起るばかりではなく、間ゲキ水が移動せずにその場所で凍結する場合にも生ずる。このような凍結様式にもとづく凍上については別の論文で報告する予定である。

VI. 熱の流れ

解析を簡単にするために、土中の温度分布は直線的であると仮定する。更に、伝導以外の熱の伝達は無視する。時刻 t に於ける深さ $z = -z'$ での熱の流れを $Q(-z', t)$ で表わすことにする。すなわち

$$Q(-z', t) = -k_+ \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z} \right)_+ + k_- \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z} \right)_- \quad (16)$$

ここで、 k と $\Delta\theta/\Delta z$ は、それぞれ、土の熱伝導率と温度勾配である。また添字+と-は、それぞれ、低温側と高温側を示す。この節でも、氷が析出する場所によって次の2つの場合に分けて考察する。

1. 凍結面でアイスレンズが成長する時の熱の保存

凍結面 $z = -z_i$ でアイスレンズが $V_h(t)$ の速度で成長している場合を考えよう。この時には熱の保存則より

$$Q(-z_i, t) = \rho_i L V_h(t) \quad (17)$$

が成り立つ。別の形に書くと

$$V_h(t) = \frac{1}{\rho_i L} \left[-k_+ \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z} \right)_+ + k_- \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta z} \right)_- \right] \quad (17')$$

となる。

堀口³⁷⁾ (1978) と Loch³⁸⁾ (1979) は、数種類の土について、実験的に (17) 式の関係を求めた。その結果、 $Q(-z_i, t)$ が増えると $V_h(t)$ は初めのうちは増加するが、最大値に達した後は減少することを見つけた。この減少は凍結面が進行することによって生じる。この時には

$$Q(-z, t) = n \rho_i L V_z(t) \quad (18)$$

が成り立つ。ここで、 $V_z(t)$ と n は、それぞれ、凍結面の進行速度と体積含水量である。

2. 凍上内でアイスレンズが成長する時の熱の保存

この時にも、(17), (18) 式に対応する式が氷の形成される所で成立しなければいけない。しかし、after-growing ice lens の成長速度は非常に小さく、熱的には準平衡状態になっていることが予想される。このため、今の所充分なデータが無い。したがって、この論文では考察を省略する。

VII. 数値計算の方法

この節では、水で飽和した正規圧密土を対象にして、凍結面の位置とそこで成長するアイスレンズを数値計算で求める方法を述べる。

段階 1. 土中の温度分布、圧力分布及び間ゲキ水圧の分布が、それぞれ、次式で与えられているとする。すなわち、

$$\theta = \phi(-z, t) \quad (19)$$

$$P_s = \omega(-z, t) \quad (20)$$

$$P_w = \lambda(-z, t) \quad (21)$$

これらの分布から、最大凍上圧 $\Pi(-z, t)$ と水膜の圧力 $\tilde{F}_w^f(-z, t)$ は、それぞれ、(8) と (9) 式より決まる。すなわち、

$$\Pi(-z, t) = -\frac{\rho_w L}{T_0} \theta(-z, t) \quad (8)$$

$$\tilde{F}_w^f(-z, t) = P_s(-z, t) + \frac{\rho_w L}{T_0} \theta(-z, t) \quad (9)$$

段階 2. Warmest ice lens は最大凍上圧が全圧力に等しくなる所で発生する。その位置を $z = -z_i$ とし、この位置で、次の 2 つの凍上速度を計算する。

$$V_m(t) = \frac{\rho_w \bar{K} L}{\rho_i g T_0} \frac{\Delta \bar{\theta}(-z_i, t)}{\Delta z} - \frac{\bar{K}}{\rho_i g} \frac{P_s(-z_i, t) - P_w(-z_0, t)}{\Delta z} \quad (14)$$

$$V_h(t) = \frac{1}{\rho_i L} \left[-k_+ \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta z} \right)_+ + k_- \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta z} \right)_- \right] \quad (17)$$

段階 3. 次の (イ), (ロ) の条件を同時に満たすとき, warmest ice lens は $V_h(t)$ の速度で $z = -z_i$ で成長する。

$$(イ) \quad V_m(t) \geq V_h(t)$$

$$(ロ) \quad \Delta \theta(-z_i) \geq \frac{T_0}{\rho_w L} \rho_i V_h(t) \Delta t$$

一方, (イ) の条件は満たされるが, (ロ) の条件が満たされない時にはアイスレンズは凍結面で成長することが出来ない。また, (イ) の条件が満たされない時には, その条件が満たされる所まで凍結面は進行する。この時の進行速度 $V_z(t)$ は

$$V_z(t) = \frac{1}{n \rho_i L} \left[-k_+ \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta z} \right)_+ + k_- \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta z} \right)_- \right] \quad (18)$$

である。

謝 辞

本研究を行うにあたり, コーネル大学の R. D. Miller 教授, CRREL の中野喜右主任研究員, 清水建設 (株) 技術研究所の赤川 敏氏, 東京ガス (株) 技術研究所の石崎武志氏に有益な御助言を戴いた。深く感謝の意を表わします。

文 献

- 1) Taber, S. 1929 Frost heaving. *J. of Geology*, **37**, 428-461.
- 2) Taber, S. 1930 The mechanics of frost heaving. *J. of Geology*, **38**, 303-317.
- 3) Beskow, G. 1935 Soil freezing and frost heaving with special application to roads and railroads. The Swedish Geolo. Soc., Series C, No. 357, 26th Yearbook, No. 3, 145 pp.
- 4) Miller, R. D. 1972 Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils. *Highway Res. Rec.*, **393**, 1-11.
- 5) Miller, R. D. 1978 Frost heaving in non-colloidal soils. Proc. 3rd Inter. Conf. on Permafrost, Edmonton, Canada, 707-713.
- 6) Everett, D. H. 1961 Thermodynamics of frost damage to porous solids. *Transactions of Faraday Soc.*, **57**, 1541-1551.
- 7) O'Neill, K. and Miller, R. D. 1982 Numerical solutions for a rigid ice model of secondary heave. U. S. Army CRREL Rep., 82-13.
- 8) Hopke, S. W. 1980 A model for frost heave including overburden. *Cold Regions Science and Technology*, **3**, 111-127.

- 9) Gilpin, R. R. 1980 A model for prediction of ice lensing and frost heave in soils. *Water Resource Res.*, **16**, 918-930.
- 10) 高志 勤 1982 凍上機構の数理解析. 精研(株), 94 pp.
- 11) Terzaghi, K. 1936 The shearing resistance of saturated soils. Proc. 1st Inter. Conf. on Soil Mechanics, **1**, 54-56.
- 12) Vignes, M. and Dijkema, K. M. 1974 A model for the freezing of water in a dispersed medium. *J. Colloid Interface Sci.*, **49**, 165-172.
- 13) Takagi, S. 1980 The adsorption force theory of frost heaving. *Cold Regions Science and Technology*, **3**, 57-81.
- 14) Harlan, R. L. 1973 Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil-water transport. *Water Resources Res.*, **9**, 99-102.
- 15) Guyman, G. L. and Luthin, J. N. 1974 A coupled heat and moisture transport model for arctic soils. *Water Resources Res.*, **10**, 995-1003.
- 16) Cass, L. A. and Miller, R. D. 1959 Role of the electric double layer in the mechanism of frost heaving. U. S. Army SIPRE Res. Rep., 49.
- 17) 堀口 薫 1976 粉状物質の化学組成と凍上量との関係. 低温科学, 物理篇, **34**, 245-247.
- 18) Horiguchi, K. 1977 Frost heave character in freezing of powder materials. Inter. Symp. on Frost Action in Soils, Lulea, Sweden, Vol. **1**, 67-75.
- 19) Glasstone, S. 1948 Textbook of physical chemistry, Macmillan and Co. Limited, 1320 pp.
- 20) Anderson, D. M. and Tice, A. R. 1973 The unfrozen interfacial phase in frozen soil water systems. In Inter. Symp. on Soil Water Physics and Technology Proceedings, Rehovot, Israel, 107-124.
- 21) Horiguchi, K. 1985 Determination of unfrozen water content by DSC. Proc. 4th Inter. Symp. on Ground Freezing, Sapporo, Japan, 33-38.
- 22) Ishizaki, T. 1985 Experimental study of frost heaving of saturated soils under overburden pressure. PhD Thesis, Hokkaido Univ., Sapporo, Japan.
- 23) Horiguchi, K. and Miller, R. D. 1980 Experimental studies with frozen soil in an "ice sandwich" permeameter. *Cold Regions Science and Technology*, **3**, 177-183.
- 24) Horiguchi, K. and Miller, R. D. 1983 Hydraulic conductivity functions of frozen materials. Proc. 4th Inter. Conf. on Permafrost, Fairbanks, Alaska, USA, 504-508.
- 25) Radd, F. J. and Oertle, D. H. 1973 Experimental pressure studies of frost-heave mechanisms and growth fusion behaviour of ice. Permafrost, 2nd Inter. Conf., North Amer. Contrib., 377-384.
- 26) Ohrai, T. and Yamamoto, H. 1985 Growth and migration of ice lenses in partially frozen soil. Proc. 4th Inter. Symp. on Ground Freezing, Sapporo, Japan, 79-84.
- 27) Penner, E. 1982 Aspect of ice lens formation. Proc. 3rd Inter. Symp. on Ground Freezing, Hanover, New Hampshire, USA, 239-245.
- 28) Lambe, T. W. and Whitman, R. V. 1979 Soil mechanics, SI Version. John Wiley & Sons, New York, 553 pp.
- 29) Hoekstra, P. 1965 Frost-heaving pressure. U. S. Army CRREL Res. Rep., 176.
- 30) Penner, E. 1966 Pressures developed during the unidirectional freezing of water saturated porous materials. Proc. Inter. Conf. on Low Temperature Science, 1401-1412.
- 31) 木下誠一 1972 凍上力実験. 低温科学, 物理篇, **30**, 191-201.
- 32) Loch, J. P. G. and Miller, R. D. 1975 Test of the concepts of secondary frost heaving. *J. Soil Sci. Soc. of Amer.*, **39**, 1036-1041.
- 33) Takashi, T., Ohrai, T., Yamamoto, H. and Okamoto, J. 1981 Upper limit of heaving pressure derived by pore-water pressure measurements of partially frozen soil. *Engineering Geology*, **18**, 245-257.
- 34) Konrad, J. M. and Morgenstern, N. R. 1981 The segregational potential of a freezing soil. *Can. Geotech. J.* **18**, 428-491.

- 35) Arvidson, W. D. and Morgenstern, N. R. 1977 Water flow induced by soil freezing. *Can. Geotech. J.*, **14**, 237-245.
- 36) Hill, D. W. and Morgenstern, N. R. 1977 Influence of load and heat extraction on moisture transfer in freezing soils. *Inter. Symp. on Frost Action on Soils, Lulea, Sweden, Vol. 1*, 76-91.
- 37) Horiguchi, K. 1978 Effect of the rate of heat removal on the rate of frost heaving. *Proc. 1st Inter. Symp. on Ground Freezing, Ruhr University, Bochum, FRG.*, 25-30.
- 38) Loch, J. P. G. 1979 Influence of the heat extraction rate on the ice segregation rate of soils. *Frost i Jord*, **20**, 19-30.

Summary

We have proposed an osmotic model of frost heaving for a normally-consolidated, saturated soil which has no ion in pore water, assuming that the diffused layer of ions near the surface of a soil particle obeys the law of diffused aqueous solution and that water flow is induced by a difference in water pressures between the freezing front and the front of 0°C according to Darcy's law. From this proposal we can draw the following :

(1) Water flux into the freezing front is a function of the temperature gradient and the pressure gradient of the liquid phase in the transitional zone.

(2) The osmotic pressure at the interface between an ice lens and a diffused layer is equal to the maximum heaving pressure, and the warmest ice lens starts to grow at the location where the osmotic pressure comes to equal the overburden pressure.

(3) Segregational temperature of the warmest ice lens is determined by the overburden pressure acting on the freezing front.

(4) We have primary and secondary frost heaving, respectively, when ice segregational temperature is not lower and lower than ice intrusion temperature.

(5) We are able to present a method to simulate the location and duration of the growth of the warmest ice lens when the distributions of temperature, total pressure and pore water pressure are given.