



Title	三次元地形における雪崩運動の数値計算
Author(s)	前野, 紀一; MAENO, Norikazu; 西村, 浩一 他
Citation	低温科学. 物理篇, 46, 99-110
Issue Date	1988-03-10
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/18551">https://hdl.handle.net/2115/18551</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	46_p99-110.pdf



## 三次元地形における雪崩運動の数値計算\*

前野紀一・西村浩一

(低温科学研究所)

(昭和62年11月受理)

### 1. はじめに

雪崩の運動は、発生、滑走、停止の3過程に分けられる。発生は、斜面積雪層の一定領域が一体となって滑り始める過程である。滑走は、動き始めた積雪層が加速、流動化し、流体のように流れ下る過程である。停止は、減速し停止に至る過程である。運動力学的にみると、雪崩は、まず一個の剛体的な積雪層として運動を開始した後、雪粒子や雪塊からなる流体的な雪氷混相流となり、最後に再び剛体的な堆積物(デブリ)に変わる。したがって、雪崩の運動は、原理的には発生過程の剛体運動の式と滑走・停止過程の流体のナビエ・ストークスの式で完全に記述されるはずである。しかし、現在の所、雪崩の3過程を連続的に表現する統一理論はまだ作られていない。これまでに発表された多数の理論モデル<sup>1-13)</sup>は、雪崩の剛体的あるいは流体的特性のうちから、それぞれの計算目的に適した部分を切り出し、解析的手法、近似的数値計算、あるいは有限要素法等によって雪崩の一側面を取り扱ったものといえる。

本論文の雪崩モデルは、Perla *et al.*<sup>6)</sup>のモデルを基盤にしたものであり、それにいくつかの改良を加える。このモデルでは、雪崩は有限の大きさを持ち、質量は一点に集中していると仮定するが、これには次のような利点がある。雪崩に大きさを考えることにより、雪崩抵抗に種々の物理メカニズムを考慮することが出来ると同時に、雪の取り込みの効果を加えることが出来る。また、雪崩の質量中心(重点)の運動を扱うことにより、任意の3次元地形における雪崩運動の数値計算が簡単になる。

### 2. 雪崩の運動方程式

不安定斜面において、ある有限の領域の雪が動きだし、雪崩となる時、雪崩の全質量を  $m$ 、重心の速度を  $\mathbf{V}$  とすると、雪崩の重心の運動は、一般的に、

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) = \mathbf{F} - \mathbf{R} \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{F}$  は重力による駆動力、 $\mathbf{R}$  は抵抗力、 $t$  は時間である。直角座標を  $xy$  面が水平面、 $z$  軸が鉛直上向きになるようにとり、雪崩は地形を表す曲面

$$z = f(x, y) \quad (2)$$

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第3105号

の上で運動することにする。すなわち、雪崩の運動はこの曲面上に限られ、空中にジャンプすることはない。

雪崩の運動は、以後  $xy$  面上に投影して考察することにする。 $xy$  面における  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{R}$  の  $x$  成分と  $y$  成分をそれぞれ  $(u, v)$ ,  $(F_x, F_y)$ ,  $(R_x, R_y)$  とすると、式(1)は、

$$\left. \begin{aligned} m \frac{du}{dt} &= F_x - R_x - u \frac{dm}{dt} \\ m \frac{dv}{dt} &= F_y - R_y - v \frac{dm}{dt} \\ \frac{dx}{dt} &= u, \quad \frac{dy}{dt} = v \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。 $-u(dm/dt)$  と  $-v(dv/dt)$  の項は、雪の取り込みあるいは堆積による運動量変化の結果現れる。 $z$  方向の運動は式(2), 式(3)から自動的に決まる。すなわち、 $\mathbf{V}$  の  $z$  成分  $w$  は、

$$w = uf_x + vf_y \quad (4)$$

である。ただし、

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$$

である。 $F_x, F_y, R_x, R_y$  の表示は解析的に次のように与えられる<sup>8)</sup>。

$$F_x = -mf_x G, \quad F_y = mf_y G \quad (5)$$

$$R_x = uR/V, \quad R_y = vR/V \quad (6)$$

ただし、

$$G = \frac{f_{xx}u^2 + 2f_{xy}uv + f_{yy}v^2 + g}{1 + f_x^2 + f_y^2}, \quad V = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$$

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

である。 $g$  は重力加速度である。

### 3. 雪崩の質量の変化

雪崩の質量は、滑走中一定ではなく、雪の取り込みと堆積のために、時々刻々変動している。一般的には、初期の加速域では増え、減速域では、変わらないか減ると考えられる。これまでの雪崩の数値計算を見ると、Mellor<sup>3)</sup> は、雪崩の質量が速度に比例して増えると仮定し、Perla<sup>4)</sup> は、滑走距離に比例して増えると仮定した。ここでは、より現実に近いと考えられる後者の仮定を採用する。ただし、雪崩の質量変化率  $k$  (単位滑走距離当りの質量変化, 単位 kg/m) に、次のような速度依存性を加える。

$$k = \frac{dm}{dr} = \frac{1}{V} \frac{dm}{dt} = \alpha \rho DW \quad (7)$$

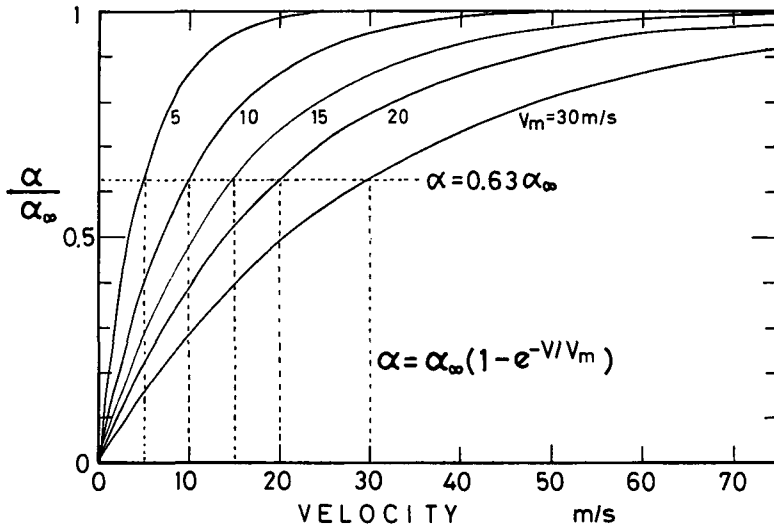
ここで、 $r$  は滑走距離、 $\rho DW$  ( $\rho$ : 積雪密度,  $D$ : 積雪深,  $W$ : 雪崩の幅) は、単位距離滑走中

に雪崩に新しく加わる積雪層の質量、 $\alpha$ は雪の取り込み率 ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) で、速度に依存する。

雪の取り込み率  $\alpha$  は、取り込みによる増加と堆積による減少との差引であるから、メカニズムは極めて複雑であるが、次のような関数で書き表されるであろう。

$$\alpha = \alpha_{\infty}(1 - e^{-V/V_m}) \tag{8}$$

$\alpha_{\infty}$  は高速時の取り込み率、 $V_m$  は速度の次元を持つ定数である。式(8)によれば、雪崩の雪取り込み率は、速度の増加と共に増え、高速時の一定値 ( $\alpha_{\infty}$ ) に漸近する。速度の次元を持つ定数  $V_m$  は、第1図に示すように、雪の取り込み率が高速時の値の  $(1-1/e)$  すなわち約 63% になる速度を示す。



第1図 雪の取り込み率 ( $\alpha$ ) の速度依存性  
 $\alpha_{\infty}$  は高速時の取り込み率である

雪崩の質量変化率 ( $k$ ) と雪取り込み率 ( $\alpha$ ) は、これまで実測されたことがない。しかし、過去の実際の雪崩例から値を推定することは可能である。ここでは、近年の大規模雪崩の中で最も詳細な調査が行われた新潟県能生町の柵口表層雪崩 (1986年1月26日発生) の場合について、 $k$  と  $\alpha$  の推定を試みる。

柵口表層雪崩に関与した新雪層の密度、厚さ、幅は、それぞれ、 $\rho=100\sim 200 \text{ kg/m}^3$ 、 $D=1\sim 2.5 \text{ m}$ 、 $W=200\sim 300 \text{ m}$  と推定されている<sup>14,15)</sup>。したがって、式(7)より、

$$k/\alpha = \rho DW = (2\sim 15) \times 10^4 \text{ kg/m}$$

となる。一方、雪崩発生源の質量は  $(1\sim 5) \times 10^7 \text{ kg}$ 、走行距離は約 2,000 m と見積られているので<sup>15,16)</sup>、結局、 $\alpha$  と  $k$  の値は、

$$\alpha = 0.12\sim 0.47$$

$$k = (2.4\sim 7.0) \times 10^3 \text{ kg/m}$$

となる。すなわち、柵口雪崩の場合、雪崩走路の新雪のうち 12~47% が雪崩に取り込まれ、堆積域まで運ばれたことになる。

しかし、これは一つの雪崩例に関する見積り例であり、他の雪崩に対してはもっと違う値を取る可能性がある。今後、この種のデータの蓄積が必要である。

#### 4. 雪崩運動に対する抵抗力

雪崩の運動に対する抵抗力 ( $R$ ) は、Salm<sup>2)</sup>によれば、一般に、

$$R = \mu N + BV + CV^2 \quad (9)$$

と書ける。第1項は、雪崩底面と滑り面(地面あるいは雪面)の間のクーロン摩擦抵抗( $\mu$ は摩擦係数、 $N$ は雪崩荷重の滑り面に垂直な成分)であり、第2項は、雪崩下層部の粘性抵抗である。第3項は、いずれも速度の2乗に比例する抵抗で、空気による抵抗、雪崩内部の乱流抵抗および雪の排除・圧密による抵抗の和であり、まとめて乱流抵抗と呼ぶことにする。これまでの多くの数値計算において、第2項は、他の項に比べて小さいとして無視されてきたが、これは必ずしも正しくない。われわれの数値計算では、3項のすべてを考慮する。

##### (1) クーロン摩擦抵抗

これは、雪崩の底面と滑り面との間の摩擦抵抗である。これまでの数値計算では、クーロン摩擦は速度に依存しないと仮定されてきた。しかし、よく知られているように、一般にほとんどの物質の静止摩擦係数は、その動摩擦係数より大きく、雪や氷もその例外ではない。

本モデルでは、摩擦係数は次の形で表されると仮定する。

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) e^{-V/V_p} \quad (10)$$

ここで、 $\mu_0$ と $\mu_{\infty}$ は、それぞれ速度が0および $\infty$ の時の摩擦係数、 $V_p$ は速度の次元を持つ定数である。

なお、雪崩荷重の斜面垂直成分の $xy$ 水平面における表示は、

$$N = mG \quad (11)$$

である<sup>8)</sup>。

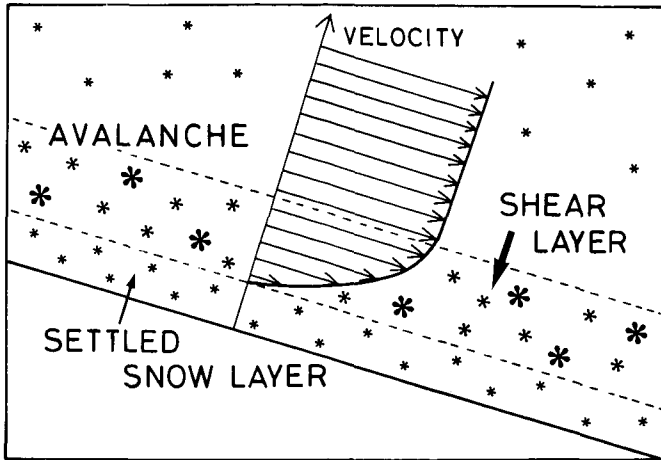
##### (2) 粘性抵抗

雪崩の下層部には、速度勾配の大きいシア層 (shear layer) と呼ばれる境界層が存在する(第2図)。雪崩は流動状態の雪からなる混相流であるから、粘性液体の場合のようにシア層では粘性による運動量の輸送があり、したがって粘性抵抗が発生するであろう。雪崩の面積を $S$ 、シア層の厚さを $\lambda$ 、動粘性係数を $\nu$ とすれば、粘性摩擦抵抗は $S\nu(V/\lambda)$ と書けるから、式(9)と比べて、

$$B = S\nu/\lambda \quad (12)$$

となる。これまで $S$ 、 $\lambda$ 、 $\nu$ の正確な値は決められたことはない。しかし、 $S$ と $\lambda$ のオーダーをそれぞれ $S=10^2\sim 10^5 \text{ m}^2$ 、 $\lambda=0.1\sim 1 \text{ m}$ とし、雪の流動化実験の結果<sup>17)</sup>から $\nu=10^{-5}\sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ とすると、 $B$ がとりうる値の範囲は、

$$B = 10^{-3}\sim 10^4 \text{ kg/s}$$



第2図 雪崩の模式図

雪崩の下層部には、速度勾配の大きいシア層 (shear layer) が存在する

となる。

(3) 乱流抵抗

式(9)の第3項は、近似的に次のように表現できる<sup>4,11)</sup>。

$$CV^2 = \left\{ SC_D \rho_a + S' \rho_0 \left( 1 + \frac{\rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \right) \right\} V^2 \quad (13)$$

ただし、 $S$ は雪崩前面の断面積、 $S'$ は雪崩に取り込まれる積雪層の断面積、 $C_D$ は抵抗係数、 $\rho_0$ は空気の密度、 $\rho_0$ と $\rho_1$ は、それぞれ雪崩通過前と後の積雪の密度である。各パラメーターに妥当な数値を入れて見積ると、式(13)の第1項は第2項に比べて小さく、 $C$ の範囲は、おおよそ、

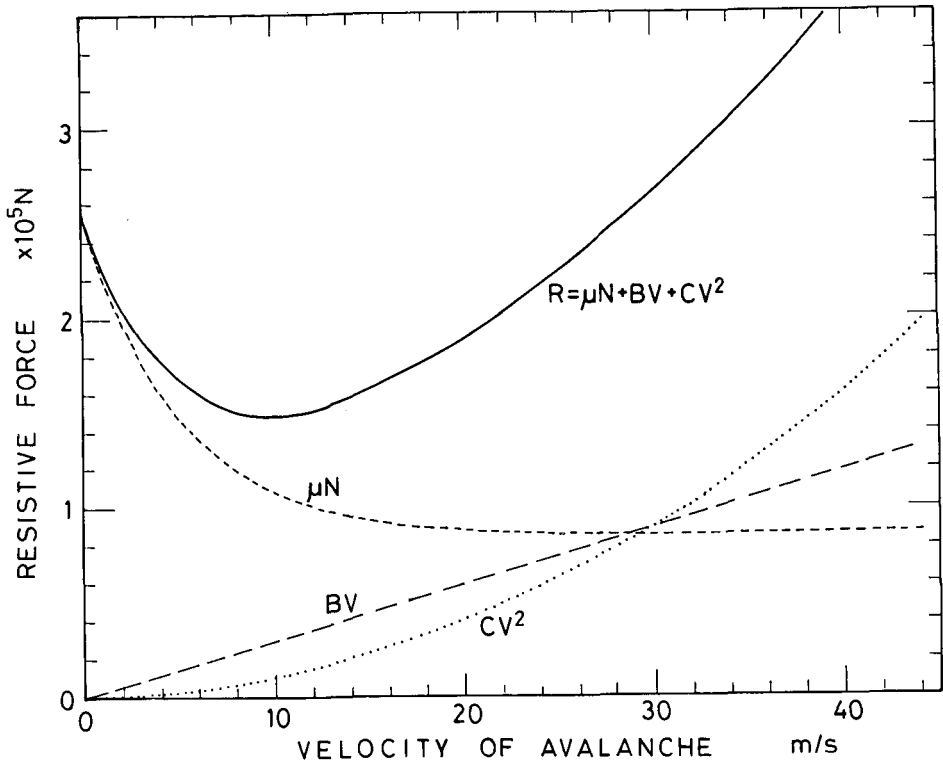
$$C = 10 \sim 10^6 \text{ kg/m}$$

のオーダーとなる。

第3図は、典型的な雪崩運動に対する三つの抵抗の比較例である。雪崩の質量は  $m=10^6 \text{ kg}$ 、滑走面は単純な30度平面、摩擦係数のパラメーターは  $\mu_0=0.3$ 、 $\mu_\infty=0.1$ 、 $V_p=5 \text{ m/s}$ 、粘性および乱流抵抗のパラメーターは  $B=3 \times 10^3 \text{ kg/s}$ 、 $C=10^2 \text{ kg/m}$  である。この例の場合、雪崩の運動初期では底面の摩擦抵抗が支配的であるが、これは速度の増加と共に急減し、代わって粘性抵抗が重要になる。しかし、速度が約30 m/sで粘性抵抗と乱流抵抗の寄与はほぼ同等となり、これ以上の速度では乱流抵抗が優勢となる。

5. 数値計算の方法と結果

雪崩の運動を表す連立常微分方程式(3)は、初期条件  $(u_0, v_0; x_0, y_0; m_0)$ 、地形  $(z=f(x, y))$  および雪崩質量と抵抗のパラメーター(式(7), (8), (9), (10))を与えることによって解くことが出来る。本研究では、各時刻における雪崩の速度、位置、質量の解をルンゲ・クッタ法によって数値計算し、結果をグラフで示すと共に三次元グラフィック表示するプログラムを開発し



第3図 雪崩運動に対する抵抗

$R$ は全抵抗,  $\mu N$ はクーロン摩擦抵抗 ( $\mu_0=0.3$ ,  $\mu_\infty=0.1$ ,  $N=mg\cos\theta$ ,  $m=10^5 \text{ kg}$ ,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $\theta=30^\circ$ ),  $BV$ は粘性抵抗 ( $B=3 \times 10^3 \text{ kg/s}$ ),  $CV^2$ は乱流抵抗 ( $C=10^2 \text{ kg/m}$ )である

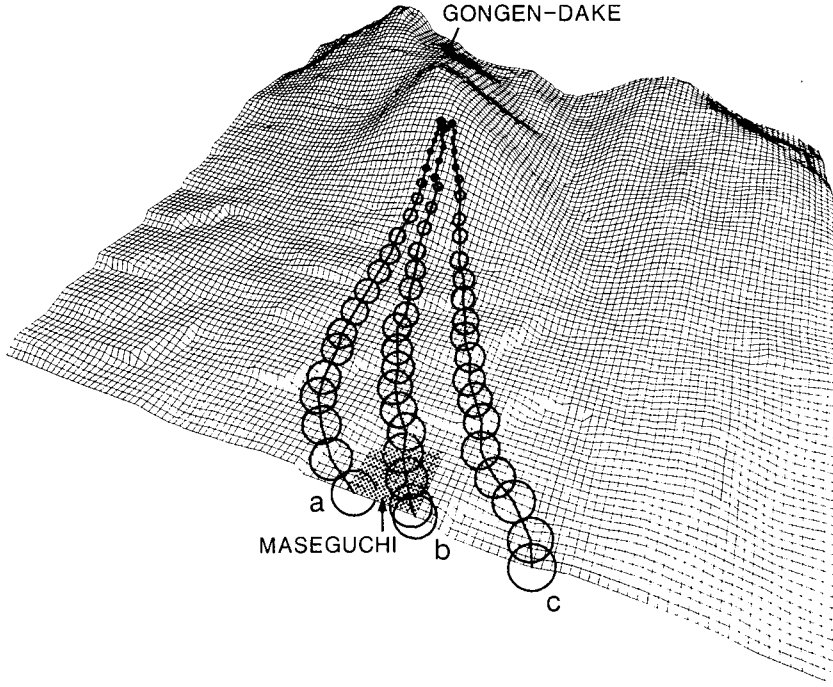
た。計算の順序は以下の通りである。

数値計算を始める前に、まず地形を与える。地形の関数形  $z=f(x, y)$  がわかっている場合は、あらかじめ計算で求めた微係数 ( $f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$ ) もプログラムに書き入れる。実際の地形の上に雪崩を発生させる場合は、高度表示のある地図を適当な間隔の正方格子メッシュに刻み、各点の高度を数値化してプログラムに組み込む。微係数の計算は、通常の方法、すなわち任意の点の周りの8個の最近接点の高度から求める方法で十分良い結果が得られる。しかし、メッシュ間隔が大き過ぎたり逆に小さ過ぎると、誤差を含み、現実的でない結果となることがあるので、適当なスケールの選択が必要である。

次に、雪崩の規模(質量, 幅)と積雪に関するパラメーター ( $m_0, \alpha_\infty, V_m, W, D, \rho$ ), 抵抗に関するパラメーター ( $\mu_0, \mu_\infty, V_p, B, C$ ), および計算の刻み時間 ( $\Delta t$ ) を与える。本論文では計算はおもに  $\Delta t=0.1$  秒で行われた。次に計算結果の例を示す。

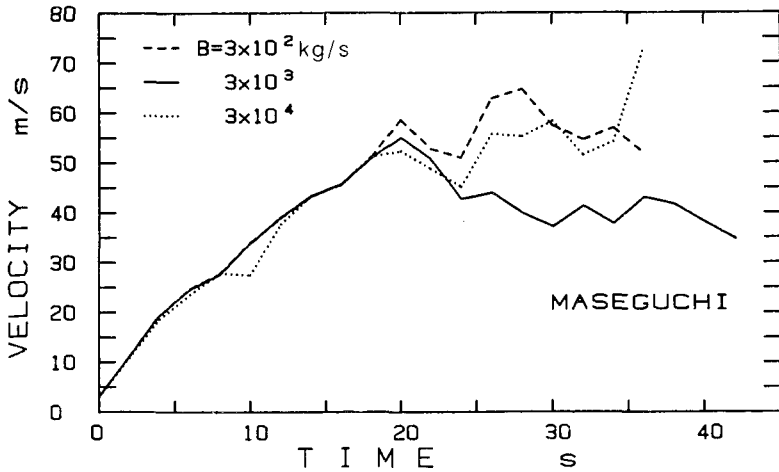
### (1) 柵口の表層雪崩

新潟県能生町柵口の権現岳で1986年1月26日夜に発生し、13名の犠牲者を出した雪崩は、典型的な乾雪表層雪崩である。この雪崩の詳しい雪氷学的調査結果<sup>16,18)</sup>を参考にし、計算では、新積雪の密度と深さは、それぞれ  $150 \text{ kg/m}^3$  および  $2.0 \text{ m}$ , 雪崩の初期質量と幅は、



第4図 柵口雪崩の走路

計算は、パラメーターを以下の様に固定し、2メッシュ離れた3発生点(a, b, c)で行なわれた。1メッシュは25mである。図下中央の黒い領域が雪崩被災地(柵口)である。計算は0.1秒毎に行い、図には2秒毎の位置が示してある。丸印の大きさは、質量の増加を示す。 $m_0=10^6$  kg,  $\rho=150$  kg/m<sup>3</sup>,  $D=2.0$  m,  $W=250$  m,  $\alpha_\infty=0.2$ ,  $V_m=15$  m/s,  $\mu_0=0.3$ ,  $\mu_\infty=0.1$ ,  $V_\mu=5$  m/s,  $B=3 \times 10^3$  kg/s,  $C=100$  kg/m,  $V_0=3.0$  m/s



第5図 柵口雪崩の速度変化

実線の計算パラメーターは第4図のbと同じ。破線と点線は、粘性抵抗の係数(B)をそれぞれ1/10および10倍にした場合である

それぞれ  $10^5$  kg および 250 m とした。雪取り込み率のパラメーターは  $\alpha_s=0.2$ ,  $V_m=15$  m/s, クーロン摩擦抵抗のパラメーターは  $\mu_0=0.3$ ,  $\mu_s=0.1$ ,  $V_\mu=5$  m/s である。地形図を数値化する際の正方格子メッシュ間隔は 25 m である。

計算結果の例を第 4 図と第 5 図に示した。第 4 図の 3 本の走路および第 5 図の実線は、粘性抵抗の係数を  $B=3 \times 10^3$  kg/s とした場合の結果である。雪崩は、最初の平均斜度約 45 度の急斜面で約 55 m/s の速度に達した後、平均斜度約 12 度の緩斜面に入り減速しながら進路を左に変えて被災地の柵口に向かっている。これは、デブリ等の調査から初めに走路を与えて行った計算<sup>11)</sup> とほぼ同じ結果を与えており、モデルの妥当性を示している。

第 4 図の a, b, c は、発生点を約 35 m 変えた結果で、実際に災害を起こした雪崩は、走路 b の様な雪崩であったと考えられる。同じパラメーターで計算したにもかかわらず、a と c が b とかなり違う走路を通る原因は、地形の細かな起伏の影響を受けたためである。全層雪崩を除くと、一般に、雪崩が感じるのは積雪で覆われた地形であり、それは夏に比べてかなり滑らかな地形の筈である。したがって、この種の雪崩運動の計算には、その場所の積雪期の地形図を用いることが望ましい。ただし、そのような地形図は現実には存在しないので、将来そのような地形図の微調整を計算プログラムに組み入れることが必要であろう。

第 5 図において、破線と点線は、粘性抵抗の係数を 1/10 あるいは 10 倍にした時の結果である。緩斜面での速度減少があまり顕著でない点以外は、ほぼ同様な結果となっている。

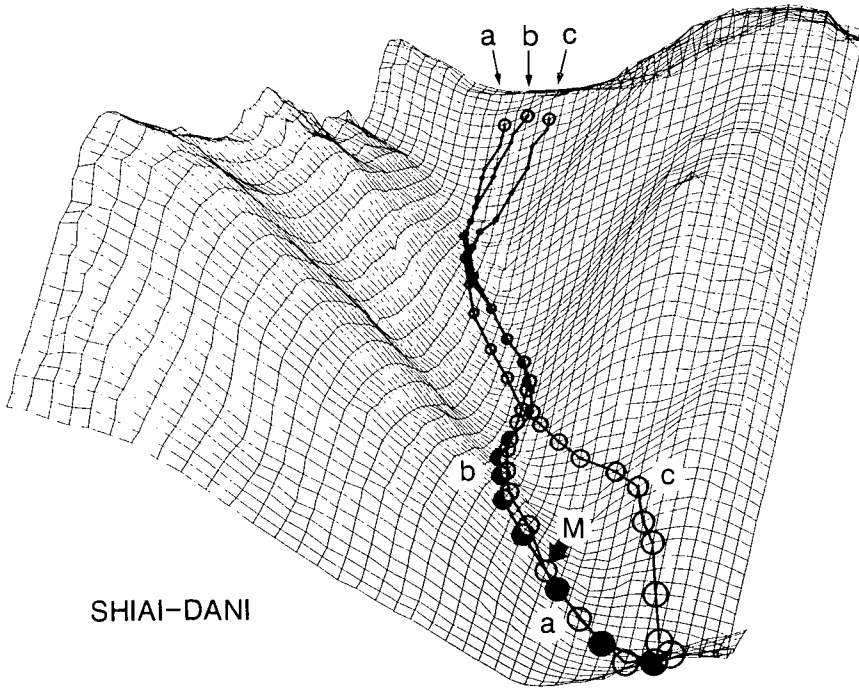
この計算では、乱流抵抗の係数を  $C=100$  kg/m と置いているが、これは、粘性抵抗を無視したこれまでの数値計算の場合に比べて非常に小さな値である。例えば、これまでの数値モデルでは、同じ柵口表層雪崩に対して乱流抵抗係数は  $(0.8 \sim 1.25) \times 10^5$  kg/m という大きな値をとる必要があった<sup>11)</sup>。この結果から、雪崩運動に乱流抵抗が重要であることに疑いはないが、これまでの数値モデルではそれを過大に見積っていたといえる。

## (2) 黒部峡谷志合谷の雪崩

日本アルプス黒部峡谷の志合谷は、海拔高度約 1,600 m の尾根筋から約 600 m の黒部川までの約 2,000 m が平均斜度 33 度の急峻な雪崩シュートとなっている。降雪量も多く、毎年厳冬期には「ほう」と呼ばれる大規模な乾雪表層雪崩が発生している<sup>19,20)</sup>。第 6 図と第 7 図は、そのような地形でどんな雪崩が起こり得るかを数値計算した結果である。計算に使ったパラメーターはすべて柵口表層雪崩 (第 4, 5 図) の場合と同じである。

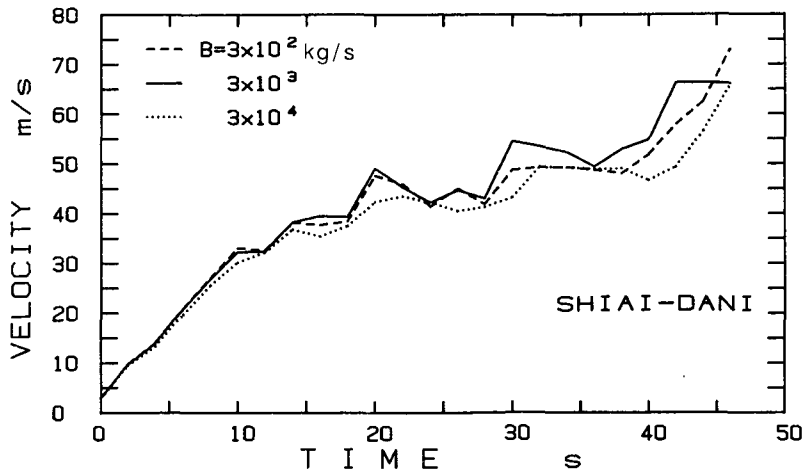
第 7 図から明らかのように、地形が急峻で大規模なため、雪崩の速度は時間の経過と共に着実に増え、50~70 m/s の高速度で黒部川に流れ込んでいる。この傾向は、乱流抵抗を 10 倍に増やして計算しても変わらなかった。

第 6 図の 3 本の走路は、雪崩の発生点を約 50 m 変えた時の違いを示す。走路 a, b はほとんど同じコースを通り、黒部川に流れ込む前に宿舍跡 (M 印) 付近を通過している。一方、走路 c の場合は、発生直後の運動方向が志合谷本流となす角が比較的大きい。このため、慣性効果によって本流のまわりを蛇行的に滑走し、結果的に、走路 a, b とはまったく異質の雪崩の様な印象を与える。この様に、比較的大規模な雪崩の場合、すなわち、斜面がかなり急峻か滑走距離が長い場合、雪崩は必ずしも谷筋に沿って進まず、多くの場合蛇行し、時には本流から



第6図 志合谷の雪崩

計算のパラメーターは第4, 5図と同じ。ただし、粘性抵抗係数は  $B=3 \times 10^3$  kg/s で、第7図の実線に対応する。メッシュ間隔は25mである。a, b, cは尾根筋における発生位置の違い(約50m間隔)を、またMは宿舎跡を示す。黒部川は図の右下角を志合谷にほぼ直角に右へ流れている。計算は0.1秒間隔で行われ、図の丸印は2秒毎の位置を示す



第7図 志合谷の雪崩の速度変化

雪崩発生点は第6図のbと同じ。他の計算パラメーターは第4, 5図と同じ

飛び出すこともある。もちろん、この度合は運動方程式における慣性力と抵抗力の大小によるから、一般的には、抵抗力の小さな乾雪表層雪崩の場合に多いといえる。

## 6. 結 論

現在のところ、雪崩内部の物理機構はほとんど分かっていない。しかし、有限の大きさの雪崩と外界との境界に発生する抵抗を物理的に考察することにより、雪崩の全体的な運動は十分正確に計算することが出来る。本論文では、これらの抵抗と重力のもとにおいて、雪崩の重心の運動を任意の三次元地形上で数値計算し、各時刻の雪崩の位置、速度、質量、等をグラフおよび三次元グラフィック表示する数値モデルを作成した。次にこの数値モデルを、大規模な乾雪表層雪崩の発生しやすい新潟県の柵口および黒部峡谷志合谷に適用した。

最後に本数値モデルの要点をまとめておく。

- 1) 雪崩の雪取り込みは、質量変化率( $k$ )と雪の取り込み率( $\alpha$ )で表現される(式(7),(8))。
- 2) 雪崩運動に対する抵抗力としては、クーロン摩擦抵抗、粘性抵抗、乱流抵抗(空気抵抗、雪の排除・圧密抵抗、雪崩内部の乱流抵抗)の三つを考慮すべきである(式(9))。
- 3) クーロン摩擦抵抗の摩擦係数は指数関数で表現できる(式(10))。
- 4) 粘性抵抗を考慮するならば、乱流抵抗係数( $C$ )は、これまでの数値計算で用いられた値より小さな値が妥当である。
- 5) 一般に、大規模な雪崩の場合には慣性効果が優勢となり、雪崩の走路は、必ずしも常識的な谷筋には沿わず、蛇行したり、谷から飛び出すこともある。

## 文 献

- 1) Voellmy, A. 1955 Über die Zerstörungskraft von Lawinen. *Sonderdruck aus der Schweiz. Bauzeitung*, **73**, 159-165.
- 2) Salm, B. 1966 Contribution to avalanche dynamics. *IASH-AIHS Pub.* **69**, 199-214.
- 3) Mellor, M. 1978 Dynamics of snow avalanche. *Rockslide and Avalanche* (Ed. by B. Voight), Elsevier, Amsterdam, Vol. **1**, 753-792.
- 4) Perla, R. I. 1980 Avalanche release, motion, and impact. *Dynamics of Snow and Ice Masses* (Ed. by S. C. Colbeck), Academic Press, 397-462.
- 5) Perla, R. I., Cheng, T. T. and McClung, D. 1980 A two-parameter model of snow-avalanche motion. *J. Glaciol.*, **26**, (94), 197-207.
- 6) Lang, T. E., Dawson, K. L. and Martinelli, M. 1979 Numerical simulation of snow avalanche flow. *USDA, Forest Service, Rocky Mtn. Forest and Range Exp. Station, Res. Pap.* RM-**205**, 51 pp.
- 7) Bakkehoi, S., Cheng, T., Domaas, U., Lied, K. and Perla, R. 1981 On the computation of parameters that model snow avalanche motion. *Can. Geotech. J.*, **18**, 121-130.
- 8) 納口恭明 1983 モデル地形における雪崩の運動走路. 国立防災科学センター研究報告, **31**, 153-174.
- 9) Nakamura, T., Abe, O., Numano, N. and Lang, T. E. 1985 Computer study of snow avalanche startup dynamics. *Annals of Glaciol.*, **6**, 15-18.
- 10) Salm, B. and Gubler, H. 1985 Measurement and analysis of the motion of dense flow avalanche. *Annals of Glaciol.*, **6**, 26-34.
- 11) 前野紀一・西村浩一 1986 柵口表層雪崩の流動性と動力学的考察. 文部省科学研究費自然災害特別研究突発災害研究成果報告集(代表小林俊一), No. **B-60-8**, 65-70.

- 12) 福嶋祐介 1986 粉雪雪崩の流動機構の解析. 雪氷, **48**, 120-140.
- 13) 納口恭明 1986 実際の地形上での雪崩の運動走路 I. 国立防災科学センター研究報告, **38**, 147-168.
- 14) 和泉 薫・川田邦夫・佐藤和秀・西村浩一・矢野勝俊・佐藤 修・鈴木幸治・小林俊一 1986 柵口表層雪崩の規模とデブリの雪氷学的性質. 文部省科学研究費自然災害特別研究突発災害研究成果報告集 (代表小林俊一), No. **B-60-8**, 11-17.
- 15) 佐藤和秀・川田邦夫・矢野勝俊・西村浩一・和泉 薫・小林俊一 1986 柵口表層雪崩の構造と規模. 文部省科学研究費自然災害特別研究突発災害研究成果報告集 (代表小林俊一), No. **B-60-8**, 23-28.
- 16) 小林俊一 1986 はしがき-新潟県能生町表層雪崩災害に関する総合的研究. 文部省科学研究費自然災害特別研究突発災害研究成果報告集 (代表小林俊一), No. **B-60-8**, 1-3.
- 17) Maeno, N. and Nishimura, K. 1979 Fluidization of snow. *Cold Regions Sci. Tech.*, **1**, (2), 109-120.
- 18) 新潟県砂防課 1986 柵口雪崩災害概要中間報告, 12 pp.
- 19) 清水 弘・秋田谷英次・中川正之・岡部俊夫 1973 黒部峡谷志合谷のなだれ I. 雪氷, **35**, 1-8.
- 20) 中川正之 1979 高速なだれの破壊力の研究. 文部省科学研究費自然災害特別研究成果 (代表中川正之), 62 pp.

### Summary

A numerical model was constructed for a snow avalanche motion in a three-dimensional topography. Just as other models this model treats the motion of a center-of-mass of an avalanche, but substantial improvements were made in many points: for example, velocity dependence was considered in the rate of snow entrainment and friction, viscous resistive force was taken into account, and the running route of an avalanche is automatically computed at every point on a given real three-dimensional topography. Short explanation of the model is given in the following:

1) The motion of the center-of-mass of an avalanche on a given plane,  $z=f(x, y)$ , is projected and treated in a horizontal  $xy$ -plane;  $z$ -axis is vertical. Equations of motion are as follows,

$$m \frac{du}{dt} = F_x - R_x - u \frac{dm}{dt}, \quad m \frac{dv}{dt} = F_y - R_y - v \frac{dm}{dt}, \quad \frac{dx}{dt} = u, \quad \text{and} \quad \frac{dy}{dt} = v,$$

where  $m$  is the mass of the avalanche,  $F$  and  $R$  are respectively the driving and resistive forces, and  $u$  and  $v$  are the velocity components in the  $x$  and  $y$  directions. The  $z$ -component,  $w$ , is written as  $w = uf_x + vf_y$ , where  $f_x = \partial f / \partial x$  and  $f_y = \partial f / \partial y$ . Analytical expressions of  $F$  and  $R$  are

$$F_x = -mf_x G, \quad F_y = mf_y G, \quad R_x = u/V, \quad \text{and} \quad R_y = vR/V,$$

where  $G = \frac{f_{xx}u^2 + 2f_{xy}uv + f_{yy}v^2 + g}{1 + f_x^2 + f_y^2}$ ,  $V = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$ ,

$f_{xx} = \partial^2 f / \partial x^2$ ,  $f_{yy} = \partial^2 f / \partial y^2$ ,  $f_{xy} = \partial^2 f / \partial x \partial y$ , and  $g$  is the acceleration of gravity.

2) The snow entrainment is taken into account as follows:

$$k = dm/dr = (1/V) (dm/dt) = \alpha \rho DW,$$

where  $\rho$ ,  $D$  and  $W$  are respectively the density, depth and width of the fresh snow to be entrained in the avalanche. The entrainment rate,  $\alpha$ , is dependent on the velocity (Fig. 1) as

$$\alpha = \alpha_{\infty} \left( 1 - \exp(-V/V_m) \right),$$

where  $\alpha_{\infty}$  is the rate at large velocity and  $V_m$  is a constant. Constants  $k$  and  $\alpha$  were estimated for a large dry-snow avalanche, which occurred at Maseguchi on January 26, 1986, as  $k = (2.4 - 7.0) \times 10^3$  kg/m and  $\alpha = 0.12 - 0.47$ .

3) Three resistive forces were considered:  $R = \mu N + BV + CV^2$ , where the first term is the Coulomb force,  $\mu$  is the friction coefficient,  $N$  is the normal force ( $= mG$ ),  $BV$  is the viscous force and  $CV^2$  is the turbulence force.

The friction coefficient of the Coulomb force was assumed to decrease with velocity as

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \exp(-V/V_{\mu}),$$

where  $\mu_0$  and  $\mu_{\infty}$  are respectively the friction coefficients at velocities of 0 and infinity and  $V_{\mu}$  is a constant. Viscous force appearing in the boundary shear-layer near the bottom (Fig. 2) is important, though it has been neglected in most numerical computations. The constant  $B$  was of the order of  $S\nu/\lambda$ , where  $S$  is the area of the avalanche bottom,  $\lambda$  and  $\nu$  are respectively the height and kinetic viscosity of the shear layer. The value of  $B$  was estimated to range from  $10^{-3}$  to  $10^4$  kg/s. The turbulence force includes air drag, internal turbulence and snow ploughing and compaction, and the constant  $C$  is of the order of  $10 - 10^5$  kg/m. Typical examples of the three resistive forces are shown in Fig. 3, in which the relative importance of the three forces is clear depending on the velocity.

4) The above equations of motion were solved by a numerical computation (Runge-Kutta method), its time step being 0.1 or 0.2 s in most cases. The initial condition ( $u_0, v_0, x_0, y_0, m_0$ ), the topography  $f(x, y)$  and various parameters must be given before the operation; in the computation on real mountainous slopes heights are digitized on a map and put in a computer program.

Two examples of computation are shown for the Maseguchi-avalanche (Figs. 4 and 5) and the Shiai-dani-avalanche (Figs. 6 and 7). Selected values of parameters are shown in the legend of the figures and the same for the two computations. Units of mesh are 25 m. It should be noted that the turbulence coefficient  $C$  (set to be 100 kg/m) must be much smaller than values frequently used, if the viscous force is taken into account,  $B$  having been put to be 3000 kg/s.