



Title	判別分析による吹雪発生の臨界条件算出の試み
Author(s)	西村, 浩一; NISHIMURA, Kouichi; 前野, 紀一 他
Citation	低温科学. 物理篇, 46, 111-117
Issue Date	1988-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18552
Type	departmental bulletin paper
File Information	46_p111-117.pdf



判別分析による吹雪発生の臨界条件算出の試み*

西村浩一・前野紀一

(低温科学研究所)

(昭和62年10月受理)

I. はじめに

風の運動量が雪面に与えられ、その結果雪粒子が空中に飛び出す現象である吹雪に関しては、それが降積雪地域の交通や産業活動に多大な影響を及ぼすこともあって、世界各国で約100年前から研究が進められてきた。しかし、そのメカニズムに関しては依然として未解決の部分が多く、その発生を予測する手段もいまだに確立されていないのが現状である。

前野^{1,2)}は、吹雪発生の臨界条件を議論するにあたっては、平均風速、乱流強度、温度、粒径、時間という5個のパラメータを考慮することが必要条件であると指摘している。しかし、これまでに報告されている吹雪の観測例を見るかぎり、これら5個のパラメータに着目して十分な測定が行われた例は、皆無に等しい。

一方、近年の急速なマイクロコンピュータの普及は、我々が重回帰分析、主成分分析、判別分析等の多変量解析を非常に手軽に行える状況をもたらした。本論文では、統計的手段により吹雪発生の臨界条件を求める一つの試みとして、吹雪発生の有無を目的変数とする判別分析を行った結果を報告する。説明変数としては、必要条件とされた5個のパラメータのうち、これまでの多くの吹雪観測で測定が行われている、気温 (T) と風速 (U) のデータのみを用いた。

II. 解析の方法

p 個の変量 x_1, \dots, x_p が、2群の標本について観測されているとする。今2群のどちらに属するかわからない一つの観測値 x が得られた時、観測されている p 個の変量の値に基づいて、これがどちらの群に属するかを判別する。この方法が、本論文で、吹雪の発生臨界条件の算出に用いた「判別分析」である。

判別に線型関数を用いる場合、 p 個の変量に対して

$$z = a_1 x_1 + \dots + a_p x_p \quad (1)$$

という1次結合 (これを判別得点と呼ぶ) をつくり、この判別得点により判別を行う。係数 a_1, \dots, a_p の値は、観測された2群のデータを、もっとも良く判別するように以下の手順で定められる。

仮に係数 a_1, \dots, a_p の値が定まったとすると、式(1)から第 k ($=1, 2$) 群に属する i 番目の個

* 北海道大学低温科学研究所業績 第3098号

体に対する判別得点 $z_1^{(k)}$ が計算される。ところで、第 k 群の平均を $\bar{z}^{(k)}$ 、全体の平均をと \bar{z} すると、 $\{z_1^{(k)}\}$ の変動の大きさをあらわす総平方和 (St) は、次の形であらわされる。

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{n_k} (z_1^{(k)} - \bar{z})^2 = \sum_{k=1}^2 n_k (\bar{z}^{(k)} - \bar{z})^2 + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{n_k} (z_1^{(k)} - \bar{z}^{(k)})^2 \quad (2)$$

ここで n_k は第 k 群に属するデータの総数である。右辺の第 1 項は群間平方和 (Sb)、第 2 項は群内平方和 (Sw) と呼ばれる。群間平方和 Sb は、群間の差が大きければ大きく、差が小さければ小さい。したがって、群間平方和 Sb の総平方和 St に対する相関比 $\eta^2 = Sb/St$ を最大にすることは、二つの群を最も良く判別することに対応する。

η^2 を a_1, \dots, a_p について偏微分して零とおくと、 η^2 を最大にする係数 a_1, \dots, a_p は、次の連立方程式の解 (あるいはその定数倍) として与えられる。

$$\left. \begin{aligned} s_{11}a_1 + \dots + s_{1p}a_p &= x_1^{(1)} - x_1^{(2)} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ s_{p1}a_1 + \dots + s_{pp}a_p &= x_p^{(1)} - x_p^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで $x_j^{(k)}$ は k 群での第 j 変量の平均、 s_{jj} は第 j 変量と第 j 変量との群内の共分散であり、それぞれ次の式で計算される。

$$x_j^{(k)} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \bar{x}_{ji}^{(k)} \quad (j=1, \dots, p; k=1, 2) \quad (4)$$

$$s_{jj} = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ji}^{(k)} - \bar{x}_j^{(k)})^2 \quad (j, j=1, \dots, p) \quad (5)$$

実際の判別分析は、基本的にはまず (3) 式を解いて係数 a_1, \dots, a_p を求め、続いて (1) 式を用いて判別得点を計算するという手順で進行する。判別の分点としては、両群の平均 $(x_1^{(1)}, \dots, x_p^{(1)})$ $(x_1^{(2)}, \dots, x_p^{(2)})$ に対応する z の値 $z^{(1)}, z^{(2)}$ の中点か、もしくは z の値 $\{z_1^{(k)}, k=1, 2; i=1, \dots, n^k\}$ を求めてヒストグラムを描き、誤りの個数が少なくなる点を用いる方法がある。

判別分析に関する詳細は、奥野他³⁾、またマイクロコンピュータを用いた分析の手法については、田中他⁴⁾ を参照されたい。

吹雪発生の臨界条件を求める今回の計算においては、判別を 2 ($=p$) 個の変量 ($x_1=T, x_2=U$) の線形式に基づいて行う線形判別法に加えて、2 次式を用いる 2 次判別法⁴⁾ も試みたので併せて報告する。

分析には、佐藤⁵⁾、Oura *et al.*⁶⁾ による報告、南極の昭和基地⁷⁾、みずほ基地⁸⁾ での気象観測データを用いた。各々の観測で使用された測器、測定高などは必ずしも同一ではなく、また吹雪発生の有無の判定基準にも相違があったことも考えられるが、本分析では特に補正を加えることなく生データをそのまま使用した。また今回の分析は、降雪のない地吹雪の発生条件に限って行っており、昭和基地およびみずほ基地の気象観測資料からデータを抽出する際にも、この点に留意した。

III. 結果と考察

各々の吹雪観測データについて実施した判別分析の結果と、これらの全データに前野^{1,2)}が風洞実験で求めた吹雪発生の臨界条件のデータを加えた、広い温度と風速範囲の分析結果を、線形判別式 $Q_1(T, U)$ として以下に示す。与えられた気温 (T) と風速 (U) に対し、 Q_1 が負であれば吹雪が発生し、正であれば発生しないと判定される。ただし、 T と U の単位はそれぞれ $^{\circ}\text{C}$ および m/s である。

北海道 (佐藤, 1962)

$$Q_1 = 0.869915 T - U + 10.176253 \quad (1)$$

南極昭和基地 (Oura *et al.*, 1967)

$$Q_1 = 0.254607 T - U + 11.413833 \quad (2)$$

南極昭和基地 (1984)

$$Q_1 = 0.011258 T - U + 10.880108 \quad (3)$$

南極みずほ基地 (1981)

$$Q_1 = -0.013589 T - U + 10.75296 \quad (4)$$

全データ (佐藤, Oura *et al.*, 昭和基地, みずほ基地, 前野)

$$Q_1 = 0.059072 T - U + 10.35644 \quad (5)$$

第1図から第5図には、分析に用いた気温、風速の観測値と吹雪発生の有無、さらに(1)~(5)の判別式で左辺を零として求められる発生の臨界条件を破線で示した。第1図と第2図では図中の破線(判別式)が右上がりであり、気温が高くなると吹雪発生のための臨界風速が増大するという傾向があるのに対して、低温のデータが多い第3図(南極昭和基地)、第4図(南極みずほ基地)では、気温に対する依存性が小さい。吹雪発生のための臨界風速は、およそ 11 m/s で、両地点ともほぼ等しい。全データを用いた第5図の結果も、南極の昭和基地やみずほ基地で観測された、気温の低いデータが占める割合が高いことを反映して、気温に比べ風速依存性が大きいという結果になった。

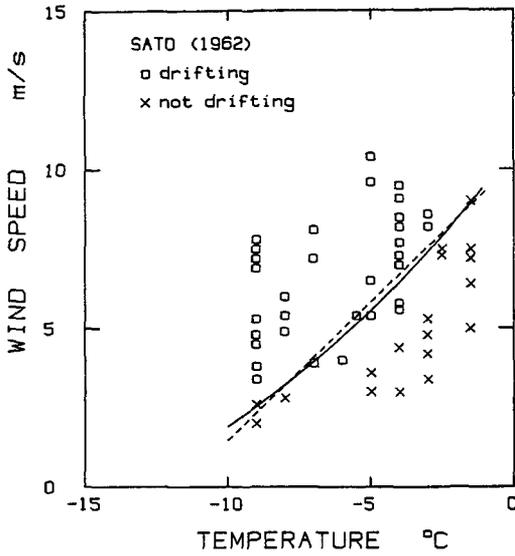
(1)~(5)の線形判別関数により判別得点を計算し、吹雪の発生が観測された場合を発生、不発生を不発生と正しく判別した割合を、第1表に示す。いずれの場合も、74%以上の確率で正しく判別された。

次に、温度 (T) と風速 (U) の2次関数形を用いた場合の判別式 $Q_2(T, U)$ を以下に示す。吹雪発生の有無と Q_2 の正負の関係は Q_1 の場合と同様である。

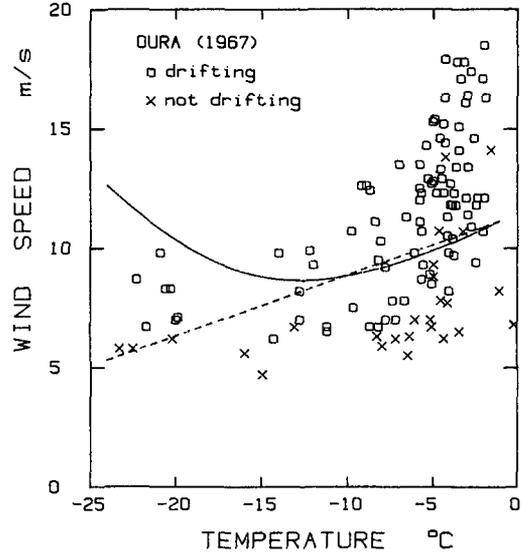
北海道 (佐藤, 1962)

$$Q_2 = -0.13035 T^2 + 0.42702 TU - 0.20198 U^2 - 1.15218 T + 1.43017 U + 7.66756 \quad (6)$$

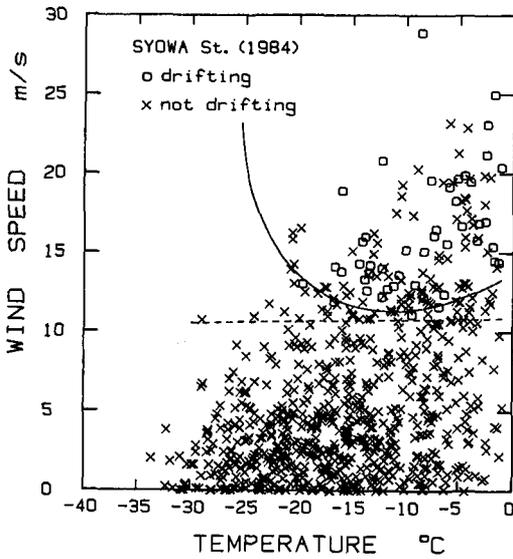
南極昭和基地 (Oura *et al.*, 1967)



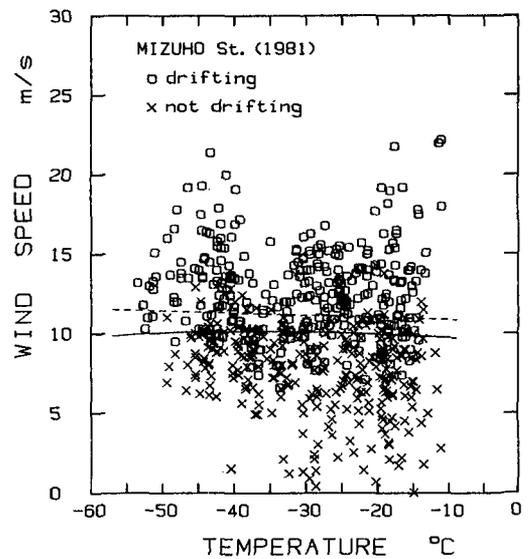
第1図 判別分析による地吹雪発生の臨界条件の計算結果 (I)
(北海道, 佐藤 (1962))
点線は1次判別関数, 実線は2次判別関数を示す



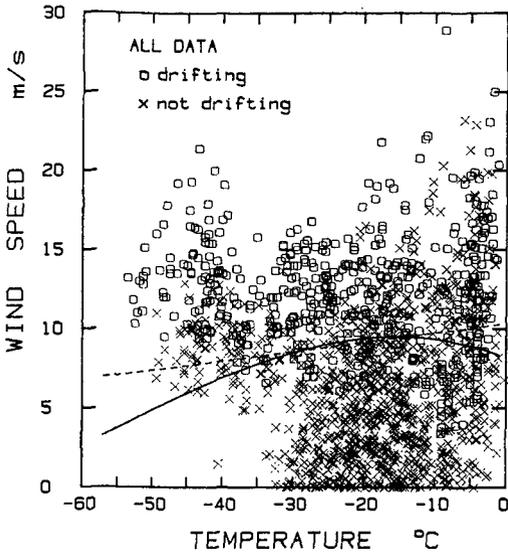
第2図 判別分析による地吹雪発生の臨界条件の計算結果 (II)
(南極昭和基地, Oura *et al.* (1967))
点線は1次判別関数, 実線は2次判別関数を示す



第3図 判別分析による地吹雪発生の臨界条件の計算結果 (III)
(南極昭和基地 (1984))
点線は1次判別関数, 実線は2次判別関数を示す



第4図 判別分析による地吹雪発生の臨界条件の計算結果 (IV)
(南極みずほ基地 (1981))
点線は1次判別関数, 実線は2次判別関数を示す



第5図 判別分析による地吹雪発生の臨界条件の計算結果 (V) (全データ)
点線は1次判別関数, 実線は2次判別関数を示す

$$Q_2 = 0.03092 T^2 - 0.03488 TU - 0.07217 U^2 + 1.08883 T - 0.29581 U + 12.96550 \quad (7)$$

南極昭和基地 (1984)

$$Q_2 = 0.0733 T^2 - 0.02826 TU + 0.03147 U^2 + 0.94066 T - 2.24888 U + 24.9497 \quad (8)$$

南極みずほ基地 (1981)

$$Q_2 = -0.00079 T^2 - 0.01568 TU - 0.02236 U^2 + 0.10016 T - 1.37984 U + 15.1484 \quad (9)$$

全データ (佐藤, *Oura et al.*, 昭和基地, みずほ基地, 前野)

$$Q_2 = -0.00413 T^2 + 0.00482 TU - 0.02527 U^2 - 0.17368 T - 1.19053 U + 8.05816 \quad (10)$$

(6)~(10)の2次判別式の左辺を零とおいて求められる吹雪発生の臨界条件は, 第1図~第5図上に, それぞれ実線で示した。また上記の2次判別式に温度(T)と風速(U)の観測値を代入することで, 吹雪発生の有無が正しく判定された割合を第2表に示す。全データを用いた場合は, 発生を発生と予測した場合が73%, 不発生を不発生と予測した場合は82%で線形判別式の場合とほぼ同じ値であった。ただし, 第2図や第3図に示すようにデータ数が少ない低温の領域では, 判定曲線の信頼性が極端に低くなる。

一方, 前野^{1,2)}によれば, 吹雪が発生する臨界風速は, 約 -10°C より高温になると強い温度依存を示すことが, 風洞実験の結果から報告されている。この傾向は, 今回分析に用いた佐藤⁵⁾や *Oura et al.*⁶⁾の野外での測定結果からも明瞭である。これは, 気温が 0°C に近いと氷

第1表 線形判別関数による判定結果

	吹雪の発生を正しく判別した割合	不発生を正しく判別した場合
北海道 (佐藤, 1962)	84.4	88.9
南極昭和基地 (<i>Oura et al.</i> 1967)	78.0	76.9
南極昭和基地 (1984)	100	84.8
南極みずほ基地 (1981)	80.1	87.7
全データ	80.7	74.5

(単位: %)

第2表 2次判別関数による判定結果

	吹雪の発生を正しく判別した割合	不発生を正しく判別した割合
北海道 (佐藤, 1962)	84.4	88.9
南極昭和基地 (<i>Oura et al.</i> 1967)	68.1	84.6
南極昭和基地 (1984)	89.5	91.3
南極みずほ基地 (1981)	82.9	83.7
全データ	82.4	73.2

(単位: %)

の表面の拡散と水蒸気輸送が急激に活発になり雪粒子の付着、結合が増大するためである。この約 -10°C 前後を境に臨界風速の温度依存性に顕著な相違が生じる様子は、 T と U の 1 次式からなる線形判別法では表現できない。このことが、第 1 図や第 2 図において誤判別率 (吹雪の発生を不発生、不発生性を発生と誤って判別する確率) を大きくする原因となっている。したがって、線形判別関数に比べて 2 次判別関数の方が、より正確な判別を行うであろう事が当初期待された。しかし実際には第 1 表と第 2 表を比較するとわかるように、判別式の次数増加による誤判別率の減少はほとんどみられなかった。むしろ、2 次判別関数を用いた場合には、低温の領域で臨界風速が増加するという不合理な結果が生じ (第 2 図, 第 3 図参照)、線形判別式よりも誤判別率が高くなるケースもみられた。こうした原因としては、測定条件の相違に基づくデータの不均一性、データ数の不足、気温、風速という 2 個の説明変量だけを用いることの限界等が考えられ、一義的に判断を下すことは困難である。

IV. おわりに

北海道、および南極で得られた吹雪の観測資料から、気温、風速の 2 変量を抽出し、判別分析により、広い気温、風速範囲にわたる地吹雪発生の臨界条件の算出を試みた。線形判別関数を用いた結果では、74%~100% の確率で正しい判定が行われた。一方、2 次判別関数から導かれた臨界条件は、低温領域で不合理な結果をもたらし、判定率は線形と同じか、やや低めであった。今回の分析に用いた 4 ケースの全データに吹雪発生の臨界風速を求めた風洞実験の結果^{1,2)}を加えて、広い温度 ($-60\sim 0^{\circ}\text{C}$)、風速 ($0\sim 30\text{ m/s}$) 範囲にわたる解析を行った結果からは、両分析手法とも 70~80% の判定確率が得られた。この 70~80% という判定率に対する評価は、使用する目的により分かれると考えられるが、 -10°C 付近で変化する臨界風速の温度依存性が、2 次判別式でも表現できない現状では、ほぼ限界と思われる。ただし、昭和基地とみずほ基地で求められた臨界風速がほぼ一致した (11 m/s) ことは、温度依存性が小さい低温の領域では、線形判別法が客観的手段として有効である事を示したものといえる。

精度を向上させるためには、風と気温の測定方法 (測器, 測定高)、吹雪発生の有無の判定基準が同一であるデータを用いること、加えて温度依存性が顕著となる -10°C 以上の領域でのデータを増やすことが必要であろう。また、温度、風速に加えて、乱流強度、雪の粒径、雪面が形成されてからの経過時間などのパラメータに着目した風洞実験、野外観測を実施して多くのデータを集積することで、判別分析の説明変量の数を増やすことができれば、本論文で述べたような統計的な手法によっても、目的変量である吹雪の臨界発生条件を高い精度で求めるとが可能になると考えられる。

文 献

- 1) 前野紀一 1986 吹雪指数算出に関する研究 (II). 昭和 59 年度日本国有鉄道技術研究所委託研究, pp. 43.
- 2) 前野紀一 1987 吹雪指数算出に関する研究 (III). 昭和 60 年度日本国有鉄道技術研究所委託研究, pp. 49.

- 3) 奥野忠一・久米 均・芳賀敏郎・吉沢 正 1983 多変量解析法 (改訂版). 日科技連, pp. 430.
- 4) 田中 豊・垂水共之・脇本和昌 1984 パソコン統計解析ハンドブック. 共立出版, pp. 403.
- 5) 佐藤正一 1962 吹雪時の線路警戒の限界について. 雪氷, **24**(2), 53-58.
- 6) Oura, H., Ishida, T., Kobayashi, D. and Yamada, T. 1967 Studies on blowing snow II., *In* Physics of Snow and Ice (H. Ôura, *ed.*) Pt. **2**, 1098-1117.
- 7) Japan Meteorological Agency 1984 Meteorological data at the Syowa station in 1984, *ANTARCTIC METEOROLOGICAL DATA*, Vol. **25**, pp. 260.
- 8) Ohata, T., Kobayashi, S., Ishikawa, N. and Kawaguchi, S. 1981 Meteorological Data at Mizuho Station, Antarctica in 1980, *JARE DATA REPORTS*, No. **65**, pp. 93.

Summary

Discriminant functions were applied to determining an initiation condition of drifting snow. The variables used in the analysis were air temperatures and wind speeds observed in Hokkaido and Antarctica. Critical conditions obtained from linear discriminant functions had an accuracy better than 74% for each observation. The threshold wind speed obtained from the data at Syowa station was almost constant (11 m/s) in the low temperature range and agreed well with the one at Mizuho station. It may prove the validity of this method for determining the initiation condition objectively. A quadratic discriminant function sometimes led to so unreasonable results for the low temperature range that the accuracy was almost same or somewhat less than the linear function.

So far it was observed that the threshold wind speed decreases with lowering temperature above -10°C . But it was not possible to express this temperature dependence by not only a linear but a quadratic discriminant function.

The accuracies of discrimination obtained from both functions for the wide range of temperatures ($-60\sim 0^{\circ}\text{C}$) and wind speeds ($0\sim 30\text{ m/s}$) were in the range of 70~80%.