



HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|------------------|---|
| Title | 斜面積雪の挙動の研究 XXIV : 低い雪崩防止柵に関する理論 |
| Author(s) | 吉田, 順五; YOSIDA, Zyungo; 藤岡, 敏夫 他 |
| Citation | 低温科学. 物理篇, 47, 45-56 |
| Issue Date | 1989-03-10 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/18564 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 47_p45-56.pdf |



斜面積雪の挙動の研究 XXIV*

—— 低い雪崩防止柵に関する理論 ——

吉田順五・藤岡敏夫

(北海道大学名誉教授)

(昭和63年9月受理)

I. ま え が き

なだれ防止のための柵や杭は、最大積雪深と同程度か、あるいはそれよりも高く作る。しかし、積雪深にくらべて、はるかに低い柵や杭でも、なだれの発生防止に役立つことを、旧国鉄の人達が板谷峠¹⁾で、また藤岡が北大天塩地方演習林で示した。高橋の開発したなだれ防止の階段工²⁾も、原理的には同じ趣旨のものである。

この論文は、このように低いなだれ止を設けた平面状斜面に積った積雪のなかの、応力および流動速度に関する理論的考察である。

II. 斜面および積雪についての仮定

斜面は、傾斜角 α の無限に広い平面で、低い防止柵が斜面を横切って、等間隔水平に施されているとする。積雪は、密度 ρ 、粘性係数 η の均一非圧縮性ニュートン粘性流体として、一様な厚さ h で斜面全体をおおっていると仮定する。以上の仮定により、積雪は、斜面の最大傾斜角の方向に鉛直に立つ「流動面」に平行な2次元流として、斜面を流下する

第1図が、流動面による積雪の断面である。直線 S が積雪表面を、直線 G が地面、すなわち斜面を表す。直線 G 上に原点 O をおき直角座標 (x, z) を第1図に示したようにとる。直線 G 上にある多数の点 A および座標原点 O が低い防止柵の位置を示す。相隣る柵の間隔を λ とすれば、柵の座標は

$$x = n\lambda \quad [n=0, \pm 1, \pm 2, \dots], \quad z = 0 \quad (1)$$

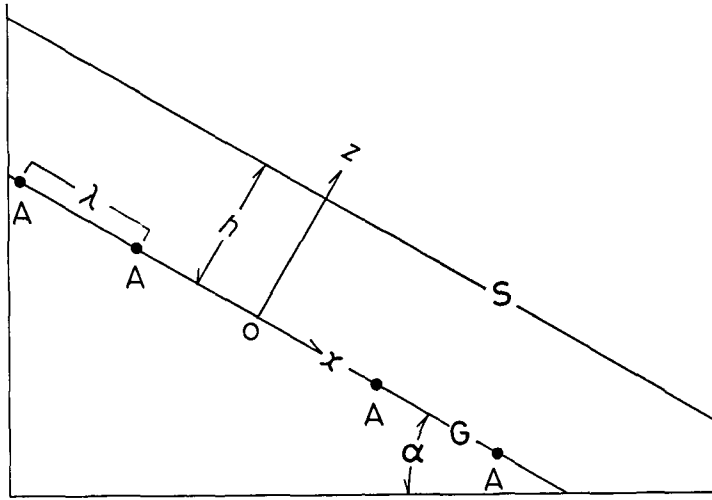
で与えられる。

積雪内の流動速度の x 成分および z 成分を u および v とし、その地面 G での値を u_g および v_g とする。低いなだれ防止柵の効果は、柵の地点で地面上の雪の滑りを阻止することにある。よって、点 O および点 A では u_g が 0 にひとしい。これにもとづき、この論文では

$$u_g = 0 \quad [x=n\lambda, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots] \quad (2)$$

を以って、低いなだれ防止柵の存在と効果を表す。

* 北海道大学低温科学研究所業績 第3175号



第1図 流動面による平坦斜面上の積雪断面。S: 積雪表面。G: 地面。A および O が低い防止柵の位置

柵と柵の間では積雪は地面を滑りくだり、 u_G は正の有限値をとるとする。流動速度成分 v_G は、地面に直角だから、斜面上いたるところで0にひとしい。

III. 微分方程式の解としての応力成分, 流動速度成分

積雪内の応力平衡微分方程式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = -\rho g \sin \alpha, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = \rho g \cos \alpha \quad (3)$$

で与えられ、応力成分 ($\sigma_x, \sigma_z, \tau_{zx}$) と流動速度成分 (u, v) との間には、積雪を非圧縮性ニュートン粘性流体と仮定するから

$$\frac{1}{2} \frac{(\sigma_x - \sigma_z)}{\partial u / \partial x} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_z - \sigma_x)}{\partial v / \partial z} = \frac{2\tau_{zx}}{\partial u / \partial z + \partial v / \partial x} = 2\eta \quad (4)$$

の応力歪速度関係微分方程式がなりたつ³⁾。 g は重力加速度である。両微分方程式(3), (4)の解で、次にのべる境界条件(a), (b)を満足するものが、目的とする応力および流動速度の成分を与える。

(a) 積雪表面 S 上の境界条件

積雪表面 S 上には応力成分が存在しないから

$$(\sigma_z)_S = (\tau_{zx})_S = 0 \quad [-\infty < x < \infty] \quad (5)$$

が表面 S 上の境界条件となる。添字 S をつけた括弧は、それが囲む成分の表面 S 上の値を示す。

(b) 地面 G 上の境界条件

すでに第2節で与えた、

$$u_G = 0 \quad [x = n\lambda, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots], \quad v_G = 0 \quad [-\infty < x < \infty] \quad (6)$$

が地面 G 上の境界条件の一部をなす。

理論計算を容易にするために、防止柵と防止柵の間では、 u_G が三角関数的に変化すると仮定する。すなわち、

$$u_G \propto (1 - \cos \omega x), \quad \omega = 2\pi/\lambda \quad (7)$$

とおく。この条件は式(6)の条件と矛盾しない。また、 u_G が常に正だから、積雪が斜面を滑り上ることも除外する。

式(7)の条件をつけると、 u_G が柵と柵との中間点で最大となる。この u_G の最大値は、積雪が地面から何らの滑り抵抗も受けないために生ずると仮定する。地面の滑り抵抗がなければ、 τ_{zx} の地面 G 上の値 ($\tau_{zx})_G$ は 0 にひとしい。よって、この仮定は

$$(\tau_{zx})_G = 0 \quad \left[x = \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \right] \quad (8)$$

によって表わされる。上の 3 箇の式(6), (7), (8)をもって、地面 G 上の境界条件とする。

IV. 微分方程式の解の求め方

微分方程式(3)の同次方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

と、応力歪速度関係微分方程式(4)とを満足する解を「重畳解」と名付ける。よく知られているように、微分方程式(3), (4)の或る解に重畳解を重畳すると、すなわち両者の和を作ると、その和もまた、微分方程式(3), (4)の解となる。それで、まず、「単純解」と称する微分方程式(3), (4)のひとつの解を作る。これは、境界条件を簡単にして求めやすくした微分方程式(3), (4)の解である。この論文の積雪については、それを右肩に 0 をつけた次の成分記号で与えられる解とする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0 &= \sigma_z^0 = -W \cos \alpha \cdot \left\{ 1 - (\zeta/\zeta_0) \right\}, & \tau_{zx}^0 &= W \sin \alpha \cdot \left\{ 1 - (\zeta/\zeta_0) \right\}, \\ u^0 &= \kappa W \sin \alpha \cdot \zeta \left\{ 2 - (\xi/\xi_0) \right\}, & v^0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

こんど、数式を簡単に表すために略記号

$$\xi = \omega x, \quad \zeta = \omega z, \quad \zeta_0 = \omega h, \quad W = \rho g h, \quad \kappa = 1/(2\omega\eta) \quad (11)$$

を使う。式(10)は、この略記号を用いて表した。式(10)の単純解は、積雪表面 S 上の境界条件は式(5)のままだが、地面 G 上の境界条件を

$$u_G = v_G = 0 \quad [-\infty < x < \infty] \quad (12)$$

と単純化して定めた微分方程式(3), (4)の解である。境界条件が式(5)と式(12)とであるならば、積雪の状態は x によって変化しない。そのため、式(10)の解をうるのは極めてたやすいことになる。

つづいて、重畳解を、それと単純解との和が境界条件 (5), (6), (7) (8) を満足するように定める。

V. 重畳要素成分

重畳解の表式を簡潔にするため、式 (11) を利用した次の略記号

$$\begin{aligned} \sigma &= \sin \xi, \quad \gamma = \cos \xi, \quad \Sigma = \sinh \zeta, \quad \Gamma = \cosh \zeta, \\ S &= \sinh \zeta_0, \quad C = \cosh \zeta_0, \quad M = \zeta_0^2 + C^2 \end{aligned} \quad (13)$$

を更に導入する。

積雪を均一なニュートン粘性流体としているから、同次微分方程式 (9) の解は、よく知られているように、重調和微分方程式の解である応力関数 $\Phi(x, z)$ から

$$\sigma_x = \partial^2 \Phi / \partial z^2, \quad \sigma_z = \partial^2 \Phi / \partial x^2, \quad \tau_{zx} = -\partial^2 \Phi / \partial x \partial z \quad (14)$$

によって定めることができる。流動速度成分 (u, v) は、式 (14) の応力成分を用いた応力歪速度関係微分方程式 (4) を解いて定めればよい。

この論文では、四箇の応力関数 $\Phi_i (i=0, 1, 2, 3)$ を用い、各応力関数から得られる成分を組合せた一次式を重畳解として使う。この一次式も、明かに、同次微分方程式 (9) および応力歪速度関係微分方程式を満す重畳解である。一次式にふくまれる未定係数の値を、境界条件が満足されるように定めると、目的の解に達する。

各応力関数から導かれる応力成分、流動速度成分を「重畳要素成分」と名付け

$$(\sigma_x)_i, (\sigma_z)_i, (\tau_{zx})_i, u_i, v_i \quad [i = 0, 1, 2, 3] \quad (15)$$

で表す。第 1 表に、この論文で用いた応力関数と、それから求めた重畳要素成分を示す。

式 (6) にある $v_0 = 0$ の境界条件は、 $z = \zeta = 0$ が地面であることを示す数学的表現として基本的な条件である。第 1 表の v_i は、すべて、 $\zeta = 0$ で消失する。したがって、このあとで作る重畳解を単純解に重ねた解においても、単純解の v_0 も 0 だから、 $\zeta = 0$ で v が 0 になる。これが、第 1 表の重畳要素成分を選んで用いる主な理由である。

第 1 表 重畳要素成分

| Φ_i | $\Phi_0 = 1/\omega^2$ | $\Phi_1 = \Gamma\sigma/\omega^2$ | $\Phi_2 = \zeta\Sigma\sigma/\omega^2$ | $\Phi_3 = \zeta\Gamma\sigma/\omega^2$ |
|-------------------|-----------------------|----------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $(\sigma_x)_i$ | 0 | $\Gamma\sigma$ | $(2\Gamma + \zeta\Sigma)\sigma$ | $(2\Sigma + \zeta\Gamma)\sigma$ |
| $(\sigma_z)_i$ | 0 | $-\Gamma\sigma$ | $-\zeta\Sigma\sigma$ | $-\zeta\Gamma\sigma$ |
| $(\sigma_{zx})_i$ | 0 | $-\Sigma\gamma$ | $-(\Sigma + \zeta\Gamma)\gamma$ | $-(\Gamma + \zeta\Sigma)\gamma$ |
| u_i | κ | $-\kappa\Gamma\gamma$ | $-\kappa(\Gamma + \zeta\Sigma)\gamma$ | $-\kappa(\Sigma + \zeta\Gamma)\gamma$ |
| v_i | 0 | $-\kappa\Sigma\sigma$ | $-\kappa\zeta\Gamma\sigma$ | $-\kappa\zeta\Sigma\sigma$ |

VI. 単純解と重畳解との和

目的とする成分は、 σ_x を例にとると、

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + aW \left[b_0(\sigma_x)_0 + (\sigma_x)_1 + b_2(\sigma_x)_2 + b_3(\sigma_x)_3 \right] \quad (16)$$

の形に書く。右辺第1項が単純解の成分である。重畳要素成分を組合せて作った右辺第2項の1次式が重畳成分をなす。この第2項にある a, b_0, b_2, b_3 が未定係数で、その値を境界条件が満されるように定める。重畳要素成分 (σ_{x1}) にも未定係数 b_1 をつけるべきだが、 b_1 を1とし、その代りに未定係数 a を用いる。このようにした方が、あとでわかるように、取扱いが簡便になる。

式(10)の単純解の成分と第1表に示した重畳要素成分とを使うと、目的とする解の各成分が、式(16)の形式にしたがって、次のように書れる。

$$\sigma_x/W = -\cos \alpha \cdot \left\{ 1 - (\zeta/\zeta_0) \right\} + a \left\{ \Gamma + b_2(2\Gamma + \zeta\Sigma) + b_3(2\Sigma + \zeta\Gamma) \right\} \sigma, \quad (17)$$

$$\sigma_z/W = -\cos \alpha \cdot \left\{ 1 - (\zeta/\zeta_0) \right\} - a \left\{ \Gamma + b_2(\zeta\Sigma) + b_3(\zeta\Gamma) \right\} \sigma, \quad (18)$$

$$\tau_{zx}/W = \sin \alpha \cdot \left\{ 1 - (\zeta/\zeta_0) \right\} - a \left\{ \Sigma + b_2(\Sigma + \zeta\Gamma) + b_3(\Gamma + \zeta\Sigma) \right\} \gamma, \quad (19)$$

$$u/(\kappa W) = \sin \alpha \cdot \zeta \left\{ 2 - (\zeta/\zeta_0) \right\} + a \left[b_0 - \left\{ \Gamma + b_2(\Gamma + \zeta\Sigma) + b_3(\Sigma + \zeta\Gamma) \right\} \gamma \right], \quad (20)$$

$$v/(\kappa W) = -a \left\{ \Sigma + b_2(\zeta\Gamma) + b_3(\zeta\Sigma) \right\} \sigma. \quad (21)$$

VII. 未定係数の値の決定

積雪表面 S での境界条件を表す式(5)により、式(18), (19)は $\zeta = \zeta_0$ の時 0 にひとしい。したがって、

$$b_2 = C^2/\zeta_0^2, \quad b_3 = -(\zeta_0 + CS)/\zeta_0^2 \quad (22)$$

となり、 b_2 は正、 b_3 は負の値である。

地面 G での境界条件を表す式のひとつである式(8)は、 $\gamma = -1$ で $\zeta = 0$ の時、式(19)が 0 であることを表す。よって、

$$a = -\sin \alpha / b_3 = \zeta_0^2 \sin \alpha / (\zeta_0 + CS) \quad (23)$$

となり、 a は正の値である。

式(20)の x と z を 0 とおき、式(7)の境界条件を用いると、

$$b_0 = 1 + b_2 = 1 + (C^2/\zeta_0^2) = M/\zeta_0^2 \quad (24)$$

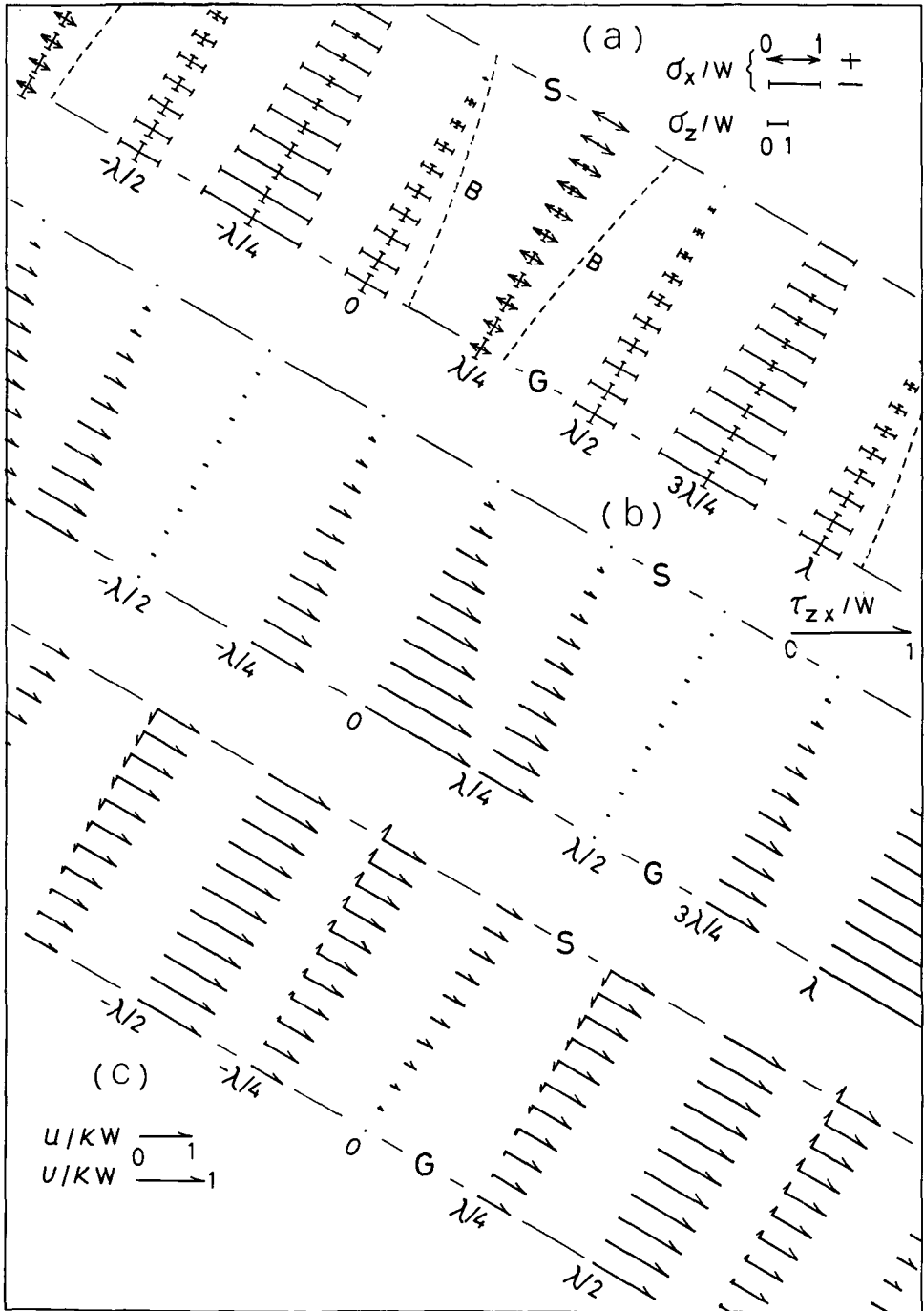
となり、 b_0 は正の値である。式(6)にある u_G に関する条件は、式(7)の条件にふくまれるから、特に用いる必要はない。また、式(6)にある v_G に関する条件は、式(21)によって満されている。

以上のように常数 a, b_0, b_2, b_3 が決定される。このうち a は α と ζ_0 によって、 b_0, b_2, b_3 は α に無関係に、 ζ_0 の値のみによってきまる。

VIII. 数値計算

1. $\zeta = 0.5$ の場合

以上のようにして導いた積雪内の応力成分、流動速度成分の理論式の数値を、 $\alpha = 30^\circ$, $\zeta_0 =$



第2図 $\alpha=30^\circ$, $\zeta_0=0.5$ 。(a): σ_x/W , σ_z/W の図。(b): τ_{zx}/W の図。(c): u/kW , v/kW の図。
 $W = \rho gh$, $\kappa = 1/(2\omega\eta)$

0.5, の場合について求め, 第2図に示した。第2図の (a) は σ_x/W と σ_z/W , (b) は τ_{xz}/W , (c) は流動速度成分 $u/\kappa W$ と $v/\kappa W$ の図である。

$\zeta_0 = 2\pi h/\lambda$ であるから, $\zeta_0 = 0.5$ の時, 柵の間隔 λ は雪の厚さ h の 12.6 倍で, 実際に設置されている柵の間隔にくらべて広い場合である。

未定係数は,

$$a = 0.11493, \quad b_0 = 6.08616, \quad b_2 = 5.08616, \quad b_3 = -4.35040 \quad (25)$$

となる。

2. 張力としての σ_x

第2図 (a) の σ_x/W と σ_z/W の図には, 矢印をつけた尖った先端で正の張力を, 平たい端で負の圧力を示してある。 σ_z は, 大きさが 0 になる積雪表面を除いて, すべて圧力であるが, σ_x は柵の下手 $\lambda/4$ の距離の点, すなわち $x = \lambda/4$ の点では正で張力である。図の B と名付けた破線は, 計算機で式 (17) から求めた $\sigma_x = 0$ の線である。 $x = \lambda/4$ を中にして, 左右 2 本の B の破線にはさまれた範囲が σ_x の正になる張力圏である。

σ_x を与える式 (17) の右辺の変数のうち, x によって値の変わるのは, 第2項にふくまれる σ のみである。今,

$$U = a \left\{ \Gamma + b_2(2\Gamma + \zeta\Sigma) + b_3(2\Sigma + \zeta\Gamma) \right\} \quad (26)$$

とおくと, U は x に無関係に, α と ζ_0 , $\zeta (= \omega z)$ によって値が定まる。 $\alpha = 30^\circ$ $\zeta_0 = 0.5$ の時, 積雪底面 $z = \zeta = 0$ で $U = 1.284$, z が増すにつれて減少し, $z = h$ の積雪表面で $U = 0.797$ の何れも正の値となる。

σ は, 式 (13), (11), (7) によって, $\sigma = \sin(2\pi x/\lambda)$ であるから, $x = \lambda/4$ の時, 最大値 +1 となる。したがって, それぞれの z について, $x = \lambda/4$ における σ_x/W が最大値を示す。

3. $x = \lambda/4$ における σ_x と ζ_0 との関係

正で張力である σ_x が, 積雪の引張り強度をこえれば, 積雪に裂目(割目)が入る。今, $x = \lambda/4$ における σ_x を σ_x^* で表し, 積雪表面 S および底面 G での σ_x^*/W の値

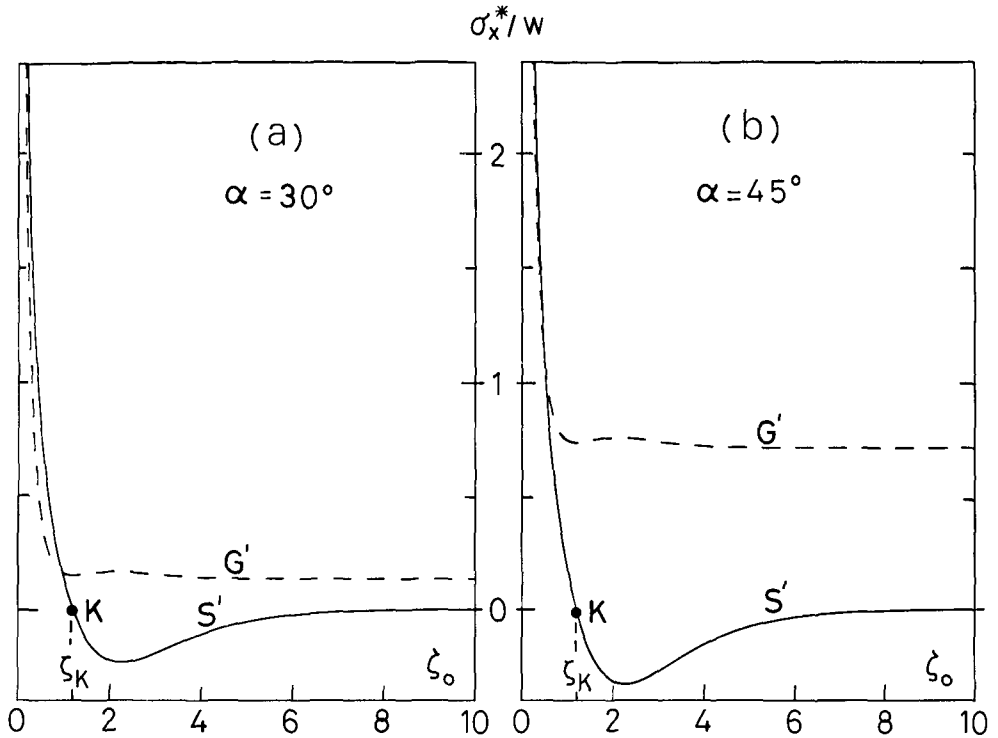
$$(\sigma_x^*/W)_S = 2 \sin \alpha \cdot \frac{C - \zeta_0 S}{\zeta_0 + CS}, \quad (\sigma_x^*/W)_G = -\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\zeta_0^2 + 2C^2}{\zeta_0 + CS} \quad (27)$$

と ζ_0 との関係を第3図に示した。

簡便のため, 式 (27) の第1式と第2式の値を, それぞれ, 略記号 S' と G' とで表す。図 (a) は $\alpha = 30^\circ$, (b) は $\alpha = 45^\circ$ の場合で, 何れも縦軸は S' , G' の値 σ_x^*/W を, 横軸は ζ_0 の値を示す。

図の中の点 K は, 式 (27) の第1式で $C - \zeta_0 S = 0$ となる点で, α に無関係に, $\zeta_0 = 1.1997$, $\lambda = 5.2374 h$ である。この ζ_0 , λ の値を, それぞれ ζ_K , λ_K とよぶことにする。図 (a) でも (b) でも, G' は常に正, S' は ζ_K よりも小さい ζ_0 で正で, σ_x^* は張力である。

図 (a) の場合には, ζ_0 が 1 より小さい範囲で, (b) の場合には ζ_0 が 0.5 より小さい範囲で, S' が G' よりも大きいから, 積雪に裂目が入るとすれば積雪表面からとなる。これらの値よりも大きい ζ_0 では, (a), (b) の何れの場合とも, G' が S' よりも大きく, 殊に ζ_K よりも大きい ζ_0 では,



第3図 ζ_0 と $x=\lambda/4$ における σ_x/W の積雪表面における値 S' 、積雪底面における値 G' との関係。(a)は $\alpha=30^\circ$ 、(b)は $\alpha=45^\circ$ の場合。点 K は S' が 0 になる点

S' が負で圧力となるため、もし積雪に裂目が入るとすれば積雪底面からとなる。

S' は $x=\lambda/4$ における $(\sigma_x/W)_s$ の値であるが、 $(\sigma_x/W)_s$ は S' をつかって、 $(\sigma_x/W)_s = S' \cdot \sigma$ とかくこともできる。したがって、 $\zeta_0 = \zeta_K$ においては、すべての x に対して $(\sigma_x/W)_s = 0$ である。

4. 曲線 S' 、 G' の一般的性質

式 (27) から

$$\lim_{\zeta_0 \rightarrow 0} S' = \infty, \quad \lim_{\zeta_0 \rightarrow 0} G' = \infty, \tag{28}$$

$$\lim_{\zeta_0 \rightarrow \infty} S' = 0, \quad \lim_{\zeta_0 \rightarrow \infty} G' = -\cos \alpha + 2 \sin \alpha. \tag{29}$$

第3図 (a), (b) では、 ζ_0 が 8 よりも大きくなれば、 S' の値はほぼ 0 である。 G' は、 ζ_0 が 5 よりも大きくなれば、ほぼ一定で、(a) では 0.134、(b) では 0.707 の正の値をとる。 $\zeta_0 = 5$ の時、 $\lambda = 1.26 h$ である。すなわち、柵の間隔を雪の厚さの 1.26 倍程度にとれば、斜面の全面に柵を設置したのと同じ効果を G' に与えることになる。

第3図にみる限りでは、 G' は常に正である。しかし、 α が小さくなれば、 G' も負になりうる。式 (29) の第 2 式の値は、 $\tan \alpha = 1/2$ 、すなわち、 $\alpha = 26^\circ 34'$ で 0 である。 α がこの値よりも小さければ、 G' は負になる。

柵の間隔 λ は、柵が設置された後一定に保たれるが、積雪の厚さ h は変る。 $\zeta_0 = 2\pi h/\lambda$ であるから、 h の増大につれて ζ_0 も増大するが、それと共に $W = g\phi h$ も増大する。それゆえ、

第3図の左方の、 ζ_0 の増加につれて、 σ_x^*/W が急激に低下する部分でも、 σ_x^* 自体は曲線が示すほどには減少しない。曲線の下降がゆるやかな所や、曲線が一定の値を示す所では、 ζ_0 の増大によって σ_x^* は増大する。

5. $x=3\lambda/4$ における σ_x

式(27)は、積雪表面および同底面の $x=\lambda/4$ ($\sigma=+1$)における σ_x/W の値 S' と G' を与えた。 $x=3\lambda/4$ ($\sigma=-1$)におけるそれぞれの値を S'' 、 G'' とすれば、

$$S'' = -S', \quad G'' = -G' - 2 \cos \alpha \tag{30}$$

となる。したがって、第3図の縦軸の目盛の符号の正負を入れかえれば、 S' の線が S'' になる。さらに、負の増す方向に(図の上方に) $2 \cos \alpha$ だけ G' を平行移動すれば G'' になる。

S'' 、 G'' の線は、 ζ_0 が0に近づくと、すなわち、柵の間隔 λ が長くなると、急激に負の無限大に近づく。したがって、 λ が大きい時、 $x=3\lambda/4$ の地点では、 x 方向の圧力による雪の破壊や、座屈による雪のひだの発生可能性がある。

ζ_K で S'' は0にひとしく、それより大きい ζ_0 で S'' は正になり、さらに ζ_0 が大きくなれば、 S'' は0に近づく。一方、 G'' は ζ_0 の全領域で負で、 ζ_0 が5より大きくなれば、 G'' は、 $\alpha=30^\circ$ の時 -1.87 、 $\alpha=45^\circ$ の時 -2.12 となる。

S'' に正の最大値を与える ζ_0 は、 $\zeta_0=2.265$ である。式(17)にこの ζ_0 の値を入れ、 $\sigma_x/W=0$ になる ζ を求めると、 $\zeta/\zeta_0(=z/h)$ は、 $\alpha=30^\circ$ で0.86、 $\alpha=45^\circ$ で0.82となる。すなわち、 $x=3\lambda/4$ の地点の積雪の厚さ約8割より上の部分には張力が、下の部分には圧力としての σ_x が働く。一般に、少くとも ζ_K よりも大きい ζ_0 では、 $x=3\lambda/4$ の地点で、積雪を上を押上げようとする曲げモーメントが働くことになる。

6. σ_z

第2図(a)にみられるように、 σ_z/W は積雪表面で0、積雪内部に入るにしたがって、圧力として次第に大きくなり積雪底面にいたる。積雪底面における σ_z/W は、式(18)から

$$(\sigma_z/W)_G = -\cos \alpha - \frac{\zeta_0^2}{\zeta_0 + CS} \sin \alpha \cdot \sigma \tag{31}$$

である。 $0 < \alpha < 90^\circ$ 、 $\zeta_0^2/(\zeta_0 + CS) > 0$ であるため、 σ が負の時にのみ、正となる可能性がある。 $\sigma=-1$ で式(31)を0にする最小の α とその時の ζ_0 は、

$$\alpha = 69^\circ 53', \quad \zeta_0 = 1.1997$$

である。この ζ_0 の値は、 ζ_K の値と一致する。

$\alpha=69^\circ 53'$ は斜面の傾斜角としては大きく、斜面というよりは崖に近く、その上に雪崩をおこすほどの雪の積ることはない。したがって、雪崩防止柵を必要とする斜面の場合、 $(\sigma_z/W)_G$ は常に負で、 σ_z は圧力である。式(31)にみられるように、 σ によって $(\sigma_z/W)_G$ の値は変り、 $x=\lambda/4$ で圧力は最も大きく、 $x=3\lambda/4$ で最も小さい。

7. τ_{zx}

第2図(b)に示されているように、 τ_{zx} は、積雪表面では常に0で、積雪底面では $x=\lambda/2$ で0である。これは境界条件で定めた通りである。積雪底面における $(\tau_{zx}/W)_G$ は、式(19)から

$$(\tau_{zx}/W)_G = (1+\gamma) \sin \alpha \quad (32)$$

で、 $\gamma = \cos(2\pi x/\lambda)$ である。したがって、雪の流動を阻止している柵の所で最大の値 $(\tau_{zx}/W)_G = 2 \sin \alpha$ があらわれる。

8. u と v

積雪底面における $u/\kappa W$ の値は

$$(u/\kappa W)_G = (\zeta_0^2 + C^2)(1-\gamma) \sin \alpha / (\zeta_0 + CS) \quad (33)$$

となり、 $x=0$ で 0、 $x=\lambda/2$ で最大の値をもつ。

積雪表面における $u/\kappa W$ は

$$(u/\kappa W)_S = \left[\zeta_0 + \left\{ \zeta_0^2 + C^2 + \gamma(\zeta_0 S - C) \right\} \right] \sin \alpha \quad (34)$$

となる。この値は、第2図(c)にみられるように、 x の全領域にわたって正である。 $(u/\kappa W)_S$ は、 $(u/\kappa W)_G$ にくらべて、一般に大きいのが、第2図(c)の場合、 $x=\lambda/2$ では反対に約4%小さい。

v は、第2図(c)にみられるように、 $x=\lambda/4$ で下向き、 $x=3\lambda/4$ で上向きの流れである。これは、雪の非圧力性の仮定と、流速 u が x 方向に一様でないために生じたことであるが、 $x=3\lambda/4$ で v が上向きになることは、5節で述べたように、この x の地点で、 σ_x による雪の上向きの盛り上りを助ける働きをすることにもなる。

IX. 積雪の引張り強度

成田^{4,5)} は積雪の引張り強度 R の測定を行い、 R が積雪密度、温度、歪速度によって変化することを見出した。成田が密度 $250 \sim 450 \text{ kg/m}^3$ のしまり雪についてえた R のうち最小値は、 $2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ 程度で、この時の雪の密度は 300 kg/m^3 であった。積雪の厚さ h を 1 m とすれば、 $W = 3 \times 10^3 \text{ N/m}^2$ で $\sigma_x/W = 6.7$ 、 $h = 2 \text{ m}$ ならば、 $\sigma_x/W = 3.3$ が引張り破壊の目安になる。したがって、この程度の雪の厚さならば、第3図で ζ_0 が 0 に近く、 S' 、 G' 曲線が急激に立上る部分を除いては引張りの破壊はおきないことになる。

柵の間隔を定める基準の一つは、第3図の K 点である。第3節で述べたように、K 点では、 $\zeta_K = 1.1997$ 、 $\lambda_K = 5.2374 h$ で、この ζ_K よりも大きい ζ_0 、あるいは、この λ_K よりも小さい λ では S' は正にはならない。一般に設置されている柵の間隔は、積雪の厚さ h の 3~5 倍程度である。

成田の求めた R は、しまり雪のものであった。寒冷地に多いしもざらめ雪の R は、上の値よりも小さいと考えなければならない。又、成田も指摘しているように、破壊現象は、物質の構造に敏感で、物質に弱い部分があれば、破壊強度は大幅に低下する。柵の設計に当て注意すべき点である。

X. あとがき

低い雪崩防止柵は、斜面に植えた木の苗が成長して、雪崩防止林の役に立つ迄の雪崩対策として利用されることが多い。鉄道や道路等を雪崩から守る恒久的な施設とは、目的、構造、経費の点で、かなりの違いがある。

低い雪崩防止柵は、従来、純経験的に作られ、その機能が理論的に解析されることはなかった。本論文では、雪崩防止柵には高さはなく、斜面上の柵におかれている地点で、接地面の雪の斜面に沿う流下を完全に阻止する働きだけをもつものとし、積雪内の応力と流動速度成分を理論的に求めた。その結果、柵の間隔を雪の厚さの5倍以内にすれば、引張応力による雪の割目の発生を防ぐことができることになった。一方、柵の間隔を長くすれば、柵のない斜面の積雪内の応力、流動を知る手掛りにもなる。

本論文は、著者の一人吉田が理論を作り、数値計算を行って草稿にまとめたが、病のため以後中断の止むなきに至った。このため、藤岡が数値計算の部分を拡張追加して論文を完結した。本論文作製の最終作業は藤岡のみが行ったもので、したがって文責は藤岡にある。

本論文は、北大天塩地方演習林におかれている低温科学研究所雪崩観測実験室での観測に負う所が大きい。同観測室運営担当の雪害科学部門の人々、雪崩防止のための短杭群利用による造林に当られた天塩地方演習林の人々に感謝の意を表す。

文 献

- 1) 神辺浩三 1963 奥羽本線赤岩板谷間なだれ防止林の歴史と効果について. 仙台鉄道管理局施設部営林課, 24 pp.
- 2) 日本建設機械化協会(編) 1977 新防雪工学ハンドブック, 森北出版, 511 pp.
- 3) 吉田順五 1964 斜面積雪の内部応力および粘性流動 I. 低温科学, 物理篇, **22**, 83-100.
- 4) 成田英器 1987 雪の引張強度の試料体積効果. 雪氷, **49**(3), 115-121.
- 5) Narita, H. 1983 An experimental study on tensile fracture of snow. Contr. Inst. Low Temp. Sci. A, **32**, 1-37.

Summary

Figure 1 of the text shows a vertical section of a snow cover on a plane slope which is both infinitely wide and infinitely long. Lines marked S and G are the surface of the snow cover and that of the ground respectively. The snow cover flows very slowly down the slope two dimensionally in the plane of the vertical section. The snow is assumed to be a homogeneous incompressible Newtonian fluid with density ρ and viscous coefficient η .

Rows of snow fences are provided horizontally across the slope with an equal longitudinal distance λ and their sections are indicated in Fig. 1 by the points marked A and the origin of the coordinate system (x, z) . As the height of the snow fence in the text is very low as compared with the snow thickness h , it is assumed to be zero. The snow is assumed to stick to the ground G intermittently at points A and O on the slope.

As the inertia force can be neglected, the three components of stress σ_x , σ_z , τ_{zx} and x , z -component of flow velocity of snow u and v , will satisfy equations [3] and [4]. The boundary conditions are given by equations [5], [7] and [8], where the last two are presented with the velocity u_G and the shear stress $(\tau_{zx})_G$ of snow from the mathematical point of view.

Using the stress functions Φ_i ($i=0, 1, 2, 3$) listed in Table 1, the authors obtain equations from [17] to [21] as the components of stress and flow velocity of the snow. The notations of the constants and the functions in these equations are given in [11], [13], [22], [23] and [24].

Figure 2 shows the distribution of the components of stress and flow velocity of snow when $\zeta_0=0.5$ ($\lambda=12.6$ h) and the angle of the slope inclination $\alpha=30^\circ$. The distributions of

σ_x/W and σ_z/W are given in figure (a), where the bars with pointed ends symbolize the positive (tensile) stresses and the bars with flat ends the negative (compressive) stresses. $W = \rho gh$ in which g is the acceleration of gravity.

Figure (a) shows that σ_x/W is positive, that is σ_x is the tensile stress at $\lambda/4$ of x and the area of the tensile stress is sandwiched by two broken lines B, on which $\sigma_x = 0$. σ_x/W at $\lambda/4$ of x on the snow surface and on the sloping ground are expressed in equations [27] and plotted against ζ_0 in figures (a) and (b) of Fig. 3 as the lines marked S' and G' respectively. Figure (a) is for the case of 30° of α and figure (b) for 45° , and in both the figures at point K, where $\zeta_0 = 1.1997$, S' is equal to zero. When ζ_0 becomes smaller than that of K and approaches to zero, S' and G' increase rapidly and will result in transversal crack formation across the snow cover.

If σ_x/W at $3\lambda/4$ of x on the snow surface and on the ground are expressed by S'' and G'' respectively, $S'' = -S'$ and $G'' = -G' - 2 \cos \alpha$. Then, when ζ_0 becomes smaller than that of point K and approaches to zero, S'' and G'' grow up rapidly in the negative sign and will lead to the crash or buckling of the snow cover.

Narita⁴⁾ measured the tensile strength of snow under a wide range of the strain rate of snow, with the following result. The minimum value of the strength was 2×10^4 N/m² for the snow with the density of 300 kg/m³. If h , the thickness of the snow cover, is 1 or 2 m, then $\sigma_x/W = 6.7$ or 3.3 respectively. Then if ζ_0 is not close to zero, in other words, if the distance between each row of fences is not too great, the snow is safe from being broken even if the height of a fence is very low as compared with the thickness of snow.