



HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|------------------|---|
| Title | 氷晶分離の際の輸送方程式 |
| Author(s) | 堀口, 薫; HORIGUCHI, Kaoru |
| Citation | 低温科学. 物理篇, 51, 151-158 |
| Issue Date | 1993-03-25 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/18620 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 51_p151-158.pdf |



氷晶分離の際の輸送方程式*

堀 口 薫

(低温科学研究所)

(平成4年11月受理)

Abstract : Ice segregation in a wet porous medium is a nonequilibrium phenomenon with simultaneous transport of water and heat. In the case of ice segregation under overburden pressure, water moves from the low pressure side in the unfrozen part to the high pressure side in the unfrozen film water between the growing ice and a particle. This means that the driving force of water transport is not due to the difference in these mechanical pressures. In order to clarify the source of the driving force of water transport, we have introduced the Osmotic model and proposed the coupled rate equations of water and heat transport. Using these equations, we have discussed the relationships among water flux, freezing temperature, supercooling of the unfrozen film water and heaving(osmotic) pressure.

要旨 : 氷晶分離は水と熱の同時輸送を伴う非平衡な現象である。上載圧下でもこの現象は起こり水は圧力の低い所から圧力の高い凍結面の不凍水(水膜)の所に移動する。このことは上記の圧力差がダルシー則に従って水が流れる駆動力でないことを示している。凍結面に水を引き寄せる原因が何であるかを理解するために、非平衡状態にまで拡張した Osmotic model を用いて氷晶分離現象を考察し、水と熱の同時輸送の方程式を得た。提案した一般式はこれまで用いられていた方程式とは異なるが、一方向からの冷却により氷晶分離が起こるときには両者は一致する。また、一般式を用いて水の吸引速度、凍結面の不凍水の過冷却度、凍結温度、凍上(浸透)圧などの間の関係について考慮した。

Key words : Coupled rate equations, Heaving (osmotic) pressure, Ice segregation, Local equilibrium, Unfrozen water

キーワード : 局所的平衡, 凍上(浸透)圧, 同時輸送方程式, 氷晶分離, 不凍水

* 北海道大学低温科学研究所業績 第3634号

1. はじめに

氷晶分離現象は物質（水）と熱の同時輸送を伴う現象であり、これまでも凍上現象をはじめとして多くの研究が行われて来た。しかし、巨視的にも微視的にも、この現象を十分に理解するまでには至っていないのが現状である。

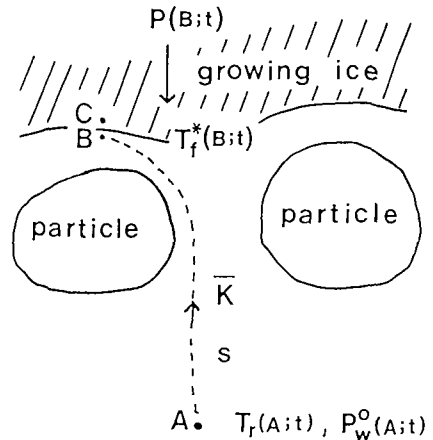
Konrad 等¹⁾(1981)は Final ice lens(FIL)の成長速度は末凍土側(Frozen fringe)の温度勾配に比例するという実験結果を得た。その後、多くの人達によって追試され、この結果は支持されている。一方、Ishizaki²⁾(1985)は、FILの成長速度は氷が成長しているところの温度（凍結温度）自身に正比例するという実験結果を得た。Ozawa³⁾(1989)は、低温恒温槽中でミリポア・フィルターの上に氷を成長させる実験を行ない、Ishizakiと同じ結論を得た。また、Vignes 等⁴⁾(1974)は毛細管の一端から氷を成長させる実験を行い、その成長速度は毛細管中の水の温度勾配には依らず、凍結温度に依存するという実験結果を報告している。氷晶分離現象を理解するためには、一見矛盾するように見えるこれらの実験結果を自己矛盾なく説明できるようなモデルが必要である。

氷晶分離現象を記述する方程式としては、不可逆過程の熱力学で求められた次式が用いられて来た⁵⁻⁹⁾。すなわち、 $J_i = \sum_j L_{ij} X_j$ 、ここで X は流束 J を引きおこす駆動力であり、 L は速度係数で $L_{ij} = L_{ji}$ の関係がある。しかし、Lewis 等¹⁰⁾(1961)によると、この式は物質が同じ状態（気体、液体または固体）を保ちながら不可逆的に移動するとき成り立つ式である。したがって、この式を氷晶分離現象に適用するにあたっては駆動力の意味が Lewis 等の場合と異なってくるし、その適用限界も存在するはずであるが、これらの点に関しては明確でないのが現状である。その理由としては、凍結面に於ける不凍水（水膜）中の応力分布に対する理解が一致していないことがあげられる。

この論文では、先に提案した Osmotic model¹¹⁾を基礎にして、上載荷重のもとで氷(FIL)が成長しているとき、水と熱の同時輸送を記述する方程式を、Lewis 等とは異なった方法で求め、その妥当性について検討する。

II. 輸送方程式

凍結面で氷(FIL)が成長している状況を第1図に示す、ここでは粒子は固定して、氷は上方に成長しているとする。位置 A は温度が $T_r(A;t)k$ で圧力が $P_w^0(A;t)$ の純水がある基準点で、 t は時刻を示す。位置 B は粒子と氷との間にあって、成長しつつある氷に接している水膜を示す。A と B との間の見



第1図 凍結面の状況の模式図
A：基準点, B：成長しつつある氷と接している水膜, C：成長しつつある氷の下面

かけ透水係数と距離を、それぞれ、 \bar{K} と s とする。位置CはBと接しているの、その温度と力学的な圧力は等しいと考え、それぞれ、 $T_f^*(B;t)$ と $P(B;t)$ とする。ここで、*印は氷が成長しつつあることを示す。Osmotic model では、不凍水として存在する水膜は粒子の表面電荷のために形成された拡散電気二重層からなっている。このため水膜内には Counter ions によって生ずる浸透圧の急激な分布が存在する。浸透圧は曲率効果で説明することはできない。したがって、ここでは水膜-氷界面の曲率によって生ずる Laplace pressure jump は考慮しないことにする。

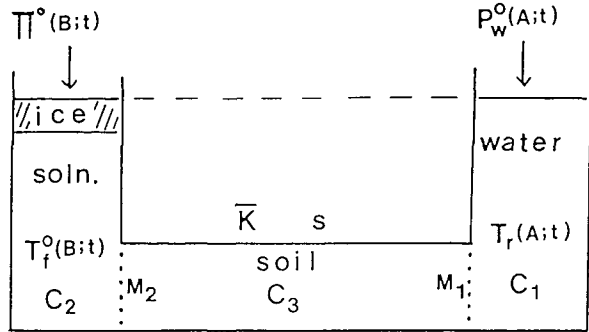
第1図の特徴を浸透圧計を用いて第2図に示す。第2図(a)は2つの固定した半透膜 M_1 と M_2 でくぎられた3つの区画 C_1, C_2 および C_3 をしめす。温度 $T_r(A;t)$ の C_1 には圧力 $P_w^0(A;t)$ の純水が入っている。温度 $T_f^0(B;t)$ の C_2 には純氷と第1図の位置Bと同じ濃度の溶液が入っていて、浸透圧 $\Pi^0(B;t)$ のもとで C_2 の溶液と C_1 の純水は平衡状態にある。 C_3 には粒子と水が入っていて、 M_1 と M_2 との間の見かけ透水係数と距離を、それぞれ、 \bar{K} と s とする。浸透圧の定義により、 $\Pi^0(B;t)$ は次式で与えられる。

$$\Pi^0(B;t) = P(B;t) - P_w^0(A;t) \quad (1)$$

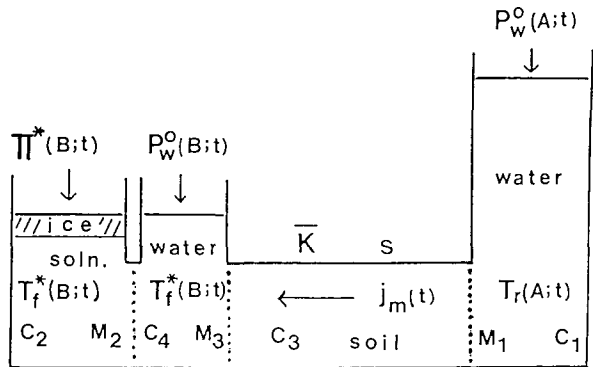
我々の考察の対象では、 $T_r(A;t)$ と $T_f^0(B;t)$ の違いは小さいので、浸透圧に対する温度の影響は無視することにする。

氷晶分離現象は、本来、非平衡な現象である。Osmotic model による

と、 C_2 の温度が低下してその中の氷が成長すると、 C_2 の濃度が濃くなる。その結果、 C_3 を通して C_1 から C_2 に水が流れる。この非平衡現象に平衡熱力学を適用するために第2図(b)に示すように C_2 と C_3 の間に純水の入っている C_4 を仮想的に挿入し、その圧力を $P_w^0(B;t)$ とする。また、圧力が $P(B;t)$ である C_2 の中にある溶液と圧力が $P_w^0(B;t)$ の C_4 の中にある純水とは、常に、力学的平衡状態にあると考える。仮想的に C_4 を導入したことによって、第1図のB点に於ける局所的な平衡の条件を具体的に現すことができる。すなわち、第2図(b)に示した非平衡状態に於ける浸透圧 $\Pi^*(B;t)$ は、定義により、



(a)



(b)

第2図 浸透圧計

(a) 平衡状態, (b) 非平衡状態, 但し C_2 と C_4 は局所的な平衡にある

$$\Pi^*(B;t) = P(B;t) - P_w^o(B;t) \quad (2)$$

である。非平衡状態では、純水の入っている C₁と C₄の間には圧力差が存在する。この圧力差によってダルシー則に従って水が C₁から C₄に流れるとすると、水の質量流束 $J_m(t)$ は次式で与えられる。

$$J_m(t) = \frac{\bar{K}}{g} \frac{P_w^o(B;t) - P_w^o(A;t)}{s} \quad (3)$$

ここで、 g は重力の加速度である。仮想的に導入した C₄の圧力 $P_w^o(B;t)$ は実測することはできないけれども、C₄中の純水と C₂中の純氷が、つねに、平衡状態にあることから、クラウジウス・クラペイロンの式を用いて $P_w^o(B;t)$ を求めると

$$P_w^o(B;t) = \frac{L}{\bar{v}_w T_0} [T_f^*(B;t) - T_0] + \frac{\bar{v}_i}{\bar{v}_w} [P(B;t) - P_0] + P_0 \quad (4)$$

となる。ここで、 L 、 T_0 、 P_0 は、それぞれ、氷の融解潜熱、0°C、大気圧であり、 \bar{v}_w と \bar{v}_i はそれぞれ、水と氷の比容である。したがって、 $J_m(t)$ は

$$J_m(t) = -\frac{\bar{v}_i \bar{K}}{\bar{v}_w g s} [P(B;t) - P_0] - \frac{\bar{K} L}{\bar{v}_w g s T_0} [T_f^*(B;t) - T_0] + \frac{\bar{K}}{g s} [P_w^o(A;t) - P_0] \quad (5)$$

となる。この式から、上載圧 $P(B;t)$ と基準点の圧力 $P_w^o(A;t)$ とが与えられた条件下では、物質流束 $J_m(t)$ は凍結面の温度 $T_f^*(B;t)$ のみの関数であり、基準点の温度 $T_r(A;t)$ には依存しないことがわかる。不可逆過程の熱力学で用いられている駆動力 X を用いて $J_m(t)$ を表示すると次のようになる。

$$J_m(t) = L_{mm} X_m + L_{mh} X_h + L'_m X' + L''_m X'' \quad (6)$$

ここで、 $X_m = \bar{v}_m \Delta P^* / T$ は A 点と B 点の圧力差に起因する駆動力であり、我々の場合には $\Delta P^* = P(B;t) - P_w^o(A;t)$ が正であるので、 X_m は負である、 $X_h = -\Delta T^* / T_0 T$ は A 点と B 点の温度差 $\Delta T^* = T_f^*(B;t) - T_r(A;t)$ に起因する駆動力、 $X' = -\bar{v}_w \Delta P^{**} / T'$ は A 点の水圧と大気圧との違い $\Delta P^{**} = P_w^o(A;t) - P_0$ に起因する駆動力、 $X'' = -\Delta T^{**} / T_0 T'$ は A 点の温度と T_0 との差 $\Delta T^{**} = T_r(A;t) - T_0$ に起因する駆動力である。また、 $L_{mm} = \bar{v}_i \bar{K} T_0 / (\bar{v}_w)^2 g s$ 、 $L_{mh} = \bar{K} L T / \bar{v}_w g s$ 、 $L'_m = (\bar{v}_i / \bar{v}_w - 1) \bar{K} T' / \bar{v}_w g s$ 、 $L''_m = \bar{K} L T' / \bar{v}_w g s$ 、 $T = [T_f^*(B;t) + T_r(A;t)] / 2$ 、 $T' = [T_r(A;t) + T_0] / 2$ である。

一方、伝導以外の熱伝達が無視できるような場合には、 $J_m(t)$ の物質流束があるためには、第 1 図の A 点から C 点に、次式で与えられるだけの熱流束 $J_h(t)$ が存在しなければならない

$$J_h(t) = L \cdot J_m(t) - k \frac{T_f^*(B;t) - T_r(A;t)}{s}$$

ここで、 k は A 点と B 点の間の熱伝導率である。この式に (5) 式の $J_m(t)$ を代入して、駆動力 X を用いて書き換えると、

$$J_h(t) = L_{hm}X_m + L_{hh}X_h + L'_hX' + L''_hX'' \quad (7)$$

となる。ここで、 $L_{hm} = \bar{v}_i \bar{K} L T / (\bar{v}_w)^2 g S$, $L_{hh} = k T_o T / s + \bar{K} L T / \bar{v}_w g S$, $L'_h = (\bar{v}_i / \bar{v}_w - 1) \bar{K} L T' / \bar{v}_w g S$, $L''_h = \bar{K} L T' / \bar{v}_w g S$ である。

III. 考 察

これまでにも、不可逆過程の熱力学から求めた物質と熱の同時輸送の方程式を氷晶分離現象の記述に適用した報告がある(例えば、Forland 等⁹⁾)。彼らの用いた方程式と前節で求めた物質流束 $J_m(t)$ と熱流束 $J_h(t)$ を比較検討する。また、既に報告されている凍上速度と凍結温度の関係や凍上圧などの実験結果についても考察する。

1. 一方向より冷却したときの輸送方程式

Vignes 等や Ozawa 等の実験でみられるように、多方向から同時に冷却しても氷晶分離現象は観察される。しかし、自然界の季節凍結のように、一方向から冷却されるような状況は多く、広く研究されている。ここでは、一方向からの冷却について考察し、多方向からの冷却については改めて別に報告することにする。一方向から冷却するときには、未凍土側に温度が T_o の所が必ず存在する。その場所を基準点 A に述べは、 $\Delta T^{**} = T_r(A;t) - T_o$ はゼロである。更に、A 点の水圧が大気圧に近く、 $\Delta P^{**} = P_w(A;t) - P_o$ を無視することができるような条件のときには、物質流束 $J_m(t)$ と熱流束 $J_h(t)$ は次のように簡単になる

$$\begin{aligned} J_m(t) &= L_{mm}X_m + L_{mh}X_h \\ J_h(t) &= L_{hm}X_m + L_{hh}X_h. \end{aligned} \quad (8)$$

この(8)式は、Forland 等が流束が圧力差と温度差による駆動力に依存するとして用いた次式と同じ形をしている。

$$\begin{aligned} J_w &= L_{11}(-\bar{v}_i \Delta P) + L_{12}(-\Delta T/T) \\ J_q &= L_{21}(-\bar{v}_i \Delta P) + L_{22}(-\Delta T/T), \end{aligned} \quad (8)'$$

ここで、 J_w , J_q , L は、それぞれ、物質流束、熱流束、速度係数である。彼等は個々の速度係数を次の様にして求めている。すなわち、等温過程 ($\Delta T = 0$) での物質流束はダルシー則に従うとし、 L_{11} を透水係数の関数として求め、等圧過程 ($\Delta P = 0$) での熱流束はフーリエの法則に従うとし、 L_{22} を熱伝導率の関数として求める。また、 L_{11}/L_{21} は等温過程での潜熱に等しく、 L_{12} と L_{21} との間には相反関係、 $L_{12} = L_{21}$, が成立しているとした。我々の求めた(8)式と Forland 等が用いた(8)'式との間には次のような違いがある。第1は、(8)式では、 $\Delta T^{**} = 0$ と $\Delta P^{**} = 0$ という適用限界があるが、個々の速度係数は透水係数や熱伝導率などの関数としてすでに決定されていることである。第2の点は、上載荷重のあるときには $\Delta P^* = P(B;t) - P_w(A;t)$ は正であり、Forland 等が述べているような等圧過程は考えることができない。更

に、上載荷重があると凍結温度は T_o よりも低くなるので、等温過程も考えることができない。第3の点は速度係数の相反関係であり、(8)式では $L_{mh} = \frac{\bar{v}_i}{\bar{v}_w} L_{hm}$ である、この違いは今後の課題である。

2. 物質流束 $J_m(t)$ と凍結温度の関係

Vignes 等, Ishizaki, Ozawa 等の実験によると、氷(FIL)の成長速度は凍結面の過冷却度に正比例する。我々の求めた式を用いて上記の関係を考察する。氷が成長しつつある非平衡状態での凍結温度 $T_f^*(B;t)$ は、(5)式から

$$T_f^*(B;t) = \left\{ 1 - \frac{\bar{v}_i}{L} [P(B;t) - P_o] + \frac{\bar{v}_w}{L} [P_w^o(A;t) - P_o] - \frac{\bar{v}_i g S}{KL} J_m(t) \right\} T_o \quad (9)$$

である。 $J_m(t)$ がゼロのときの $T_f^*(B;t)$ を $T_f^o(B;t)$ で表わし、水と氷の平衡温度と呼ぶことにする。この平衡温度は(9)式より

$$T_f^o(B;t) = \left\{ 1 - \frac{\bar{v}_i}{L} [P(B;t) - P_o] + \frac{\bar{v}_w}{L} [P_w^o(A;t) - P_o] \right\} T_o \quad (10)$$

である。我々は第1図B点の水膜の圧力 $P(B;t)$ とC点の氷の圧力 $P(C;t)$ は等しいと仮定しているので、(10)式は広義のクラウジス・クラペイロンの式に一致する。熱的条件が氷晶分離現象を律速していないような状況、つまり透水性が悪く物質流束が氷晶分離現象を律速しているときには、(9)式と(10)式より物質流束 J_m と凍結温度 $T_f^*(B;t)$ の間には次の関係がある

$$J_m(t) = \frac{KL}{\bar{v}_w g T_o S} [T_f^o(B;t) - T_f^*(B;t)] \quad (11)$$

平衡温度と凍結温度との差、 $T_f^o(B;t) - T_f^*(B;t)$ はB点の水膜の過冷却度である。したがって、過冷却度が大きい程、氷の成長速度も大きいという結論を得る。熱流速が氷晶分離現象を律速するような場合については別に報告する予定である。

3. 凍上圧 (氷晶分離圧) に対する解釈

Osmotic model によると、氷が成長しつつある非平衡状態であれ成長の止まった平衡状態であれ、B点の水膜の浸透圧が凍上圧に対応する。したがって、平衡状態の凍上圧 $\Pi^o(B;t)$ は、(1)式と(10)式から $P(B;t)$ を消去することにより求まる。すなわち、

$$\Pi^o(B;t) = -\frac{L}{\bar{v}_i T_o} [T_f^o(B;t) - T_o] + \frac{\bar{v}_w - \bar{v}_i}{\bar{v}_i} [P_w^o(A;t) - P_o]. \quad (12)$$

あるいは、 $P(B;t)$ の代わりに $P_w^o(A;t)$ を消去すると、次式を得る

$$\Pi^o(B;t) = \frac{L}{\bar{v}_w T_o} [T_f^o(B;t) - T_o] + \frac{\bar{v}_w - \bar{v}_i}{\bar{v}_w} [P(B;t) - P_o]. \quad (13)$$

したがって、変数として何を選ぶかによって、平衡凍上圧は3通りの方法で求めることが出来ることがわかる。第1の方法は、変数として上載圧 $P(B;t)$ と基準点の水圧 $P_w^o(A;t)$ を選び、(1)式から $\Pi^o(B;t)$ を求める方法である Sutherland 等¹²⁾ や Takashi 等¹³⁾ は、この方法によって平衡凍上圧を求め、実測値と計算値のよい一致を得た。第2の方法は、変数として $T_f^o(B;t)$ と

$P_w^o(A;t)$ を選び, (12) 式を用いる方法である。(12) 式の右辺第 2 項が省略できるような実験条件下で, Radd 等¹⁴⁾が実験を行い計算値に近い実測値を得ている。第 3 の方法は, 変数として $T_f^o(B;t)$ と $P(B;t)$ を選び, (13) 式を用いる方法である。氷晶分離現象に対してこの方法を用いた実験はない。しかし, 右辺第 2 項が無視できるような条件下, つまり大気圧下での希薄溶液の浸透圧は溶液の氷点降下度 $T_o - T_f^o(B;t)$ との間に (13) 式のような関係があることは広く知られている¹⁵⁾。

一方, 氷が成長しつつある非平衡状態での凍上圧 $\Pi^*(B;t)$ は, (1) ~ (3) 式より次のように表わすことが出来る。

$$\Pi^*(B;t) = \Pi^o(B;t) + \frac{gs}{K} J_m(t). \quad (14)$$

この論文では, 第 1 図に示したように, 1 ヶ所で氷が成長している場合を考慮している。このようなときには, (14) 式から, 非平衡凍上圧 $\Pi^*(B;t)$ は平衡凍上圧 $\Pi^o(B;t)$ よりも大きい。この結果は, 非平衡状態のときは平衡状態のときよりも凍結温度が低いことを考えれば妥当である。

4. 非平衡状態へのクラウジウス・クラペイロンの式の拡張

次に, 非平衡状態における浸透圧, 凍結温度および上載圧との間の関係を考察する。(4) 式で水膜の圧力 $P(B;t)$ の代わりに C 点の氷の圧力 $P(C;t)$ を開いて書き変えると

$$\bar{v}_w [P_w^o(B;t) - P_o] - \bar{v}_i [P(C;t) - P_o] = \frac{L}{T_o} [T_f^*(B;t) - T_o] \quad (15)$$

となる。(2) 式の $P_w^o(B;t)$ を上記の式に代入すると, 非平衡状態に拡張されたクラウジウス・クラペイロンの式として次式を得る

$$\bar{v}_w [U_w(B;t) - \Pi^*(B;t)] - \bar{v}_i U_i(C;t) = \frac{L}{T_o} [T_f^*(B;t) - T_o], \quad (16)$$

ここで, $U_w(B;t)$ と $U_i(C;t)$ は, それぞれ, $P(B;t) - P_o$ と $P(C;t) - P_o$ である。

氷の成長が止まった平衡状態に対しては, (16) 式は Miller¹⁶⁾の求めた次式となる

$$\bar{v}_w [U_w(B;t) - \Pi^o(B;t)] - \bar{v}_i U_i(C;t) = \frac{L}{T_o} [T_f^o(B;t) - T_o]. \quad (17)$$

記号は異なるけれども, この式の物理的内容は (13) 式と同じである。

IV. 結 論

氷晶分離は温度と圧力の場合が複雑に関係する現象であり, これまでにも多くの研究者によってこの現象を数式で記述する試みが行われて来た。しかし, 上載荷重を受けて高い圧力状態にある氷と粒子の間の凍結面に, 圧力の低い所から水が吸引されてくる原因に関しては一致した見解がなかった。これは不凍水の性質であるとする説や凍結面付近はブラック・ボックスとして立ち入らない研究者もいる。しかし, 著者は不凍水は一種の溶液であると仮定し, 凍結面直

下の不凍水（水膜）が大きな上載荷重を受けていながら，なおかつ圧力の低い所から水を吸引することができることを，第2図(b)の区画C₄を導入することによって理解した。

第1節で述べた一見矛盾するような氷の成長速度と温度場との関係も次の様に考えると明らかになる。すなわち，氷の成長速度は，熱的条件が満たされていれば，つねに凍結面の過冷却度に正比例する。しかし，一方からの冷却で， $\Delta T^{**}=0$ と $\Delta P^{**}=0$ の条件が満たされるような場合には，氷の成長速度は未凍土側の温度勾配に比例することがわかった。また，凍上圧は3つの方法で測定することができ，このうち2つはすでに実行されている凍上圧測定方法の理論的な裏付けとなる。さらに，広義のクラジウス・クラペイロンの式は，平衡温度と平衡浸透圧を非平衡時の値に変えれば，非平衡状態に対しても適用できることがわかった。

文 献

- 1) Konrad, J.M, N.R. Morgenstern 1918 The segregation potential of a freezing soil. *Can. Geotech. J.*, **18**, 482-491.
- 2) Ishizaki, T. 1985 Experimental study of frost heaving of saturated soils under overburden pressure. PhD. Thesis, Hokkaido Univ., Sapporo, Japan.
- 3) Ozawa, H., S. Kinoshita 1989 Segregated ice growth on a microporous filter. *J. Colloid Interface Sci.*, **132**, 113-124.
- 4) Vignes, M., K.M. Dijikema 1974 A model for the freezing of water in a dispersed medium. *J. Colloid Interface Sci.*, **49**, 165-172.
- 5) kay, B.D., P.H. Groenvelt 1974 On the interaction of water and heat transport in frozen and unfrozen soils : I. Basic theory ; The vapour phase. *Proc. Soil Sci. Soc. of America*, **38**, 395-400.
- 6) Miller, R.D., J.P.G. Loch, E. Bresler 1975 Transport of water in a frozen permeameter. *Proc. Soil Sci Soc. of America*, **39**, 1029-1036.
- 7) Derjaguin, B.V., N.V. churaev 1978 The theory of frost heaving, *J. Colloid Interface sci.*, **67**, 391-396.
- 8) Ratkje, S.K., H. Yamamoto, T. Takashi, T. Ohrai, J. Okamoto 1982 The hydraulic conductivity of soils during frost heave. *Frost Jord*, **24**, 22-26.
- 9) Foravd, K.S., T. Forland, s.k. Ratkje 1988 Frost have. *In Proc. 5th Int. cont. on Permafrost, Trondheim, Norway* , P.344-348.
- 10) Horiguchi, K. 1987 An osmotic model for soil freezing. *Cold Regions Sci. and Technol.*, **14**, 13-22.
- 11) Lewis, G.N., M. Randall 1961 Thermodynamic, McGraw-Hill Book company, INC., New York, 723 pp.
- 12) Sutherland, H.B., P.N. Gaskin 1973 Pore water and heaving pressures developed in partially frozen soils. *In Proc. 2nd Int. Conf. on permafrost, North Amer. Contrib.*, 409-419.
- 13) Takashi, T., T. Ohrai, H. Yamamoto, J. Okamoto 1981 Upper limit of heaving pressure derived by pore-water pressure measurements of partially frozen soil. *Engineering Geology*, **18**, 245-257.
- 14) Radd, F.J., D.H. Oertle 1973 Experimental pressure studies of frost-heave mechanisms and growth fusion behaviour of ice. *In proc. 2nd Int. cont. on permafrost, North Amer. Contrib.*, 377-384.
- 15) Glasstone, s. 1946 Textbook of physical chemistry, Macmillan, London, 1320 pp.
- 16) Miller, R.D. 1980 Freezing phenomena in soils (chapter 11). *In applications of soil physics* (D. Hillel, ed), Academic Press, New York, 385 pp.