明治検定期算術教科書における分数除法の教育内容構成

―― 第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として ――

岡　野　　勉

（新潟大学教育人間科学部）

目　　次

0．は　じ　め　に

⑴　目的と課題

本研究の目的は，歴史的に形成されてきた教科教育の「基礎・基本」の内実を解明する研究[(1)]の一環として，学校数学としての分数論の原型の形成過程を，特に教科書内容の分析を通して，解明することである。

学校数学としての分数論の原型は，明治検定期において，その形成が開始され，国定教科書の成立によって一つの到達点に至ったと見ることができる。ただし，その形成過程は，それ自体，独立した形で存在するわけではなく，初等数学教育の内容としての分数論との相互対立の過程を，その重要な契機として含む[(2)]。本論文においては，初等数学教育の内容としての分数論に焦点を当て，それが形成されたと見られる第Ⅰ期・前期（明治19年頃から明治26年頃まで）の教科書における分数除法に関する教育内容構成の特徴を解明することを課題とする[(3)(4)]。

なお，第Ⅰ期・後期（明治27年頃から明治33年頃まで）および第Ⅱ期（明治33年頃から国定教科書の成立前まで）の教科書においては，初等数学教育の内容としての分数論に対する部分的な変容が進行し，それを通して，学校数学としての分数論の原型が形成されたと見ることができる。この過程の解明については今後の課題とする。

⑵　対象の設定

本論文において主要な分析対象とする教科書を次に示す（発行順）[5][6][7][8]。

①　古川凹編輯『小學筆算書』巻之四，集英堂，1886（明治19）年。

②　中條澄清著『小學高等科筆算書』巻之二，修静館，1887（明治20）年。

③　佐久間文太郎編『高等小學筆算全書』巻一，金港堂書籍，1887（明治20）年。

④　下河邊半五郎編纂『小學校教師用筆算書』第一，訂正再版，普及舎，1888（明治21）年。

⑤　小笠原利孝編『小學筆算教科書』巻之六，訂正再版，岡安・水谷両書房，1888（明治21）年。

⑥　樺正董編『開発算数學』巻之一，訂正版，中田書店，1891（明治24）年。

上記の教科書は，次の2点において歴史的な性格を備えている。ここでは，「開発主義」教授理論および「理論流義算術」との関連について説明すると同時に，研究の対象を設定する。

第一に，上記の内，佐久間文太郎（③），小笠原利孝（⑤），樺正董（⑥）の教科書については，当時，日本に導入された「開発主義」教授理論の，算術教育における具体化を示す事例として位置付けることが可能である。「開発主義」教授理論は，明治11年，高嶺秀夫，伊沢修二らによって，東京師範学校，同附属小学校に本格的な形で導入された。それは，若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（全5巻，明治16年）等の教授法書により，明治10年代後半から20年代初旬にかけて，広く普及した[9]。

佐久間文太郎（③），小笠原利孝（⑤），樺正董（⑥）の教科書においては，「開発主義」教授理論との関連を示す記述として，「可成(なるべく)的開発ヲ主トシ」（③），「開発ノ主義ニ由リ」（⑤），「問答ニテ数理ヲ解明セリ」（⑥）等の記述（「緒言」，「例言」等）が見られる。実際，上記の教科書において，教育内容は問答形式によって記述されており，この点は，上記の教科書が備えている特徴の一つである。また，佐久間文太郎の教科書（③）における次の記述は，当時における「開発主義」教授理論の流行に対する批判として注目に値する。「開発トハ其原質タルベキ観念アリテ之ヲ啓発スベキモノナルニ，世間漫ニ開発法ト称シ生徒ノ意中嘗テ観念ナキモノヲ啓発セントスルガ如キ幣ナキニシモアラズ。是レ心意開発法ノ真意ヲ誤レルモノト云フベシ」（「例言」）。

上記の点を含め，本論文において，「開発主義」教授理論との関連については，教科書における教育内容構成の特徴との関連において，検討することにする。

第二に，下河邊半五郎（④），樺正董（⑥）の教科書は，当時，「一代を風靡した」[10]，「理論流義算術」の，「小学教育内」への「闖入」の具体例としての性格を備えている。「実際理論流義ノ算術ハ，短カキ年月ノ間ニ，数学教員ヲ養生スルヲ目的トスル特殊ノ教育ヲ捲(ママ)席シ，進ンデ普通教育領ヲ蚕食シ，其ノ勢ノ猖獗ナルニ当ツテハ，遂ニ小学教育内ニマデ闖入スルニ至レリ」[11][12]。

「理論流義算術」とは，寺尾寿が，その留学中に学んだフランス流の算術を，帰国（明治16年）後，東京物理学講習所（当時）の算術の講義において再構成したものであり，次の3点を

主要な特徴とする。第一に，算術教育の目的設定において，「学問としての数学」を志向する立場を明確な形で示した（「元来算術ハ一種ノ学（サイエンス）ナリ。世人ハ之ヲ何ト呼ブトモ，決シテ単ニ術（アーツ）ニハ非ズ」）。第二に，数学を量に関する学問として規定し，その一領域として算術を位置付けた（「数学トハ計リ得ベキ量ノ学問ノ総称ナリ」，「算術トハ数学ノ一部分ニシテ，数ノ学問ナリ」）。第三に，学問としての数学の方法に従い，「定義」，「定理」，「法則」等によって構成される，理論的な算術教育の内容を提示した。第三の特徴は，当時，流行していた，問題解法を主要な内容とする「三千題流」の算術教育に対する批判であった（「問題ハ固ヨリ甚ダ重要ノモノナリ。然レドモ，絶エテ定義ヲモ授ケズ，定理ヲモ証明セズ，唯問題ノミニヨリテ算術ヲ教ヘントスルハ，授業法ノ宜シキヲ得タルモノニ非ス」）[13]。

樺正董の教科書（⑥）においては，「本書ハ，バルナースミス氏算術書及理學博士寺尾寿氏ノ算術教科書ニ據リ，予ノ考案ヲ以テ解釈セシ所多シ」と記されている（「緒言」）[14]。ここで，「寺尾寿氏ノ算術教科書」とは，寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』（敬業社，1888（明治 21）年）を指すものと見られる。

寺尾の教科書との関連については，下河邊半五郎の教科書（④）も注目される。例えば，第一に，量の表現として数を説明している。「数ノ観念ハ物ノ集合複雑シタルヨリ起ルモノナリ」（「総論」）。第二に，「量」について，「単一ナルモノノ若干集合セシモノヨリ成ル」量と「之ヲ増減スルニ必シモ全キ一個或ハ数個ヲ以テセザルモ，任意ノ少量ヲ以テスルヲ得ベキモノ」の区別――現代の表現によれば，分離量と連続量の区別――に関する説明が行われている（「分数解明」）。上記 2 点は，同時に，寺尾の教科書が備えていた重要な特徴である[15]。

寺尾の教科書との関連については，中條澄清の教科書（②）も注目される。中谷太郎は，中條の教科書について，「数計算の意味と法則はかなり念入りに扱っている」点，「問題の中ではあるが，計算法則を意識させようとしている」点を指摘し，「はじめから理論算術的色彩のつよい本」であると評価している。そして，この点に，「寺尾算術の影響」を見ている。「当時すでに寺尾算術の『カンテラ版ずり』が出まわっていたから，中条がこのカンテラ版ずりを参考にしたであろうことは，想像にかたくない」[16]。小林重章も，中條の教科書の特徴として，「数計算の意味や諸概念の理解に意を用い」る，「『算理』重視の考え方」を指摘し，この点に，「新しい算術教育の理論――とくに『理論算術』の影響がうかがえる」と指摘している[17]。

両者の指摘は，中條澄清の教科書（②）の特徴を，寺尾寿による「理論流義算術」の「影響」として理解する点において共通している。これに対して，須田勝彦は「正確ではない」と指摘している。そして，雑誌『数理会堂』の記事，明治初期における中條の教科書の特徴等を新たな根拠として，両者の関係について，上記とは異なる見方を示している。「数学及び算術の学問対象について，それを教科書において明記しようとする試みは中条によって 1876 年（明治 9 年）からすでになされたのであり，後にフランスから帰国した寺尾が東京物理学講習所の講義を通して，それをより洗練された内容で復活させたのである」[18]。

これに対して，本論文においては，主要な対象を，寺尾寿による「理論流義算術」と中條澄清の教科書の関係ではなく，中條澄清の教科書における教育内容の構成に設定する。中條については，「初等数学教育研究の先駆者」[19]あるいは「算術教育の学問的構成を志向した先駆の一人」[20]と評価されている。本論文においては，中條の教科書の内容それ自体を対象として設定し，その特徴を明らかにすることを試みる。それにより，上記の評価の内実または根拠を，分数除法の教育内容構成に即した形で，具体的に解明することを課題とする。寺尾寿による「理

論流義算術」との関連については，下河邊半五郎（④），樺正董（⑥）の教科書についても対象に加え，終章において，総括的な評価を行うことにする。[21]

⑶　方法の設定

本論文の課題は，明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書における分数除法の教育内容構成の特徴を明らかにすることである。そのために，本論文においては，次の4つの視点を設定し，それにもとづく教科書内容の分析を試みる。

⑴　分数除法の教育内容が，どのような観点に従って分類され，どのような順序に従って構成されているか。また，それらが，学年別に，どのような方法に従って編成されているか。

⑵　分数除法の意味について，どのような説明の論理が構成されているか。その論理において，整数除法の意味に関する説明の論理との間に《連続性》が見られるか。

⑶　分数除法の方法（計算規則）およびその相互関係について，どのような説明の論理が構成されているか。

⑷　分数除法の代数的な側面に関する説明が行われているか。

本論文において用いた教科書は，主として，東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」または国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館所蔵のものである。ほとんどの教科書において原文は縦書きであるが，引用にあたっては，横書きに直すと同時に，部分的に現代の字体・記法に改め，必要に応じて句読点を補った。引用については，必要に応じて，[　]による注記を行った。煩雑を避けるため，ページ数の注記については省略し，対応する教科書の項目名を（　）内に示した。本文において，教育内容を表現する重要な用語には《　》を付した。

《註》

⑴　数学，自然科学，言語の各領域における研究成果については次を参照。①『教科書における科学教材の研究――日本の公教育成立・形成期に限定して』平成8～9年度，科学研究費補助金（基盤研究(C)⑵，研究代表者：須田勝彦）研究成果報告書，1998年。②『教科書に見る科学教育の基礎・基本――日本の公教育成立・形成期に限定して』平成13～14年度，科学研究費補助金（基盤研究(C)⑵，研究代表者：須田勝彦）研究成果報告書，2003年。

⑵　数学教育の歴史は，その目的設定において「学問としての数学」を志向する立場とそれを否定する立場との相互対立および相互浸透の過程としてとらえることができる。この観点にもとづく歴史記述として次を参照。須田勝彦「算数の教科書のあり方――算術から数学へ」柴田義松編『教科書』有斐閣，1983年。分数論においても，上記2つの立場を区別することが可能である。本論文は，この見方に基礎を置いている。

⑶　本研究における時期区分は，先行研究において行われている，法令を指標とする方法に対して，学問と教育の関係，教科書における教育内容構成の特徴を指標とする方法により，仮説的に設定したものである。

⑷　第Ⅰ期・前期の教科書における分数の教育内容構成については，次において，その特徴の解明を試みた。①岡野 勉「明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成――第Ⅰ期・前期における定義から加法・減法までを対象として」『カリキュラム研究』第10号，日本カリキュラム学会，2001年。②同「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成――第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第2号，日本数学教育史学会，2002年。

⑸　①②③⑤は東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」，④⑥は国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館，所蔵。

⑹　本論文において主要な分析対象とする教科書は，いずれも，『日本教科書大系』には収録されていない。ただし，『日本教科書大系 近代編 第 12 巻 算数⑶』（講談社，1963 年）には，「姉妹篇である『小學高等科筆算書』［教科書（②）］とともに検定時代初期の代表的な筆算教科書」（「所収教科書解題」，680 ページ）として，中條澄清著『小學尋常科筆算書』（寛裕舍，1887（明治 20）年，文部省検定済）が収録されている。

⑺　教科書検定については，次により，すべて合格している。①明治 20 年訂正版により，同年 3 月，②明治 21 年 3 月訂正版により，同年 4 月，③明治 21 年 11 月校正版により，同月，④明治 21 年 3 月訂正版により，同月，⑤明治 21 年 4 月訂正版により，同月，⑥明治 24 年 7 月訂正版により，同年 9 月。「算数教科書総目録」『日本教科書大系 近代編 第 14 巻 算数⑸』講談社，1964 年，69 ～ 75 ページ。

⑻　教科書採択の全国的な状況については不明である。ただし，地方教育史に関する文献により，都道府県における採用の事例を見出すことは可能である。例えば，古川凹の教科書（①）は北海道，秋田県，長野県において，中條澄清の教科書（②）は東京府において，小笠原利孝の教科書（⑤）は新潟県において，それぞれ，採用されている。山崎長吉『札幌教育史』上巻，第一法規出版，1986 年，234 ページ。秋田県教育委員会編『秋田県教育史』第 2 巻，資料編 2，秋田県教育史頒布会，1982 年，126 ページ。長野県教育史刊行会編『長野県教育史』第 5 巻，教育課程編 2，長野県教育史刊行会，1974 年，74 ページ。東京都杉並区教育委員会編『杉並区教育史』上巻，1966 年，437 ページ。新潟県教育百年史編さん委員会編『新潟県教育百年史』明治編，新潟県教育庁，1970 年，1170 ページ，1176 ページ。

⑼　稲垣忠彦『増補版　明治教授理論史研究』新評論，1995 年，52 ～ 53 ページ。

⑽　『数学教育の歴史』小倉金之助著作集 6，勁草書房，1974 年，255 ページ。

⑾　藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』三省堂書店，1895（明治 28）年，84 ページ。

⑿　当時における「理論流儀算術」の普及の動向については，次を参照。上垣渉「理論流儀算術はなぜ敗退したか？――寺尾『中等教育算術教科書』と藤沢『算術教科書』の比較を通して」『三重大学教育学部研究紀要（教育科学）』第 55 巻，2004 年，126 ～ 127 ページ。

⒀　寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻，敬業社，1888（明治 21）年，10 ～ 11 ページ（「緒言」），10 ～ 11 ページ（「序論」）。

⒁　樺正董（1863 ～ 1925）の経歴，学問歴については次に整理されている。「樺正董氏ノ逝去」『日本中等教育数学会雑誌』第 8 巻第 1 号，1926（大正 15）年 2 月。なお，教科書（⑥）の扉には，「元富山県尋常師範学校教諭，岐阜県尋常中学校教諭」と記されている。算術教科書としては，この他，次がある（いずれも，中学校，師範学校用教科書）。樺正董著『算術教科書』（学齢館戸田書房，明治 26 年初版，明治 33 年第 11 版，文部省検定済，新潟大学附属図書館所蔵），同著『算術教科書』（三省堂，明治 35 年初版，明治 42 年 11 版，文部省検定済，広島大学図書館所蔵）。前者においては，算術教育の目的が次のように記されている。「普通教育ノ目的トシテハ可成的算術ヲ学問トシテ秩序的ニ學バシムルコトハ恐ラクハ世ノ教育家ノ是認スル所ナルベク，予ノ本書ヲ編輯スル実ニ此趣旨ニ基キタルモノニシテ」（「緒言」）。

⒂　寺尾の教科書における表現は，「不連続量」，「連続セル量」である。寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻，敬業社，1888（明治 21）年，2 ～ 3 ページ（「序論」）。同じ内容を「分離量」，「連続量」と表現している教科書も見られる。野口保興著述『通信教授数理学　算数学之部』普及舎，第 3 版，1891（明治 24）年，12 ページ。

⒃　中谷太郎「日本数学教育史 8 寺尾寿の算術（その 3）」『数学教室』No.159，国土社，1967 年 1 月，20～21 ページ。

⒄　小林重章「総説」，仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成 第 8 巻 教師用書 4　算数篇』東京書籍，1983 年，737 ページ。

⒅　須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導――塚本明毅『筆算訓蒙』を中心にして」『教授学の探究』第 15 号，北海道大学教育学部教育方法学研究室，1998 年，6 ～ 7 ページ。

⒆　「彼の主宰した『数理会堂』が，他の多くの数学雑誌のように，徒らにいわゆる問題の解法を中心としない，教育的啓蒙的色彩の濃厚な，異色ある雑誌であったように，彼の小学教科書なども教育的に相当特色のある

ものであった。かような意味で，中条は確かに明治時代における初等数学教育研究の先駆者たるを失わないと思う」。『近代日本の数学』小倉金之助著作集 2，勁草書房，1973 年，208 ページ。中條澄清（1849～1897）の経歴，学問歴についても同書に整理されている。

⒇ 須田勝彦「教育史研究の有効性について――教科教育史の立場から」『日本の教育史学』第 43 集，教育史学会，2000 年，312 ページ。

㉑ 佐藤英二は，小山健三編纂『小學筆算書』（1882（明治 15）年）に見られる算術教育思想に注目し，次のように指摘している。「1880 年代初頭に小山の『小学筆算書』のような教科書が現れていたことは，「理論流儀算術」が寺尾の『中等教育算術教科書』（1888 年）によって普及した後で，小学校にまで影響を及ぼしたとする通説は修正を要することになろう」。同「明治期の小学校算術教科書における子ども」『明治大学人文科学研究所紀要』第 57 冊，2005 年，82 ページ。

1．第Ⅰ期・前期の教科書における分数除法の教育内容構成

⑴　教育内容の学年別編成の方法および分類の観点と順序の構成

①　学年別編成の方法

教育内容の学年別編成の方法は教科書によって異なる。少なくとも，今日の学習指導要領において行われているような統一的な形態が存在していたわけではない。この点を明確にするために，ここでは，まず，当時における高等小学科の算術教育の内容全般に対象を拡張する。

第一に，そもそも，当時における教育内容の基準を定めた「小学校ノ学科及其程度」において，小学校の各学年と教育内容との対応関係に関する明確な規定は存在しない。高等小学科（修業年限 4 年）については，次のように教育内容が記されているに過ぎない（「教授要旨」）[1]。

> 高等小学科ニ於テハ筆算ヲ用ヒ，算用数字簡易ナル命位記数加法減法乗法除法分数小数比例利息算雑題簿記ノ概略及暗算。

第二に，教科書において，各学年と教育内容との対応関係は，各巻と各学年との対応関係として示されている。ただし，対応関係の明確さの程度は教科書によって異なる。

対応関係が比較的明確と見られるのは，佐久間文太郎（③），小笠原利孝（⑤），樺正董（⑥）の教科書である。佐久間の教科書（③）においては，「全部ヲ分チテ 4 冊トシ，1 学年毎ニ 1 冊ヲ充テヽ之ヲ授ケ終ルモノトス」（巻之一，「例言」），小笠原の教科書（⑤）においては，「第 5 巻ヨリ第 12 巻ニ至ル 8 冊ヲ高等小學科ニ充テ，毎 1 年 2 冊トシ」（巻之一，「緒言」）と，それぞれ，明記されている。樺正董の教科書（⑥）においては，この点に関する記述は存在しない。しかしながら，巻の構成（全 4 巻）から見て，この教科書においても，各巻は，各学年（全 4 学年）に対応する形で編成されているものと予想される。例として，佐久間の教科書（③）の目次（全巻）を次に示す。

> 数ノ性質，分数（巻ノ一）／小数，比，比例（単比例，複比例）（巻ノ二）／比例ノ続キ（連鎖比例，按分比例），混和法，百分算（巻ノ三）／乗方，開方（開平方，開立方），求積法，諸法応用雑問（巻ノ四）

これに対して，古川凹（①），中條澄清（②）の教科書においては，各巻と各学年とが，上記のように，1 対 1 に対応付けられているわけではない。古川の教科書（①）においては，

「全部ヲ分チテ6巻トナシ，之ヲ小學高等科（中略）ノ4ヶ年間ニ授ケ終ルモノトス」と説明されている（巻之一，「凡例」）。中條の教科書（②）については，特に説明は行われていないけれども，巻の構成（全5巻）から見て，この点は同じであると予想される。例として，中條の教科書（②）の目次（「全編目録」）を次に示す。

前諸法雑題，乗数，約数，偶数，奇数，不可約数，可約数，自約，互約，最大公約数，最小公倍数（巻之一）／分数（巻之二）／小数（巻之三）／比例，利息算（巻之四）／自乗，開平，開立，求積，前諸法雑題（巻之五）

当時の教科書において，教育内容の学年別編成は，きわめてゆるやかな形態において行われていたのである。

第三に，上記の項目「分数」の内部においては，すべての教科書において，定義から，性質，大小関係を経て，四則演算（加法，減法，乗法，除法）に至る形で順序が構成されている[(2)]。同時に，それぞれの内容について，ひとまとまりの教育内容が構成されている。ただし，その学年別編成の方法については，必ずしも，明確あるいは統一的な形態が存在していたわけではない。

この点を具体的に見るために，樺正董（⑥），中條澄清（②），古川凹（①），小笠原利孝（⑤）の各教科書における項目「分数」の内部構成を，この順序に従った形で，次に示す。

分数ノ性質及其計算：分数ノ定義／分数ノ書キ方及読ミ方／分数ノ定理／分数ノ価ヲ変セズ形ヲ変スル法／分数加法／分数減法／分数乗法／分数除法／分数雑問（巻之一）

分数／分数化法／分数加法／分数減法／分数乗法／分数除法（巻之二）

分数：分数性質／分数化法／分数四則：加法／減法（巻之三）／乗法／除法（巻之四）

分数：分数化法／分数加法及減法（巻之五）／分数乗法／分数除法（巻之六）

上記に示されている通り，樺正董（⑥），中條澄清（②）の教科書においては特定の巻に集中する形で，古川凹（①），小笠原利孝（⑤）の教科書においては複数の巻に分散する形で，それぞれ，教育内容が構成されている。ただし，先に見た通り，教科書を構成する各巻と小学校の各学年とは，必ずしも1対1に対応付けられているわけではない。従って，分数の教育内容構成においても，小学校（高等科）の各学年との対応関係について，必ずしも明確な形態が存在していたわけではない。

まず，樺正董（⑥），小笠原利孝（⑤）の教科書においては，各巻と各学年が1対1に対応付けられている。従って，前者においては，特定の学年（巻之一，高等科第1学年）に集中する形で，後者においては，分数の定義，性質，大小関係，加法，減法（巻之五，高等科第2学年），乗法，除法（巻之六，第3学年）として，複数の学年に分散する形で，それぞれ，教育内容が構成されていることになる。教育内容と各学年との間に明確な対応関係が存在する事例である。

これに対して，古川凹（①），中條澄清（②）の教科書においては，各巻と各学年が1対1に対応付けられているわけではない。従って，前者に見られる，複数の巻（巻之三，巻之四）への分散が直ちに複数学年への分散を意味するわけではない（なお，各巻における教育内容の

編成は，先に見た，小笠原利孝の教科書（⑤）と同じである）。同時に，後者に見られる，特定の巻（巻之二）への集中が直ちに特定の学年への集中を意味するわけではない。この事実は，当時の教科書における教育内容の学年別編成の‘ゆるやかさ’の，分数における具体的な存在形態を示している[(3)]。

明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書においては，学年別編成における不明確さを内包しながらも，分数の定義，性質，大小関係，四則演算のそれぞれについて，一つのまとまりを備えた形で教育内容が構成されている。第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書との関連から[(4)(5)]，ここでは，この点に注目しておきたい。

②　分類の観点と順序の構成

次に，分数除法について，分類の観点と順序の構成を見る。分数除法は，基本的に，被除数，除数に関する分数，整数の区別により，《分数÷整数》，《整数÷分数》，《分数÷分数》の3つに分類され，この順序に従った形で，教育内容が構成されている。例えば，樺正董の教科書（⑥）における「分数除法」の下位項目は次の通りである（番号は引用者による）。中條澄清の教科書（②）においても分類と順序は同じである（「分数除法」）。

⑴　分数ヲ整数ニテ割ル場合
⑵　整数ヲ分数ニテ割ル場合
⑶　分数ヲ分数ニテ割ル場合

古川凹の教科書（①）においては，「分数除法ヲ三况ニ区分ス」として，次の4項目が設定されている（「分数除法」）。

第一况　分数ヲ整数ニテ除スルトキ
第二况　整数ヲ分数ニテ除スルトキ
第三况　分数ヲ分数ニテ除スルトキ
第四况　混数［帯分数］ヲ混数ニテ除スルトキ

「第四况」の設定に見られる通り，古川の教科書（①）においては，特に，《分数÷分数》に関する分類の観点として，被除数・除数に関する真分数，帯分数の区別が設定されている。

古川の教科書（①）においては，教育内容構成の順序に関する原理として，次の記述がある。「既知ニ依リ未知ヲ求ムルノ法ヲ固守シ，着々歩ヲ進メ，简ヨリ繁ニ往クヲ務メ」（巻一，「凡例」）。「開発主義」教授理論の代表的な教授法書である，若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（明治16年）においては，「教授ノ主義」として，「既知ヨリ未知ニ進メ」，「简ヨリ繁ニ進メ」があげられている[(6)]。上記の引用に見られる順序の構成については，この原理の具体的な存在形態であると同時に，「開発主義」教授理論の具体化の一形態として理解することが可能である。ただし，すでに見た通り，古川の教科書（①）における順序の構成は，中條澄清（②），樺正董（⑥）の教科書と同じである。「開発主義」教授理論を具体化した結果として，教育内容の構成において，特に，他の教科書とは異なる独自の特徴が付与されているわけではないのである。この点については，「教授ノ主義」それ自体の常識的性格に起因するものと考えられる。

佐久間文太郎（③），下河邊半五郎（④）の教科書においては，《整数÷分数》の位置付けにおいて，これまでに見た教科書とは異なった特徴が見られる。

下河邊半五郎の教科書（④）には次の説明がある（「分数除法」）。

> 分数ノ除法ハ左ノ四況ニ大別シテ之ヲ教授スルヲ可トス。
> ⑴　整数ト分数トノ除法
> ⑵　通常分数［真分数］ノ除法
> ⑶　通常分数ト混分数［帯分数］トノ除法
> ⑷　混分数ノ除法

上記の説明においては，除数，被除数の組が記されているだけで，両者の区別については明記されていない。ただし，「例題⑴」が「7分ノ4ヲ3ニテ除セバ如何」であることから，⑴については，《分数÷整数》を意味するものと見ることができる。⑵⑶⑷の内容は，すべて，《分数÷分数》であり，除数・被除数に関する真分数，帯分数の区別を観点として，それが3つに分類されている。従って，この教科書における基本的な分類と順序は《分数÷整数》→《分数÷分数》となる。

下河邊半五郎の教科書（④）においては，《整数÷分数》が独自の分類として設定されていない点が特徴的である。ただし，この点は，下河邊の教科書（④）において，《整数÷分数》が教育内容として構成されていないことを意味するわけではない。

佐久間文太郎の教科書（③）において，分数除法の教育内容は，「整数ヲ以テ分数ヲ除スル」場合，「分数ヲ以テ分数或ハ整数ヲ除スル」場合の2つに分類されている。後者の内部においては，《分数÷分数》→《整数÷分数》の順序が構成されている。従って，佐久間の教科書における分類と順序は，《分数÷整数》→《分数÷分数》→《整数÷分数》となる。

これまでに見た教科書とは異なり，《整数÷分数》が《分数÷分数》の後に位置付けられている点が注目される。佐久間の教科書においては，《分数÷分数》と《整数÷分数》の関係が《一般－特殊》の関係として把握されていると見ることができる[(7)]（この点については，⑶において見る）。

⑵　演算の意味に関する説明

第Ⅰ期・前期の教科書において，分数乗法の意味については，整数乗法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で，説明が行われていた[(8)]。本節の課題は，分数除法の意味に関する説明の論理を，整数除法の意味に関する説明の論理との関連を対象に含めた形で，解明することである。

まず，この点に関連して注目されるのは，中條澄清の教科書（②）における次の記述である（「教師心得⑶」）。

> 分数ヲ授クルニ際シ注意スヘキハ，整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコトヲ理解セシムルノ一事ナリ。尚之ヲ詳説スレハ，既ニ授ケタル整数四則ノ理ヲ以テ分数四則ノ運算ヲ為スモノニシテ，彼レハ整数是レハ分数ト其算理ニ区別無キコトヲ理解セシムヘシ。

整数，分数，それぞれの四則演算に関する個別的な論理による説明が否定され，有理数の四則演算として，統一的な論理による説明を行うことの重要性が指摘されている。このような記述の存在は，中條の教科書に独自の特徴である。

本節においては，この点に注目し，次の順序に従って考察を進める。まず，中條澄清の教科書（②）を対象とする内容分析を行い，その特徴を解明する。次に，中條の教科書との比較に

より，その他の教科書の特徴を解明する。分析の視点としては，① 演算に関する定義の方法，② 演算における量と数の区別と連関，を設定し，2つの視点から，整数除法および分数除法について，演算の意味に関する説明の論理および両者の関連を解明する。

中條の教科書において，分数除法に関する説明は次の記述から始まる（「分数除法」）。

> 分数除法　一数ノ中ニ他数幾何アルヤヲ看出スル法ヲ除法ト云フコトハ，既ニ整数除法ニテ知ル所ナリ。小學尋常科筆算書巻之三第 20 丁ヲ見ヨ。分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ。
>
> 尚整数除法ニ於テ学ヒタル左ノ 3 説ハ，分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ。小學尋常科筆算書巻之三第 14 丁及第 21 丁ヲ見ヨ。
>
> 第一　除法ハ 1 数ヨリ他数ヲ累減スル簡法ナリ。
>
> 第二　法数［除数］ト実数［被除数］ハ同物数ナリ。
>
> 第三　商ハ虚数ナリ。

第一に，分数除法について，整数除法と同じ方法により，「一数ノ中ニ他数幾何アルヤヲ看出スル法」，すなわち，《倍を求める演算》として定義されることが記されている。第二に，整数除法においても，分数除法においても，「同理」であるとされる「説」が，3 点について，具体的に記されている。まず，上記の内容を中心として，中條の教科書[9]における整数除法の説明を見る。

①　定義の方法

中條の教科書においては，整数除法の定義について，《累減の簡便算》から《倍を求める演算》への移行過程を含む，丁寧な指導過程が構成されている。

整数除法の説明は次の記述から始まる。集合を示し，それを，特定の数の要素を持つ部分集合に分割する場面が設定されている（「除法」）。

> ⑴　石 4 ツヨリ 2 ツ宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。　　答　2 度。
>
> ⑵　金 6 銭ヨリ 3 銭宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。　　答　2 度。
>
> ⑶　桃 12 顆ヨリ 4 顆宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。　　答　3 度。（中略）
>
> 右ノ諸題ハ次ノ如ク理解スヘキモノナリ。
>
> ⑴ハ石 4 ツヲ石 2 ツ宛ニ分チタルナリ。
>
> ⑵ハ金 6 銭ヲ 3 銭宛ニ分ニ分チタルナリ。
>
> ⑶ハ桃 12 顆ヲ 4 顆宛ニ分チタルナリ。（中略）
>
> 故ニ，右⑴ハ石 4 ツノ中ニ石 2 ツ宛 2 ツアリ。⑵ハ金 6 銭ノ中ニ 3 銭宛 2 ツアリ。⑶ハ桃 12 顆ノ中ニ 4 顆宛 3 ツアリ。（後略）

第一に，上記を含め，複数の具体例に即した形で，集合の等分割とその結果を示した後，《累減の簡便算》（「一数ヨリ他数ヲ累減スル簡法」）として除法が定義される。これは，加法との関係による，《同数累加の簡便算》（「同一数ヲ累加スル簡法」[10]）としての乗法の定義に対応する。

> 此ノ如ク数ヲ分ツコトヲ，割ルト云ヒ除（ジョ）スルト云ヒ除（ノゾ）クト云フ。減法ヲ用ヰスシテ数ヲ分ツ法アリ。之ヲ除法或ハ除算或ハ割リ算ト云フ。（中略）
>
> 右㊀［6 ÷ 2 ＝ 3］ハ，6 ヨリ 2 ヲ 3 度累減スルト同一ナリ。故ニ左説ノ如シ。
>
> 第一　除法ハ一数ヨリ他数ヲ累減スル簡法ナリ。

第二に，乗法との関係に注目する。6 ÷ 2 ＝ 3，2 × 3 ＝ 6 。両者の関係を具体例として，《除法と乗法との逆の関係》が導かれる。《 a ÷ b ＝ c ⟺ b × c ＝ a （a，b は整数，a は b の倍数)》。

> 右㋺［6 ÷ 2 ＝ 3］ノ法 2 ヲ 3 倍（即チ 3 度集ムルナリ）スレハ 6 ヲ得ルナリ。故ニ左説ノ如シ。
>
> 第二　法ニ商ヲ乗スレハ実ニ等シ。
>
> 第三　除法ハ乗法ノ反対ナリ。

次に，《除法と乗法との逆の関係》を用いて，「法数 2，3，4 等ノ除法」が説明される。

> 是レヨリ法数 2，3，4 等ノ除法ヲ授クヘシ。
>
> 2 × 2 ＝ 4　故ニ　4 ÷ 2 ＝ 2　①
>
> 6 × 3 ＝ 18　故ニ　18 ÷ 3 ＝ 6　或ハ　18 ÷ 6 ＝ 3　②
>
> 9 × 4 ＝ 36　故ニ　36 ÷ 4 ＝ 9　或ハ　36 ÷ 9 ＝ 4　③
>
> 7 × 5 ＝ 35　故ニ　35 ÷ 5 ＝ 7　或ハ　35 ÷ 7 ＝ 5　④
>
> 右説ノ理ニ依テ，左ノ①ハ 2 ト 2 ノ積 4 ヲ得ルユヘ，2 ニテ 4 ヲ除ケハ 2 ヲ得ル。又②ハ 6 ト 3 ノ積 18 ヲ得ルユヘ，3 ニテ 18 ヲ除ケハ 6，或ハ 6 ニテ除ケハ 3 ヲ得ル。此他推シテ知ルヘシ。

次に，2 位数，3 位数，4 位数を，それぞれ 1 位数で割る問題（「法数単位ノ除法」）について，演算の結果を導く方法が説明される。導かれた結果については，《除法と乗法との逆の関係》を用いる方法によって，検証が行われる。一例を次に示す。

> ⑹　金 24 銭ヲ 2 銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ　答　12。
>
> 本題ノ実ハ㋑ノ如キ数ナルユヘ，20 ト 4 ヲ各二ツニ分チ，得タル二商ヲ合スレハ本題ノ商ナリ。故ニ，2 ニテ 20 ヲ分テハ 10，次ニ 4 ヲ分テハ 2 ヲ得ル，㋺㋩ノ如シ。之レヲ合スレハ本題ノ商ヲ得ルコト㋥ノ如シ。（中略）
>
> 第 15 丁第二説ニ依テ，此法 2 銭ヲ 12 倍スレハ実 24 銭ヲ得ル。故ニ此運算ハ正シキ証ナリ。
>
> 24 ＝ 20 ＋ 4　㋑
>
> 20 ÷ 2 ＝10　㋺
>
> 4 ÷ 2 ＝ 2　㋩
>
> 12　㋥
>
> 其證　12 × 2（ママ）＝ 24

第三に，これまでに用いられてきた《除法と乗法との逆の関係》に依拠する形で，次のように，除法に関する定義（再定義）が行われる。

> (70)　金 684 円ヲ 9 円宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答　76。（中略）
>
> 例ヘハ(70)ニ於テ，法 9 円ニ商 76 ヲ乗スレハ其実 684 円ヲ得テ，此実ノ中ニ法ハ 76 アルコトヲ知ル。
>
> 故ニ，除法ハ減法ヲ用ヰスシテ一数ヲ分ツ法ナレトモ，尚ホ精細ニ述レハ次ノ如シ。
>
> 一数ノ中ニ他数幾何アルヤ（即チ一数ハ他数ノ何倍ナルヤ）ヲ看出スル法ヲ除法ト云フ。

上記においては，《684 円÷ 9 円＝ 76 ⟺ 9 円× 76 ＝ 684 円》が具体例として示され，この関係を一般化する形で，次のように除法が定義されている。

《 a ÷ b ⟺ b × x ＝ a となる数 x を求める（a，b は整数。a は b の倍数)》。

b× x ＝ a において，x は《倍》を意味する[11]。従って，除法は《倍を求める演算》となる。中條の教科書における除法の定義は，《乗法の逆演算》として，《倍を求める演算》なのである。

次に，整数に即した形で行われた除法の定義は，そのままの形で，分数へと拡張される。先の引用と重複するが，分数除法に関する説明は次の記述から始まる（「分数除法」)。

> 一数ノ中ニ他数幾何アルヤヲ看出スル法ヲ除法ト云フコトハ，既ニ整数除法ニテ知ル所ナリ。（中略）分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ。

分数除法に関する具体的な説明を見よう。「第一法　法数整数ナルモノ」（《分数÷整数》），「第二法　法分数，実整数ナルモノ」（《整数÷分数》）の例題およびそれに関する説明から，関連する部分を，次にまとめて引用する（番号は引用者による。なお，「斤」とは，尺貫法による重さの単位で，１斤＝600ｇ)。

> ⑴　一石３円ノ粟価金１円ノ４分ノ３買ヘハ其量何程ナリヤ。
> （解）本題ハ価金１円ノ４分ノ１（ママ）［３の誤記と見られる］中ニ１石ノ価３円ヲ幾何含有スルヤヲ看出スヘキナリ。
> ⑵　金３円ヲ以テ１斤ニ付金１円ノ４分ノ１ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。
> （解）本題ハ金３円ノ中ニ金１円ノ４分ノ１ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。

上記の内容を式表現すれば次のようになる。⑴《$\frac{3}{4}\div 3 \Longleftrightarrow 3\times X = \frac{3}{4}$ となる数 X を求める》[12]，⑵《$3\div\frac{1}{4} \Longleftrightarrow \frac{1}{4}\times X = 3$ となる数 X を求める》。分数においても，除法の定義は，《乗法の逆演算》として，《倍を求める演算》である。

ただし，《乗法の逆演算》としての除法の定義については，２通りの方法が可能である。しかしながら，上記⑴⑵の式表現にも示されている通り，中條の教科書において，分数除法の定義は，《倍を求める演算》としての定義，すなわち，《$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c} \Longleftrightarrow \frac{d}{c}\times X = \frac{b}{a}$ となる数 X を求める》に限定されており，もう一つの方法による定義，すなわち，《$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c} \Longleftrightarrow X\times\frac{c}{d} = \frac{b}{a}$ となる数 X を求める》としての定義は採用されていない。この点は整数除法においても同じである。

このような定義の方法は，中條の教科書に独自の特徴であると同時に，整数除法，分数除法の意味に関する説明の論理における《連続性》の内実を構成している。同時に，演算における量と数の区別と連関に関する説明の論理との整合性を考えた結果として理解することができる。この点については，②において，引き続き，考察を加える。

下河邊半五郎の教科書（④）においては，次の３点において，中條澄清の教科書（②）とは異なった説明が行われている。

第一に，整数除法については，２通りの方法による定義が行われている（「除法」，「⑵定義」)。

> 甲数中ニ乙数ノ幾倍ヲ含有スルカヲ験スル法ナリ。
> 甲数ヲ乙数ノ如クニ平等ニ分ツノ法ナリ。

第二に，上記２通りの方法による定義は，そのままの形で，分数除法へと拡張されるわけではない。この点に関連して，下河邊の教科書においては，《除法と乗法との逆の関係》（ａ÷ｂ＝ｃ⟺ｂ×ｃ＝ａ）に関する説明が行われている（「除法」，「⑴解明」，「⑶用語」）。

除法ハ乗法ニ反対セル法ニ外ナラズ。 除法ニ於テ法ト商トノ乗積ハ実ニ等シキヲ知ルベシ。

第三に，《乗法との逆の関係》に依拠する方法により，《乗法の逆演算》として，分数除法への定義の拡張を図っている。（「分数除法」，「⑴例題」）[13]。

整数除法ノ用語ノ條下ニ説キタル如ク，除法ニ於テ法ト商トノ乗積ハ実ニ等シキモノナレバ，除法ノ定義ヲ変ジテ左ノ如クナスコトヲ得。 甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ，乙数ニ某数（即チ商）ヲ乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ。 此定義ニヨリ，本題［「$\frac{4}{7}$ヲ以テ$\frac{31}{35}$ヲ除セバ如何」］ハ$\frac{4}{7}$ヲ乗ジテ$\frac{31}{35}$ヲ得ベキ某数ヲ求ムルニアルナリ。

樺正董の教科書（⑥）についても，次の３点において，下河邊半五郎の教科書（④）と共通の特徴が見られる。

第一に，整数除法について，２通りの方法による定義が行われている。関連する記述を，次にまとめて引用する（「除法」，「定義」）[14][15]。

定義　甲数ヲ乙数ニ割ルトハ，甲数ヲ乙数ダケ分チ，其一部分ノ数ヲ見出スコトナリ。 定義　甲数ヲ乙数宛ニ割ルトハ，甲数ヲ乙数宛ニ分ケ，其カズヲ見出スナリ。 注意　割ルト云フ語ニ二ツアルコトヲ見ル可シ。而シテ法則ヲ得ルニハ，何レノ定義ニ據ルモ可ナリ。

演算が生じる場面として，前者については「12 ヲ３ツニ割レハ部分何程ナルヤ。答４」，後者については「爰ニ６ツナル数アリ。３ツ宛ニ割レハ幾ツヲ得ルヤ。答２ツ」が，それぞれ，例示されている。

第二に，《除法と乗法との逆の関係》に関する説明が行われている（「除法」，「定理及検算法」）[16]。

定理　商ト除数ト乗スレハ被除数ト等シ。

第三に，《乗法との逆の関係》に依拠する方法により，《乗法の逆演算》として，分数除法への定義の拡張を図っている（「分数除法」，「定義」）。

18 ヲ３ニテ割ルトハ如何ナルコトカ。 18 トスルニハ３ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。即チ６ナルベシ。 $\frac{3}{5}$ヲ$\frac{6}{7}$ニテ割ルトハ如何ナルコトナルカ。

$\frac{3}{5}$トスルニハ$\frac{6}{7}$ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。即$\frac{7}{10}$ナラハ如何ニモ$\frac{6}{7}$ヲ乗シ$\frac{3}{5}$トナルベシ。 然ラハ，一般ニ甲数ヲ乙数ニテ割ルトハ如何ナルコトカ。 定義　甲数ヲ乙数ニテ割ルトハ，甲数トスルニハ乙数ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。

なお，次の引用は，古川凹の教科書（①）における分数除法の定義である（「分数除法」）。

整数除法ノ如ク，分数除法ハ乗法ノ還原ニシテ，積及ビ両乗子ノ一ヲ知テ他ノ乗子ヲ求ムルノ法ナリ。

古川の教科書においても，《乗法との逆の関係》（上記の引用においては「還原」）に依拠する方法により，分数除法への定義の拡張が図られている。ただし，下記の引用（図は省略する）に見られる通り，整数除法の説明においては，演算が生じる２通りの場面設定に続いて，直ちに，《乗法の逆演算》としての除法の定義が記されている（「除法」）[17]。

例⑴　４人ノ工夫ニ賃銀トシテ金 20 円ヲ付与セリト云フ。各夫ノ所得金幾何ナルヤ。答　５円。 例⑵　石盤１枚ノ価ハ金９銭ナリ。金 36 銭ニテ幾枚ヲ買得ルヤ。答　４枚。 除法ハ，積数ト其ノ実数或ハ法数ヲ知テ，法数或ハ実数ヲ求ムルノ法ナリ。

古川の教科書において，《乗法との逆の関係》は，最初から前提とされているのであり，説明の対象としては位置付けられていない。

下河邊半五郎（④），樺正董（⑥），古川凹（①）の教科書において，整数除法については，２通りの方法による定義が行われている。ただし，整数除法に関する２通りの定義は，それぞれが，そのままの形で，分数除法へと拡張されるわけではない。整数除法については，《乗法との逆の関係》に注目することにより，新たに，《乗法の逆演算》としての定義（再定義）が行われる。そして，この定義に依拠する方法によって，分数除法への拡張が図られる。《乗法の逆演算》としての定義が，２つの演算の定義における《連続性》の内実を構成しているのである。

②　量と数の区別と連関

中條澄清の教科書（②）において，乗法における量と数の区別と連関については，《量×数＝量》として説明されていた。これにより，整数乗法との《連続性》を備えた形で，分数乗法に関する説明の論理が構成されていた[18]。

先に見た通り，中條の教科書において，除法は，《倍を求める演算》として定義されている。この定義において，量と数の区別と連関については，どのような説明の論理が構成されているか？ 整数除法に関する説明の論理と分数除法に関する説明の論理との《連続性》は，どのような内実によって構成されているか？――まず，この点に関する解明を行なう。

《量×数＝量》の逆演算としての除法については，Ⓐ《量÷量＝数》，Ⓑ《量÷数＝量》の２通りの説明が可能である。この点を基本的な前提として，中條澄清の教科書を見る[19]。

> 前諸題ハ，皆法数ト実数ハ同シ種類ノ物数ニシテ，商ハ皆虚数ナリ。例ヘハ，(70)［問題「金 684 円ヲ 9 円宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答 76」］ノ実 684 円ト法 9 円ハ金ニシテ，商 76 ハ虚数ナルカ如シ。
> 故ニ左説ノ如シ。
> 第一　法数ト実数ハ同物数ナリ。
> 第二　商ハ虚数ナリ。

上記の記述においては，同種の量の間に行われる，Ⓐ《量÷量＝数》の演算として，整数除法が説明されている[20]。特に，演算の対象となる 2 つの量が同種である点については，具体例にもとづく説明と注意が行われている。次の引用を見よう。

> (152)　金 25 円ヲ以テ米 5 石買ヘリ。此米 1 石ノ価何円ナリヤ。答　5 円。
> 本題ノ 5 石ハ 1 石ノ 5 倍ナリ。今，1 石ヲ 1 円トスレハ 5 石ノ価ハ 5 円ナリ。故ニ，除法ニテ 25 円ハ 5 円ノ何倍ナルヤヲ求ムルニ 5 倍ナリ。是ヲ以テ 1 石ノ価ハ 1 円ノ 5 倍即チ 5 円ナリ。（中略）
> 除法ノ法実ハ同物数ニシテ商ハ虚数ナルユヘ，右 3 題解説ノ如ク了解スヘシ。決シテ（152）ハ 5 石ヲ以テ 25 円（中略）ヲ除クモノニアラス。仮リニ然カスルモノトセハ，除法ハ 1 数ヨリ他数ヲ累減スル簡法ナル理ニテ，金額ヨリ石数（中略）ヲ減シ得ヘキモノニシテ，甚タ不都合ナリ。又(152)ノ如キ，米 5 石ヲ以テ 25 円ヲ除ク等ト称スルハ，全ク前ノ解説ヲ約言スルモノニシテ，算理上ヨリ正当ノ辞ニ非ルコトヲ能ク理解スヘシ。

異種の量の間の演算が不可能である点が指摘されている。同時に，引用の前半部分においては，Ⓑ《量÷数＝量》（25 円÷ 5 ＝ 5 円）を，Ⓐ《量÷量＝数》（25 円÷ 5 円＝ 5 ）に変換する方法が説明されている。この点については後に考察する。

同種の量の間に行われる，Ⓐ《量÷量＝数》の演算としての除法の説明は，分数除法において，どのような形で具体化されているか。この点に関連して，先の引用と重複するが，《分数÷整数》,《整数÷分数》の例題およびその意味に関する説明を，次に引用する。

> (1)　一石 3 円ノ粟価金 1 円ノ 4 分ノ 3 買ヘハ其量何程ナリヤ。
> （解）本題ハ価金 1 円ノ 4 分ノ 1（ママ）［ 3 の誤記と見られる］中ニ 1 石ノ価 3 円ヲ幾何含有スルヤヲ看出スヘキナリ。
> (2)　金 3 円ヲ以テ 1 斤ニ付金 1 円ノ 4 分ノ 1 ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。
> （解）本題ハ金 3 円ノ中ニ金 1 円ノ 4 分ノ 1 ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。

上記の内容を式表現すれば，(1)については《 $\frac{3}{4}$ 円÷ 3 円＝ $\frac{1}{4}$ 》，(2)については《 3 円÷ $\frac{1}{4}$ 円＝ 12 》となる（演算の結果を得る方法については，(3)において見る）。「分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ」と説明されていた 3 つの説――「一数ノ中ニ他数幾何アルヤヲ看出スル法」としての除法の定義（第一），「法数ト実数ハ同物数ナリ」（第二），「商ハ虚数ナリ」（第三）――はすべて成立している。この点については，教科書において次のように記されている。「此例及解説ニ依テ，此除法モ亦前ノ 3 説ト合理ナルコトヲ了解スヘシ」(「分数除法」)。

なお，《分数÷分数》の例題は，「金 2 円 4 分ノ 1 ヲ以テ 1 斤ニ付金 1 円ノ 5 分ノ 3 ノ茶ヲ買

ヘハ何斤ナリヤ」である。この問題に関する説明は特に行われていない。しかしながら，前記の引用における「解」によれば，この問題における量と数の区別と連関は《 $2\frac{1}{4}$ 円÷ $\frac{3}{5}$ 円＝ $3\frac{3}{4}$ 》と記述される。従って，「前ノ３説ト合理ナルコト」は明らかである。

中條の教科書において，除法は，同種の量の間に行われる，Ⓐ《量÷量＝数》の演算として説明されている。これにより，分数除法における量と数の区別と連関についても，整数除法に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で，説明を行うことが可能となっている。「整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコト」（「教師心得(3)」）が示されているのである。

これに対して，Ⓑ《量÷数＝量》の演算としての除法については，教科書において，直接的な形で説明が行われているわけではない。少なくとも，Ⓐ《量÷量＝数》のような形で，その内容が「理」として明記されているわけではない。しかしながら，先に見た通り，中條の教科書においては，乗法における量と数の区別と連関について，《量×数＝量》として説明されていると同時に，除法については《乗法の逆演算》として定義されている。このような方法による限り，除法の説明におけるⒷ《量÷数＝量》の位置が問われなければならない。この点について次に見よう。

まず，先に引用した問題，「(152) 金 25 円ヲ以テ米５石買ヘリ。此米１石ノ価何円ナリヤ。答 ５円」について見る。上記の方法による限り，この問題における量と数の区別と連関については，Ⓑ《量÷数＝量》により，《25 円÷ ５ ＝ ５円》として説明することが考えられる。しかしながら，中條の教科書において，このような説明は行われていない。

この問題に関する教科書の説明を見る。先の引用に示されている通り，説明の内容は，第一に，この問題を《25 円÷ ５石》として説明することの不可能性である（「米５石ヲ以テ 25 円ヲ除ク等ト称スルハ，（中略）算理上ヨリ正当ノ辞ニ非ルコトヲ能ク理解スヘシ」）。第二に，仮定として「１石ヲ１円トス」を設定する方法により，この問題における量と数の区別と連関が，《 25 円÷ ５円＝ ５ 》，すなわち，同種の量の間に行われる，Ⓐ《量÷量＝数》として説明されている（「今，１石ヲ１円トスレハ５石ノ価ハ５円ナリ。故ニ，除法ニテ 25 円ハ５円ノ何倍ナルヤヲ求ムルニ５倍ナリ」）。第三に，Ⓑ《量÷数＝量》（《25 円÷5＝５円》）としての説明は全く行われていない。

上記の事実により，中條の教科書におけるⒷ《量÷数＝量》の位置について，次の理解が可能であろう。中條の教科書において，Ⓑ《量÷数＝量》は，少なくとも，そのままの形態においては，除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けられていない。Ⓑ《量÷数＝量》については，それを，Ⓐ《量÷量＝数》に変換することによって，はじめて，除法の一形態として位置付けられるのである[21]。

Ⓑ《量÷数＝量》については，それを，Ⓐ《量÷量＝数》に変換することができる。変換は，現在においては「トランプくばり」と呼ばれる方法による。「等分除Ｅと包含除Ｄとは，除数が自然数の場合には，『トランプくばり』で互いに関連づけられる。すなわち，『12 t の石炭を３台のトラックへ積む』場合，まず１台に１t ずつ積むと，１回で３t ずつ積まれる。したがって，その回数を求める包含除 12 t÷ ３t を行なえば，商４は，１台に積まれる石炭のトン数を表わすことになる」[22]。問題(152)に関する説明においても，「今，１石ヲ１円トスレハ」として，同じ方法が説明されている[23]。

この点に注目することにより，次の理解が可能となる。中條澄清の教科書（②）においては，

Ⓑ《量÷数＝量》の，Ⓐ《量÷量＝数》への変換可能性とその方法に関する説明が行われている。この点を前提として，除法における量と数の区別と連関については，Ⓐ《量÷量＝数》に一元化した形で説明を行うことが原理とされている。この原理に依拠することによって，量と数の区別と連関についても，整数除法に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で説明を行うこと――教科書の表現によれば，「整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコト」（「教師心得⑶」）を示すこと――が可能となっている。

分数除法においても，整数除法の問題(152)と同じタイプの問題がある（「分数除法」，「第二法　法分数，実整数ナルモノ」）。

⑼　金21円ニテ畑一段ノ7分ノ3買ヘハ，其畑一段ノ価何円ナリヤ。

この問題に関する説明は次のようになるだろう。この問題における量と数の区別と連関については，Ⓑ《量÷数＝量》により，《21円÷$\frac{3}{7}$＝X円》と記述可能である。しかしながら，この関係については，「畑一段ノ価」を1円と仮定する方法により，《21円÷$\frac{3}{7}$円》として説明される。Ⓑ《量÷数＝量》が，Ⓐ《量÷量＝数》に変換されるのである。演算の結果として，49が得られる（その方法については，⑶において見る）。従って，「畑一段ノ価」は1円の49倍，すなわち，49円であることが導かれる（「トランプくばり」に関する先の引用においては，除数が自然数の場合に対象が限定されていたが，上記により，除数が分数の場合に対しても，この方法は適用可能である）。

次に，中條澄清の教科書(②)との比較により，下河邊半五郎の教科書（④）における，量と数の区別と連関に関する説明の論理を解明する。

第一に，この教科書においては，整数乗法について，《量×数＝量》の演算として説明されている（「乗法」，「⑷定説」[24][25]）。

法ハ常ニ虚名数ナリ。蓋シ，法ナル数ハ実ナル数ヲ幾回相加フルカノ意ヲ表示スルニ過ギザルナリ。故ニ，要スベキ答ハ必ズ実ト同種ノ数ヲ得ルナリ。

上記の引用に関連して，下河邊の教科書における「虚名数」，「実名数」の定義を引用しておく。「虚名数トハ物数ヲ表サザル数ヲ云フ。例ヘバ3，4，7，8等ノ如シ」。「実名数トハ物数ヲ表スル数ヲ云フ。例ヘバ3人，4日，7尺，8冊等ナリ」（「総論」）。

第二に，整数除法について，《乗法との逆の関係》が，例題に即した形で説明されている（「除法」，「⑴解明」）。

除法ハ乗法ニ反対セル法ニ外ナラズ。

第三に，整数除法における量と数の区別と連関が，2つの「定説」として明記されている（「除法」，「⑷定説」）。

⑴　法ト実ト同名数ナルトキハ商ハ虚名数ナリ。 ⑵　法ト実ト異名数ナルトキハ法ハ常ニ虚名数ニシテ，得ル所ノ商ハ常ニ実ト同名即チ実名数ナリ。 前述ノ如ク，除法ハ乗法ノ反対ナルガ故ニ此二定説ヲ得ルナリ。

中條澄清の教科書（②）との比較において注目されるのは，「定説⑵」の存在である。下河邊半五郎の教科書（④）においては，Ⓑ《量÷数＝量》についても，整数除法における量と数の区別と連関の一形態として，Ⓐ《量÷量＝数》と並列する形で，明記されているのである（なお，上記の引用においては「法ト実ト異名数ナルトキ」とあるが，この記述において，異なる種類の量の演算が考えられているわけではない）。

①において見た通り，下河邊の教科書においては，整数除法の定義として，「甲数中ニ乙数ノ幾倍ヲ含有スルカヲ験スル法」に加え，「甲数ヲ乙数ノ如クニ平等ニ分ツノ法」が示されていた（「除法」，「⑵ 定義」）。後者の定義については，次の例題が，その具体的な場面を示している。「⑵ 金 80 銭ヲ以テ上等ノ筆 5 本ヲ買ヘリ。1 本幾銭ナルヤ」（「除法」，「⑴ 解明」）。この例題において成立するのが，上記の「定説⑵」，すなわち，Ⓑ《量÷数＝量》（《80 銭÷5＝16 銭》）の関係である。

問題は，この関係が，分数除法に対して，どのような形で拡張されているか，という点にある。次の引用は，「定説⑵」にあたる分数除法の例題とその説明である（「分数除法」，「⑴ 例題」）。

> 尚，実名数ノ例ヲ挙ゲテ之［「除法ノ定義」，「甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ，乙数ニ某数（即チ商）ヲ乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ」］ヲ説カン。（中略）
>
> ⑷　茶 1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価 12 分ノ 7 銭ナルトキハ，1 斤ノ価如何。
>
> 本題ヲ考フルニ，1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価，12 分ノ 7 銭ナルガ故ニ，1 斤ノ 13 分ノ 1 ノ価ハ其 11 分ノ 1，即チ $\frac{7}{12\times11}$ ナルベシ。13 分ノ 1 ノ価，上ノ如クナレバ，1 斤ノ価ハ其ノ 13 倍，即チ $\frac{7\times13}{12\times11}$ ナルベシ。

上記の引用において注目されるのは，「1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価，12 分ノ 7 銭ナルガ故ニ」として，乗法を用いた定義が説明の出発点とされている点である。この問題における量と数の区別と連関を，除法を用いて，《$\frac{7}{12}$ 銭÷$\frac{11}{13}$＝X 銭》として説明する方法は採用されていない。上記の説明は，問題に先立つ形で記述されている，《乗法の逆》としての除法の定義に依拠している。これにより，問題における量と数の区別と連関が，乗法を用いて，《X 銭×$\frac{11}{13}$＝$\frac{7}{12}$ 銭》として説明されている[(26)]。

下河邊の教科書においては，除法の定義により，その逆の乗法に依拠する方法が採用されている。それにより，Ⓑ《量÷数＝量》の関係を備えた問題が，《量×数＝量》の関係として説明されている。

中條澄清（②），下河邊半五郎（④）の教科書を対象として，分数除法の意味に関する説明の論理を，演算における量と数の区別と連関の側面から，見てきた。その結果について注目されるのは，特に，Ⓑ《量÷数＝量》を，分数除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために，独自の論理が構成されている点である。前者においては，Ⓑ《量÷数＝量》をⒶ《量÷量＝数》に変換する方法，後者においては，乗法における《量×数＝量》の関係を用いる方法が採用されている。

①において見た通り，この時期においては，整数除法に関する限り，多くの教科書において，2つの意味が区別されている。しかしながら，分数除法へと演算が拡張された局面においては，そこにおいて説明される量と数の区別と連関は，Ⓐ《量÷量＝数》に限定されている。その理由に関する説明は行われていない。この点との比較によれば，中條澄清（②），下河邊半五郎（④）の教科書において，Ⓑ《量÷数＝量》を，分数除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために独自の論理が構成されている点は注目に値する。ただし，先に見た通り，その論理による位置付けが間接的な形態に止まらざるを得なかった点も否定できない。この事実は，当時の教科書において，Ⓑ《量÷数＝量》を直接的な形で分数除法へと拡張する論理が構成されていなかったことを示している。この点に，除法における量と数の区別と関連に関する説明の論理において，当時の教科書が共通に抱えていた限界を指摘することができる。

次に，分数除法の意味に関する説明における「開発主義」教授理論の具体化の例として，佐久間文太郎の教科書（③）における項目「豫習」に注目しておきたい。この項目は，《分数÷整数》，《整数÷分数》，《分数÷分数》の分類と順序による，個別の演算に関する説明の前に設定されている。その目的については，次のように説明されている。「算法ノ新ニ歩ヲ進ムル毎ニ豫習ヲ掲ゲ，実例ヲ挙ゲ，先ツ観念ヲ作リテ後，定法数理ヲ説示スルモノトス」（「例言」）。

この項目の設定については，教科書における「開発主義」教授理論――特に「教授ノ主義」，「七．観念ヲ先ニシ表出ヲ後ニスベシ」[27]――の具体化の一形態として位置付けることが可能である。分数除法の「豫習」においては，分数除法における量と数の区別と連関（Ⓐ《量÷量＝数》）に関する統一的な説明を行うことが意図されている。次に，その一部を引用しておく（「分数除法」，「豫習」）。

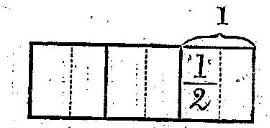
（教師ノ注意）左ニ示セル図ノ正方形１個ヲ以テ１トス。此図ニ就キテ視察上問題ノ答数ヲ語ラシムベシ。

⑴　１個ハ３個ノ中ニ幾倍アルカ。又問フ。１個ハ $2\frac{1}{2}$，2，$1\frac{1}{2}$ ノ中ニ各幾倍アルカ。

答　3個，2個半，2個，1個半。

⑵　$\frac{1}{2}$ ハ 1，2，3ノ中ニ各幾倍ヲ含メルカ。

答　2個，4個，6個。



⑶　$\frac{1}{2}$ ハ $1\frac{1}{2}$，$2\frac{1}{2}$ ノ中ニ各幾倍ヲ含メルカ。（中略）

⑾　前問ノ如ク，整数ヲ分数ニテ除シ，或ハ分数ニテ整数又ハ分数ヲ除スル法ヲ分数除法ト云フ。

ただし，佐久間文太郎の教科書（③）においては，中條澄清（②），下河邊半五郎（④）の教科書について見たような，整数除法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた説明が意図されているわけではない。

⑶　演算の規則に関する説明

⑴において見た通り，第Ⅰ期・前期の教科書において，分数除法は，基本的に，《分数÷整数》，《整数÷分数》，《分数÷分数》に分類され，この順序に従った形で，教育内容が構成さ

れている。ここでは，まず，上記３つに分類された個別の演算について，その規則を導く説明の論理（①），次に，分数除法に関する一般的な計算規則に関する説明の論理（②）を解明する。なお，《分数÷整数》については，分数の定義の延長として説明可能である。そのため，多くの教科書において，《乗法・除法によって表現される分数の性質》を用いた説明が行われている[28][29]。従って，個別の演算については，《整数÷分数》または《分数÷分数》を主要な対象とする。

①　個別的な計算規則

分析対象とする教科書において，計算規則を導く説明は次の２つの過程から構成されている。第一の過程は，具体的な数値を備えた問題（「例題」）を示し，それに即した形で，演算の結果を導く過程であり，第二の過程は，第一の過程において行われた操作またはそれによって導かれた演算の結果に対する考察によって，計算規則を導く過程である。

第一の過程においては，次の２通りの方法が採用されている。第一の方法は，《被除数と除数を通分した後，分子同士の除法を行う方法》であり，第二の方法は，《乗法の逆演算としての除法の定義から出発し，それに対して代数的な操作を加える方法》である。第二の過程においては，次の２通りの方法が採用されている。第一の方法は，《演算結果としての同一性に依拠する方法》であり，第二の方法は，《被除数に対して行われた代数的な操作に注目する方法》である。両者の組み合わせによれば，分数除法の計算規則について，総計４通りの説明が存在することになる。

これは，明治検定期算術教科書が，その教育内容構成において《多様性》を備えていたことを示す事実として注目に値する[30]。ただし，筆者の知る限り，第一の過程において第二の方法を採用すると同時に，第二の過程においても第二の方法を採用している教科書は存在しない。従って，ここでは，３通りの方法による説明を見ることにする。

第一の方法は，まず，《被除数と除数を通分した後，分子同士の除法を行う方法》である。この方法による説明の具体例として，中條澄清の教科書（②）における《整数÷分数》の説明を見る（「分数除法」，「第二法　法分数，実整数ナルモノ」）。

⑴　金３円ヲ以テ１斤ニ付金１円ノ４分ノ１ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。　答　12斤。

（運算）　$3\div\dfrac{1}{4}=\dfrac{3\times4}{4}\div\dfrac{1}{4}=\dfrac{12}{4}\div\dfrac{1}{4}=12\div1=12$

即　$3\div\dfrac{1}{4}=\dfrac{3\times4}{1}=3\times\dfrac{4}{1}=12$

（解）本題ハ金３円ノ中ニ金１円ノ４分ノ１ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。然ルニ，４分ノ１ヲ以テ直ニ３円ヲ除キ能ハサルナリ。３円ニ４ヲ乗シ其分母ニ４ヲ記セハ（化法第一ノ反対ニテ，此ノ如ク分数ノ形象ニ為スモ其値変セサル理ヲ了解スヘシ），法実ハ同分母即各４分ノモノナリ。是ニ於テ，法ヲ以テ実ヲ除クハ，全ク法ノ分子ヲ以テ実ノ分子ヲ除クナリ。故ニ，実ノ分子12ヲ法ノ分子１ニテ除ケハ商12ヲ得テ，金３円ノ中ニ金１円ノ４分ノ１ハ12個アルコトヲ知ル。是ヲ以テ，本題ノ答ハ12斤ナリ。

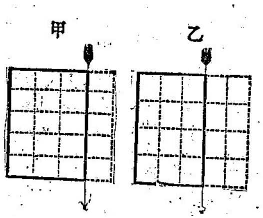
此運算ノ順序ヲ検スレハ，実ニ法ノ分母ヲ乗シ其分子ニテ除クモノニシテ，即チ，法ノ分母子ヲ転倒シテ実ニ乗スルヲ知ルナリ。

定義により，除法 $\left(3\div\dfrac{1}{4}\right)$ によって商が得られることを説明した後，その方法が説明され

る。被除数は整数，除数は分数であるから，そのままの形では演算を行うことができない。そこで，被除数を，分母を4とする分数に変形 $\left(3=\frac{12}{4}\right)$ した後，被除数と除数との間で《分子同士の除法》を行えばよい $\left(3\div\frac{1}{4}=\frac{12}{4}\div\frac{1}{4}=12\div1=12\right)$。この方法により，まず，商が導かれる。

次に，上記の過程において，被除数（3）に対して行われた操作に注目する。まず，除数 $\left(\frac{1}{4}\right)$ の分母を掛ける操作（×４），次に，除数の分子で割る操作（÷１）である。そして，これら２つの操作の合成操作（×４÷１）は除数の逆数を掛ける操作 $\left(\times\frac{4}{1}\right)$ に等しい[31]。この点，すなわち，２つの操作の同一性を根拠として，分数除法の計算規則 $\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$ が導かれている。

佐久間文太郎の教科書（③）においても，中條澄清の教科書（②）と同じく，《被除数と除数を通分した後，分子同士の除法を行う方法》によって，まず，商が導かれる（「分数除法」）。

> ⒂　4分ノ3ノ中ニ5分ノ3ハ幾何アルカ。
>
> （解）甲図ハ1個ノ正方形ノ4分ノ3ヲ示シ，乙図ハ5分ノ3ヲ示セリ。今，縦ニ4分シタル正方形ヲ横ニ5等分シ，縦ニ5分シタル正方形ヲ横ニ4等分セバ，即チ甲図ノ $\frac{3}{4}$ ハ $\frac{15}{20}$ ニシテ，乙図ノ $\frac{3}{5}$ ハ $\frac{12}{20}$ ナルベシ。故ニ，$\frac{3}{5}$ ノ $\frac{3}{4}$ 中ニ含メル数ハ，12ノ15中ニ含メル数ニ等シ。即チ $15\div12=1\frac{1}{4}$ ナリ。是故ニ，
>
> 
>
>
> $$\frac{3}{4}\div\frac{3}{5}=\frac{3\times5}{4\times5}\div\frac{3\times4}{5\times4}=\frac{3\times5}{3\times4}=\frac{15}{12}=1\frac{1}{4}$$

中條の教科書と異なるのは，計算規則を導くために，上記の方法によって得られた商，すなわち演算の結果に注目する点である（「分数除法」）。

> ⒃　前問ニ於テ，$\frac{3}{4}\div\frac{3}{5}$ ノ結果ハ $\frac{15}{12}$ トナレリ。此結果ノ分母12ハ，実ノ分母4ニ法ノ分子3ヲ乗ジ，又分子15ハ，実ノ分子3ニ法ノ分母5ヲ乗ジタルモノナルベシ。
>
> ⒄　分数ヲ以テ分数ヲ除スルニハ如何スベキヤ。
>
> 答　法ノ分母子ヲ転倒シテ実ニ乗ズ。

上記の説明により，商の分母（12）および分子（15）について，それらが，それぞれ，被除数の分母と除数の分子の積（4×3），被除数の分子と除数の分母の積（3×5）に等しいこと $\left(\frac{3}{4}\div\frac{3}{5}=\frac{15}{12}=\frac{3\times5}{4\times3}\right)$ が示される。そして，この点，すなわち，演算結果の同一性を根拠として，分数除法の計算規則 $\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$ が導かれる[32]。

なお，(1)において見た通り，佐久間の教科書において，《整数÷分数》は，《分数÷分数》の後に位置付けられている。《整数÷分数》については，まず，《整数→分数（除数と同じ分母の分数）の変形》が行われ，次に，《分数÷分数》に関する説明の論理が適用されている$\left(15\div\frac{5}{6}=\frac{90}{6}\div\frac{5}{6}=90\div5=\frac{90}{5}=18\right)$。この説明は，佐久間の教科書において，《分数÷分数》と《整数÷分数》の関係が《一般－特殊》の関係として把握されていることを示している。

第二の方法は，《分数除法の定義から出発し，それに対する代数的な操作を通して商を導く方法》である。次の引用は，下河邊半五郎の教科書（④）における《分数÷分数》の説明である（「分数除法」，「(1)例題」）。

> 甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ，乙数ニ某数（即チ商）ヲ乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ。
> 此定義ニヨリ，本題［$\frac{31}{35}\div\frac{4}{7}$］ハ$\frac{4}{7}$ヲ乗ジテ$\frac{31}{35}$ヲ得ベキ某数ヲ求ムルニアルナリ。然ルニ，某数ヲ$\frac{4}{7}$ニテ乗ズルトハ，之ヲ7分シ其等部分ノ4倍ヲ採ルナリ。故ニ，某数（即チ商）ノ$\frac{4}{7}$ハ正ニ実数$\frac{31}{35}$ニ相当スルナリ。因テ，某数ノ7分ノ1ハ$\frac{31}{35}$ノ4分ノ1ニ相当ス。即チ，某数ノ$\frac{1}{7}$ハ$\frac{31}{35\times4}$ナリ。故ニ，某数（即チ商）ハ其7倍，即$\frac{31\times7}{35\times4}$ナルベシ。（中略）
> 規則　分数ヲ以テ分数ヲ除スルニハ，法分数ノ分母子ヲ転倒シテ，之ヲ実分数ニ乗ズベシ。

《乗法の逆》としての除法の定義，すなわち，“$\frac{31}{35}\div\frac{4}{7}=\mathrm{X}\Longleftrightarrow\mathrm{X}\times\frac{4}{7}=\frac{31}{35}$となる数Xを求める”から出発し，それに対する代数的な操作を通して，まず，商が導かれる$\left(\mathrm{X}\times\frac{1}{7}=\frac{31}{35\times4}, \mathrm{X}=\frac{31\times7}{35\times4}\right)$[33]。次に，この商は，除数の逆数を乗数とする乗法の結果に等しい$\left(\frac{31}{35}\div\frac{4}{7}=\frac{31\times7}{35\times4}=\frac{31}{35}\times\frac{7}{4}\right)$。この説明によって示された演算結果の同一性を根拠として，分数除法の計算規則$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$が導かれる[34]。なお，古川凹の教科書（①）においては，“Xの$\frac{b}{a}$”の代わりに，“$\mathrm{X}\times\frac{b}{a}=(\mathrm{X}\div a)\times b$”が用いられている。この点を除けば，説明の論理は同じである。

次に，樺正董の教科書（⑥）における《整数÷分数》の説明を見る（「分数除法」，「整数ヲ分数ニテ割ル場合」）。下河邊半五郎の教科書（④）と同じく，《分数除法の定義から出発し，それに対する代数的な操作を通して商を導く方法》が採用されている（引用における／は，原文における改行を示す）。

> 7ヲ$\frac{3}{5}$ニテ割ルトハ如何ナルコトカ／7トスルニハ$\frac{3}{5}$ニ何ヲ乗スベキカヲ求ムルコトナリ。
> 3ト$\frac{3}{5}$トハ何レカ大ナルカ／3ハ$\frac{3}{5}$ノ5倍ニ当ル。

7トスルニハ，3ニ乗スベキモノト，$\frac{3}{5}$ニ乗スベキモノトハ，何レカ大ナルカ。

3ハ$\frac{3}{5}$ヨリ5倍大ナルヲ以テ，3ニ乗スベキモノヨリ，$\frac{3}{5}$ニ乗スベキモノハ5倍大ナルモノナル可シ。

7トスルニハ3ニ何ヲ乗スベキカ／3ニ$\frac{7}{3}$ヲ乗スレハ丁度7トナルベシ。

然ラハ，7トスルニハ$\frac{3}{5}$ニ何ヲ乗スベキカ／$\frac{7}{3}$ヨリ5倍大ナルモノ即$\frac{7\times5}{3}$ニシテ，$11+\frac{2}{3}$ナリ。

わかりにくい説明ではあるが，次の理解が可能であろう。まず，定義により，“$7\div\frac{3}{5}=X \Longleftrightarrow \frac{3}{5}\times X=7$”から出発する。次に，“$\frac{3}{5}\times X=7$”および“$3\times\frac{7}{3}=7$”について，両者の被乗数および乗数の大小関係に注目する（ここで，後者において被乗数が3であるのは，前者における被乗数の分子と同じ数値が選ばれた結果であり，後者において積が7であるのは，前者における積と同じ数値が選ばれた結果である)。2つの被乗数の大小関係（「3ハ$\frac{3}{5}$ヨリ5倍大」）から，2つの乗数の大小関係（「7トスルニハ$\frac{3}{5}$ニ何ヲ乗スベキカ」。「$\frac{7}{3}$ヨリ5倍大ナルモノ」）が導かれ，そこから，$X=\frac{7}{3}\times5=\frac{35}{3}$として，商が導かれる。

右ノ得タル$\frac{35}{3}$ノ35及3ハ如何シテ得ベキカ。

35ハ，整数7ニ除数分数ノ分母5ヲ乗セシモノニシテ，3ハ分数分子ニ等シ。

然ラハ，如何ニ整数ヲ分数ニテ割ルベキカヲ知リシカ。

法則第2　整数ヲ分数ニテ割ルニハ，整数ヲ分母ニテ乗セシモノヲ分子トシ，元ノ分子ヲ分母トナスベシ。之ヲ簡単ニ云ヘハ，整数ヲ置キ，除数ノ分母分子ヲ転倒シ，之ヲ乗スベシ。

次に，演算の結果に注目することにより，商の分母(3)は除数の分子(3)に等しいこと，商の分子(35)は被除数と除数の分母との積(7×5)に等しいことが示される$\left(7\div\frac{3}{5}=\frac{35}{3}=\frac{7\times5}{3}\right)$。そして，この点を根拠として，計算規則が導かれる$\left(X\div\frac{b}{a}=\frac{X\times a}{b}=X\times\frac{a}{b}\right)$。

分数除法の計算規則について，少なくとも3通りの方法による説明が存在することを見た。先に述べた通り，3通りの方法による説明の存在それ自体については，明治検定期算術教科書が，その教育内容構成において《多様性》を備えていたことを示す事実として注目に値する。同時に，説明の論理それ自体に《共通性》が存在する点に対する注意が必要である。

第一に，いずれの説明においても，最初に導かれた演算の結果が前提とされ，演算の結果との関連において，計算規則が導かれている。このような説明の方法は，現在においても継承されていると同時に，《結果主義》として批判の対象となり，克服に向けた試みが行われている。第二に，分数除法において重要な概念である《逆数》に関する説明が行われていない。

②　一般的な計算規則

小笠原利孝の教科書（⑤）においては，教育内容に関するカテゴリーとして，「分数除法ノ通法」が設定されている。それにより，《分数÷整数》を含めた形で，分数除法に関する一般的な計算規則の存在が示されている点が注目される（「分数除法」，「分数除法ノ通法」）。

ただし，この点に関連して，次の点に注意する必要がある。詳細については省略するが[35]，小笠原の教科書においては，分数除法に関する個別的な計算規則が数多く説明されている。一般的な計算規則に関する説明の存在については，このような教育内容構成による要請に応えた結果としての側面を否定することはできない。

> （例）4 分ノ 3 ニテ 7 分ノ 5 ヲ除スレバ如何。
>
> 分数除法第三ノ方法ニテ運算ヲナス。左ノ如シ。
>
> 運算　$\frac{5}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5\times4}{7\times4} \div \frac{3\times7}{4\times7}$　故ニ　$5 \times 4 \div 3 \times 7$　即チ　$\frac{5\times4}{7\times3} = \frac{20}{21}$
>
> 此方法ニ由テ得タル 21 分ノ 20 ハ，実 7 分ノ 5 ニ，法 4 分ノ 3 ヲ転倒シタルモノヲ乗ジタルニ同ジ。是故ニ左ノ通則ヲ定ム。
>
> 分数除法通則　総テ整数或ハ混数［帯分数］ヲ仮分数ニ化シ，而シテ後，実ニ法ノ分母子ヲ転倒シテ乗ズベシ。

上記の引用においては，第一に，《分数÷分数》の計算規則が個別の演算（異分母の場合）に適用され，第二に，その結果に注目する方法により，計算規則，「実ニ法ノ分母子ヲ転倒シテ乗ズベシ」$\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)$ が導かれている。第三に，この計算規則が「分数除法通則」として位置付けられ，整数，帯分数を含む場合については，それを仮分数に変形することにより，この計算規則が適用可能となることが記述されている。ただし，上記の引用に見られる通り，言語による内容の記述に止まり，具体的な事例が示されているわけではない。

⑷ 演算の代数的な側面に関する説明

①　演算結果の検証方法（検算）

樺正董の教科書（⑥）においては，《分数÷整数》および《分数÷分数》について，具体例に即した形で，演算結果の検証方法が説明されている。後者の例を次に引用する（「分数除法」，「分数ヲ分数ニテ割ル場合」）。

> 例題　$\frac{5}{6}$ ヲ $\frac{2}{9}$ ニテ割ルベシ。
>
> 解　法則ニ依リ除数ノ分数ヲ転倒シ $\frac{9}{2}$ トシ，$\frac{5}{6}$ ニ乗ズルトキハ，$\frac{5}{6} \times \frac{9}{2} = \frac{5\times3}{2\times2} = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$
>
> 試ミニ，$\frac{15}{4}$ ナル答ヲ $\frac{2}{9}$ ト乗スベシ。$\frac{5}{6}$ トナルヲ見ン。

下河邊半五郎の教科書（④）においては，教育内容に関するカテゴリーとして，「試法」が設定されている。「術ニヨツテ計算セシ後，其誤ナキヲ見ル為ニ施ス法，之ヲ試法ト云フ」（「総論⑺」）。分数除法については，「整数除法ト同一ナルヲ以テ之ヲ略ス」と記されている（「分数除法」，「⑶ 試法」）。整数除法については，基本的な方法として，2 つの関係，すなわち，

《$a \div b = c \Longleftrightarrow a \div c = b$》および《$a \div b = c \Longleftrightarrow c \times b = a$》を用いる方法が説明されている（「除法」，「(7) 試法」）。

> 除法ノ試法ハ，商ヲ以テ［実数ヲ］除シ，法ト等シキ商ヲ得レバ正シキモノトス。但シ，残数アリタルトキハ豫ジメ実数ヨリ去リ置クベシ。又，商ニ法ヲ乗ジテ実数ト同ジケレバ誤謬ナキナリ。但シ，残数アリタルトキハ之ヲ加フベシ。

古川凹の教科書（①）においても，整数除法に関する限り，「除算ノ証法ニ二法アリ」として，「第一法　除法ヲ以テ除法ノ証法トス」，「第二法　乗法ヲ以テ除法ノ証法トス」の２つの方法が説明されている。その内容は上記と同じである（「除法」）[36]。これに対して，分数除法については，演算結果の検証方法（検算）に関する説明は特に行われていない。演算結果の検証（検算）については，分数除法においても，整数除法と同じ方法が適用可能である。古川の教科書においては，この点が前提とされているのかも知れない。なお，佐久間文太郎（③），小笠原利孝（⑤）の教科書においても，この点は同じである。

②　演算によって生じる数の大小関係

樺正董の教科書（⑥）においては，次の問題がある。特に説明は行われていないけれども，分数除法における《除数と１との大小関係》，《被除数と商との大小関係》――これら２つの大小関係の関係に注目している（「分数除法」，「整数ヲ分数ニテ割ル場合」）。

> ⒆　５ヲ $\frac{3}{3}$ ニテ割レハ幾何トナルカ。
>
> ⒇　５ヲ $\frac{4}{3}$ ニテ割レハ幾何トナルカ。
>
> ㉑　５ヲ $\frac{2}{3}$ ニテ割レハ幾何トナルカ。
>
> ㉒　或数ヲ分母分子ト同一ナル分数ニテ割レハ，元ノ数ト何レカ大ナルカ，分母分子ヨリ小ナレハ如何，大ナレハ如何。
>
> ㉓　或数ヲ如何ナルモノニテ割レハ元ノ数ト等シキヤ，又元ノ数ヨリ大ナルヤ，又小ナルヤ。

整数除法において，演算の結果は必ず被除数より小さくなる。これに対して，分数除法においては，必ずしも同じ関係が成立するとは限らない。樺の教科書（⑥）においては，この意味における両者の《不連続性》についても，教育内容として構成されている[37]。

中條澄清の教科書（②）において注目されるのは，まず，次の記述である（「教師心得(5)」）。

> 乗除二法ニ於テ生徒ニ了解セシムヘキ緊要ナル点ハ，乗法ハ第 25 丁，除法ハ第 31 丁ノ解説ナリ。何レモ此理ニ明晰ナラサレハ乗除ノ応用ニ熟達スル能ハサルナリ。

「第 31 丁ノ解説」を次に見る（「分数除法」）。

> 以上ノ解説ニ依テ，分数除法ニ於テ緊要ナル三説ヲ理解スヘシ。即次ノ如シ。
>
> 第一　法実相等シケレハ，其商ハ１個ナリ。
>
> 第二　実数法数ヨリ較ヤ小ナレハ，其商ハ１個ヨリ較ヤ小ナリ。
>
> 第三　実数法数ヨリ較ヤ大ナレハ，其商ハ１個ヨリ較ヤ大ナリ。

（解）第一法ノ⑹⑺⑻，第二法ノ⑴⑵，第三法ノ⑴ハ此第三説，又第一法ノ⑴，第二法ノ⑸，第三法ノ⑵⑾ハ第二説ノ題ナリ。

上記の引用においては，これまで，演算の結果を導くために示されていた問題（例題，練習問題）を，新たに，演算によって生じる数の大小関係という観点から見直すことを求めている。この観点から，《演算の対象となる被除数と除数との大小関係》，《演算の結果である商と1との大小関係》――これら2つの大小関係の関係に注目している。その内容を具体的に理解するために，「第三説」の例として「第三法ノ⑴」，「第二説」の例として「第三法ノ⑵」を，次に引用する（「分数除法」，「第三法　法実各分数ナルモノ）」。

⑴　金2円4分ノ1ヲ以テ，1斤ニ付金1円ノ5分ノ3ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。
　答　3斤4分ノ3。
⑵　金1円ノ10分ノ3ヲ以テ，1斤ニ付金1円ノ5分ノ3ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。
　答　1斤ノ2分ノ1。

序章において，筆者は，中條澄清の教科書に関する中谷太郎の指摘（「問題の中ではあるが，計算法則を意識させようとしている」）を引用した。樺正董の教科書（⑥）における記述を含め，上記の記述については，この指摘の典型的な実例として位置付けることが可能である。

中條澄清の教科書（②）において注目すべきは，上記の「解説」に続く，次の記述である。

分数ノ分母ハ除法ノ法数，其分子ハ除法ノ実数ナルヲ以テ，第六丁ニ記ス三説ヲ以テ，順序ニ此三説ト照考スヘシ。

上記の記述における「第六丁ニ記ス三説」とは，《分数と1との大小関係》に関する次の諸命題である（「分数」）。

第一　分数ノ分母子相等シケレハ，其値ハ1個ナリ。
第二　分数ノ分子，分母ヨリ較ヤ大ナレハ，其値ハ1個ヨリ較ヤ大ナリ。
第三　分数ノ分子，分母ヨリ較ヤ小ナレハ，其値ハ1個ヨリ較ヤ小ナリ。

「分数ノ値」については，「其分母ヲ以テ分子ヲ除キタル商ナリ」と定義されている（「分数」）。上記の「三説」においては，《分数を構成する2つの整数（分母，分子）の大小関係》，《その分数と1との大小関係》――この2つの大小関係の関係が記述されている。そこには，先に見た，「分数除法ニ於テ緊要ナル三説」，すなわち，《被除数と除数との大小関係》，《商と1との大小関係》――これら2つの大小関係の関係と同じ関係が成立している。この点に関する説明においては，両者の大小関係に対する「照考」，特に後者においては，《商分数の論理》$\left(\frac{b}{a}=b\div a\right)$の分数除法に対する拡張が求められている。それにより，両者の関係の同一性が示されている[38]。

須田勝彦は，明治初期の教科書について，「算術の内部における代数的認識の形成はこの時期の教科書における教育内容構成の重要な柱となっていた」と指摘している[39]。本節において見た記述は，この特徴が明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書へと継承されていることを示している。

《註》

⑴ これは，尋常小学科においては「珠算」を用いることを前提とする規定である（明治 19 年 5 月）。ただし，同年12 月の改正においては，尋常小学科においても「筆算」を用いることが認められる。この場合に対応する高等小学科の教育内容については，「分数小数比例利息算雑題簿記ノ概略及暗算」に「開平開立求積」を加えた内容として規定された。「算数教科書総解説」『日本教科書大系 近代編 第 14 巻 算数⑸』講談社，1964 年，159 ページ。いずれの場合においても，分数が高等小学科の教育内容として位置付けられている点に変わりはない。

⑵ 目次の項目においては現れていないけれども，古川凹の教科書（①）において，分数の教育内容は，整数の性質を含んだ形で構成されている。具体的には，「分数化法」の「第三化法」である「分数ヲ最簡ニナスノ法（約分)」の内容として，倍数，約数，公約数，最大公約数などが含まれている。ただし，分数に関する限り，他の教科書と同じく，定義，性質，大小関係，四則演算の順序に従って，教育内容が構成されている。

⑶ 地方教育史に関する文献に収録されている「教科課程表」を見る限り，分数の教育内容を，複数の学年に分散する方法に従って編成している事例は存在しない。通常の方法として採用されていたのは，特定の学年（第 1 学年または第 2 学年）に集中して編成する方法であったと予想される。例えば，次を参照。富山県教育史編さん委員会編『富山県教育史』上巻，富山県教育委員会，1971 年，327～328 ページ。長野県教育史刊行会編『長野県教育史』第 5 巻，教育課程編 2，長野県教育史刊行会，1974 年，67 ページ。「東京都の高等小学科カリキュラム」水原克敏『近代日本カリキュラム政策史研究』風間書房，1997 年，284 ページ。神奈川県立教育センター編『神奈川県教育史』資料編，第 1 巻，神奈川県教育委員会，1971 年，321 ページ。次においても，「第一次小学校令下の教科課程表一例」が紹介されている（ただし，府県名については不明である)。国立教育研究所編『日本近代教育百年史』第 4 巻，学校教育 2，教育研究振興会，1974 年，161～165 ページ。なお，この「表」において，分数は，「分数」（第 1 学年）および「分数雑題」（第 2 学年）に分散されている。

⑷ 第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた特徴は，第Ⅰ期・後期の教科書における部分的な変容を経て，第Ⅱ期の教科書において完全な崩壊に至る。ひとまとまりの数学的概念に対応した，ひとまとまりの教育内容構成から，詳細に分類された個別的な教育内容の単なる集合体へと，教科書内容が変容するのである。この点については次を参照。岡野勉「明治検定期算術教科書における演算の分類と順序の構成──第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数乗法・除法を対象として」『教授学の探究』第 21 号，北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室，2004 年。

⑸ 第Ⅱ期の教科書においても，第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた教育内容構成の特徴を継承している教科書が存在する。この点については次を参照。岡野勉「明治検定期算術教科書に見る，初等数学としての分数論の原型──第Ⅱ期の教科書における分数の定義，性質，大小関係，加法，減法を対象として」中研紀要『教科書フォーラム』第 3 号，中央教育研究所，2005 年。

⑹ 梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史 1』三省堂，1979 年，75 ページ。「教授ノ主義」については，その重要性が次のように説明されている。「左ニ掲クル諸主義ハ，<u>ペスタロヂー</u>其他諸教育家ノ幾多ノ理論ト経験トヲ積ミテ組成セルモノニシテ，現今教育諸大家ノ一般ニ是認スル所ノモノナリ。故ニ，教師者熟復翫味充分ニ其意義ヲ明ニシ，常ニ之ニ因リテ業ヲ授ケバ，庶幾クハ教授ノ正鵠ヲ失ハザラン」。（アンダーラインは原文。74～75 ページ)。

⑺ 最近の算数教科書（平成 10 年改訂の学習指導要領による，平成 13 年検定済の教科書）においては，多くの教科書において，《分数÷整数》→《分数÷分数》→《整数÷分数》の順序が構成されている。《整数÷分数》については，まず，《整数→分数の変形》を行い，次に，《分数÷分数》の計算規則 $\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$ を適用すればよいと説明されている。

⑻ 岡野勉「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成──第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第 2 号，日本数学教育史学会，2002 年。

⑼ 中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻三，1888（明治 21）年，寛裕舍，文部省検定済［『日本教科書大系 近

代編 第12巻 算数(3)』講談社，1963年，所収]。

(10) 中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻二，1888（明治21）年，寛裕舍，文部省検定済［『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社，1963年，35ページ]。

(11) 中條の教科書において，乗法は，「加法ヲ用ヰスシテ数ヲ倍スル法」，「尚ホ精密ニ述レハ」，「一数ニ在ル一個ノ数ニ等シク他ノ一数ヲ若干倍スル法」として再定義されている。中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻二，1888（明治21）年，寛裕舍，文部省検定済［『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社，1963年，35ページ]。

(12) この問題においては，被除数より除数の方が大きい。そのため，「幾何含有スルヤ」を問う問題としては，その適切性に疑問が残る。

(13) 引用の前半部分においては，分数除法 $\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}$ が，《$\frac{d}{c}\times X=\frac{b}{a}$ となる数Xを求めること》として定義されている。これに対して，後半部分においては，$\frac{31}{35}\div\frac{4}{7}$ について，《$X\times\frac{4}{7}=\frac{31}{35}$ となる数Xを求めること》と説明されている。この説明においては，分数乗法に関する交換法則の成立が前提とされている。交換法則の成立については，整数乗法の「定説」および「試法」において説明されている。分数乗法については，「整数乗法ト同一ナルヲ以テ之ヲ略ス」と記されている（「試法」）。

(14) 樺政蔵編『算数学初歩』巻之下，求古堂・鶴棲堂，1888（明治21）年，富山県立図書館所蔵。

(15) 樺正董の教科書（⑥）については，「本書ハ，余ガ先ニ編セル算数学初歩ニ続キ，小学高等科生徒ニ課スルカ為メニ編セシモノナリ」と説明されている（「緒言」）。樺政蔵編『算数学初歩』，樺正董編『開発算数学』（⑥）は，それぞれ，小学尋常科用，小学高等科用の教科書として編集されたものであり，両者によって，小学校（尋常科，高等科）8年間の算術教育カリキュラムの全体像が示されている。

(16) この「定理」から，「注意　依テ左ノ検算法ヲ得」として，「検算法　商ト除数ト乗シ被除数ト等シケレハ其答ノ正合スルヲ知ル」が導かれている。

(17) 古川凹編輯『小學筆算書』巻之二，集英堂，1886（明治19）年，東書文庫所蔵。

(18) 岡野勉「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成――第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第2号，日本数学教育史学会，2002年。

(19) 整数除法に関する説明については，次による。中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻三，1888（明治21）年，寛裕舍，文部省検定済［『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社，1963年，所収]。

(20) 中條の教科書においては，例えば次の記述がある。「(144) 金12銭ヲ以テ1顆ニ付3銭ノ梨ヲ買ヘハ何顆ナリヤ。答4顆」。この引用においては，「答4顆」と記されている。従って，「法数ト実数ハ同物数」ではあるけれども，「商ハ虚数」ではないように見える。しかしながら，この点については次のように説明されている。「本題ハ一顆ノ価3銭ナルユヘ，12銭ハ3銭宛ニ分テハ其数4ナリ。故ニ梨ノ数ハ4顆ナリ」。この説明によれば，本質的に重要なのは《12銭÷3銭＝4》の関係なのであり，商4に「顆」を付けるか否かは末梢的な問題に過ぎない。

(21) 中條の教科書においては，例えば次の問題がある。「左ノ諸題ヲ各二ツニ分ツヘシ。(7) 金44銭　(8) 米86石　(9) 金84円（以下略)」。この問題においては，量と数の区別と連関の一形態として，Ⓑ《量÷数＝量》が位置付けられているように見える。この点については，次の説明が可能であろう。第一に，この問題は，1位数を除数とする除法（「単位除法或ハ短除法」と総称されている）のアルゴリズムの説明に続く形で設定されている。この位置付けとの関連から，この問題における教育内容は，Ⓑ《量÷数＝量》の関係ではなく，除法のアルゴリズムである。この問題においては，その定着が目的とされている。第二に，この問題に先立って示されている例題は，「(6) 金24銭ヲ2銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答12」である。この例題との関連から，上記の問題は，例えば，次の内容を省略する形で記述されている。「(7) 金44銭ヲ2銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ。(8) 米86石ヲ2石宛ニ分テハ幾ツナリヤ。(9) 金84円ヲ2円宛ニ分テハ幾ツナリヤ」。

(22) 銀林浩『数の科学――水道方式の基礎』むぎ書房，1975年，117ページ。

(23) 中條澄清は，自らが編集した雑誌『数理會堂』においても，「算数学除法ノ原理ヲ解説」している。「(2) 金120円ヲ8名ニ分配スレバ1名ニ付何円宛ナリヤ」が，Ⓑ《量÷数＝量》の具体例にあたる。この問題に関する説明においても，第一に，仮定として，「先ツ1名ニ付1円宛ノ分配トスレハ」を設定する方法により，それが，同種の量の間の，Ⓐ《量÷量＝数》へと変換されている。第二に，この方法を「甚タ迂遠ナリ」とする批判に対する反論が，「除法ノ原理」および乗法における量と数の区別と連関（《量×数＝量》）との論理的整合性を根拠とする形で，行われている。反論にあたる部分を次に引用する。「此(2)ノ解説ニ対シ，人或ハ言ハン。甚タ迂遠ナリ。直ニ8名ヲ以テ金額ヲ除クヘシト。是レ実地応用上ニ於テ固ヨリ此ノ如シト雖モ，除法ノ原理解説ニ於テ此ノ如ク説明セハ，（Ⅰ）[「除法ハ同一数ヲ以テ同種ノ他数ヨリ累減スル簡法ナリ」] ニ依テ金額ヨリ8名ヲ累減スルコトヲ得ルカ。是レ為シ能ハザルコトナリ。近来算術ノ理論精密ニシテ乗法ニ於テ次ノ3原理 [「（Ⅰ）乗法ハ同一数ヲ累加スル簡法ナリ。（Ⅱ）乗法ノ法ハ虚数ナリ。（Ⅲ）乗法ノ実ト積ハ同種ノ二数ナリ」] ヲ解説シ，人ニ米或ハ金額ニ里数ヲ乗スルカ如キハ不合理ト主張スルニモ拘ラス，除法ノ法実ハ同種若クハ異種ノ二数ナリト解説スルハ我輩ノ怪ム所ナリ」。中條澄清「除法解説」『数理會堂』初會，数理社，1889（明治22）年，17〜18ページ。

(24) 下河邊半五郎の教科書（④）においては，「定説」について，次のように説明されている。「論証ニヨリテ理義明瞭ナラシムルモノ之ヲ定説ト云フ」（「総論」）。

(25) 下河邊半五郎の教科書（④）においては，整数乗法の「定説」として，分配法則が説明されている。「甲数ノ各部ニ乙数ノ各部ヲ乗ジ，其積ヲ悉ク加フレバ，甲数ニ乙数ヲ乗ジタルニ等シ。例ヘバ32×16ハ（中略）即チ，実32個ヲ単位ト10位トノ2部ニ分チテ30個ト2個トニナシ，之レニ法ノ16個ヲ亦単位ト10位トノ2部ニ分チテ，法実各部ヲ相乗ジテ其積ヲ加ヘタルニ等シ」。演算の方法に関する説明に先立つ形で，その根拠となる代数法則が説明されている点に，この教科書の水準の高さが示されている。

(26) [ ] 内の定義は《$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}\longleftrightarrow\frac{d}{c}\times X=\frac{b}{a}$ となる数Xを求める》である。これに対して，問題(4)に関する説明が依拠している定義は，《$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}\longleftrightarrow X\times\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$ となる数Xを求める》である。この説明においては交換法則の成立が前提とされている。

(27) 若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（明治16年）[梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史1』三省堂，1979年，75ページ]。

(28) 例えば，佐久間文太郎の教科書（③）においては，四則演算に先立つ形で，次の内容が教えられている。「一数ヲ以テ分数ノ分子ヲ除シ或ハ分母ニ乗ズルハ，其分数ヲ除スルニ同ジ」（「分数」，「定説」）。《分数÷整数》については，この性質を用いた説明が行われている（「分数除法」）。

(29) 「開発主義」教授理論による「教授ノ主義」の一つとして，「児童ノ発見シ得ル所ノモノハ決シテ之ヲ説明スベカラズ」がある。若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（明治16年）[梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史1』三省堂，1979年，75ページ]。《分数÷整数》の計算規則は，おそらく，「児童ノ発見シ得ル所ノモノ」であり，従って，この「教授ノ主義」の適用対象の一つであろう。

(30) 明治検定期算術教科書に関する先行研究について，筆者は次のように指摘したことがある。「明治検定期の教科書については，その内容に関する分析を欠いたまま，『自由』『多彩』等の表現による，抽象的あるいは一般的な評価だけが行われている」。岡野勉「明治検定期算術教科書における演算の分類と順序の構成――第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数乗法・除法を対象として」『教授学の探究』第21号，北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室，2004年，155ページ。

(31) 中條澄清の教科書（②）による説明においては，分数乗法の定義 $\left(X\times\frac{b}{a}=(X\div a)\times b\right)$，およびそこにおける2つの操作の交換可能性が用いられている。ただし，この点に関する説明は特に行われていない。

(32) 佐久間文太郎の教科書（③）において，$\frac{3\times5}{4\times3}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{3}$ については明記されていない。分数乗法の計算規

則についてはすでに説明されていることから，この点については自明とされているものと見られる。

(33) この過程においては《乗法・除法によって表現される分数の性質》が用いられている。その内容については，分数の定義との関連において，次のように説明されている。「分数ノ分子ヲ幾倍或ハ幾分スルハ，分数ノ値ヲ同幾倍或ハ同幾分スルナリ」。「分数ノ分母ヲ幾倍或ハ幾分スルハ，分数ノ値ヲ同幾分或ハ同幾倍スルナリ」（「分数定説」）。

(34) 下河邊半五郎の教科書（④）において，2つの演算の結果が等しい点 $\left(\frac{31}{35}\div\frac{4}{7}=\frac{31\times7}{35\times4}=\frac{31}{35}\times\frac{7}{4}\right)$ については特に明記されていない。分数乗法の計算規則についてはすでに説明されていることから，この教科書においても，$\frac{31\times7}{35\times4}=\frac{31}{35}\times\frac{7}{4}$ については自明とされていると見られる。

(35) 第一に，《分数÷整数》$\left(\mathrm{ex}.\frac{9}{10}\div3\right)$ について，「分数定理第二」（「分子ヲ除シ或ハ分母ニ乗スルハ分数ノ値ヲ除ス」）により，「$\frac{9}{10}$ ノ分子ヲ3ニテ除スルカ或ハ3ヲ分母ニ乗ズル」，第二に，《整数÷分数》について，《整数→分数（除数と同じ分母を持つ分数）の変形》→《分子同士の除法》$\left(\mathrm{ex}.5\div\frac{15}{16}=\frac{80}{16}\div\frac{15}{16}=80\div15=5\frac{1}{3}\right)$，第三に，《分数÷分数》については，「法及実同分母ナルトキ」，「法及実ノ分母異ナルトキ」に2分され，前者については《分子同士の除法》，後者については，《通分》→《分子同士の除法》$\left(\mathrm{ex}.\frac{2}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{10}{15}\div\frac{6}{15}=10\div6=1\frac{2}{3}\right)$（本文の引用にある「分数除法第三ノ方法」）が，それぞれ，示されている。

(36) 古川凹編輯『小學筆算書』巻之二，集英堂，1886（明治19）年，東書文庫所蔵。

(37) 同じ内容に関する説明は，数としては少ないけれども，最近の算数教科書においても行われている。ただし，それ以前に与えられている計算問題において，除数が1より大きい場合はほとんど扱われていない。この点については，平成10年改訂の学習指導要領における次の記述によると見られる。「帯分数を含む計算は取り扱わないものとする」（第6学年，3．内容の取扱い(3)）。演算の対象となる数の範囲が狭く限定されることにより，演算の代数的な側面に関する説明が不自然なものになっている。ただし，別な見方によれば，仮分数表記を用いることにより，計算問題において除数が1より大きい場合を扱うことは可能である。これは，学習指導要領による規制の存在とは別な問題である。

(38) この関係を記述する方法として，「重分数」がある。この時期に発行された他の教科書においては，「重分数」に関する説明が行われている（中條の教科書においては，説明は行われていない）。「$16\frac{1}{2}\div4\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}$ 等を，時ありては $\frac{16\frac{1}{2}}{4\frac{1}{4}}$，$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$ 等の如く記すことあり。之を重分数と云ふ。而して之を計算するの法は前に示したるものと等しく，即ち，整数或は混分数を仮分数に化し，其式の分母（除数）を倒置し，以て乗法を施すなり」。宮川保全・愛知信元編『小學筆算教授書』巻之四，中央堂，1888（明治21）年，「分数」，「除法」。次の教科書においても，同じ内容の記述がある。山田正一著『小學筆算教科書』巻8，京都育英書房・福井正寶堂，1888（明治21）年，「分数除法」。両書とも東書文庫所蔵。ただし，中條の教科書とは異なり，これらの教科書においては，分数除法の代数的な側面が教育内容として構成されているわけではない。「重分数」については，上記の引用に見られる通り，分数除法の別な記法として説明されているに過ぎない。

(39) 須田勝彦「教育史研究の有効性について――教科教育史の立場から」『日本の教育史学』第43集，教育史学会，2000年，315ページ。

2．お わ り に

序章において設定した視点により，明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書における分数除法の教育内容構成を対象とする分析を行った。分析の結果により，この時期の教科書が備えていた特徴として，次の4点を指摘することができる。

⑴　分数除法は，基本的には，《分数÷整数》，《整数÷分数》，《分数÷分数》に分類され，この順序に従った形で，ひとまとまりの教育内容が構成されている。

⑵　整数除法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で，分数除法の意味に関する説明の論理が構成されている。《連続性》の内実は，①《乗法の逆演算》としての定義，② Ⓐ《量÷量＝数》による，演算における量と数の区別と連関に関する説明によって，構成されている。この点に加え，Ⓑ《量÷数＝量》を分数除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために，間接的ではあるけれども，独自の論理が構成されている。

⑶　① 個別の計算規則に関する説明は，第一に，演算の結果を導く過程，第二に，第一の過程において行われた操作またはそれによって導かれた演算の結果に対する考察によって計算規則を導く過程，2つの過程によって構成されている。それぞれの過程においては2通りの説明方法が採用されており，両者の組み合わせにより，説明の論理には《多様性》が見られる。同時に，次の2点において，《共通性》を備えている。第一に，過程の構成に示されている通り，説明の論理は《結果主義》に依拠している。第二に，《逆数》に関する説明が行われていない。② 個別の計算規則に加え，一般的な計算規則の存在を示す説明も行われている。

⑷　演算結果の検証方法（検算），演算によって生じる数の大小関係等，分数除法の代数的な側面に関する説明が行われている。説明においては，分数を定義する一つの方法としての《商分数の論理》を，分数除法に対して拡張する形で適用する方法も採用されている。

序章において，筆者は，明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書を，「理論流義算術」の，「小学教育内」への「闖入」の具体例として位置付けた。この位置付けにより，本章においては，まず，寺尾寿の教科書における分数除法の教育内容構成との関連において，上記の特徴に対する評価を試みる。

まず，上記の特徴については，寺尾寿の教科書が備えていた特徴との間に，多くの点において共通性を見ることができる[(1)]。この意味において，本論文において分析対象として設定した教科書については，寺尾の教科書とともに，「学問としての数学」を志向する立場を採用していたと評価することが可能である。

同時に，特に注目されるのは，上記の特徴の内，演算における量と数の区別と連関に関する説明（⑵）および演算の代数的な側面に関する説明（⑷）の存在である。

寺尾の教科書において，分数除法の教育内容は全体として簡略化した形で構成されており，上記2点に関する説明は行われていない。第一に，分数除法における量と数の区別と連関について，整数除法に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で説明を行うという観点は，そもそも設定されていないか，仮に設定されていたとしても，教育内容構成として明確な形で具体化されていない[(2)]。第二に，演算結果の検証方法（検算）を含め，演算の代数的な側面に関する説明は，分数除法においては全く行われていない[(3)]。この事実は，上記2点に関する説明

の存在を，明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた独自の特徴として位置付ける可能性を示している。

次に，第1章において，筆者は，上記の特徴(2)に関連して，Ⓑ《量÷数＝量》を，分数除法における量と数の区別と連関の一形態として，直接的な形で位置付ける論理の不在を指摘した。同時に，この点を，分数除法の意味に関する説明の論理において，当時の教科書が共通に抱えていた限界として位置付けた。この点に関連して注目されるのは，当時の教師による実践的研究において，この限界が指摘されていると同時に，その克服に向けた具体的な提言が行われている点である[(4)(5)]。次に，その内容を見よう。

三輪三吉は，Ⓑ《量÷数＝量》として説明される除法の例として，「米4俵ノ代11円20銭ナルトキ，1俵ノ代何程ト云フトキニ施コス除法」を示し，この問題を《等分》を用いて説明する方法に対して，次のように批判している。「往々，コノ場合ノ除法ヲ説明スルニ，実ヲ数個ノ等シキ部分ニワカチテ其一ヲ求ムルモノナリト云フ。其一ヲ求ムルト云フハ可ナリ。等キ部分ニワカツトハ除法ニ通ジタル言ニアラス。此ノ如ク説明スルヲ以テ，分数ニ逢テ躓キ小数ニ遭フテ倒ルヽナリ」。

「除法ニ通ジタル言」として，三輪は，《比》を用いた除法の定義を提案する。「或数ノ幾ツダケニ相当スル数ト，其幾ツダケナリト云フコトヲ知テ，或数ノ一ツダケヲ求ムルナリ」。「実数ハ或数ノ法数ダケニ相当セルモノナリ。法数ヲ以テ実数ヲ除スルハ，即チ或数一ツダケヲ求ムルモノナリ」。「除法ノコノ場合ニ求ムルモノハ，一ツニ当レル全キ数ナリト知ルベシ。是レ甚ダ緊要ノコトナリ」。

この定義に依拠することにより，整数除法，分数除法の意味に関する統一的な論理による説明が可能となる[(6)]。「是レタヾ整数除法ニ於テ確当スルノミナラス，分数小数ニ通シテ又精確ナレハ，説明理解ノ便，甚タ鮮カラサルヘシ。即チ，或ル田ノ3分ヨリ米2石4斗ヲ獲ルトキ，コノ田全体ヨリ獲ル所ノ米何程ト云フ題ニ於テモ，1園ノ5分ノ3ニ植ウル所ノ樹数124本ナルトキ，全園ニ植ウヘキ樹数幾何ト云フトキニモ，皆，前ノ解釈ヲ用ヰテ除法ヲ施コス所以ヲ知ラシムヘシ」。

従って，この定義については，分数除法の説明において初めて採用するのではなく，整数除法の説明を行う時点から採用すべきものであることが指摘される。「若シ，此説，果シテ可ナルヲ得バ，余ハ深ク算術初歩ノ教授ヨリ此説ニ従ハレンコトヲ望ム。コレ，他日，小数ヲサヅケ分数ヲサヅクルニ至テ，彼ノ許多ノ困難ヲ除キ得ヘケレバナリ」。

第1章において見た通り，中條澄清の教科書（②）においては，整数，分数，それぞれの四則演算に関する個別的な論理による説明が否定され，有理数の四則演算としての統一的な論理による説明の重要性が指摘されていた。三輪三吉の提案においては，この点が基本的観点として共有されていると同時に，特に除法について，中條の教科書とは異なった形で教育内容が提案されている点が注目される[(7)]。ただし，三輪の提案の，教科書としての具体化の有無については不明である[(8)]。

本論文により，明治検定期，第Ⅰ期・前期の教科書において形成されたと見られる，初等数学教育の内容としての分数論の原型の，分数除法における具体的な存在形態が明らかになった。今後においては，第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書を対象とする分析により，上記の特徴の変容過程，それによる，学校数学としての分数論の原型の形成過程を解明する課題に進みたい。

《註》

⑴　寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻，敬業社，1888（明治 21）年，283～292 ページ。なお，一般的な計算規則に関する説明は，「分数ノ割リ算」（第 8 章）に続く，「余数及ビ逆数」（第 9 章）において行われている。

⑵　第一に，整数除法については，整数乗法（《量×数＝量》）の《逆演算》として定義されている。「或ル数ニテ或ル他ノ数ヲ割ルトハ，後ノ数ヲ得ル為ニ始ノ数ニ掛クベキ数ヲ作ルコトナリ」（87 ページ）。第二に，整数除法における量と数の区別と連関については，Ⓐ《量÷量＝数》，Ⓑ《量÷数＝量》の 2 つの形態が区別されている。「除数ト被除数トガ，共ニ同シ種類ノ量ヲ同シ単位ニテ計リタルモノヲ表ハス所ノ数ナルトキ」（87 ページ），「実［被除数］ト商トガ，共ニ同シ種類ノ量ヲ同シ単位ニテ計リタルモノヲ表ハス所ノ数ナルトキ」（90 ページ）。第三に，分数乗法における量と数の区別と連関についても，《量×数＝量》としての説明が行われている（275～276 ページ）。第四に，これに対して，分数除法については，量と数の区別と連関に関する説明それ自体が行われていない。

⑶　第一に，整数においては，乗法についても，除法についても，代数的な関係を用いた演算結果の検証方法（「験シ」）に関する説明が行われている（67 ページ，111 ページ）。これに対して，分数においては，代数法則それ自体に関する説明が行われていない。第二に，分数乗法においては，演算によって生じる数の大小関係について，次の記述がある。「或ル数ニ或ル分数ヲカケテ得ル所ノ結果ハ，強チニ此数ニ完全数［整数］ヲカケタルトキノ如ク，モトノ数ヨリ大ナル数ニハ非ズ」（280 ページ）。これに対して，分数除法においては，演算によって生じる数の大小関係に関する説明が行われていない。

⑷　三輪三吉「算術乗除ノ教授ニ就テ」『信濃教育會雑誌』第 58 号，1891（明治 24）年，7 ～12 ページ。以下において，この論文からの引用については，ページ数の注記を省略する。

⑸　三輪三吉の経歴，学問歴については不明である。ただし，次の引用に示されている通り，この論文の課題は，小学校教員としての三輪自身の経験にもとづいて設定されたものである。「余ハ小学生徒ニ分数小数ノ乗除ヲ授クルニ於テ許多ノ困難ニアヘリ。殊ニ生徒ハ（中略）分数ニテ除スルトキ其商ガ実［被除数］ヨリ大キク，小数ヲ乗スルトキ其積却ツテ小トナルヲ見レハ，忽チ奇異ノ思ヲナシ，コハ以前学ビシモノトハ同シカラヌ者ナリ，解シカタキモノナリトノ観念ヲイダキテ，如何ナル場合ニ乗除スヘキカニ於テ甚キ混雑錯乱ヲ生スルニ至ルヲ見タリ。余ハコノ困難ニアヒテ以為ク。小数トテ乗除ハ乗除ナリ。整数ノトキト異ルノ理ナシ。異ナラサルモノニ同シカラサルノ感ヲナサシムルハ，畢竟，同一ノ乗除ナルニ同一ノ説明ヲナサヾルノ致ス所ナラント。是ニ於テ，此等諸種ノ場合ニ通シテ施コサルヘキ説明ヲ求メテ，稍可ナルモノヲ得タルノ思アリ。故ニ今コヽニ之ヲ挙ゲン」。

⑹　この点に加え，「分数除法ノ運算ヲ説明スルニ於テモ，此解釈ハ甚タ便利ナルヲ覚ユ」として，演算の定義から規則を導く過程についても説明が行われている。具体的には，問題「1 園ノ 5 分ノ 3 ニ植ウル所ノ樹数 124 本ナルトキ，全園ニ植ウヘキ樹数幾何」について，次のように説明されている。「コヽニ前題ヲ運算セハ $124 \div \frac{3}{5} = 124 \times \frac{5}{3} = 302\frac{2}{3}$ ナルヘシ。除法ノコノ場合ハ全キ一ツタケヲ求ムルモノニテ，実数ハ法数ト相當セルコト故，一ツ即 5 分之 5 ガ法数 5 分之 3 ニ対スル割合如何ヲ思考セシムルトキハ，$\frac{5}{3}$ 即 1 ト 3 分之 2 ナルヲ知得スヘシ。然ラハ，全園即一ツニアタル樹数ハ 124 本ノ 1 ト 3 分之 2 タケニシテ，即 $124 \times \frac{5}{3}$ ニテ計算シ得ベキコトヲモ亦解シ得ン」。

⑺　乗法については，次のように説明される。「乗法ハ其性質ヨリ察スルニ，畢竟，被乗数ヲ一ノ全キ数トシテ，ソレノ乗数ダケニ相当スル数ヲ発見スルノ算法タルニ外ナラス。（中略）コノ乗数ダケト云ヘル言葉ハ包括極テ広クシテ，如何ナル場合ニモ適用スヘシ」。この立場から，《同数累加の簡便算》として乗法を定義する方法に対して，次の批判が行われる。「乗法ハ加算ノ速算ナリ。78 銭ヲ 9 ツ加ヘ合セルナリトノミ説カバ，余ハ其説明ノ一端ニ偏スルヲ歎セサルヲ得ス。何トナレハ，コレ，乗数カ整数ナルトキニノミ適応スヘシ。乗

数モシ小数分数ナラハ，其積ハ却テ被乗数ヨリ減セン。之ヲ加ヘ合スト謂フヘケンヤ。故ニ，余ハ，乗法ニ於テ加ヘ合ス者ナリ，幾倍スルモノナリナド説明スルコトヲ喜バズ。乗法ノ結果ハ必ス原数ヨリ増加ストノ意味ヲ含メル言語ヲ無垢ナル脳漿ニ染メ付クルハ不利ノ甚キモノナリ。コレ幾分誤謬ヲ含ムノ観念ニアラスヤ」。

⑻　三輪の提案の内，乗法の説明については，第Ⅰ期・前期の教科書において具体化されていた。ただし，その説明は必ずしも容易に理解可能なものではなかった。そのため，第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書においては，説明の論理が著しく簡略化され，それが国定教科書へと継承される形になる。この点については次を参照。①岡野勉「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成――第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第 2 号，日本数学教育史学会，2002 年。②同「明治検定期算術教科書における分数乗法の意味と規則に関する説明――第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第 4 号，日本数学教育史学会，2004 年。

《謝辞》

本論文の作成にあたり，須田勝彦氏をはじめ，北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室数学教育研究グループのみなさんには，報告の機会を与えて頂き，貴重なご意見を頂きました。教科書の閲覧，収集に際しては，東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」，国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館，富山県立図書館，新潟大学附属図書館にお世話になりました。記して感謝申し上げます。

《付記》

本論文は，2006 年度，日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究⒞）「学校数学としての分数論の原型の形成過程――明治期の算術教科書を対象として」（課題番号 17530645）による研究成果の一部である。