



Title	ネットワークの科学とネットワーク形成ゲーム (小野浩教授記念号)
Author(s)	町野, 和夫; Machino, Kazuo
Citation	経済學研究, 56(3), 53-63
Issue Date	2007-01-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/18928
Type	departmental bulletin paper
File Information	ES_56(3)_53.pdf



ネットワークの科学とネットワーク形成ゲーム

町野 和夫

1. なぜネットワーク分析か？

自然や社会のあらゆる場所にネットワークは存在している。電力ネットワーク、通信ネットワーク、道路ネットワーク、鉄道ネットワーク、航空ネットワーク、企業提携ネットワーク、友人ネットワーク、神経ネットワーク、タンパク質ネットワーク、化学結合ネットワーク、そして、インターネット。こうした様々のネットワークについて、あるいはその他のネットワークという言葉聞いて、おそらく多くの人は、何か複雑に繋がっている、という一般用語としての共通点を思い浮かべるくらいであろう。しかし、この10年程の間に急速に進展してきたネットワークの科学は、これらのネットワークに共通するのがそれだけではないことを証明してきた。現実の多くの大規模ネットワークが、相対的に小さなまとまりを持つネットワークの集まりであると同時に、ネットワーク中の別のまとまりに属するどのノード同士も比較的短いステップで到達できる、という「スモール・ワールド」(Watts and Strogatz, 1998) という性質や、ネットワークのそれぞれのノードが持つリンクの数(これを次数と呼ぶ)を横軸にその次数を持つノード数を縦軸にとって分布をみると、次数が低いときの非常に大きなノード数から急速に低下して、しかしその後はなだらかに分布するという「スケール・フリー」(Barabasi and Albert, 1999) という性質を持っていることが実証されてきたのである。なお「スケール・フリー」という言葉は、縦軸と横軸の目盛を対数でとるとノード数の分布が直線になること、つまりネットワークの規模(スケール)に関わらずその直線の傾きが変わ

らないことから名づけられたものである。(こうした性質の持つ意味や、生成のメカニズムは後述する。)

こうしたネットワークの研究を推進してきたのは主に数学者や物理学者であり、数学におけるグラフ理論研究の歴史、そしてコンピュータ処理能力の飛躍的な向上が、最近のこの分野の急速な発展の不可欠の要素であったが、社会学における長年の社会ネットワーク研究の蓄積も重要な役割を果たしてきた。とくに「スモール・ワールド」の研究のきっかけになったのは、社会学者スタンレー・ミルグラム(1967)が大きな社会の人間関係の近接度を測る目的で行った次のような実験である。米国の田舎に住む実験参加者たちが、遠く離れたボストンの住所も分からない見ず知らずの目標の人に手紙が届くように、自分の知人の中の一人にその手紙を目標の人に送ってもらうよう依頼する手紙を送り、その知人がまた同様のことを繰り返すと、何度目くらいで目的の人物に到達するかという実験である。結果は平均して6回程度で到着したことから、「6次の隔たり」という言葉が生まれた¹⁾。

一方同じ社会科学でありながら、経済学では社会学のようなネットワークに対する研究の歴史はほとんどない²⁾。伝統的な経済学では、

-
- 1) しかし、この実験には様々な問題点も指摘されている。例えば Watts (2003) 参照。
 - 2) しかし経営学では、企業間の連携や企業内の人間関係など、社会学と同様の関心があり、ネットワークに関する関心は高い。例えば、西口 (2003)、Kogut (2000) を参照。また、最近では経済物理学(高安, 2004) など統計物理学を応用した研究もあるが本稿の範囲を超える。

ミクロで見れば個々の経済主体は条件付最適化を行う点に過ぎず、その合計が市場での需要や供給であり、マクロでも、単に個別の財・サービス市場や労働市場の集計量としての経済変数を分析の対象としてきた。しかし、ゲーム理論や情報の経済学という、複数の経済主体の相互依存関係を分析する道具を手に入れたこと、それによって、個々の経済主体と市場との間に存在する、多様な組織や契約関係についての研究が進んできたこと、さらには通信やインターネットの発達によって、現実には、財・サービス自体がネットワークという性質を持ち始めたこと、などから経済学の分野でも急速にネットワークに対する関心が高まっている。ただし、ネットワークの科学で、どのように「スモール・ワールド」や「スケール・フリー」のネットワークが形成されるかというメカニズムが解明されたといっても、それは、どのような接続ルールがあれば、そうしたネットワークの形状になるか、というルールの発見であり、ネットワークのノードを経済主体と考える経済学では、各ノード（消費者や企業）がなぜそのような振る舞いをするのか、ということが分らなければインパクトは小さい。これが経済学でネットワークの科学に対する関心が低かった理由でもある。

しかし、逆に言えばこの残された課題を解決することこそ、経済学（あるいは社会科学全般）の役割であり、ネットワークのゲーム理論モデルへの関心が高まり、研究が成果を上げつつある理由であろう。しかしながら、経済学ではノードである経済主体が、他のノードと繋がる便益と費用を考えると、この便益と費用は、繋がるようとする相手だけでなく、相手がどのようにネットワークの他のノードと繋がっているかに依存するので、簡単な問題ではない。

本稿では、まず最近のネットワークの科学が解明してきた、ネットワークの構造の特徴や生成メカニズムに関する研究成果の概要を整理し、次にゲーム理論分野でのネットワークの形成や安定性に関する研究動向を解説し、最後

に両者の関係や今後の課題について考察する。

2. ネットワークの科学³⁾

(1) ランダム・グラフと社会ネットワーク

自然科学における最近のネットワーク研究の急速な進展のきっかけになったのは、上述のダンカン・ワッツとスティーブン・ストロガッツ (1998) の「スモール・ワールド」とラズロ・バラバシとレカ・アルバート (1999) の「スケール・フリー」であるが、彼らの発見の基礎となるランダム・ネットワーク理論を作り上げたのは、ポール・エルデシュとアルフレッド・レーニイ (1959) である。

ランダム・グラフとは、図1のように、例えば n 個のノードが存在して、全てのノード間に、それぞれリンクが $0 < p < 1$ の（相互に関係しない独立の）確率で存在し、 $1-p$ の確率で存在しないという単純なプロセスによって作られるネットワークである⁴⁾。このプロセス

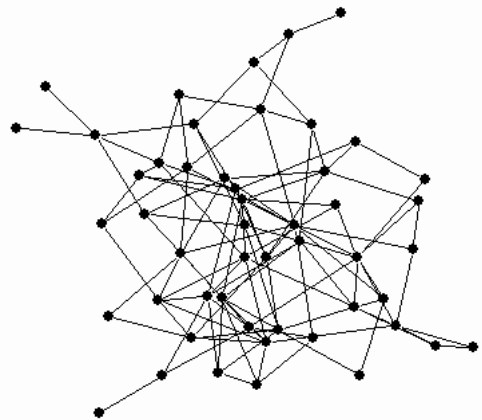


図1 ランダム・ネットワーク

注：pajekにより作図

- 3) 本節における過去の研究動向に関する説明は、Watts (2003), Barabasi (2002), Jackson (2006), 増田・今野 (2006), 増田・巴波・今野 (2006) を参考にしている。
- 4) 図1, 3, 4の作図に用いたPajekは、無料でダウンロードできるネットワーク描画ソフトである。

で作られた大規模なネットワークは、各ノードの持つリンクの数（次数）の平均値が1を超えると、ほぼ全てのノードが連結されるという性質を持っている。経済的もしくは社会的ネットワークを考えた場合、多くのケースで次数は1以上と考えられるため、大きな社会でも間接的にはほとんどの人が関係しているというのは、我々の直感に合っている。

しかし、一方で大きなランダム・ネットワークはクラスターが余り無いという性質も持っている。クラスターというのはネットワークの局所的なまとまり、あるいは稠密性を意味し、例えばクラスタリング係数という、あるノードに直接リンクしているノード同士が、どの程度リンクしあっているかという尺度で測ることができる。社会的ネットワークの場合、あるノードに直接リンクしているノード同士がリンクしている可能性が高いので、この点はランダム・ネットワークとは（ランダムな繋がりなので当然ではあるが）異なる。

社会における人と人との関係、あるいは繋がりを考えることは、社会学の基本的なテーマの一つであり、それをネットワークという概念で説明しようとする試みは当然の流れであった。しかし、ワッツとストロガッツの「スモール・ワールド」モデルの理論化以前の、社会学における「ネットワーク」の研究は、静学的な構造分析に止まっていた。例えば、ある社会的集団・組織内のメンバー間に観察されるネットワーク構造と、その背景にある社会構造を、「社会的距離」や関係の類似性を測る様々な概念によって関連付けようとする試みであったり、ある個人がどの集団に属し、その集団の中でどのようなポジションにいるかを、やはり様々な「距離」の概念によって計測し、個人のパフォーマンスとの相関を調べたりするものであった。しかし、上述のミルグラムの「スモール・ワールド」の実験（1967）以外にも、効果的な社会的協同の成否を左右するのが、密接に連結している「強い紐帯」よりも、共通点の少ない弱い

結合であることを主張したマーク・グラノヴェッターの「弱い紐帯の強さ」（1973）など、社会学におけるネットワーク研究の蓄積は、ワッツとストロガッツの「スモール・ワールド」モデルの理論化には不可欠なものであった。

（２） スモール・ワールド

社会的ネットワークの研究は、1998年になってワッツとストロガッツによって画期的な転換点を迎えることになるが、彼らはこの研究を始めるまでは、生物のリズミカルな振動のサイクルが、異なる個体間で同期（シンクロナイズ）するメカニズムの数学的特性、とくにある種のコオロギの鳴き声が同期するメカニズムについて研究していた。その研究中に、相互作用の理論的パターンがネットワーク的な特徴を持っていることに注目したワッツは、ネットワークの理論化を模索した。その過程で社会的ネットワークにおける上述の「スモール・ワールド」という性質が、ネットワーク構造における一般的なものであると考え、ストロガッツと共に社会的ネットワークの数理モデル化に取り組んだ。彼らがモデルの中に取り込んだ要素は次の4つである。

- (a) ネットワーク全体は、小さな重なりを持つ多くのグループから構成される。
- (b) 新しい関係が次々と作られ、古い関係は消えていく。
- (c) 新しい関係が作られる可能性はある程度現在の関係に依存する。
- (d) しかし、現在の関係には依存しない新たな関係を、個人の嗜好や特性に応じて作り出すこともある。

彼らの考案した具体的な数理モデルを直観的に理解するには、次のような例を考えればよい。まず n 個のノードが並んでいるサークルを作る。大規模な社会を想定しているので、 n は大きな数である。各ノードはそれぞれ両隣及びその隣の計4つのノードと直接リンクしている。これは図2のような形状の周期格子と呼ばれる

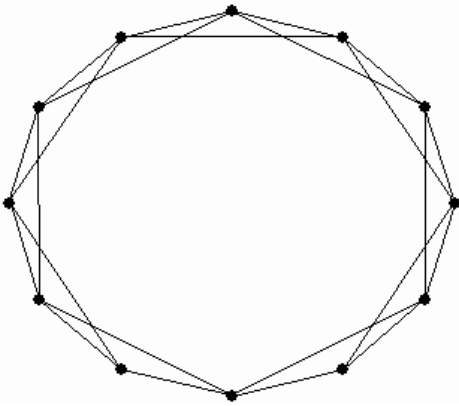


図2 周期格子($p = 0$)

規則的なネットワークである。次に各リンクを $0 \leq p \leq 1$ の確率でリンクを繋ぎ直す（一方のノードは固定して、ランダムに別のノードと繋ぐ）。このとき、 $p = 0$ であれば元の周期格子のままであるが、 $p = 1$ であれば長期的にはランダム・グラフとなる。周期格子の場合、各ノードのクラスタリング係数は、 $1/2$ と大規模なネットワークとしては大きく、平均距離（ノード間の距離は両者を繋ぐ最小リンク数）はほぼ $n/8$ となり、これも n が大きいので大きな値となる。大きなクラスタリング係数は多くのノードでそれと隣接するノード間の多くも繋がっていることを示し、長い平均距離は、ネットワークの二つのノードをとると、多数のリンクを経なければ到達できない場合が多いことを意味している。 $p = 1$ の場合は、長期的にはランダム・グラフになるので、上述のように小さなクラスタリング係数と短い平均距離となる。小さなクラスタリング係数は各ノードと隣接するノード間の繋がりがあまりないことを示し、短い平均距離は、ネットワークのどの二つのノードをとっても、それほど多くのリンクを経ずに到達できることを意味している。このようにネットワークの稠密性を表わすクラスタリング係数とノード間の平均距離がある程度相関していることは予想できるが、ワッツ

とストログッツは、 $0 < p < 1$ という中間的な場合に、比較的大きいクラスタリング係数と短い平均距離、つまり近隣のノード同士が繋がってクラスタを形成しているが、違うクラスタのノードとも比較的小さいリンクで繋がっているという「スモール・ワールド」が実現する領域があることを明らかにした。

この数理モデルは「スモール・ワールド」の形成メカニズムを明らかにしたことが画期的なことであるのだが、クラスタリング係数と平均距離という指標が（計算量は多いが）計算に必要な情報の種類が少ないことを活かし、現実の様々なネットワークデータを利用して「スモール・ワールド」が多くのネットワークの基本構造であることを実証できるようになったことも、重要な貢献である。ただしこれは、コンピュータの急速な能力向上で膨大な計算が可能になったり、多くの分野で膨大な電子データが蓄積されてきた現代という時代でなければ実現しなかったことも確かである。

また、ワッツらは現代版スモール・ワールド実験とでもいう試みも行っている (Doods, Muhamad, and Watts, 2003)。ここでは、オリジナルの実験の問題点の一つでもあった、目標に到達するサンプル数の少なさを克服するために、（これもネット時代の賜物であるが）10万人近くという多くの参加者を得て、手紙の代わりに電子メールによって目標への到達の平均距離（ステップ数）計測し、一国内なら5、国をまたがる場合は7という、オリジナルに近い結果を得た。

(3) スケール・フリー・ネットワーク

コンピュータ・シミュレーションと多数のネットワークデータを別の角度から分析し、最近のネットワーク科学で「スモール・ワールド」と並ぶ発見をしたのが、バラバシとアルバート (1999) である。彼らは、クラスタリング係数や平均距離より基本的な指標である次数を、多様なネットワークについてそれぞれ全てのノードについて計算し、多くのネットワークに「スケール・フリー」という性質があることを発見

した。これは次数（一つのノードに繋がるリンクの数）別のノード数の分布がベキ法則と呼ばれる分布に従っていることに起因する性質である。次数 k のノード数が $k^{-\gamma}$ （ただし、 $\gamma > 1$ ）に比例するとき、次数 a 倍（ $a > 0$ ）のノード数との比は $(ak)^{-\gamma}/k^{-\gamma} = a^{-\gamma}$ となる。別の次数 k' のノード数と次数 ak' のノード数を比べても、その比は $(ak')^{-\gamma}/k'^{-\gamma} = a^{-\gamma}$ である。即ち、次数別のノード数の相対的な比率は、元の次数という絶対的スケールには依存せず、ノード数の相対的な大きさのみに依存していることが分かったのである。ベキ法則の分布は正規分布と異なり、ノード数は次数の平均値のところで最大値をとらず、次数の低いところで最大値をとりその後急激に低下するが、次数の極めて高いところでも正規分布ほど低下しないという特徴を持つ。これは例えば人口別の都市の数の分布や様々な国の富の分布などに見られる分布で、ネットワークとして表現すると図3のように、非常に次数の大きい少数のノードと次数の小さな多数のノードが存在するという特徴がある⁵⁾。バラバシとアルバートはこれら以外にも

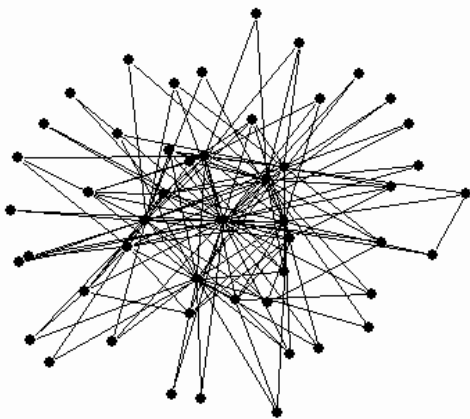


図3 スケール・フリー・ネットワーク

注：pajek によって作図

インターネットやワールド・ワイド・ウェブ、色々な有機体の代謝ネットワーク、映画俳優ネットワークなど現実の多くのネットワークが「スケール・フリー」という性質を持つことを明らかにした。

彼らがこのスケール・フリー・ネットワークの形成を説明するために提案した最初の数理モデル（1999）は以下のようなシンプルなものである。まずノードの数が一定で、リンクが追加あるいは解消される従来のモデルと異なり、ノードが時間と共に増加していく。新しく追加されるノードは既存のノードと、そのノードの持っているリンク数に比例した確率でリンクする。成長と優先的結合というこの二つの原則だけでスケール・フリー・ネットワークの形成が可能となる。

（４） 複合モデル

バラバシとアルバートのスケール・フリー・ネットワークに関する数理モデルは、「スモール・ワールド」モデルでは見逃されてきたネットワーク構造を明らかにした画期的なものであったが、逆に「スモール・ワールド」モデルの一つの特徴であり、現実の多くのネットワークの特徴でもある、比較的大きなクラスタリング係数が実現されないという欠点があった。また、現実のネットワークの規模は無限に大きくなれないので、ベキ法則の分布も完全なスケール・フリーではなくどこかで分布がベキ法則から外れて低下する「カット・オフ」領域が存在する。

その他に、データからスケール・フリーかどうかを確認すること、即ちベキ法則の分布に近い他の分布と区別することが難しいという問題もある。これは、視点を変えると、経済学でのネットワーク科学に対する当初の関心の低さとも関連する。人間や企業という意思決定の主体である個々のノードの行動の理由を問わずに、分布がスケール・フリーかどうかを問うことに意味があるのだろうか、と考えるからである。

現在は社会学者で（も？）あるワッツは、

5) 富の分布がベキ法則に従うことは、それを指摘したパレートに因んでパレート法則と呼ばれている。

スケール・フリー・モデルのクラスタリング係数の低さを、個人が様々な組織や集団に属することで全体として社会が繋がるというような、二部グラフの構造を組み込むことで、解消しようとしている。単純なスケール・フリー・ネットワークでは、ハブのようなノードはできても、仲間同士のまとまりのような関係が発生するメカニズムはない。二部ネットワークは例えば図4のように黒いノード同士、あるいは白いノード同士は直接リンクすることはない。しかし、例えば黒いノードに白いノードが属すると考えると、ある黒いノードに属する、ある白いノードは、同じ黒いノードに属する他の白いノードと一つのグループを形成する。しかしこのクラスターのメンバーである白いノードは他の黒いノードにも属しているので、クラスターが断片化することはない。このグループはコミュニティとも解釈でき、スケール・フリー・ネットワークの複合化による現実への接近方法の一つの方向である。

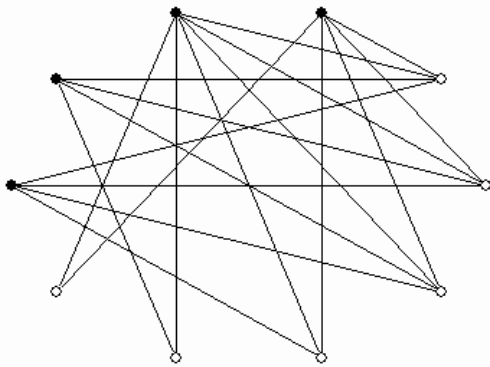


図4 二部ネットワーク

注：pajek による作図

3. ネットワーク形成のゲーム理論モデル

(1) 静的モデルの枠組

前節で見てきたネットワーク形成のモデルは、非常にシンプルで一般性の高いメカニズムと

して、大規模ネットワーク形成のプロセスを明らかにしたが、経済学的あるいは社会科学の関心は、専らそうしたモデルと、ノードである人間や企業的意思決定がどのように整合的に説明できるかというところにある。したがって経済学的モデルでは、ノードであるプレーヤ（エージェント）の効用あるいは利潤最大化を前提とし、他のノードとのリンクには費用がかかるが、リンクすることによって、そのリンクによって直接得られる便益以上に何らかの便益を得られる、というモデルになっている。また、結果として形成されるリンクも均衡もしくはそれに類似の概念として表現でき、社会的厚生のような指標でネットワーク全体の望ましさを評価することも意図されている。

社会的ネットワークのゲーム理論的モデルとしては、グラノヴェッターの「弱い紐帯」の議論に影響を受けた職探しのモデルや協力ゲームの提携をネットワークとみなしたモデルなどがあったが、明示的にネットワークの形成を非協力ゲームの枠組みでモデル化したのは、ジャクソンとウォリンスキー（1996）である⁶⁾。彼らは、ネットワーク形成を以下のようにゲーム・モデル化した。

- 有限の人数のエージェント ($N = \{1, 2, \dots, n\}$) がそれぞれリンクを張ることができる。
- ネットワーク g はノードの集合 N とリンクの集合 $L \subset N \times N$ の組合せとして与えられる。リンクは $(i, j) \in g$, $g \subset N \times N$ であるが、通常簡略化して ij と標記される。 g の集合全体を G とする。また、常に $ij = ji$ であれば、無向ネットワーク、そうでなければ有向ネットワークである。
- ゲームの通常の均衡概念に代わって次のような「ペアに関して安定」という安定性の概念

6) これ以前に Myerson を中心に協力ゲームのアプローチからのネットワーク形成モデルの研究があったが、一般化したモデルの開発には至らなかった。この点に関しては Jackson (2005) 参照。

を考案した。エージェント i がネットワーク g で得られる効用を $u_i(g)$ とすると、ネットワーク g は

- (a) $\forall ij \in g, u_i(g) \geq u_i(g-ij)$ かつ
 $u_j(g) \geq u_j(g-ij)$
 (b) $\forall ij \notin g, u_i(g+ij) > u_i(g)$ ならば
 $u_j(g+ij) < u_j(g)$

が成り立つとき、ペアに関して安定的ネットワーク (Pair-wise Stable Network) である。

この安定性は、任意の二人のエージェントについて、既にリンクしている場合には、他のリンクを所与として、両端のエージェントのどちらも、そのリンクを切断するインセンティブがないこと、及び、今リンクのない場合には、少なくとも一方のエージェントは、リンクするインセンティブがないことを意味している。したがってナッシュ均衡と類似の概念であるが、リンクの形成にリンクの両端の二人のエージェントの合意 (利害の一致) がなければならない、というネットワークのゲームの特殊性を反映した概念である。

また、ネットワーク全体を評価する指標としては、強い効率性、即ち $v(g) = \sum u_i(g) < v(g')$ となるような $g' \in G$ が存在しないこと、とパレート効率性、即ちネットワーク g は、他に $u_i(g') > u_i(g)$ となるような $g' \in G$ が存在しないこと、を提案した。

以下ではこのモデルと Jackson (2006) に沿って、何が効率的なネットワークか、またそれは安定的なネットワークであるか、即ち、個々のエージェントのインセンティブと整合的であるかを検討する。

(2) ネットワークの効率性

個々のエージェント i にとってネットワーク g に属する効用は、他のエージェント j と直接リンクを張ることの利益を $0 < \delta_{ij} < 1$, i と j との距離 (両者の最小経路 (リンク数)) を d_{ij} , 間接的に距離 d_{ij} で繋がる利益を $(\delta_{ij})^{d_{ij}}$, リンク

を維持する費用を $c_{ij} \geq 0$ とすると、

$$u_i(g) = \sum_{j \neq i, j \in g} (\delta_{ij})^{d_{ij}} - \sum_{j \neq i, ij \in g} c_{ij}$$

ただし、 i と j とが直接間接に繋がっていないときは $d_{ij} = \infty$ (従って $(\delta_{ij})^{d_{ij}} = 0$) である。以下ではこのモデルの理解を容易にするために対称的な連結の場合のみでみていく。即ち、全ての ij において、 $\delta_{ij} = \delta$, $c_{ij} = c$ として考える。すると、強く効率的なネットワークは、費用と便益の相対的な大きさによって、次の三つの極端な形態のどれかになることが分かる。

- (a) $c < \delta - \delta^2$ の場合、完全ネットワーク
 (b) $\delta - \delta^2 < c < \delta + \{(n-2)/2\} \delta^2$ の場合、一つのスター・ネットワーク
 (c) $\delta + \{(n-2)/2\} \delta^2 < c$ の場合、ネットワークは形成されない (空のネットワーク)

まず (a) のケースが実現するのは以下のような理由による。あるエージェントが他のエージェントとリンクする場合の直接の純利得は $\delta - c$ であるが、間接的に連結する利得は最大でも δ^2 である。従って、 $\delta - c > \delta^2$ であれば、直接リンクした方が得であるため、すべてのエージェントが他の全てのエージェントとリンクする完全ネットワークが最も効率的である。

次に、コストが (a) のケースより大きくなると、直接リンクするより距離 2 で繋がった方の利得が高くなるので、(しかし距離は小さい方が便益は高いので) 距離 2 で繋がるのが最適である。一つのハブのノードに他の全てのノードが直接リンクし、ハブ以外のノードはリンクしていないスター・ネットワークは、所与のノードの下でリンク数が最小のネットワーク形態であり、全てのノードがリンク数 1 か 2 で繋がっているのも、最も (強く) 効率的なネットワークである。スター・ネットワークのハブのエージェントを $i = h$ とすると、スター・ネットワークのハブのエージェントの効用は、

$$u_h(g) = (n-1)(\delta - c),$$

ハブ以外のノードでは、ハブとは直接リンクするが、それ以外の $n-2$ のノードとは距離 2 で接続するので、その効用は

$$u_i(g) = \delta + (n-2)\delta^2 - c, \quad i \neq h$$

であり、ハブ以外のノードの数は $(n-1)$ なので、ネットワーク全体の効用は、

$$\begin{aligned} \sum_i u_i(g) &= (n-1)(\delta - c) + (n-1) \\ &\quad \times \{\delta + (n-2)\delta^2 - c\} \\ &= (n-1)\{2\delta + (n-2)\delta^2 - 2c\} \end{aligned}$$

となる。 $n-1 > 0$ なので、 $2\delta + (n-2)\delta^2 - 2c > 0$ ならば、即ち (b) のケースでは、このネットワークは正の効用をもたらすので、スター・ネットワークが最も（強く）効率的なネットワークである。逆のケース、即ち (c) のケースは、ネットワークを形成すると全体として負の効用になるので、ネットワークを形成しないこと（あるいは空のネットワーク）が効率的である。

(3) エージェントのインセンティブ

以上のような効率的なネットワークが、個々のエージェントのインセンティブと整合的かどうか考えてみよう。まず、 $c < \delta - \delta^2$ の場合は、上述のように完全ネットワークが個々のエージェントの最適選択に一致する。また、 $\delta + \{(n-2)/2\}\delta^2 < c$ の場合、最も効率的なネットワークでも全体の効用が負になるため、少なくとも一人のエージェント（スター型の場合はハブ）がネットワークに参加するインセンティブを持たず、ネットワークはペアに関して安定的ではなくなる。

同様の論理で、最も効率的なネットワークであるスター・ネットワークは $c > \delta$ のときはペアに関して安定的でない。 $\delta < c < \delta + \{(n-2)/2\}\delta^2$ のときは、例えばそのエージェントのリンクするエージェントがさらに一つ以上の別の（しかも元のエージェントの他のリンクと直接は繋がらない）リンクを持っていれば、ペアに関して安定的になり得る。 $\delta - \delta^2 < c < \delta$ のときは、スター・ネットワークもペアに関して安定的であるが、唯一の安定的なネットワー

クではない。

なお、このゲーム・モデルによって形成されるネットワークは、完全ネットワークやスター・ネットワークなど極端な形態となっているが、これは、主にノードやリンクが同質的な、対称的連結のネットワークを仮定したことに起因する。従って例えばジャクソンとロジャーズ (2005) は、エージェント間の距離によってリンクを維持する費用が異なるという異質性を導入すると、距離の近いもの同士で完全ネットワークとなり、さらにそれらの完全ネットワーク同士がスター型の構造で繋がるようなネットワークが、ペアに関して安定的であることを示した。これはワッツとストログッツのスマール・ワールド・ネットワークと極めて近い構造であり、彼らの、優先的結合とランダムな結合を複合したネットワーク形成ルールのミクロの意味づけの一つと考えられる。このように、ネットワークの科学における大規模ネットワークの形成メカニズムの解明と、ゲーム理論を使った各ノードの行動モデルは補完的に社会的ネットワーク構造の解明に貢献している。

(4) 動学的なゲーム・モデル

ただし、ペアに関する安定性のような均衡概念に基づく以上のようなゲーム理論モデルは、安定性概念からも分るように、あくまでも静的分析のモデルである。スケール・フリー・ネットワークの優先的結合に対応するような、しかしゲーム理論的な主体的エージェントの行動を組みこんだ動学的なモデルとしては、例えばヴェガレドンド (2006) の確率過程モデルがある。このモデルでは、まず個々のリンクが維持されるのは、ノードである二人のプレーヤの、無限繰り返しゲームにおけるトリガー戦略の組合せがナッシュ均衡になる場合である。これが、ペアに関する安定的なネットワークを形成するように、次のような動学過程を想定する。

- 離散時間で各期に各エージェントは最大 m のリンクを張ることができる。

- ある期にリンクを張っているペアは情報を共有するが、次の期にその情報はそれぞれの隣人（リンクしているエージェント）たちにも伝わる。
- 各期に次の順序で「変化」が進行する。

① 利得の変動

どのリンクも（偶然等しくなる可能性はあるものの）異なる利得を持つが、独立の確率で利得が共通の確率密度関数に従って変化します。

② サーチと新リンク

どのプレイヤーも p の確率でローカル・サーチ、 $(1-p)q$ の確率でグローバル・サーチを行う。ただし、二種類のサーチの方法は以下のとおりである。

ローカル・サーチ：隣人ではないが同じ連結成分に属するプレイヤーと（新たな利得が魅力的であれば）新たなリンクを張る（既にリンク数が上限に達していれば、既存のリンクを一つ切る）

グローバル・サーチ：サーチの範囲に制限は無いがサーチするのはランダムに選ばれた相手。

③ リンクの解消

ペアに関する安定性を評価し、不安定なリンクは解消する。

この動的プロセスは解析的には解けないので、シミュレーションによって分析し以下のような結果を得ている。

- 利得の変動によって、安定性は低下してリンクが解消されていくが、新たなリンクのサーチと形成の可能性はネットワークの安定化をより容易にする。
- 利得が不安定である（変動の可能性が高い）と、
 - (a) ネットワークの密度が低くなり、
 - (b) 凝集性が高まる（隣人間の平均距離が減少）。

二つの結果は次のように解釈できる。まず、前者のリンクのサーチと実現は、間接的な結合

によって、ネットワーク参加者の利益を増加させるとともに、逸脱時に評判を失う恐れも持たせることになり、こうした参加を促進し離脱を抑制するネットワーク効果の存在がネットワーク形成・維持のインセンティブになる。

後者の利得の不安定化がもたらす効果のうち、(a)の密度低下、即ち平均的な次数（ノード当たりリンク数）の低下は利得の不安定化のため、距離の遠いリンクを形成・維持する価値が平均的に低下した結果であり、それは相対的に隣人間のネットワークの価値を高めるため(b)の凝集性強化となって現れ、結果として、意図的ではないが、機会主義的行動の監視能力を高めることとなる。この状況自体は、遠くどのリンクが切れる可能性を示唆しており、スモール・ワールド的な社会から断片化された社会への転化ともなりかねず、決して望ましいわけではないが、モデルとしては、スモール・ワールド・ネットワークの分析枠組と整合的・補完的なものになる可能性がある。

5. 考察

この10年間、ネットワークの科学が急速に発展しているのは、高いクラスター性と小さな平均距離という、現実の様々なネットワークの構造に共通する「スモール・ワールド」の特質と、新しいノードが有力なノードに優先的に結合しながら、ネットワーク全体も成長するという、やはり現実のネットワークに共通する「スケール・フリー」な成長パターンの二つを解明できたためである。この場合のネットワークはインターネット、電力ネットワーク、各種交通網など、工学的で人工的なものに限らず、ニューラル・ネットワーク、遺伝子ネットワーク、化学結合ネットワークなど生物・化学的ネットワーク、友人関係、企業の提携、国や地域の提携関係のネットワークまで、ありとあらゆるネットワークが含まれる。

しかし、人間の社会的ネットワークは、ネット

ワークのノードである人間や人間の作る組織あるいは集団が、一つ一つ独立した意思決定主体であるため、これを理解するには、「どのように」ネットワークが形成されたかの理解だけでは十分ではなく、人や組織は「なぜ」そのように行動するのかという問いにも答えられなければならない⁷⁾。人間の社会的関係が研究対象である社会学では、長年の社会的ネットワークの研究蓄積があり、それが数学や物理学による「スモール・ワールド」ネットワークの解明のきっかけとなったのだが、独自にはそれらの仕組みを解明できなかったのは興味深い。数理モデルの開発やコンピュータを使ったシミュレーションという数学的能力の問題以上に、人間の意思決定の様々な社会的文脈に囚われ過ぎたことが、却って単純な構造や成長の仕組みの解明の邪魔になったのかもしれない。

社会科学サイドのネットワーク形成に関する「なぜ」という問いに答えるための研究も、人間の相互関係を分析する道具であるゲーム理論を使って進められている。経済学的ゲーム理論の枠組では、ネットワークの個々のリンクが張られるかどうかは、その両端のノードであるゲームのプレーヤ（あるいはエージェント）がリンクを形成・維持する便益と費用を、リンクしない場合と比較することによって決定される。ネットワークの場合、他のノードと間接的に繋がることによって正や負の外部性が生じるが、ネットワークという複雑で多様な構造が、外部性の計算を難しいものになっている。したがって、研究のステップとして、まずノードを同質的なプレーヤとして、どのようなネットワークの形態が（個々のノードであるプレーヤがリンクするかしないかの決定を変えないという意味で）安定的か、またそれはネットワーク全体として効率的かという問いが設定された。これに対して

は、費用と便益のバランスによって、完全ネットワークやスター・ネットワークなど極端なネットワークが解として成立することと、安定性と効率性が必ずしも同時に成立する訳ではないことが証明された。前者についてはノード間に異質性を認めると、「スモール・ワールド」ネットワークに類似のネットワークが形成されることが確かめられたため、ネットワークのゲーム理論モデルと「ネットワークの科学」モデルの体系化が期待できる。後者については、「ネットワークの科学」が取組んでいる、ネットワークの脆弱性、具体的には、最近頻発している電力ネットワーク、通信ネットワーク、あるいは交通ネットワークのカスケード故障対策、伝染病やコンピュータ・ウィルスへの対策などへの、ミクロ的な視点を提供することができるかもしれない。また、研究の次のステップである動学的なネットワーク形成モデルの研究例をみても、前節で見たように、結果を「スモール・ワールド」ネットワークの文脈で解釈でき、両者が補完的に発展していくという方向が窺える。

現実の社会に目を転じると、社会科学に関連する現代的課題として、伝統的なコミュニティの崩壊した都市型社会における規範の崩壊や犯罪の増加など、工学的ネットワークのカスケード故障に対応するような問題が深刻化している。従来は地域や企業組織という人間関係のネットワークが安定的であったために、ネットワークの形成・維持を意識的に行う必要がなかった我々にとって、現代は、物理的ネットワークだけでなく社会的ネットワークさえも意識的に形成・維持していかなければならない新しい時代なのかもしれない。最近、急拡大を遂げているソーシャル・ネットワーク・サービスは、こうした時代の象徴とも言える。ネットワークのゲーム理論的研究は、「ネットワークの科学」とともに益々その重要性を高めていくことになろう。

7) ネットワークの研究を“how”と“why”に分けて整理するという視点は Jackson (2006) に示されている。

* 本稿は文部科学省補助金（萌芽研究「倫理的規範形成メカニズムの解明とその社会的評価基準への応用」）及び21世紀COEプログラム「トポロジー理工学の創成」に基づく研究成果の一部である。

参考文献

1. Barabási, A. (2002), *Linked*, Perseus Publishing (青木 薫訳 (2002)「新ネットワーク思考：世界のしくみを読み解く」NHK 出版)
2. Barabási A. and R. Albert (1999) “Emergence of Scaling in Random Networks” *Science*, 286, 509-512.
3. Dodds, P.S. R. Muhamad, and D.J. Watts (2003) “An Experimental Study of Search in Global Social Networks” *Science*, 301, 327-329.
4. Granovetter, M. (1973) “The Strength of Weak Ties” *American Journal of Sociology*, 78, 1360-1380.
5. Jackson, M.O. (2006) “The Economics of Social Networks” in *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications, Ninth World Congress*, edited by Blundell, R. W. Newey, and T. Persson, Cambridge University Press.
6. Jackson, M.O. (2005) “A Survey of Models of Network Formation: Stability and Efficiency” in *Group Formation in Economics; Networks, Clubs and Coalitions*, edited by Demange, G and M. Wooders, Cambridge University Press.
7. Jackson, M.O. and B. Rogers (2005) “The Economics of Small Worlds” *Journal of the European Economic Association*, (Papers and Proceedings) 3 (2-3), 617-627.
8. Jackson, M.O. and A. Wolinsky (1996) “A Strategic Model of Social and Economic Networks” *Journal of Economic Theory*, 71, 44-74.
9. Kogut, B. (2000) “The network as knowledge: Generative rules and the emergence of structure” *Strategic Management Journal*, 21, 405-425.
10. Vega-Redondo, F. (2006) “Building up Social Capital in Changing World” *Journal of Economic Dynamics & Control*, 30, 2305-2338.
11. Watts, D.J. and S. Strogatz, (1998) “Collective Dynamics of Small-World Networks” *Nature*, 393, 440-442.
12. Watts, D. J. (2003) *Six Degrees: The Science of a Connected Age*, New York (辻 竜平, 友知政樹訳 (2004)『スモール・ワールド・ネットワーク』阪急コミュニケーションズ)
13. 高安秀樹 (2004)『経済物理学の発見』光文社
14. 西口敏弘編著 (2003)『中小企業ネットワーク』有斐閣.
15. 増田直紀, 今野紀雄 (2006)『「複雑ネットワーク」とは何か』講談社.
16. 増田直紀, 巳波弘佳, 今野紀雄 (2006)「構造と機能から見た複雑ネットワーク」*応用数理*, 16 (1), 2-16.